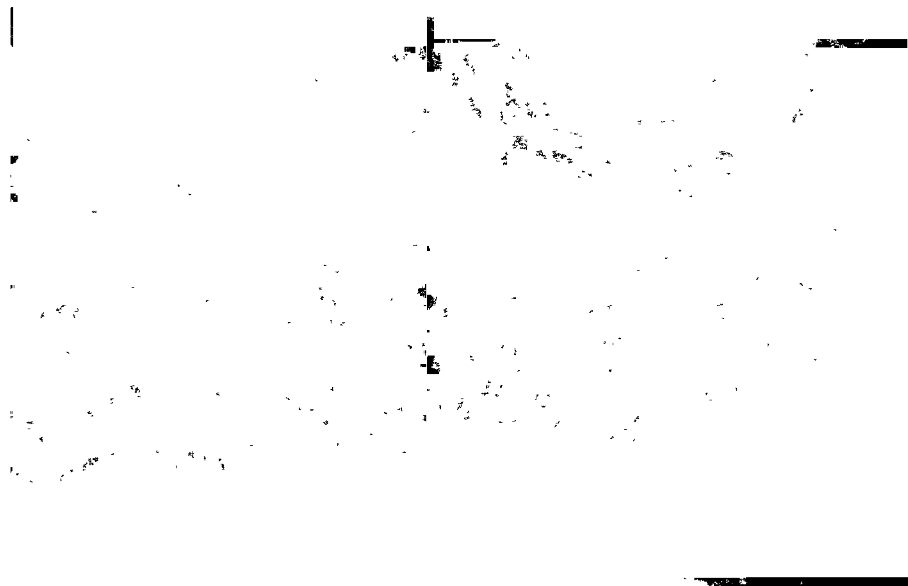
GOVERNMENT OF INDIA
ARCHÆOLOGICAL SURVEY OF INDIA
ARCHÆOLOGICAL
LIBRARY

ACCESSION NO. 26828
CALL No. 063.05/Sit

D.G.A. 79



SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

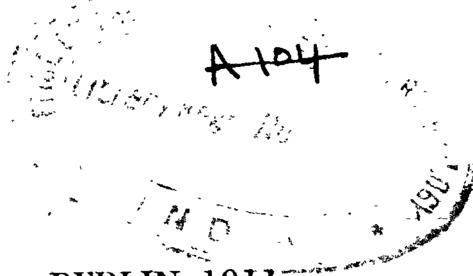
26328

JAHRGANG 1911.

ERSTER HALBBAND. JANUAR BIS JUNI.

063.05
Sit

STÜCK I—XXXII MIT VIER TAFELN
UND DEM VERZEICHNISS DER MITGLIEDER AM 1. JANUAR 1911.



BERLIN 1911.

VERLAG DER KÖNIGLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

IN COMMISSION BEI GEORG REIMER.

CENTRAL ARCHAEOLOGICAL
LIBRARY, NEW DELHI.
Acc. No. 26828
Date 30.5.57
Call No. 063.05
Sct

INHALT.

Inhalt.

VERZEICHNISS

DER

MITGLIEDER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

AM 1. JANUAR 1911.

I. BESTÄNDIGE SECRETARE.

	Gewählt von der	Datum der Königlichen Bestätigung
Hr. *Auwers*	phys.-math. Classe	1878 April 10.
- *Vahlen*	phil.-hist. -	1893 April 5.
- *Diels*	phil.-hist. -	1895 Nov. 27.
- *Waldeyer*	phys.-math. -	1896 Jan. 20.

II. ORDENTLICHE MITGLIEDER.

Physikalisch-mathematische Classe	Philosophisch-historische Classe	Datum der Königlichen Bestätigung
Hr. *Arthur Auwers*		1866 Aug. 18.
	Hr. *Johannes Vahlen*	1874 Dec. 16.
	- *Alexander Conze*	1877 April 23.
- *Simon Schwendener*		1879 Juli 13.
- *Hermann Munk*		1880 März 10.
	- *Hermann Diels*	1881 Aug. 15.
- *Wilhelm Waldeyer*		1884 Febr. 18.
	- *Heinrich Brunner*	1884 April 9.
- *Franz Eilhard Schulze*		1884 Juni 21.
	- *Otto Hirschfeld*	1885 März 9.
	- *Eduard Sachau*	1887 Jan. 24.
	- *Gustav von Schmoller*	1887 Jan. 24.
	- *Wilhelm Dilthey*	1887 Jan. 24.
- *Adolf Engler*		1890 Jan. 29.
	- *Adolf Harnack*	1890 Febr. 10.
- *Hermann Amandus Schwarz*		1892 Dec. 19.
- *Georg Frobenius*		1893 Jan. 14.
- *Emil Fischer*		1893 Febr. 6.
- *Oskar Hertwig*		1893 April 17.
- *Max Planck*		1894 Juni 11.
	- *Karl Stumpf*	1895 Febr. 18.

Physikalisch-mathematische Classe	Philosophisch-historische Classe	Datum der Königlichen Bestätigung
	Hr. *Erich Schmidt*	1895 Febr. 18.
	- *Adolf Erman*	1895 Febr. 18.
Hr. *Emil Warburg*		1895 Aug. 13.
- *Jakob Heinrich van't Hoff*		1896 Febr. 26.
	- *Reinhold Koser*	1896 Juli 12.
	- *Max Lenz*	1896 Dec. 14.
	- *Reinhard Kekule von Stradonitz*	1898 Juni 9.
	- *Ulrich von Wilamowitz-Moellendorff*	1899 Aug. 2.
- *Wilhelm Branca*		1899 Dec. 18.
- *Robert Helmert*		1900 Jan. 31.
- *Heinrich Müller-Breslau*		1901 Jan. 14.
	- *Heinrich Dressel*	1902 Mai 9.
	- *Konrad Burdach*	1902 Mai 9.
- *Friedrich Schottky*		1903 Jan. 5.
	- *Gustav Roethe*	1903 Jan. 5.
	- *Dietrich Schäfer*	1903 Aug. 4.
	- *Eduard Meyer*	1903 Aug. 4.
	- *Wilhelm Schulze*	1903 Nov. 16.
	- *Alois Brandl*	1904 April 3.
- *Hermann Struve*		1904 Aug. 29.
- *Hermann Zimmermann*		1904 Aug. 29.
- *Adolf Martens*		1904 Aug. 29.
- *Walther Nernst*		1905 Nov. 24.
- *Max Rubner*		1906 Dec. 2.
- *Johannes Orth*		1906 Dec. 2.
- *Albrecht Penck*		1906 Dec. 2.
	- *Friedrich Müller*	1906 Dec. 24.
	- *Andreas Heusler*	1907 Aug. 8.
- *Heinrich Rubens*		1907 Aug. 8.
- *Theodor Liebisch*		1908 Aug. 3.
	- *Eduard Seler*	1908 Aug. 24.
	- *Heinrich Lüders*	1909 Aug. 5.
	- *Heinrich Morf*	1910 Dec. 14.
	- *Heinrich Wölfflin*	1910 Dec. 14.

(Die Adressen der Mitglieder s. S. IX.)

III. AUSWÄRTIGE MITGLIEDER.

Physikalisch-mathematische Classe	Philosophisch-historische Classe	Datum der Königlichen Bestätigung
	Hr. *Theodor Nöldeke* in Strassburg	1900 März 5.
	- *Friedrich Imhoof-Blumer* in Winterthur	1900 März 5.
	- *Pasquale Villari* in Florenz	1900 März 5.
Hr. *Wilhelm Hittorf* in Münster i. W.		1900 März 5.
- *Eduard Suess* in Wien		1900 März 5.
Sir *Joseph Dalton Hooker* in Sunningdale		1904 Mai 29.
Hr. *Adolf von Baeyer* in München		1905 Aug. 12.
	- *Vatroslav von Jagić* in Wien	1908 Sept. 25.
	- *Panagiotis Kabbadias* in Athen	1908 Sept. 25.
Lord *Rayleigh* in Witham, Essex		1910 April 6.

IV. EHRENMITGLIEDER.

	Datum der Königlichen Bestätigung
Earl *of Crawford and Balcarres* in Haigh Hall, Wigan	1883 Juli 30.
Hr. *Max Lehmann* in Göttingen	1887 Jan. 24.
Hugo Graf *von und zu Lerchenfeld* in Berlin	1900 März 5.
Hr. *Richard Schöne* in Grunewald bei Berlin	1900 März 5.
Frau *Elise Wentzel* geb. *Heckmann* in Berlin	1900 März 5.
Hr. *Konrad von Studt* in Berlin	1900 März 17.
- *Andrew Dickson White* in Ithaca, N. Y.	1900 Dec. 12.
Rochus Frhr. *von Liliencron* in Coblenz	1901 Jan. 14.
Bernhard Fürst *von Bülow* in Rom	1910 Jan. 31.

V. CORRESPONDIRENDE MITGLIEDER.

Physikalisch-mathematische Classe.

	Datum der Wahl
Hr. *Ernst Wilhelm Benecke* in Strassburg	1900 Febr. 8.
- *Lewis Boss* in Albany, N.Y.	1910 Oct. 27.
- *Oskar Brefeld* in Charlottenburg	1899 Jan. 19.
- *Heinrich Bruns* in Leipzig	1906 Jan. 11.
- *Otto Bütschli* in Heidelberg	1897 März 11.
- *Karl Chun* in Leipzig	1900 Jan. 18.
- *Giacomo Ciamician* in Bologna	1909 Oct. 28.
- *Gaston Darboux* in Paris	1897 Febr. 11.
Sir *George Howard Darwin* in Cambridge	1908 Juni 25.
Hr. *William Morris Davis* in Cambridge, Mass.	1910 Juli 28.
- *Richard Dedekind* in Braunschweig	1880 März 11.
- *Nils Christofer Duner* in Upsala	1900 Febr. 22.
- *Ernst Ehlers* in Göttingen	1897 Jan. 21.
Roland Baron *Eötvös* in Budapest	1910 Jan. 6.
Hr. *Max Fürbringer* in Heidelberg	1900 Febr. 22.
Sir *Archibald Geikie* in Haslemere, Surrey	1889 Febr. 21
- *David Gill* in London	1890 Juni 5.
Hr. *Paul Gordan* in Erlangen	1900 Febr. 22.
- *Karl Graebe* in Frankfurt a. M.	1907 Juni 13.
- *Ludwig von Graff* in Graz	1900 Febr. 8.
- *Gottlieb Haberlandt* in Berlin	1899 Juni 8.
- *Julius Hann* in Wien	1889 Febr. 21.
- *Victor Hensen* in Kiel	1898 Febr. 24.
- *Richard von Hertwig* in München	1898 April 28.
Sir *Victor Horsley* in London	1910 Juli 28.
Hr. *Adolf von Koenen* in Göttingen	1904 Mai 5.
- *Leo Koenigsberger* in Heidelberg	1893 Mai 4.
- *Wilhelm Körner* in Mailand	1909 Jan. 7.
- *Friedrich Küstner* in Bonn	1910 Oct. 27.
- *Albert Ladenburg* in Breslau	1910 Jan. 6.
- *Henri Le Chatelier* in Paris	1905 Dec. 14.
- *Philipp Lenard* in Heidelberg	1909 Jan. 21.
- *Michel Lévy* in Paris	1898 Juli 28.
- *Gabriel Lippmann* in Paris	1900 Febr. 22.
- *Hendrik Antoon Lorentz* in Leiden	1905 Mai 4.
- *Hubert Ludwig* in Bonn	1898 Juli 14.

Physikalisch-mathematische Classe.

		Datum der Wahl
Hr.	*Felix Marchand* in Leipzig	1910 Juli 28.
-	*Friedrich Merkel* in Göttingen	1910 Juli 28.
-	*Franz Mertens* in Wien	1900 Febr. 22.
-	*Henrik Mohn* in Christiania	1900 Febr. 22.
-	*Alfred Gabriel Nathorst* in Stockholm	1900 Febr. 8.
-	*Karl Neumann* in Leipzig	1893 Mai 4.
-	*Max Noether* in Erlangen	1896 Jan. 30.
-	*Wilhelm Ostwald* in Gross-Bothen, Kgr. Sachsen	1905 Jan. 12.
-	*Wilhelm Pfeffer* in Leipzig	1889 Dec. 19.
-	*Émile Picard* in Paris	1898 Febr. 24.
-	*Edward Charles Pickering* in Cambridge, Mass.	1906 Jan. 11.
-	*Henri Poincaré* in Paris	1896 Jan. 30.
-	*Georg Quincke* in Heidelberg	1879 März 13.
-	*Ludwig Radlkofer* in München	1900 Febr. 8.
Sir	*William Ramsay* in London	1896 Oct. 29.
Hr.	*Gustaf Retzius* in Stockholm	1893 Juni 1.
-	*Theodore William Richards* in Cambridge, Mass.	1909 Oct. 28.
-	*Wilhelm Konrad Röntgen* in München	1896 März 12.
-	*Heinrich Rosenbusch* in Heidelberg	1887 Oct. 20.
-	*Georg Ossian Sars* in Christiania	1898 Febr. 24.
-	*Oswald Schmiedeberg* in Strassburg	1910 Juli 28.
-	*Gustav Schwalbe* in Strassburg	1910 Juli 28.
-	*Hugo von Seeliger* in München	1906 Jan. 11.
	Hermann Graf *zu Solms-Laubach* in Strassburg	1899 Juni 8.
Hr.	*Johann Wilhelm Spengel* in Giessen	1900 Jan. 18.
-	*Eduard Strasburger* in Bonn	1889 Dec. 19.
-	*Johannes Strüver* in Rom	1900 Febr. 8.
Sir	*Joseph John Thomson* in Cambridge	1910 Juli 28.
Hr.	*August Toepler* in Dresden	1879 März 13.
-	*Gustav von Tschermak* in Wien	1881 März 3.
Sir	*William Turner* in Edinburg	1898 März 10.
Hr.	*Woldemar Voigt* in Göttingen	1900 März 8.
-	*Johannes Diderik van der Waals* in Amsterdam	1900 Febr. 22.
-	*Otto Wallach* in Göttingen	1907 Juni 13.
-	*Eugenius Warming* in Kopenhagen	1899 Jan. 19.
-	*Heinrich Weber* in Strassburg	1896 Jan. 30.
-	*August Weismann* in Freiburg i. Br.	1897 März 11.
-	*Wilhelm Wien* in Würzburg	1910 Juli 14.
-	*Julius von Wiesner* in Wien	1899 Juni 8.
-	*Ferdinand Zirkel* in Bonn	1887 Oct. 20.

Philosophisch-historische Classe.

	Datum der Wahl
Hr. *Karl von Amira* in München	1900 Jan. 18.
- *Ernst Immanuel Bekker* in Heidelberg	1897 Juli 29.
- *Friedrich von Bezold* in Bonn	1907 Febr. 14.
- *Eugen Bormann* in Wien	1902 Juli 24.
- *Émile Boutroux* in Paris	1908 Febr. 27.
- *James Henry Breasted* in Chicago	1907 Juni 13.
- *Ingram Bywater* in London	1887 Nov. 17.
- *René Cagnat* in Paris	1904 Nov. 3.
- *Arthur Chuquet* in Villemomble (Seine)	1907 Febr. 14.
- *Samuel Rolles Driver* in Oxford	1910 Dec. 8.
- *Louis Duchesne* in Rom	1893 Juli 20.
- *Benno Erdmann* in Berlin	1903 Jan. 15.
- *Julius Euting* in Strassburg	1907 Juni 13.
- *Paul Foucart* in Paris	1884 Juli 17.
- *Wilhelm Fröhner* in Paris	1910 Juni 23.
- *Percy Gardner* in Oxford	1908 Oct. 29.
- *Ignaz Goldziher* in Budapest	1910 Dec. 8
- *Theodor Gomperz* in Wien	1893 Oct. 19.
- *Francis Llewellyn Griffith* in Oxford	1900 Jan. 18.
- *Gustav Gröber* in Strassburg	1900 Jan. 18.
- *Ignazio Guidi* in Rom	1904 Dec. 15.
- *Georgios N. Hatzidakis* in Athen	1900 Jan. 18.
- *Albert Hauck* in Leipzig	1900 Jan. 18.
- *Bernard Haussoullier* in Paris	1907 Mai 2.
- *Barclay Vincent Head* in London	1908 Oct. 29.
- *Johan Ludvig Heiberg* in Kopenhagen	1896 März 12.
- *Karl Theodor von Heigel* in München	1904 Nov. 3.
- *Antoine Héron de Villefosse* in Paris	1893 Febr. 2.
- *Léon Heuzey* in Paris	1900 Jan. 18.
- *Harald Hjärne* in Upsala	1909 Febr. 25.
- *Maurice Holleaux* in Athen	1909 Febr. 25.
- *Edvard Holm* in Kopenhagen	1904 Nov. 3.
- *Théophile Homolle* in Paris	1887 Nov. 17.
- *Christian Hülsen* in Florenz	1907 Mai 2.
- *Adolf Jülicher* in Marburg	1906 Nov. 1.
- *Karl Justi* in Bonn	1893 Nov. 30.
- *Frederic George Kenyon* in London	1900 Jan. 18.
- *Georg Friedrich Knapp* in Strassburg	1893 Dec. 14.
- *Basil Latyschew* in St. Petersburg	1891 Juni 4.
- *Friedrich Leo* in Göttingen	1906 Nov. 1.
- *August Leskien* in Leipzig	1900 Jan. 18.
- *Émile Levasseur* in Paris	1900 Jan. 18.
- *Friedrich Loofs* in Halle a. S.	1904 Nov. 3.
- *Giacomo Lumbroso* in Rom	1874 Nov. 12.

Philosophisch-historische Classe.

	Datum der Wahl		
Hr. *Arnold Luschin von Ebengreuth* in Graz	1904	Juli	21.
- *John Pentland Mahaffy* in Dublin	1900	Jan.	18.
- *Gaston Maspero* in Paris	1897	Juli	15.
- *Wilhelm Meyer-Lübke* in Wien	1905	Juli	6.
- *Ludwig Mitteis* in Leipzig	1905	Febr.	16.
- *Gabriel Monod* in Versailles	1907	Febr.	14.
- *Heinrich Nissen* in Bonn	1900	Jan.	18.
- *Georges Perrot* in Paris	1884	Juli	17.
- *Edmond Pottier* in Paris	1908	Oct.	29.
- *Franz Praetorius* in Breslau	1910	Dec.	8.
- *Wilhelm Radloff* in St. Petersburg	1895	Jan.	10.
- *Pio Rajna* in Florenz	1909	März	11.
- *Moriz Ritter* in Bonn	1907	Febr.	14.
- *Karl Robert* in Halle a. S.	1907	Mai	2.
- *Anton E. Schönbach* in Graz	1906	Juli	5.
- *Richard Schroeder* in Heidelberg	1900	Jan.	18.
- *Eduard Schwartz* in Freiburg i. Br.	1907	Mai	2.
- *Émile Senart* in Paris	1900	Jan.	18.
- *Eduard Sievers* in Leipzig	1900	Jan.	18.
- *Henry Sweet* in Oxford	1901	Juni	6.
Sir *Edward Maunde Thompson* in London	1895	Mai	2.
Hr. *Vilhelm Thomsen* in Kopenhagen	1900	Jan.	18.
- *Girolamo Vitelli* in Florenz	1897	Juli	15.
- *Julius Wellhausen* in Göttingen	1900	Jan.	18.
- *Wilhelm Wilmanns* in Bonn	1906	Juli	5.
- *Ludvig Wimmer* in Kopenhagen	1891	Juni	4.
- *Wilhelm Windelband* in Heidelberg	1903	Febr.	5.
- *Wilhelm Wundt* in Leipzig	1900	Jan.	18.

INHABER DER HELMHOLTZ-MEDAILLE.

Hr. *Santiago Ramón y Cajal* in Madrid (1904).
- *Emil Fischer* in Berlin (1908).

INHABER DER LEIBNIZ-MEDAILLE.

a. Der Medaille in Gold.

Hr. *James Simon* in Berlin (1907).
- *Ernest Solvay* in Brüssel (1909).
- *Henry T. von Böttinger* in Elberfeld (1909).

Joseph Florimond Duc *de Loubat* in Paris (1910).

b. Der Medaille in Silber.

Hr. *Karl Alexander von Martius* in Berlin (1907).
- *A. F. Lindemann* in Sidmouth, England (1907).
- *Johannes Bolte* in Berlin (1910).
- *Karl Zeumer* in Berlin (1910).
- *Albert von Le Coq* in Berlin (1910).
- *Johannes Ilberg* in Wurzen (1910).
- *Max Wellmann* in Potsdam (1910).
- *Robert Koldewey* in Babylon (1910).
- *Gerhard Hessenberg* in Breslau (1910).

BEAMTE DER AKADEMIE.

Bibliothekar und Archivar der Akademie: Dr. *Köhnke.*

Bibliothekar und Archivar der Deutschen Commission: Dr. *Behrend.*

Wissenschaftliche Beamte: Dr. *Dessau*, Prof. — Dr. *Harms*, Prof. — Dr. *von Fritze.* — Dr. *Karl Schmidt*, Prof. — Dr. Frhr. *Hiller von Gaertringen*, Prof. — Dr. *Ritter.*

WOHNUNGEN DER ORDENTLICHEN MITGLIEDER UND DER BEAMTEN.

Hr. Dr. *Auwers,* Prof., Wirkl. Geh. Ober-Regierungs-Rath, Lindenstr. 91. SW 68.
- - *Branca,* Prof., Geh. Bergrath, Lutherstr. 47. W 62.
- - *Brandl,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Kaiserin Augusta-Str. 73. W 10.
- - *Brunner,* Prof., Wirkl. Geh. Rath, Lutherstr. 36. W 62.
- - *Burdach,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Grunewald, Schleinitzstr. 6.
- - *Conze,* Professor, Grunewald, Wangenheimstr. 17.
- - *Diels,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Nürnberger Str. 65. W 50.
- - *Dilthey,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Grunewald, Siemensstr. 37.
- - *Dressel,* Professor, Kronenstr. 16. W 8.
- - *Engler,* Prof., Geh. Ober-Regierungs-Rath, Dahlem bei Steglitz, Altensteinstr. 2.
- - *Erman,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Dahlem bei Steglitz, Peter Lenné-Str. 72.
- - *Fischer,* Prof., Wirkl. Geh. Rath, Hessische Str. 2. N 4.
- - *Frobenius,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Charlottenburg, Leibnizstr. 83.
- - *Harnack,* Prof., Wirkl. Geh. Rath, Grunewald, Kunz Buntschuh-Str. 2.
- - *Helmert,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Potsdam, Geodätisches Institut.
- - *Hertwig,* Prof., Geh. Medicinal-Rath, Grunewald, Wangenheimstr. 28.
- - *Heusler,* Professor, Victoria Luise-Platz 12. W 30.
- - *Hirschfeld,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Charlottenburg, Mommsenstr. 6.
- - *van't Hoff,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Steglitz, Filandastr. 9.
- - *Kekule von Stradonitz,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Landgrafenstr. 19. W 62.
- - *Koser,* Wirkl. Geh. Ober-Regierungs-Rath, Charlottenburg, Carmerstr. 10.
- - *Lenz,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Augsburger Str. 39. W 50.
- - *Liebisch,* Prof., Geh. Bergrath, Charlottenburg, Kantstr. 31.
- - *Lüders,* Professor, Charlottenburg, Sybelstr. 20.
- - *Martens,* Prof., Geh. Ober-Regierungs-Rath, Gross-Lichterfelde-West, Fontanestr. 22.
- - *Meyer,* Professor, Gross-Lichterfelde-West, Mommsenstr. 7/8.
- - *Morf,* Professor, Halensee, Kurfürstendamm 100.
- - *Müller,* Professor, Zehlendorf, Berliner Str. 3.
- - *Müller-Breslau,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Grunewald, Kurmärker Str. 8.
- - *Munk,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Matthäikirchstr. 4. W 10.
- - *Nernst,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Am Karlsbad 26a. W 35.
- - *Orth,* Prof., Geh. Medicinal-Rath, Grunewald, Humboldtstr. 16.
- - *Penck,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Knesebeckstr. 48/49. W 15.

Hr. Dr. *Planck,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Grunewald, Wangenheimstr. 21.
- - *Roethe,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Westend, Ahornallee 39.
- - *Rubens,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Neue Wilhelmstr. 16. NW 7.
- - *Rubner,* Prof., Geh. Medicinal-Rath, Kurfürstenstr. 99a. W 62.
- - *Sachau,* Prof., Geh. Ober-Regierungs-Rath, Wormser Str. 12. W 62.
- - *Schäfer,* Prof., Grossherzogl. Badischer Geh. Rath, Steglitz, Friedrichstr. 7.
- - *Schmidt,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Augsburger Str. 43. W 50.
- - *von Schmoller,* Prof., Wirkl. Geh. Rath, Wormser Str. 13. W 62.
- - *Schottky,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Steglitz, Fichtestr. 12a.
- - *Schulze, Franz Eilhard,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Invalidenstr. 43. N 4.
- - *Schulze, Wilhelm,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Kaiserin Augusta-Str. 72. W 10.
- - *Schwarz,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Grunewald, Humboldtstr. 33.
- - *Schwendener,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Matthäikirchstr. 28. W 10
- - *Seler,* Professor, Steglitz, Kaiser Wilhelm-Str. 3.
- - *Struve,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Enckeplatz 3a. SW 48.
- - *Stumpf,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Augsburger Str. 45. W 50.
- - *Vahlen,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Genthiner Str. 22. W 35.
- - *Waldeyer,* Prof., Geh. Medicinal-Rath, Lutherstr. 35. W 62.
- - *Warburg,* Professor, Charlottenburg, Marchstr. 25b.
- - *von Wilamowitz-Moellendorff,* Prof., Wirkl. Geh. Rath, Westend, Eichenallee 12.
- - *Wölfflin,* Prof., Geh. Regierungs-Rath, Halensee, Kurfürstendamm 160.
- - *Zimmermann,* Wirkl. Geh. Ober-Baurath, Calvinstr. 4. NW 52.

Hr. Dr. *Behrend,* Bibliothekar und Archivar der Deutschen Commission, Gross-Lichterfelde-West, Knesebeckstr. 8a.
- - *Dessau,* Professor, Wissenschaftlicher Beamter, Charlottenburg, Carmerstr. 8.
- - *von Fritze,* Wissenschaftlicher Beamter, Courbièrestr. 14. W 62.
- - *Harms,* Professor, Wissenschaftlicher Beamter, Friedenau, Ringstr. 44.
- - Freiherr *Hiller von Gaertringen,* Professor, Wissenschaftlicher Beamter, Westend, Ebereschenallee 11.
- - *Köhnke,* Bibliothekar und Archivar, Charlottenburg, Goethestr. 6.
- - *Ritter,* Wissenschaftlicher Beamter, Friedrichshagen, Seestr. 71.
- - *Schmidt, Karl,* Professor, Wissenschaftlicher Beamter, Bayreuther Str. 20. W 62.

SITZUNGSBERICHTE

1911.

I.

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

12. Januar. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Sachau sprach über den Papyrus 6 der Elephantine-Sammlung. (Ersch. später.)

Derselbe ist zwar nur sehr fragmentarisch erhalten, verdient aber durch seine Berührung mit dem Alten Testament besondere Beachtung. Es ist ein Sendschreiben, welches der Statthalter Arsames auf Befehl von König Darius II. durch Vermittelung eines Hananjah an die jüdische-Militärcolonie in Elephantine richtete. Der Inhalt bezieht sich auf die Passah-Feier und ist in der Hauptsache ein Auszug aus Exodus 12, 16—20 sowie aus Deuteronomium 16, 17. Das Schreiben ist datirt vom Jahre 5 des Darius II. oder 419 v. Chr. Geb.

2. Derselbe legt eine Abhandlung des Hrn. Generalconsul a. D. Dr. J. Mordtmann in Constantinopel über das türkische Fürstengeschlecht der Karasi in Mysien vor.

3. Vorgelegt wurde Bd. 5 des von der Akademie unterstützten Werkes A. Fischer, Das deutsche evangelische Kirchenlied des 17. Jahrhunderts. Vollendet und hrsg. von W. Tümpel. Gütersloh 1911.

Über das türkische Fürstengeschlecht der Karasi in Mysien.

Von Dr. J. Mordtmann, Generalkonsul a. D.
in Konstantinopel.

(Vorgelegt von Hrn. Sachau.)

Unter den türkischen Dynastien, die nach dem Untergange des Seldschukidenreiches von Konia im westlichen Kleinasien auftauchen und in den byzantinischen Grenzprovinzen kleine selbständige Reiche gründeten, hat die der Karasi, قرهسى, von Mysien, das kürzeste Dasein geführt; schon nach wenigen Jahrzehnten wurde ihr Länderbesitz von den Osmanen von Brussa aufgesogen.

Die Anfänge der Dynastie liegen im Dunkel. Nikephoros Gregoras (1295—1360) berichtet 1,214 über die Verhältnisse in Kleinasien zu Anfang des 14. Jahrhunderts:

»Die Türken hatten sich verständigt und den ganzen Länderbesitz der Romäer in Asien durch das Los unter sich verteilt. Der Karamane Alisurios besetzte den größeren Teil des inneren Phrygiens und dazu die Gegend bis nach Philadelphia und bis in die nächste Nähe von Antiochia am Mäander, Sarchanes die Gegenden von dort bis Smyrna und die diesseitigen Küstengebiete von Ionien; die Umgebung von Magnesia, Priene und Ephesos hatte sich ein anderer Satrap, Sasan, angeeignet, das Land von Lydien und Äolien bis Mysien am Hellespont ein gewisser Kalamis und sein Sohn Karasi, den Olymp und die bithynischen Landschaften Atman, die Gegend am Sangarios bis Paphlagonien hatten die Söhne des Amurios unter sich verteilt[1].«

[1] ἐς δὲ ξυμφωνίαν ἤδη ἠληλυθότες οἱ Τοῦρκοι κλήρῳ διέλαχον πᾶσαν, ὁπόση τῆς τῶν Ῥωμαίων ἡγεμονίας ἐτύγχανε γῆ κατὰ τὴν Ἀσίαν. κατέσχον οὖν, ὁ μὲν Καρμανὸς Ἀλισούριος τὰ πλείω τῆς μεσογείου Φρυγίας καὶ ἔτι τὰ μέχρι Φιλαδελφείας καὶ τῶν ἔγγιστα πάντων ἀπὸ τῆς περὶ Μαίανδρον τὸν ποταμὸν Ἀντιοχείας· τὰ δ᾽ ἐκεῖθεν μέχρι ἀμύφνης καὶ τῶν ἐντὸς παφαλίων τῆς Ἰωνίας ἕτερος, ὄνομα Σαρχάνης. τὰ γὰρ περὶ Μαγνησίαν καὶ Πριήνην καὶ Ἔφεσον φθάσας ὑφείλετο σατράπης ἕτερος, ὄνομα Σασάν· τὰ δ᾽ ἀπὸ Λυδίας καὶ Αἰολίδος ἄχρι Μυσίας τῆς πρὸς τῷ Ἑλλησπόντῳ ὅ,τε Καλάμης λεγόμενος καὶ ὁ παῖς αὐτοῦ Καρασῆς· τὰ δὲ περὶ τὸν Ὄλυμπον καὶ ὅσα τῆς Βιθυνίας ἑξῆς ἕτερος ὄνομα Ἀτμᾶν· τὰ δ᾽ ἀπὸ τοῦ ποταμοῦ Σαγγαρίου μέχρι Παφλαγονίας με-

Der »Karamane Alisurios« ist der Herrscher von Kjutahia (Kotyäon) Alischîr, Sohn des Kermian, der um die Mitte des 13. Jahrhunderts anzusetzen ist; Sarchanes, der Stammvater der Saruchânoglu in Magnesia am Sipylos; Sasan wird nur hier und bei Pachymeres (II 589) sowie in einer zufällig erhaltenen Notiz (Ἑλληνομνήμων 1, 209ff.) als Eroberer von Ephesos genannt. Atman ist natürlich Osman. Dagegen hat der Autor die Aidinoglu und die Mentescheoglu vergessen. Der um einige Dezennien ältere Pachymeres (1242—1310) nennt 2, 316 unter den Bedrängern der Romäer zur Zeit des Andronikos Palaeologos Ἀμούριον καὶ Λαμίνσην καὶ Ἀτμᾶνα, und an einer späteren Stelle (II 389), wo er das Vordringen der türkischen Horden in Bithynien, Mysien, Phrygien, Lydien und Kleinasien erwähnt, ruft er aus:

»Das ist das Werk der Ἀμούριοι (Umur), Ἀτμᾶνες (Osman), Ἀτῖναι (Aïdin), Ἀλισύραι (Alischîr), Μανταχίαι (Mentesche), Σαλαμπάξιδες (?), Ἀλαΐδες (Alaeddin), Ἀμηραμάναι, Λαμίσαι, Σφονδύλαι (Isfendiar) und Παργαῖναι (?) und wie sonst ihre abscheulichen, verwünschten Namen lauten.«

Wie an der ersten Stelle Λαμίνσης mit Umur und Osman, so stehen hier die Umur mit den Osman und die Λαμίσαι mit den Isfendiar und bei Gregoras a. a. O. Καλαμής, Osman und die Söhne des Umur zusammen. Es liegt daher nahe, zu vermuten, daß der Καλάμης des Gregoras identisch ist mit dem Λαμίνσης (Λαμίσης) des Pachymeres; vielleicht steckt darin der orientalische Name علمشاه (Alemschâh) oder قلمشاه (Kalemschâh, s. Ibn Batoutah, Voy. ed. Defrémery II 281).

Dukas S. 13 erwähnt, daß unter Andronikos, dem Paläologen, gleichzeitig mit dem Falle von Ephesos u. a. Magnesia nebst Pergamon und der ganzen Eparchie Μαγεδῶν von Saruhan, ganz Phrygien von Kermian, »das andere Großphrygien« (ἑτέρα Φρυγία μεγάλη) aber von Assus bis an den Hellespont von Karasi erobert worden sei.

Wann die einzelnen Gebietsteile des alten Mysiens bzw. der späteren Landschaft Karasi-eli (»Land des Karasi«) von den Scharen des Karasi besetzt worden sind, läßt sich nicht mehr feststellen.

Edremid, das Ἀτραμύτιον, Ἀτραμύντιον der späteren Byzantiner, und Assos haben sich ziemlich lange gehalten, auch nachdem schon die ganze Küste den Türken in die Hände gefallen war.

μερισμένως εἰς τοὺς Ἀμουρίου διέβησαν παῖδας. Diese Stelle ist von dem späten Laonikos Chalkokondyles S. 15 abgeschrieben und teilweise verballhornt worden; sein Zeitgenosse Phrantzés (77) wiederholt ebenfalls die Angaben des Gregoras und setzt dabei Pergamon für Priene ein — oder vielmehr die Bonner Ausgabe: denn die Altersche Ausgabe hat nach dem Monacensis richtig Priene (cod. Mon.: Πρινήνην), und dies wäre beizubehalten gewesen.

Nach Adramyttion berief der Kaiser im Jahre 1283 eine Kirchenversammlung, um die hadernden Parteien der Arseniaten und Josephiten zu versöhnen (Pachymeres 2, 59; Nikeph. Gregoras 162, 166), und etwa um dieselbe Zeit kam der Seldschukide Melik Masur (vielmehr Mesud) dorthin, um sich die Unterstützung des Kaisers zu sichern (Pachymeres 2, 327f. 612); wenige Jahre später erfahren wir, daß der genuesische Herr von Phokäa, Manuele Zaccaria (1275—1288), den Schutz der Stadt gegen die Türken übernommen hatte (Pachymeres 2, 557f.). Assus war noch zu Anfang des 14. Jahrhunderts in Händen der Griechen, wurde aber dann von den Einwohnern geräumt, die nach Mytilene übersiedelten (Pachymeres II 437).

Von Kyzikos aus unternahmen im Jahre 1303 die Katalanen ihre siegreichen Vorstöße gegen die Türken, wodurch den Griechen der Besitz dieses Gebietes für einige Jahre gesichert wurde. Dorthin begab sich der Kaiser im Jahre 1328, um die Kapelle der Θεομήτωρ von Hyrtakion (d. i. das alte Artake, heute Erdek) zu besuchen, hauptsächlich aber um mit τὸν τῆς Φρυγίας ἄρχοντα Ταμηρχάνην τὸν τοῦ Γιαξῆ ταῖς κατὰ τὸν Ἑλλήσποντον ἑῴαις πόλεσιν ἐπικείμενον οὔσαις ὑπηκόοις βασιλεῖ zu verhandeln (Kantakuzenos I 339).

Als Ibn Batuta etwa im Jahre 1330 Kleinasien bereiste, besuchte er in Bergama den Sultan Jachschi Khan und in Balikesri Demur Khan; von Balikesri sagt er, daß der Vater des Demur Khan diese Stadt wieder hergestellt habe: er meint Jachschi Khan.

Der Tamer Khan, Sohn des Jaxi, bei Kantakuzenos ist natürlich identisch mit dem Demur Khan, Sohn des Jachschi Khan, bei Ibn Batuta.

Nun nennt Kantakuzenos im späteren Teile seines Geschichtswerkes zwei Persönlichkeiten, die wir zunächst als Angehörige der Karasidynastie anzusprechen geneigt sind, deren Existenz aber sich nicht mit den Angaben der türkischen Historiker vereinigen läßt. II 65 (a. 1341) berichtet er, daß Saruhân, der Herr von Lydien, und Jachschi (Γιαξῆς) einen Streifzug gegen Thrakien vorbereiteten; des weiteren, S. 69ff., daß persische Streitkräfte, die aus Pergamon gekommen waren ἧς Γιαξῆς σατράπης ἦν, in den Thrakischen Chersones eingefallen waren. Der Domestikos schlug diese sowie eine zweite Schar, die ebendaher stammte, so daß Jachschi sich zum Frieden bequemte.

Im Jahre 1343 (Muralt 1344) liefert Vatatzes dem Kantakuzen die festen Plätze des Chersones mit Ausnahme von Gallipoli und Hexamilion aus. Während der Kaiser sich dort aufhielt, traf Suleiman τῶν κατὰ τὴν Ἀσίαν σατραπῶν εἷς, mit ihm bei Ägospotamoi zusammen und stellt ihm Reiter und Fußvolk (II, 476). Nikephoros Gregoras, der dieselben Ereignisse erzählt, erwähnt S. 741, daß Vatatzes über

bedeutende Streitkräfte aus Asien verfügte, ἣν ἐκ Τροίαϲ ἐξητηκότι πέπομφεν ὁ ϲατράπηϲ Ϲουλιμάν, γαμβρὸϲ ἐπὶ θυγατρὶ πρὸ Βραχέοϲ αὐτῷ καταϲτάϲ.

II 507 erzählt Kantakuzenos, daß seine Gegner (im Jahre 1345) den Sultan Orhan um Hilfe gegen ihn angegangen hätten sowie schon vorher, Ϲουλιμάν τὸν Καραϲῆ Φρυγίαϲ ϲατράπην, daß aber beide es abgelehnt hätten.

Es ist meines Erachtens völlig ausgeschlossen, daß die hier genannten, Jachschi und Suleiman, vom Sultan Orhan eingesetzte Beamte (Sandschakbege) sind: es sind vielmehr die letzten Ausläufer der Karasioglufamilie, wie es Kantakuzen in der zuletzt angeführten Stelle ausdrücklich sagt.

Wir hätten somit folgende Fürsten nachgewiesen:

1. Kalemschah (Καλάμηϲ, Λαμίϲηϲ).
2. Karasi قرەسی, Καραϲῆϲ.
3. Jachschi Khan (etwa 1330, residiert in Pergamon).
4. Demir Khan (Ταμηρχάνηϲ) etwa 1330.
5. Suleiman (etwa a. 1345; Schwiegersohn des Vatatzes, verbündet mit Kantakuzenos).

Wie bereits bemerkt, stehen die durchaus zuverlässig klingenden Nachrichten der Byzantiner über die letzten Herrscher der Karasidynastie in unlösbarem Widerspruche mit den Angaben der osmanischen Geschichtschreiber, die übereinstimmend berichten, daß das Land Karasi bereits im Jahre 735 oder 737 (1334 bzw. 1336) vom Sultan Orhan eingezogen sei.

Aschikpaschazadé, der älteste bekannte Historiker, berichtet S. 33 meiner Handschrift, daß der Karasioglu Adschlan beg عجلان بك bei seinem Tode zwei Söhne hinterließ, von denen einer, Tursun beg, am Hofe des Sultans Orhan lebte; die Bevölkerung verlangte diesen und sandte ihm Nachricht durch den Wesir Hadschi Elbegi. Darauf sprach Tursun beg zum Sultan: O mein Khan, ziehen wir in das Land; die Städte Balikesri, Bergama und Edremid mit allen Dependenzen sollen dir gehören, schenke mir nur Kyzijldsche Tuzla und Mahram (d. i. Assus) und diese Gegenden. Darauf zog Orhan aus, eroberte Ulubat (Lopadium), Bilujüz (Gulioz) und Abulliont (am See von Apollonias); Kalamesturia, die griechische Herrscherin von Kermasti, und ihr Bruder Mihalidsch unterwarfen sich freiwillig; als der Sultan sich Balikesri näherte, flüchtete der Sohn des Adschlan beg von dort und schloß sich in Bergama ein, wohin ihm der Sultan folgte. Tursun beg ging vor die Festung, um mit seinem Bruder zu reden;

da wurde er versehentlich durch einen Pfeilschuß getötet. Da ergrimmte der Sultan und befahl, daß das Land fortan ihm gehören sollte; die Bevölkerung unterwarf sich, und man beließ den Timarioten ihre Lehen. Das geschah im Jahre 735 (1334/35). Kanzelgebet und Münze gingen auf Sultan Orhan über; der Karasioglu zog mit Vertrag ab und wurde nach Brussa geschickt, wo er nach zwei Jahren starb. Das Land des Karasi aber erhielt Suleiman Pascha, der älteste Sohn des Sultans, zum Lehen. Hiermit stimmt wörtlich die sog. Haniwaldsche Chronik in Leunclavius, Hist. Musulm. Turcorum (Frankfurt 1591) S. 196 ff. überein[1]; die übrigen Geschichtschreiber:

Seadeddin I 47;
Munedjimbaschi III 36 und 288;
'Alî, künh elahbâr, V 43, 45;
Hadschi Khalfa, Dschihannumâ, 661

wissen auch im Grunde nicht mehr zu berichten, obwohl sie zum Teil sehr viel ausführlicher sind, namentlich Seadeddin, der die Geschichte pragmatisch zu gestalten versucht. Daß sie alle auf eine einzige Quelle zurückgehen, die in ihrer ursprünglichsten Form bei Aschikpaschazadé vorliegt, beweist der Umstand, daß keiner von ihnen den Namen des älteren Bruders des Tursunbeg anzugeben vermag[2]. Wenn sie bald 735, bald 737 H. als Datum der Eroberung angeben, so mag letzteres vielleicht das Datum des Todes des letzten Karasioglu sein, der, wie Aschikpaschazadé sagt, das Ende seiner Herrschaft noch zwei Jahre überlebt hat.

Nun ist es sehr auffällig, daß der Sultan Orhan in seinem Schreiben an den Fürsten von Dschanik vom 1. Moharrem 741 = 27. Juni 1340 (in Feriduns Sammlung I, S. 76 der ersten Ausgabe), in dem über die Eroberung von Ulubad berichtet wird, mit keiner Silbe die Einziehung des Landes Karasi erwähnt. Das ist nur dann erklärlich, wenn dies Ereignis damals überhaupt noch nicht stattgefunden hatte. Wir werden wohl nicht in der Annahme fehlgehen, daß Sultan Orhan im Jahre 737 nur die paar griechischen Enklaven am See von Apollonias (Lopadium, Apollonias, Kirmasli, Mihalitsch), welche sein

[1] Die Ortsnamen sind bei Leunclavius mit wenigen Ausnahmen bis zur Unkenntlichkeit verstümmelt; v. Hammer, Osm. Gesch. I 110, behauptet, daß er aus Aschikpaschazadé schöpft, was tatsächlich unrichtig ist; er meint wahrscheinlich Neschrî.

[2] Nur Kantemir, Gesch. des Osm. Reichs (Hamburg 1745), S. 37, nennt ihn Kasim; glücklicherweise können wir noch die Quelle dieser Angabe nachweisen; es sind die Worte des Seadeddin (I 47 des Druckes):

عجلان بك وفات ايد وب . . . . . . بيوك اوغلى قائم مقام پدر . . . . اوليجق

(d. i. als Adschlan beg gestorben und sein älterer Sohn an seine Stelle getreten war usw.). in denen Kantemir das Wort قائم in قاسم verlesen hat.

Gebiet von dem der Karasioglu trennten, eroberte, und erst mehrere Jahre später — etwa 1345 — letzteres selber eingezogen hat. In der Überlieferung der Osmanen sind dann beide Begebenheiten chronologisch verschmolzen worden.

Münzen der Karasifürsten sind bisher nicht zutage gekommen, ebensowenig Inschriften, wenn nicht noch solche in Balikesri oder sonstwo sich erhalten haben; in Bergama ist eine kleine Moschee (die sog. Arabdjamissi), die anscheinend aus vorosmanischer Zeit stammt.

Nach Munedschimbaschi 3, 36 umfaßte das Gebiet der Karasioglu folgende Städte:

Balikesri (Residenz), Edindschik, Manias, Bergama, Edremid, Kemer Edremid, Bunarhissar, Ivrindi, Ajasmend, Bighaditsch, Mandahoria, Syndirghi, Gördes, Demirdschi, Kyzyldscha Tuzla, Basch Kelembé.

Aus Aschikpaschazades Erzählung ist noch hinzuzufügen Mahram (das ist Assus, heute Behramköï) sowie aus der Quelle von Hammers (Osm. Gesch. I, 111) Tarhala, das ist Soma[1].

[1] Tarhala bei Soma war ursprünglich Sitz des Kadis des Distrikts von Soma; später aber wurde die Verwaltung nach Soma verlegt, und Tarhala geriet in Vergessenheit (Djihannumâ S. 656, 659, 673).

Ausgegeben am 19. Januar.

SITZUNGSBERICHTE 1911.

DER II.

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

12. Januar. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Waldeyer.

1. Hr. Helmert las über die Genauigkeit der Dimensionen des Hayford'schen Erdellipsoids.

Die Landesvermessung der Vereinigten Staaten von America hat in dem letzten Jahrzehnt ihre ausgedehnten Dreiecksmessungen zusammengefasst und mit Hülfe zahlreicher astronomischer Ortsbestimmungen zu einer Neubestimmung des Erdellipsoids benutzt. Zum ersten Male wurden dabei an die beobachteten astronomischen Werthe Verbesserungen nach Maassgabe der Pratt'schen Gleichgewichtstheorie der Erdkruste angebracht, um den Einflüssen der continentalen Erhebung und der Gebirge Rechnung zu tragen und zu möglichst normalen Werthen für das Erdellipsoid zu gelangen. Der günstige Erfolg spiegelt sich in der grossen Genauigkeit der Ergebnisse wieder, obwohl dieselbe nur halb so gross ist, als der Leiter der Arbeiten annimmt.

2. Hr. Frobenius trug eine Arbeit vor: Über den Rang einer Matrix.

Über den Rang einer zusammengesetzten Matrix werden eine Reihe von Sätzen entwickelt, die dazu benutzt werden, den Rang einer Function einer Matrix zu berechnen und seine Beziehung zu den Exponenten der Elementartheiler ihrer charakteristischen Determinante zu entwickeln.

3. Hr. Orth legte eine Abhandlung der HH. Prof. J. Morgenroth und Dr. L. Halberstaedter in Berlin vor: Über die Beeinflussung der experimentellen Trypanosomeninfection durch Chinin und Chininderivate.

Hier wird im Anschluss an eine früher vorgelegte Mittheilung der Nachweis erbracht, dass das Hydrochinin bei gleicher Giftigkeit eine erheblich höhere Wirksamkeit gegen die Trypanosomen besitzt als das Chinin. Was für die Trypanosomen gilt, wird wohl auch für die Malariaparasiten gelten, und so darf jetzt der Zeitpunkt als gekommen erachtet werden, wo mit Versuchen zur Behandlung der Malaria mit Hydrochinin begonnen werden sollte.

4. Hr. Hertwig überreichte die 4. Auflage seines Werkes: Die Elemente der Entwicklungslehre des Menschen und der Wirbeltiere. Jena 1910.

Über die Genauigkeit der Dimensionen des HAYFORDschen Erdellipsoids.

Von F. R. HELMERT.

1.

Die Vermessungsbehörde der Vereinigten Staaten von Amerika, die Coast and Geodetic Survey in Washington, die unter der ausgezeichneten Leitung des Hrn. O. H. TITTMANN steht, hat im Jahre 1909 ein vom Vorsteher des Rechnungswesens, Hrn. JOHN F. HAYFORD, verfaßtes Werk unter dem Titel »The Figure of the Earth and Isostasy from Measurements in the United States« veröffentlicht, worin zum ersten Male bei der Ableitung der mathematischen Erdfigur eine Reduktion der Beobachtungen nach der Hypothese von PRATT durchgeführt wird (vgl. hierzu meine Abhandlung in den Sitzungsberichten von 1909, S. 1192—1198).

Im Jahre 1910 ist von demselben Verfasser eine Ergänzung erschienen: »Supplementary Investigation in 1909 of the Figure of the Earth and Isostasy«, worin die Untersuchung mit einem bedeutend reicheren Beobachtungsmaterial wiederholt wird.

Endlich wurde im 1. Teile der »Verhandlungen der Internationalen Erdmessung in London und Cambridge 1909« S. 365ff. von HAYFORD der Nachweis geliefert, daß auch die Abweichungen der in den Vereinigten Staaten von Amerika beobachteten Werte der Intensität der Schwerkraft von der Normalformel im großen und ganzen der Isostasie gut entsprechen.

Die Berechnung der Erddimensionen erfolgte für 3 Werte der Tiefe der Ausgleichsfläche (über welcher die Dichtigkeit der festen Erdkruste als in jeder Vertikalen für sich als konstant angenommen wird). Es sind die Werte in Kilometern: 162.2, 120.9 und 113.7. Zu jedem derselben gehört eine Fehlerquadratsumme der Beobachtungsgleichungen, die hinsichtlich der geodätischen Unbekannten ein Minimum ist. Durch ein interpolatorisches Verfahren finden sich dann aus den drei behandelten Fällen die günstigsten Werte, für welche die Fehlerquadratsumme nun auch noch hinsichtlich der Tiefe der Ausgleichsfläche ein Minimum ist. Wie schon in meiner obenerwähnten

Abhandlung bemerkt wurde, stimmt dieses Ergebnis mit dem aus Schwerestörungen abgeleiteten bis auf wenige Kilometer überein, obwohl beide Bestimmungen auf einige Zehner von Kilometern unsicher sind und man daher auf einen größeren Unterschied gefaßt sein mußte.

Für den von mir aus den Schwerestörungen an den Küsten abgeleiteten Wert der Tiefe T der Ausgleichsfläche konnte ich die Unsicherheit durch Berechnung des mittleren Fehlers nach den gewöhnlichen Regeln der Ausgleichungsrechnung ableiten.

Bei der amerikanischen Ableitung liegt die Sache anders, weil die Tiefe T nicht in den Fehlergleichungen auftritt. Da nun hier die übliche Methode versagt, so wird der Weg eingeschlagen, für mehrere regionale Gruppen der übrigbleibenden Fehler die günstigste Tiefe T abzuleiten. In der zweiten Abhandlung sind es 14 Gruppen. Aus der Betrachtung dieser Werte wird dann in nicht näher erläuterter Weise der Schluß gezogen, daß in den Vereinigten Staaten die Tiefe der Ausgleichsfläche zwischen 100 und 140 km enthalten sei, bei 122 km als wahrscheinlichstem Wert (1910, S. 58).

So schätzenswert diese Betrachtung hinsichtlich des Erkennens systematischer Einflüsse ist (wie ja überhaupt die beiden Abhandlungen noch reich an anderen Betrachtungen sind, die dem gleichen Zwecke, insbesondere auch der Prüfung der Zulässigkeit der Annahme gleichmäßiger Kompensation dienen), so drängt sich doch unwillkürlich dem Leser die Frage auf, ob man nicht aus dem vorliegenden Zahlenmaterial in einfacher Weise auch das Gewicht für die Unbekannte T entsprechend den üblichen Voraussetzungen der Methode der kleinsten Quadrate herleiten könne.

Wie man dieses Gewicht nach den bekannten Regeln zu bestimmen hätte, wenn man keine Mühe zu scheuen brauchte, ist von vornherein klar. Man hätte nämlich in die Fehlergleichungen noch je ein Glied aufzunehmen, welches als Unbekannte eine Verbesserung ΔT eines Näherungswertes T. mit dem die isostatischen Verbesserungen der Lotabweichungen berechnet zu denken sind, enthielte. Als Koeffizienten einer sehr kleinen Verbesserung ΔT treten dabei die Differentialquotienten der bezüglichen Verbesserungen der Lotabweichungen nach T auf. Diese Koeffizienten wären also zu berechnen.

Es ist aber nicht nötig, diese mühsame Rechnung auszuführen, indem das schon vorliegende Rechnungsmaterial auch zur Gewichtsbestimmung von T ausreicht.

Da die Lösung dieser Aufgabe vielleicht noch in anderen Fällen der Anwendung der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinen Quadrate von Bedeutung werden kann, so soll sie hier vorgeführt werden, zugleich mit einer Anwendung auf den besprochenen Fall.

2.

Die Anzahl der Unbekannten ist im amerikanischen Problem bei der zweiten Abhandlung gleich 6, nämlich 2 Lotabweichungskomponenten im gewählten Nullpunkt der Vermessung, eine Orientierungskonstante, 2 Parameter des Erdellipsoids und die Tiefe der Ausgleichsfläche. (Bei der ersten Abhandlung kommen 2 Orientierungskonstanten vor; die Anzahl der Unbekannten ist somit 7.) Zur Ableitung der Formeln genügt es hier, nur 3 Unbekannte anzuschreiben. x, y und z seien kleine Verbesserungen von Näherungswerten derselben, so daß die Fehlergleichungen lineare Form annehmen. Die Gewichte dieser Gleichungen können wir der Einfachheit halber zu 1 voraussetzen.

Würde nun in üblicher Weise mit Fehlergleichungen gerechnet werden, die alle 3 Unbekannten enthielten, so sollen die günstigsten Werte der Unbekannten x_0, y_0 und z_0 sein.

Die Fehlergleichungen lauten etwa:

$$\lambda_i = -l_i + a_i x_0 + b_i y_0 + c_i z_0 \qquad i = 1 \ldots n. \qquad (1)$$

Die l_i sind hierbei die Unterschiede Beobachtung—Rechnung mit den Näherungswerten der Unbekannten. x_0, y_0, z_0 müssen somit als kleine Verbesserungen dieser Näherungswerte verstanden werden.

Die Normalgleichungen sind für $[\lambda\lambda]$ ein Minimum:

$$\left.\begin{array}{lll} [a\lambda] = 0 & \text{oder} & [al] = [aa]x_0 + [ab]y_0 + [ac]z_0 \\ [b\lambda] = 0 & \text{»} & [bl] = [ab]x_0 + [bb]y_0 + [bc]z_0 \\ [c\lambda] = 0 & \text{»} & [cl] = [ac]x_0 + [bc]y_0 + [cc]z_0. \end{array}\right\} \qquad (2)$$

Die reduzierten Normalgleichungen werden:

$$\left.\begin{array}{ll} [al] & = [aa]x_0 + [ab]y_0 + [ac]z_0 \\ [bl\cdot 1] & = \qquad [bb\cdot 1]y_0 + [bc\cdot 1]z_0 \\ [cl\cdot 2] & = \qquad\qquad [cc\cdot 2]z_0. \end{array}\right\} \qquad (3)$$

Das Gewicht ist nun für die Unbekannte z_0 bekanntlich gleich $[cc\cdot 2]$.

Wird bei Aufstellung der Fehlergleichungen das Glied $c_i z_0$ weggelassen, also der Näherungswert der 3. Unbekannten nicht verbessert, so ergeben sich anstatt der λ_i und der Werte der Unbekannten x_0 und y_0 etwa die Größen v_i und $x_0 + \xi$, $y_0 + \eta$. Der Allgemeinheit wegen nehmen wir an, daß nunmehr bei Bildung der Unterschiede Beobachtung—Rechnung für die 3. Unbekannte ein Wert eingeführt worden sei, der einer Verbesserung z des zu den l_i gehörigen Näherungswertes dieser Unbekannten entspricht. In den Fehlergleichungen

$$v_i = -l'_i + a_i x + b_i y \qquad (4)$$

oder

$$v_i = -l'_i + a_i(x_0 + \xi) + b_i(y_0 + \eta) \qquad (4^*)$$

ist dann mit Rücksicht auf die Beziehung l_i = Beobachtung—Rechnung, indem die Rechnungswerte um $c_i z$ zugenommen haben:

$$l_i' = l_i - c_i(z_0 + \zeta), \tag{5}$$

wenn noch $z = z_0 + \zeta$ gesetzt wird.

Hieraus folgt

$$v_i = \lambda_i + a_i\xi + b_i\eta + c_i\zeta \qquad i = 1 \ldots n. \tag{6}$$

Bildet man nun jetzt die Summen $[va]$, $[vb]$ und $[vc]$, deren beide ersten bei der Ausgleichung nach x und y mit Festhaltung von z gleich Null gesetzt werden, so folgt

$$\left.\begin{aligned} 0 &= [aa]\xi + [ab]\eta + [ac]\zeta \\ 0 &= [ab]\xi + [bb]\eta + [bc]\zeta \\ [vc] &= [ac]\xi + [bc]\eta + [cc]\zeta \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

und hieraus nach dem bekannten Verfahren des Übergangs zu den reduzierten Normalgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= [aa]\xi + [ab]\eta + [ac]\zeta \\ 0 &= \qquad [bb\cdot 1]\eta + [bc]\zeta \\ [vc] &= \qquad\qquad [cc\cdot 2]\zeta\,. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Nun erhält man aber aus den Fehlergleichungen v_i:

$$[v\lambda] = [\lambda\lambda]$$

und

$$[vv] = [\lambda\lambda] + [vc]\zeta\,.$$

Es ist also

$$[vv] = [\lambda\lambda] + [cc\cdot 2]\zeta^2, \tag{9}$$

oder mit Wiedereinführung von $\zeta = z - z_0$ aus $z = z_0 + \zeta$:

$$[vv] = \{[\lambda\lambda] + [cc\cdot 2]z_0^2\} - 2z_0[cc\cdot 2]z + [cc\cdot 2]z^2\,. \tag{10}$$

Hat man für 3 Werte der letzten Unbekannten z die Quadratsumme $[vv]$ auf Grund der Ausgleichung der anderen Unbekannten gebildet, also ausgehend von den Fehlergleichungen (4), wobei die l_i in den 3 Fällen entsprechend der Wahl von z verschiedene Werte annehmen, so kann man aus den 3 Werten von $[vv]$ mittels des Ausdrucks (10) die Größen $[\lambda\lambda]$, z_0 und $[cc\cdot 2]$ berechnen, d. h. die minimale Fehlerquadratsumme, den sichersten Wert von z und sein Gewicht.

Um dies auszuführen, schreiben wir:

$$[vv] = S - Uz + Pz^2 \tag{11}$$

mit

$$S = [\lambda\lambda] + [cc\cdot 2]z_0^2, \qquad U = 2z_0[cc\cdot 2], \qquad P = [cc\cdot 2]. \tag{12}$$

Entsprechend den 3 Annahmen für z sind 3 Gleichungen gegeben, welche aus (10) folgen:

$$\left.\begin{aligned} [vv]_1 &= S - Uz_1 + Pz_1^2 = s_1 \\ [vv]_2 &= S - Uz_2 + Pz_2^2 = s_2 \\ [vv]_3 &= S - Uz_3 + Pz_3^2 = s_3\,. \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Hierin sollen die s lediglich zur Abkürzung der Schreibweise für $[vv]$ dienen. Aus (13) ergibt sich:

$$P = -\frac{s_1(z_2 - z_3) + s_2(z_3 - z_1) + s_3(z_1 - z_2)}{(z_1 - z_2)(z_2 - z_3)(z_3 - z_1)}\,, \qquad (14)$$

$$U = -\frac{s_1(z_2^2 - z_3^2) + s_2(z_3^2 - z_1^2) + s_3(z_1^2 - z_2^2)}{(z_1 - z_2)(z_2 - z_3)(z_3 - z_1)}\,. \qquad (15)$$

S wird man zur Kontrolle aus allen 3 Gleichungen (13) ableiten. In den Ausdrücken für P und U kann man augenscheinlich die s um dieselbe beliebige Größe vermindern, was zur Erleichterung der Rechnung dient.

Endlich ist:

$$z_0 = U : 2P \qquad (16)$$

mit dem Gewicht P nach (14) und der Fehlerquadratsumme

$$[\lambda\lambda] = S - Pz_0^2\,. \qquad (17)$$

Die Formeln (13) bis (17) gelten für jede Anzahl von Unbekannten, wie leicht zu ersehen ist. Sie gelten also auch für das amerikanische Problem; nur ist unter z die Tiefe der Ausgleichsfläche T zu verstehen.

3.

Die vorliegenden amerikanischen Zahlenwerte sind folgende, wobei sich I auf das ältere Material mit $n = 507$ und 7 Unbekannten (1909, S. 114) und III auf das gesamte Material mit $n = 733$ und 6 Unbekannten (1910, S. 54) bezieht:

	$z = T - 113.7$	I	III
$T = 162.2$	$z_1 = 48.5$	$s_1 = 8220$	10297
120.9	$z_2 = 7.2$	$s_2 = 8020$	10063
113.7	$z_3 = 0$	$s_3 = 8013$	10077.

Die Formeln (14) bis (17) geben hierzu:

	I	III
$P =$	0.0798	0.1569
$U =$	−0.3976	+3.074
$z_0 =$	−2.49	+9.80
$T_0 =$	111.2	123.5
$[\lambda\lambda] =$	8013	10062.

Die plausibelsten Werte T_0 der Tiefe der Ausgleichsfläche und ihre mittleren Fehler werden hiernach in Kilometern:

$$\begin{aligned} &\text{I.}\quad T_0 = 111.2 \pm \sqrt{\frac{8013}{500 \cdot 0.0798}}, \text{ d. i. } \pm 14.2\,, \\ &\text{III.}\quad T_0 = 123.5 \pm \sqrt{\frac{10062}{727 \cdot 0.1569}}, \text{ d. i. } \pm 9.4\,. \end{aligned} \qquad (18)$$

Bei Annahme des GAUSZschen Fehlergesetzes werden also die wahrscheinlichen Fehler bzw. ± 9.6 und ± 6.3 km.

Die von HAYFORD abgeleiteten Werte T_0 sind ein wenig anders; sie lauten $T_0 = 113.0$ im I. Falle (1909, S. 146) und $T_0 = 122.2$ im III. Falle (1910, S. 54).

Die Ursache der Unterschiede ist hauptsächlich der Umstand, daß innerhalb des Intervalls der Werte $T = 113.7$ bis 162.2 die Änderung der Größen l' nicht genau proportional ist der Änderung von T, mithin der bei der Entwicklung der Formeln vorausgesetzte lineare Zusammenhang zwischen l' und z, vgl. (5), nicht streng vorhanden ist. HAYFORD findet im allgemeinen Proportionalität zu log T; doch dürfte unsere Annahme für die vorliegenden Beobachtungen wohl günstiger sein.

Man kann dies in Ermangelung der Angaben für die einzelnen l' mittels der numerischen Glieder der Normalgleichungen prüfen, deren Werte für die 3 Tiefen 162.2, 120.9 und 113.7 in den beiden Abhandlungen mitgeteilt sind. Da diese numerischen Glieder den Summen $[al']$ und $[bl']$ in der vorn gegebenen Entwicklung entsprechen, so müssen bei linearem Zusammenhang z. B. die Unterschiede von $[al']$ für die 3 Fälle den Unterschieden der bezüglichen Werte von T proportional sein:

$$[al']_{162.2} - [al']_{120.9} : [al']_{120.9} - [al']_{113.7} = 162.2 - 120.9 : 120.9 - 113.7,$$
$$\text{d. i. } 5.7.$$

Die Zahl 5.7 kommt nun wenigstens im Mittel für die verschiedenen Normalgleichungen nahezu aus deren numerischen Gliedern heraus. Addiert man die Absolutwerte der Unterschiede für die 6 Normalgleichungen nach S. 105 der Abhandlung von 1909, so folgt als Quotient 6.0 anstatt 5.7; nach S. 39 der Abhandlung von 1910 ergibt sich ferner aus den 5 Normalgleichungen daselbst in gleicher Weise 5.8 anstatt 5.7.

Benutzt man aber an Stelle von T die log T als abhängige Variable, so hat man für die 3 Tiefen die Werte der Logarithmen gleich 2.2101, 2.0824 und 2.0558. Die Unterschiede 2.2101 — 2.0824 und 2.0824 — 2.0558 geben als Quotienten 4.8. Das ist stark abweichend.

Nichtsdestoweniger wollen wir doch noch die Rechnungsergebnisse nach unsern Formeln mitteilen, wenn dabei log T als letzte Unbekannte eingeführt wird. Es findet sich:

$$\begin{aligned} \text{I.}\quad T_0 &= 113.1 \pm 11.4 \text{ m. F. und } \pm 7.7 \text{ w. F.} \\ \text{III.}\quad T_0 &= 122.0 \pm 8.5 \text{ m. F. und } \pm 5.7 \text{ w. F.} \end{aligned} \qquad (19)$$

Diese Werte für T_0 entsprechen den amerikanischen Ergebnissen bis auf die ganz unerheblichen Unterschiede von 0.1 bzw. 0.2 km. Sie weichen von den Ergebnissen (18) allerdings um 1.9 bzw. 1.5 km ab; doch ist dies mit Rücksicht auf die Unsicherheit nicht von Bedeutung.

Was die berechneten Unsicherheiten anlangt, so glaube ich, die Angaben (18) den Angaben (19) vorziehen zu sollen.

Wie Hayford selbst bemerkt, sind übrigens die nach der M. d. kl. Qu. berechneten Unsicherheiten zu klein, da die übrigbleibenden Fehler einen systematischen Charakter haben (1910, S. 54). Durchschnittlich bilden in einer reihenweise erfolgten Zusammenstellung der Ausgleichsreste (1910, S. 41—54) etwa 5 geographische Nachbarwerte eine Vorzeichengruppe, während für zufällige Fehler 2 zu rechnen sind.

Man könnte dementsprechend vermutungsweise die mittleren Fehler im Verhältnis $\sqrt{2}:\sqrt{5}$ vergrößern, d. h. um etwa die Hälfte ihres Betrags.

Um aber eine sicherere Grundlage für dieses Vorgehen zu haben, ließ ich auf Grund der ebenerwähnten Übersicht der Ausgleichsreste der 733 Gleichungen, die in der 2. Abhandlung gegeben sind, eine kleine Rechnung anstellen. Diese Reste sind hier, wie bemerkt, reihenweise aufgeführt, so daß immer geographische Nachbarwerte einander folgen. Nun wurden je 5 einander folgende addiert, etwa so (wenn die Nummern von 1 ab der Reihe nach angenommen werden): 1 bis 5, 6 bis 10, 11 bis 15 usw.; dann noch 3 bis 7, 8 bis 12 usw. oder 2 bis 6, 7 bis 11 usw.

Das mittlere Quadrat von 5 Nachbarwerten bei den Breiten und Längen ergab sich so zu 124.8, während das Fünffache des mittleren Quadrats der Einzelwerte nur 55.5 beträgt.

Für alle Reste, also die Azimute eingeschlossen, folgt ebenso 137.8 bzw. 68.7.

Im ersten Falle zeigt sich eine Vergrößerung der Quadrate aufs 2.23-fache, im zweiten eine solche aufs 2-fache. Die ersten Potenzen steigen demgemäß aufs 1.5- bzw. 1.4-fache. Letztere Zahl ist wohl weniger maßgebend, weil bei den Azimuten die Messungsfehler einen hervorragenden Einfluß äußern.

Aus dieser Berechnung geht somit hervor, daß man bei Festhaltung der Gewichte der aus der Ausgleichung folgenden Werte der Unbekannten wegen der systematischen Einflüsse eine Vergrößerung des mittleren Fehlers der Gewichtseinheit um etwa die Hälfte eintreten lassen muß.

Wahrscheinlich ist dies noch nicht ganz ausreichend, weil die benachbarten astronomischen Stationen sich nicht nur, wie bei vorstehender Betrachtung vorausgesetzt ist, zu Linienzügen gruppieren, sondern in mehreren Fällen eine flächenförmige Ausbreitung annehmen Dadurch erhöht sich der Einfluß der systematischen Fehler. Indessen ist es kaum durchführbar, dies zahlenmäßig zu präzisieren. Auch ist dem erwähnten Umstande immerhin teilweise bei der Bildung der Linienzüge Rechnung getragen. Ich nehme daher die Vergrößerung der nach der Theorie zufälliger Fehler berechneten mittleren Unsicherheiten um 50 Prozent als genügend (wenigstens nicht als übertrieben groß) an.

Geschieht dies, so wird in (18) III der m. F. ± 14, der w. F. ± 9 km rund.

Das Ergebnis $T_0 = 123.5 \pm 14$ m. F. erscheint trotz der Vergrößerung des mittleren Fehlers noch immer genauer als der von mir im Vorjahre aus den Schwereanomalien an den Küsten abgeleitete Wert, nämlich auf dieselbe Dichtigkeit der Erdkruste reduziert wie bei dem amerikanischen Ergebnis: $T_0 = 124 \pm 22$ m. F.

Da jedoch das amerikanische Ergebnis nur auf Beobachtungen aus dem Bereich der Vereinigten Staaten von Amerika beruht, so dürften beide Ergebnisse als annähernd gleich genau zu erachten sein.

4.

Die Unsicherheit in der Kenntnis von T wirkt selbstverständlich vergrößernd auf die Unsicherheit der anderen Unbekannten. HAYFORD hat bei der Angabe der wahrscheinlichen Fehler der aus der Ausgleichung hervorgehenden Werte für die Unbekannten und also auch derjenigen für die Äquatorialhalbachse und die Abplattung des Erdellipsoids keine Rücksicht hierauf genommen. Man kann aber diesem Umstand leicht Rechnung tragen, da aus den beiden Abhandlungen hervorgeht, wie sich beide Größen mit T ändern.

Die erforderliche Formel habe ich als Beispiel für die Theorie äquivalenter Beobachtungen bereits früher entwickelt[1]. Daraus kann man folgende Beziehung herleiten:

---

[1] Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. 2. Aufl. S. 216 III (7).

$$\mu_2^2 = \mu_1^2 + \frac{\beta^2}{\frac{1}{\mu_T^2} + \frac{1}{\mu_{T'}^2}}. \tag{20}$$

Hierin bedeuten μ_T^2 und $\mu_{T'}^2$ das mittlere Fehlerquadrat von T aus der Ausgleichung sowie aus einer etwa noch vorhandenen andern, unabhängigen Bestimmung, μ_1^2 das mittlere Fehlerquadrat einer der anderen durch die Ausgleichung bei festem Werte von T bestimmten Unbekannten und μ_2^2 das mittlere Fehlerquadrat, wie es sich mit Rücksicht auf die Ungenauigkeit von T für diese Unbekannte ergibt. Es wird also angenommen, daß aus beiden Bestimmungen von T ein Mittelwert nach Maßgabe der mittleren Fehler gebildet und zur Berechnung der plausibelsten Werte der andern Unbekannten benutzt sei.

Der Koeffizient β ist für irgendeine derselben, etwa y, aus der Beziehung $\Delta y = \beta \Delta T$ zu entnehmen.

Hayford hält in der 2. Abhandlung (1910, S. 39 u. 54) aus praktischen Gründen an dem Werte $T = 120.9$ km fest, der dem plausibelsten jedenfalls bis auf wenige Kilometer nahe liegt, und den wir also betrachten als gemeinsames Ergebnis aus Hayfords Untersuchung und aus der meinigen mittels der Schweremessungen. Die Werte für μ_T und $\mu_{T'}$ sind nahezu wie für die plausibelsten Werte von T bzw. ± 14 und ± 22, wenn wir beim ersten Wert von der Vergrößerung um die Hälfte wegen systematischer Einflüsse Gebrauch machen. Die geringe Abweichung des angenommenen Wertes von T gegen die plausibelsten ändert nichts Merkliches an den mittleren Fehlern.

$\beta = 2.53$ für die Äquatorialhalbachse, da nach der 2. Abhandlung, S. 39, zu $\Delta T = 48.5$ km eine Zunahme von 123 m gehört. Zugleich ist mit der Vergrößerung um die Hälfte $\mu_1 = \pm 39$ m (entsprechend dem von Hayford angegebenen wahrscheinlichen Fehler von ± 18 m und auf Grund einer Nachrechnung aus den Normalgleichungen). Demgemäß folgt aus (20) der mittlere Fehler des plausibelsten Wertes der Äquatorialhalbachse gleich ± 49 m.

Da zu $T = 120.9$ als Wert der Halbachse 6378388 m gehört, und die plausibelste Annahme für T einige Einheiten größer ist, so müßte auch als plausibelster Wert der Halbachse ein um einige Meter größerer Wert angenommen werden. Diese Veränderung ist aber als unerheblich anzusehen; wir vernachlässigen sie mit Hayford und setzen als Ergebnis für die Vereinigten Staaten von Amerika an:

$$\left.\begin{aligned} \text{Äquatorialhalbachse} = 6378388\ \text{m} \pm 49\ \text{m}\ \ \text{m. F.} \\ \text{oder} \pm 33\ \text{m}\ \ \text{w. F.} \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Sieht man bei der Berechnung des Einflusses der Unsicherheit des Wertes $T = 120.9$ km von seiner Bestätigung durch die Schwere-

messungen ab, berücksichtigt also nur seine Bestimmung aus den Lotabweichungen in den Vereinigten Staaten von Amerika, so fällt in Formel (20) das Glied $\frac{1}{\mu_T^2}$ fort, und es findet sich anstatt (21) das Ergebnis:

$$\left.\begin{array}{r}\text{Äquatorialhalbachse} = 6378388 \text{ m} \pm 53 \text{ m m. F.}\\ \text{oder } \pm 35 \text{ m w. F.}\end{array}\right\} \quad (21^*)$$

Für die Abplattung der Meridianellipse folgt in gleicher Weise bei beiden Berechnungsarten der Unsicherheit:

$$\begin{array}{r}\text{reziproke Abplattung} = 297.0 \pm 1.2 \text{ m. F.}\\ \text{oder } \pm 0.8 \text{ w. F.}\end{array} \quad (22)$$

Zunächst ist hierbei fürs Quadrat der numerischen Exzentrizität

$\beta = 0.000\,000\,35$ und $\mu_1 = \pm 0.000\,0253$, damit
$\mu_2 = \pm 0.000\,0256$ bzw. 257 usw.

In den in (21) bzw. (21*) und (22) angegebenen Unsicherheiten sind noch nicht alle Fehlerquellen berücksichtigt. Bei der Äquatorialhalbachse zumal kann noch ein konstanter Fehler der Längeneinheit sowie die Höhenabweichung des Geoids vom Ellipsoid einen merklichen Einfluß erlangen. Indessen treten doch diese Einflüsse gegen die berücksichtigten weit zurück, so daß wir sie hier nicht weiter betrachten wollen, da sie die angegebenen mittleren Fehler nur um wenige Meter vergrößern würden.

Wenn wir die Ergebnisse der Untersuchung von HAYFORD nun auch etwas weniger genau finden, als die amerikanische Abhandlung 1910 angibt, so bleiben sie doch jedenfalls noch so genau, daß ihre große Bedeutung für die Erkenntnis der Größe und Gestalt der Erde dadurch nicht beeinträchtigt wird.

Über den Rang einer Matrix

Von G. Frobenius.

Die Reduktion einer Schar von bilinearen Formen auf die Normalform von Weierstrass hat Eduard Weyr in seiner Abhandlung *Zur Theorie der bilinearen Formen, Monatsberichte für Mathematik und Physik, 1. Jahrgang*, mit Hilfe der Matrizenrechnung ausgeführt. Die invarianten Zahlen, von denen die Normalform abhängt, hat er, ebenso wie Weierstrass, aber auf einem ganz anderen Wege, direkt definiert, nicht, wie Camille Jordan oder Stickelberger, ihre Bedeutung aus der Normalform nachträglich abgelesen.

Die Grundlage seiner Arbeit bildet außer der Formel von Sylvester

(1.) $$\rho_{AB} \leqq \rho_A, \qquad \rho_{AB} \leqq \rho_B$$

die Beziehung

(2.) $$\rho_A + \rho_B \leqq n + \rho_{AB},$$

worin ρ_A den Rang der Matrix $n$ten Grades A bezeichnet. Beide Formeln sind enthalten in der Ungleichheit

(3.) $$\rho_{AB} + \rho_{BC} \leqq \rho_B + \rho_{ABC},$$

die sich, ebenso wie (2.), ohne weiteres aus dem Satze von Weyr (S. 15) ergibt:

I. Wenn die Spalte z die Lösungen der Gleichung $ABz = 0$ durchläuft, so stellt Bz genau $\rho_B - \rho_{AB}$ linear unabhängige Spalten dar.

Die neue Ungleichheit (3.) kann auf die schärfere Form

(4.) $$\rho_{ABC} - \rho_{AB} - \rho_{BC} + \rho_B = \rho_{LBN} \qquad (LBC = ABN = 0)$$

gebracht werden, worin L und N *vollständige* Lösungen der Gleichungen $LBC = 0$ und $ABN = 0$ sind. Setzt man darin $A = 0$, $N = E$ oder $C = 0$, $L = E$, so erhält man

(5.) $$\rho_B - \rho_{BC} = \rho_{LB}, \qquad \rho_B - \rho_{AB} = \rho_{BN}.$$

Ersetzt man aber A, B, C durch A, E, B, so findet man

(6.) $$\rho_A + \rho_B - \rho_{AB} = n - \rho_{LM} \qquad (AM = LB = 0),$$

worin L und M vollständige Lösungen der Gleichungen $AM = 0$ und $LB = 0$ sind, oder in mehr symmetrischer Form

$$(7.)\qquad \rho_A - \rho_{AB} = \rho_L - \rho_{LM}, \qquad \rho_B - \rho_{AB} = \rho_M - \rho_{LM}.$$

Sei A eine Matrix von verschwindender Determinante, und $\rho_\varkappa$ der Rang von $A^\varkappa$. Ersetzt man nun A, B, C in (3.) durch $A, A^{\varkappa-1}, A$, so erhält man die Ungleichheit

$$(8.)\qquad \rho_{\varkappa-1} - 2\rho_\varkappa + \rho_{\varkappa+1} \geqq 0.$$

Es sind also nicht nur die ersten, sondern auch die zweiten Differenzen der Rangzahlen $\rho_0 (= n), \rho_1, \rho_2, \cdots$ positiv. Ein besonderes Interesse gewinnt diese Beziehung dadurch, daß ihre linke Seite die Anzahl der Elementarteiler der Determinante $|sE - A|$ ist, die gleich $s^\varkappa$ sind (vgl. Schlesinger, *Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen Bd. I S. 127*). Daher gilt der Satz:

II. *Die Anzahl der Elementarteiler der Determinante* $|sE - A|$, *die gleich* $s^\varkappa$ *sind, ist gleich dem Range der Matrix* $PA^{\varkappa-1}Q$, *falls* P *und* Q *vollständige Lösungen der Gleichungen* $PA^\varkappa = 0$ *und* $A^\varkappa Q = 0$ *bedeuten.*

Insbesondere ist die Anzahl ihrer für $s = 0$ verschwindenden linearen Elementarteiler gleich dem Range der Matrix PQ, wo P und Q vollständige Lösungen der Gleichungen $PA = 0$ und $AQ = 0$ sind. Diesen Satz hat schon Stickelberger gefunden, und seinen Beweis habe ich in meiner Arbeit *Über die prinzipale Transformation der Thetafunktionen mehrerer Variabeln,* Crelles *Journ. Bd. 95 S. 267* wiedergegeben.

Setzt man

$$(9.)\qquad \rho_{\varkappa-1} - \rho_\varkappa = \lambda_\varkappa,$$

so ist

$$\lambda_1 \geqq \lambda_2 \geqq \cdots \geqq \lambda_\nu > 0,$$

und $\lambda_\varkappa - \lambda_{\varkappa+1}$ ist die Anzahl der Elementarteiler von $|sE - A|$, die gleich $s^\varkappa$ sind, demnach $\lambda_\varkappa$ die Anzahl derjenigen, deren Exponent $\geqq \varkappa$ ist. Enthält der größte gemeinsame Teiler der Unterdeterminanten des Grades $n - \lambda$ von $|sE - A|$ den Faktor s in der Potenz δ_λ, und setzt man

$$(10.)\qquad \delta_{\lambda-1} - \delta_\lambda = \varkappa_\lambda$$

so sind

$$\varkappa_1 \geqq \varkappa_2 \geqq \cdots \geqq \varkappa_\mu > 0,$$

die *invarianten Exponenten* jener Elementarteiler, und

$$\delta = \varkappa_1 + \varkappa_2 + \cdots + \varkappa_\mu = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_\nu$$

ist der Exponent der in $|sE - A|$ enthaltenen Potenz von s. Dann ist auch $\varkappa_\lambda$ die Anzahl der *Rangdifferenzen* $\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_\nu$, die $\geqq \lambda$ sind, also $\varkappa_1 = \nu$.

Zwei solche Zerlegungen einer Zahl δ in positive Summanden habe ich *assoziierte* genannt, *Über die charakteristischen Einheiten der symmetrischen Gruppe, Sitzungsberichte 1903 S. 342.* Sie bestimmen sich gegenseitig vollständig durch die Bedingungen, daß $\varkappa_1 = \nu$, $\lambda_1 = \mu$ ist, und daß die Zahlen $\varkappa_\alpha + \lambda_\beta - \alpha - \beta + 1$ alle von Null verschieden sind. Zwischen ihnen besteht die Relation

$$(11.)\qquad \varkappa_1 + 3\varkappa_2 + 5\varkappa_3 + \cdots + (2\mu - 1)\varkappa_\mu = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \cdots \lambda_\nu^2,$$

die bei der Berechnung der Anzahl der linear unabhängigen, mit A vertauschbaren Matrizen eine Rolle spielt (vgl. HENSEL, *Theorie der Körper von Matrizen*, CRELLES *Journ. Bd. 127 S. 159*). Sie ergibt sich aus der allgemeineren evidenten Formel

$$F(\lambda_1) + F(\lambda_2) + \cdots + F(\lambda_\nu) = (\varkappa_1 - \varkappa_2)\,F(1) + (\varkappa_2 - \varkappa_3)\,F(2) + \cdots + (\varkappa_{\mu-1} - \varkappa_\mu)\,F(\mu - 1) + \varkappa_\mu\,F(\mu)$$
$$= \varkappa_1 F(1) + \varkappa_2\big(F(2) - F(1)\big) + \varkappa_3\big(F(3) - F(2)\big) + \cdots + \varkappa_\mu\big(F(\mu) - F(\mu - 1)\big).$$

Daß in der Tat $\rho_{\varkappa-1} - 2\rho_\varkappa + \rho_{\varkappa+1}$ die Anzahl der Elementarteiler $s^\varkappa$ der Determinante $|sE - A|$ ist, kann man leicht einsehen, wenn man die Normalform von WEIERSTRASS, in die sich A durch kontragrediente Substitutionen transformieren läßt, als bekannt voraussetzt. Der Beweis wird aber durchsichtiger, wenn man die Normalform auf dem Wege von WEYR entwickelt. Daher will ich hier diese Herleitung in einer möglichst einfachen und deutlichen Form wiedergeben.

§ 1.

Ist $AB = 0$, ist ρ der Rang von A, und σ der von B, so ist $\rho + \sigma \leqq n$. Ist A gegeben, so kann man B so bestimmen, daß $\rho + \sigma = n$ wird. Dann heißt $Y = B$ eine *vollständige Lösung* der Gleichung $AY = 0$, und wenn V eine willkürliche Matrix ist, so ist $Y = BV$ ihre allgemeinste Lösung. Zugleich ist $X = A$ eine vollständige Lösung der Gleichung $XB = 0$ und $X = UA$ ihre allgemeinste Lösung.

Ich bezeichne mit (x) oder x eine (nicht quadratische) Matrix von n Zeilen und nur einer Spalte, worin n Größen $x_1, x_2, \cdots x_n$ untereinander stehen; ich nenne sie eine *einspaltige Matrix* oder kurz eine *Spalte*. Z. B. ist $y = Ax$ der symbolische Ausdruck für das System der n linearen Formen

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}\ x_1 + a_{12}\ x_2 + \cdots + a_{1n}\ x_n, \\ y_2 &= a_{21}\ x_1 + a_{22}\ x_2 + \cdots + a_{2n}\ x_n, \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdots \quad \cdot \quad \cdot \\ y_n &= a_{n1}\ x_1 + a_{n2}\ x_2 + \cdots + a_{nn}\ x_n. \end{aligned}$$

Ist B eine vollständige Lösung der Gleichung $AB = 0$, und ist x eine willkürliche Spalte, so ist $y = Bx$ die allgemeinste Lösung der Gleichung $Ay = 0$.

I. *Wenn die Spalte z die Lösungen der Gleichung $ABz = 0$ durchläuft, so stellt Bz genau $\rho_B - \rho_{AB}$ linear unabhängige Spalten dar.*

Denn zu den $\tau = n - \rho_{AB}$ unabhängigen Lösungen der Gleichung $ABz = 0$ gehören die $\sigma = n - \rho_B$ Lösungen $z', z'', \dots z^{(\sigma)}$ der Gleichung $Bz = 0$. Werden sie durch $z^{(\sigma+1)}, \dots z^{(\tau)}$ zu einem vollständigen System von τ Lösungen ergänzt, so sind die $\tau - \sigma = \rho_B - \rho_{AB}$ Spalten $Bz^{(\sigma+1)}, \dots Bz^{(\tau)}$ unabhängig. Denn ist

$$0 = c_{\sigma+1} Bz^{(\sigma+1)} + \dots + c_\tau Bz^{(\tau)} = B(c_{\sigma+1} z^{(\sigma+1)} + \dots + c_\tau z^{(\tau)}),$$

wo $c_1, c_2, \dots$ *skalare* Faktoren sind, so ist

$$c_{\sigma+1} z^{(\sigma+1)} + \dots + c_\tau z^{(\tau)} = c_1 z' + \dots + c_\sigma z^{(\sigma)},$$

und mithin $c_1 = 0, \dots c_\tau = 0$.

Ist L eine vollständige Lösung der Gleichung $LB = 0$, so läßt sich y stets und nur dann in der Form $y = Bz$ darstellen, wenn $Ly = 0$ ist. Daher ist $\rho_B - \rho_{AB}$ auch die Anzahl der unabhängigen Lösungen der $2n$ Gleichungen $Ay = 0$ und $Ly = 0$. In dieser Form findet sich der Satz von WEYR in der Arbeit von KARST, *Lineare Funktionen und Gleichungen, Programm (No. 127) der Realschule zu Lichtenberg, Ostern 1909 (S. 43).* Für die Anwendungen ist die folgende Form die bequemste:

III. *Ist $ABC = 0$, so ist $\rho_{AB} + \rho_{BC} \leqq \rho_B$. Ist A eine vollständige Lösung der Gleichung $A(BC) = 0$, oder ist C eine solche der Gleichung $(AB)C = 0$, so ist*

$$\rho_{AB} + \rho_{BC} = \rho_B.$$

Seien zunächst A, B, C drei beliebige Matrizen. Ersetzt man in dem Satze I die Matrix B durch BC, so ist $\lambda = \rho_{BC} - \rho_{ABC}$ die Anzahl der Spalten $y', y'', \dots$, wofür $ABCy = 0$ ist, und die Spalten $BCy', BCy'', \dots$ unabhängig sind. Dann genügen $z' = Cy', z'' = Cy'', \dots$ der Gleichung $ABz = 0$, und die λ Spalten $Bz' = BCy', Bz'' = BCy'', \dots$ sind unabhängig. Da es aber nicht mehr als $\rho_B - \rho_{AB}$ solche Spalten $z', z'', \dots$ gibt, so ist $\lambda \leqq \rho_B - \rho_{AB}$ oder

$$(3.) \qquad \rho_{AB} + \rho_{BC} \leqq \rho_B + \rho_{ABC}.$$

Diese merkwürdige Relation ist also eine unmittelbare Folge des Satzes von WEYR. Ist speziell $ABC = 0$, so ist $\rho_{AB} + \rho_{BC} \leqq \rho_B$.

Ist C eine vollständige Lösung der Gleichung $(AB)C = 0$, und ist x eine willkürliche Spalte, so ist $z = Cx$ die allgemeinste Lösung der Gleichung $(AB)z = 0$. Unter den Spalten $Bz = BCx$, d. h. unter den n Spalten der Matrix BC sind aber ρ_{BC} linear unabhängig. Nach Satz I ist daher $\rho_B - \rho_{AB} = \rho_{BC}$. (Vgl. Formel (5.)). Jede der beiden in dem Satze III für das Bestehen dieser Gleichung ausgesprochenen

Bedingungen ist hinreichend, aber nicht notwendig. Daher ist auch nicht die eine eine Folge der anderen.

Ist A eine vollständige Lösung der Gleichung $A(BC) = 0$, so ist

$$\rho_A + \rho_{BC} = n, \qquad \rho_{AB} + \rho_{BC} = \rho_B$$

und mithin

$$\rho_A + \rho_B = \rho_{AB} + n.$$

Umgekehrt seien A und B irgend zwei gegebene Matrizen, die dieser Bedingung genügen. Ist dann C eine vollständige Lösung der Gleichung $(AB)\,C = 0$, so ist $\rho_{AB} + \rho_{BC} = \rho_B$, mithin $\rho_A + \rho_{BC} = n$, und folglich ist A eine vollständige Lösung der Gleichung $A\,(BC) = 0$. So gelangt man zu einer dritten Form des Satzes von Weyr:

IV. *Stets und nur dann ist* $\rho_A + \rho_B = \rho_{AB} + n$, *wenn es eine solche Matrix* C *gibt, daß* A *eine vollständige Lösung der Gleichung* $A\,(BC) = 0$ *ist, oder eine solche* D, *daß* B *eine vollständige Lösung der Gleichung* $(DA)\,B = 0$ *ist. Allgemein ist*

$$\rho_A + \rho_B \leqq \rho_{AB} + n, \qquad (n - \rho_A) + (n - \rho_B) \geqq n - \rho_{AB}.$$

Von jenen beiden Bedingungen ist demnach jede eine Folge der anderen. Die Zahl $n - \rho_A$ nennt Weyr die *Nullität* der Matrix A. Doch ist es vorzuziehen, mit dem von n unabhängigen Begriffe *Rang* zu operieren.

Nun seien wieder A, B, C drei beliebige Matrizen. Eine unmittelbare Folgerung aus der Relation (3.) ist der Satz:

V. *Ist der Rang von* B *gleich dem von* AB, *so ist auch der Rang von* BC *gleich dem von* ABC.

Zu einer schärferen Einsicht in die Bedeutung der Ungleichheit (3.) führt die folgende Entwicklung. Seien L und N vollständige Lösungen der Gleichungen $LBC = 0$ und $ABN = 0$.

Ist dann U eine vollständige Lösung der Gleichung $A(BC)U = 0$, so ist $\rho_{ABC} + \rho_{BCU} = \rho_{BC}$. Da $X = CU$ eine Lösung der Gleichung $ABX = 0$ ist, so ist $CU = NV$, also $LB(NV) = LB(CU) = (LBC)U = 0$ oder $L(BN)V = 0$ und mithin $\rho_{LBN} + \rho_{BNV} \leqq \rho_{BN}$, und weil $\rho_{BNV} = \rho_{BCU} = \rho_{BC} - \rho_{ABC}$ ist,

$$\rho_{BC} - \rho_{ABC} \leqq \rho_{BN} - \rho_{LBN}.$$

Ist dagegen V eine vollständige Lösung der Gleichung $L(BN)V = 0$, so ist $\rho_{LBN} + \rho_{BNV} = \rho_{BN}$. Da $Y = BNV$ der Gleichung $LY = 0$ genügt, und da $Y = BC$ eine vollständige Lösung dieser Gleichung ist, so ist $BNV = BCU$ und mithin $A(BC)U = 0$, also $\rho_{ABC} + \rho_{BCU} \leqq \rho_{BC}$, und weil $\rho_{BCU} = \rho_{BNV} = \rho_{BN} - \rho_{LBN}$ ist,

$$\rho_{BN} - \rho_{LBN} \leqq \rho_{BC} - \rho_{ABC}.$$

Folglich ist

$$\rho_{BC} - \rho_{ABC} = \rho_{BN} - \rho_{LBN}, \qquad \rho_{AB} + \rho_{BN} = \rho_B,$$

und mithin

(4.) $$\rho_{ABC} - \rho_{AB} - \rho_{BC} + \rho_B = \rho_{LBN}.$$

Diese Formel umfaßt alle bisher entwickelten Resultate.

§ 2.

Aus der Gleichung (4.) ergibt sich der Satz von WEYR (S. 17):

VI. *Sind die ganzen Funktionen $f(s)$ und $g(s)$ teilerfremd, und ist $n-\alpha$ der Rang von $f(A)$, und $n-\beta$ der von $g(A)$, so ist $n-\alpha-\beta$ der Rang von $f(A)g(A)$.*

Man bestimme die ganzen Funktionen $f_1(s)$ und $g_1(s)$ so, daß $f(s)f_1(s)+g(s)g_1(s) = 1$ wird, und setze $f(A) = P$, $f_1(A) = P_1$, $g(A) = Q$, $g_1(A) = Q_1$. Dann ist $P_1P+QQ_1 = E$. Ferner ist nach (6.)

$$\rho_P + \rho_Q - \rho_{PQ} = n - \rho_{LM},$$

wo L und M vollständige Lösungen der Gleichungen $LQ = 0$ und $PM = 0$ sind. Daher ist

$$LM = L(P_1P+QQ_1)M = LP_1(PM)+(LQ)Q_1M = 0,$$

und mithin

$$(n-\rho_P)+(n-\rho_Q) = n-\rho_{PQ}.$$

Sind allgemeiner je zwei der Funktionen $f(s)$, $g(s)$, $h(s)$, $\cdots$ teilerfremd, und ist $n-\gamma$ der Rang von $h(A)$, so ist $n-\alpha-\beta-\gamma-\cdots$ der Rang von $f(A)g(A)h(A)\cdots$.

Da es nicht mehr als n^2 unabhängige Matrizen $n$ten Grades gibt, so besteht zwischen den Potenzen A^0, A^1, A^2, $\cdots$ eine lineare Beziehung. Sei $\psi(A) = 0$ die Gleichung niedrigsten Grades, der A genügt, sei $\varphi(s) = |sE-A|$ die charakteristische Determinante von A, und seien $a, b, c, \cdots$ die Wurzeln der beiden Gleichungen $\varphi(s) = 0$, und $\psi(s) = 0$ zusammengenommen. Ist also

$$\varphi(s) = (s-a)^\alpha(s-b)^\beta(s-c)^\gamma, \cdots, \qquad \psi(s) = (s-a)^\varkappa(s-b)^\lambda(s-c)^\mu\cdots,$$

so sind α und $\varkappa$ nicht beide Null. Daher ist $\alpha > 0$. Denn sonst wäre $\varkappa > 0$ und $|A-aE|$ von Null verschieden, und aus der Gleichung

$$(A-aE)^\varkappa(A-bE)^\lambda(A-cE)^\mu\cdots = 0$$

könnte man den Faktor $(A-aE)^\varkappa$ wegheben.

Ist $n-\alpha'$ der Rang von $(A-aE)^\varkappa$, $n-\beta'$ der von $(A-bE)^\lambda, \cdots$, so ist $n-\alpha'-\beta'-\gamma'-\cdots$ der des Produktes, und demnach ist

$$\alpha'+\beta'+\gamma'+\cdots = n, \qquad (\alpha-\alpha')+(\beta-\beta')+(\gamma-\gamma')+\cdots = 0.$$

Ist etwa $\varkappa = 0$, so ist $\alpha' = 0$, also $\alpha' < \alpha$. Ist aber $\varkappa > 0$, so verschwinden in der Matrix $(A-aE)^\varkappa$ alle Determinanten $(n-1)$ten, $(n-2)$ten, $\cdots$ $(n-\alpha'+1)$ten Grades. Für $s = 0$ verschwindet folglich

die Funktion $|(A-aE)^{\varkappa}-sE|$ der Variabeln s nebst ihren ersten $\alpha'-1$ Ableitungen. Nun ist aber 0 eine αfache charakteristische Wurzel der Matrix $A-aE$ und folglich auch der Matrix $(A-aE)^{\varkappa}$. Daher ist

$$\alpha \geqq \alpha', \ \beta \geqq \beta', \ \gamma \geqq \gamma', \cdots$$

und mithin

$$\alpha' = \alpha, \ \beta' = \beta, \gamma' = \gamma, \cdots,$$

also stets $\alpha' > 0$, und demnach auch $\varkappa > 0$. Ist ρ_τ der Rang von $(A-aE)^\tau$, so ergibt sich wie oben, daß $\rho_\tau \geqq n-\alpha$ ist. Da aber $\rho_{\varkappa+1} \leqq \rho_\varkappa = n-\alpha$ ist, so ist $\rho_\varkappa = \rho_{\varkappa+1} = \rho_{\varkappa+2} = \cdots = n-\alpha$. Dagegen ist $\rho_{\varkappa-1} < n-\alpha$. Denn sonst hätte nach Satz VI

$$(A-aE)^{\varkappa-1}(A-bE)^{\lambda}(A-cE)^{\mu}\cdots$$

den Rang $n-\alpha-\beta-\gamma\cdots = 0$, während $\psi(A) = 0$ die Gleichung niedrigsten Grades für A ist. Nach (8.) ist demnach

$$(12.) \qquad \rho_0 > \rho_1 > \cdots > \rho_{\varkappa-1} > \rho_\varkappa = \rho_{\varkappa+1} = \rho_{\varkappa+2} = \cdots = n-\alpha.$$

Für die Reduktion von A auf die Normalform ist die Gleichung $\rho_\varkappa = n-\alpha$ von der größten Wichtigkeit. Es ist möglich, daß $\rho_1 > n-\alpha$ ist, daß also die Gleichung $(A-aE)x = 0$ weniger als α unabhängige Lösungen besitzt. Dann gibt es aber einen solchen Exponenten τ, daß die Gleichung $(A-aE)^\tau x = 0$ genau α Lösungen hat, und dies tritt stets und nur dann ein, wenn $\tau \geqq \varkappa$ ist.

§ 3.

Der Einfachheit halber nehme ich jetzt an, die Matrix A habe die charakteristische Wurzel 0, $\varphi(s)$ sei durch s^δ, $\psi(s)$ durch s^ν genau teilbar, A^τ habe den Rang ρ_τ. Die Gleichung $A^\nu x = 0$ hat dann $n-\rho_\nu = \delta = \rho_0-\rho_\nu$ unabhängige Lösungen, und genau dieselben hat die Gleichung $A^{\nu+1}x = 0$ oder $A^{\nu+2}x = v, \cdots$ weil $\rho_\nu = \rho_{\nu+1} = \rho_{\nu+2}, \cdots$ ist. Diese Lösungen wollen wir in folgender Art wählen: $u, u', u'', \cdots$ seien $\lambda_\nu = \rho_{\nu-1}-\rho_\nu$ Lösungen der Gleichung $A^\nu x = 0$, wofür die Spalten $A^{\nu-1}x$ unabhängig sind; $v, v', v'', \cdots$ seien $\lambda_{\nu-1} = \rho_{\nu-2}-\rho_{\nu-1}$ Lösungen der Gleichung $A^{\nu-1}x = 0$, wofür die Spalten $A^{\nu-2}x$ unabhängig sind; $w, w', w'', \cdots$ seien $\lambda_{\nu-2} = \rho_{\nu-3}-\rho_{\nu-2}$ Lösungen der Gleichung $A^{\nu-2}x = 0$, wofür die Spalten $A^{\nu-3}x$ unabhängig sind, usw. So erhält man

$$(13.) \qquad \lambda_\nu + \lambda_{\nu-1} + \cdots + \lambda_1 = \rho_0 - \rho_\nu = \delta$$

Spalten, die alle der Gleichung $A^\nu x = 0$ genügen und unabhängig sind, also ein vollständiges System ihrer Lösungen bilden. Denn ist

$$x = au + a'u' + a''u'' + \cdots + bv + b'v' + \cdots + cw + c'w' + \cdots = 0,$$

so ist

$$A^{\nu-1}x = aA^{\nu-1}u + a'A^{\nu-1}u' + a''A^{\nu-1}u'' + \cdots = 0$$

und mithin $a = a' = a'' = \cdots = 0$; sodann

$$A^{\nu-2}x = bA^{\nu-2}v + b'A^{\nu-2}v' + \cdots = 0\,,$$

und mithin $b = b' = \cdots = 0$, usw.

Die λ_ν Lösungen $u, u', u'', \cdots$ heißen *primitive*, zum Exponenten ν *gehörende* Lösungen. Für λ_ν der $\lambda_{\nu-1}$ Lösungen $v, v', v'', \cdots$ können und sollen die Spalten Au, Au', Au'', $\cdots$ gewählt werden, da $A^{\nu-2}(Au)$, $A^{\nu-2}(Au')$, $\cdots$ unabhängig sind. Die übrigen $\lambda_{\nu-1}-\lambda_\nu$ dieser Lösungen heißen primitive, zum Exponenten $\nu-1$ gehörende Lösungen. Für $\lambda_{\nu-1}$ der $\lambda_{\nu-2}$ Lösungen $w, w', w'', \cdots$ können und sollen die Spalten Av, Av', Av'', $\cdots$ gewählt werden, von denen die Spalten A^2u, A^2u', A^2u'', $\cdots$ einen Teil bilden. Die übrigen $\lambda_{\nu-2}-\lambda_{\nu-1}$ dieser Lösungen heißen primitive, zum Exponenten $\nu-2$ gehörende Lösungen usw. Die gesamte Anzahl der primitiven Lösungen ist

$$\lambda_\nu + (\lambda_{\nu-1}-\lambda_\nu) + (\lambda_{\nu-2}-\lambda_{\nu-1}) + \cdots + (\lambda_1-\lambda_2) = \lambda_1 = \mu\,.$$

Die μ Exponenten, zu denen sie gehören, mögen mit

$$\varkappa_1 \geqq \varkappa_2 \geqq \quad \geqq \varkappa_\mu > 0$$

bezeichnet werden. Ist $\varkappa$ einer derselben, und p eine primitive, dazugehörende Lösung, so ist $A^\varkappa p = 0$, und unter den oben gewählten δ Lösungen, die *Normallösungen* heißen mögen, befinden sich neben p die $\varkappa-1$ daraus *abgeleiteten* Lösungen Ap, A^2p, $\cdots$ $A^{\varkappa-1}p$. Ich nenne sie eine *Kette* von Lösungen.

Demnach zerfallen die δ Lösungen in μ Ketten von je $\varkappa_1, \varkappa_2 \cdots \varkappa_\mu$ Lösungen, und es ist

(14.) $$\varkappa_1 + \varkappa_2 + \cdots + \varkappa_\mu = \delta$$

die Gesamtzahl der Lösungen der Gleichung $A^\nu x = 0$. Von den Zahlen $\varkappa_1, \varkappa_2, \cdots \varkappa_\mu$ sind λ_ν gleich ν, $\lambda_{\nu-1}-\lambda_\nu$ gleich $\nu-1$, $\cdots$ $\lambda_{\beta-1}-\lambda_\beta$ gleich β. Daher sind (13.) und (14.) *assoziierte* Zerlegungen von δ; d. h. unter den Zahlen $\varkappa_1, \varkappa_2 \cdots \varkappa_\mu$ befinden sich λ_β, die $\geqq \beta$ sind, und unter den Zahlen $\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_\nu$ befinden sich folglich $\varkappa_\alpha$, die $\geqq \alpha$ sind; insbesondere ist $\varkappa_1 = \nu$ und $\lambda_1 = \mu$. Oder, wenn von den Zahlen $\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_\nu$

$$\lambda_\varkappa \geqq \alpha\,, \qquad \lambda_{\varkappa+1} < \alpha$$

ist, so ist $\varkappa_\alpha = \varkappa$; und wenn von den Zahlen $\varkappa_1, \varkappa_2, \cdots \varkappa_\mu$

$$\varkappa_\lambda \geqq \beta\,, \qquad \varkappa_{\lambda+1} < \beta$$

ist, so ist $\lambda_\beta = \lambda$.

Dies kann man am einfachsten graphisch einsehen. Denn ist z. B. $\mu = 3$ und

$$\varkappa_1 = 5 = 1+1+1+1+1$$
$$\varkappa_2 = 3 = 1+1+1$$
$$\varkappa_3 = 2 = 1+1,$$

so ist $\nu = 5$, und $\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_5$ sind die Summen der Elemente der Spalten des obigen Schemas. Das analoge Schema für $\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_\nu$ ergibt sich also aus dem für $\varkappa_1, \varkappa_2, \cdots \varkappa_\mu$ durch Vertauschung der horizontalen und der vertikalen Reihen.

Nach (13.) ist $\nu \leq \delta$, also wenn wir zu den Bezeichnungen des § 2 zurückkehren,

$$0 < \varkappa \leqq \alpha, \qquad 0 < \lambda \leqq \beta, \qquad 0 < \mu \leqq \gamma, \cdots.$$

Folglich ist $\psi(s)$ ein Divisor von $\varphi(s)$, der aber durch jeden Linearfaktor von $\varphi(s)$ teilbar ist. Demnach ist $\varphi(A) = 0$.

§ 4.

Die α Normallösungen der Gleichung $(A-aE)^\varkappa x = 0$ seien $p, p', p'', \cdots$, so geordnet, daß auf jede primitive Lösung die aus ihr abgeleiteten folgen. Die β Normallösungen der Gleichung $(A-bE)^\lambda x = 0$ seien $q, q', q'', \cdots$, die γ der Gleichung $(A-cE)^\mu x = 0$ seien $r, r', r'', \cdots$. Die aus diesen $\alpha+\beta+\gamma+\cdots = n$ Spalten gebildete Matrix n ten Grades

$$L = (p, p' \cdots : q, q', \cdots ; r, r', \cdots : \cdots)$$

hat eine von 0 verschiedene Determinante. Denn sonst könnte man skalare Faktoren $k, k', \cdots$ so bestimmen, daß

$$kp + k'p' + \cdots + lq + l'q' + \cdots + mr + m'r' + \cdots = 0$$

wäre. Setzt man $(s-b)^\lambda (s-c)^\mu \cdots = \chi(s)$, so folgt aus $(A-bE)^\lambda q = 0$ die Gleichung $\chi(A)q = 0$; ebenso ist $\chi(A)r = 0$. Daher wäre auch

$$\chi(A)(kp + k'p' + \cdots) = 0, \qquad (A-aE)^\varkappa (kp + k'p' + \cdots) = 0.$$

Bestimmt man $f(s)$ und $g(s)$ so, daß

$$\chi(s)f(s) + (s-a)^\varkappa g(s) = 1$$

wird, so ist dann auch

$$\big(f(A)\chi(A) + g(A)(A-aE)^\varkappa\big)(kp + k'p' + \cdots) = 0, \qquad kp + k'p' + \cdots = 0,$$

und mithin $k = k' = \cdots = 0$.

Ist p eine primitive, zum Exponenten $\varkappa$ gehörende Lösung, und sind

$$p' = (A-aE)p,\ p'' = (A-aE)p' = (A-aE)^2 p, \cdots p^{(\varkappa-1)} = (A-aE)p^{(\varkappa-2)} = (A-aE)^{\varkappa-1}p$$

die aus ihr abgeleiteten Lösungen, so ist

$$(A-aE)p^{(\varkappa-1)} = (A-aE)^\varkappa p = 0$$

und mithin

$$AL = (ap + p', ap' + p'', \cdots ap^{\varkappa-2} + p^{(\varkappa-1)}, ap^{(\varkappa-1)}; \cdots).$$

Ist B die Matrix n ten Grades der bilinearen Form

$$B = a(x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_\varkappa y_\varkappa) + (x_2y_1 + x_3y_2 + \cdots + x_\varkappa y_{\varkappa-1}) + \cdots,$$

so ist

$$LB = (ap + p', ap' + p'', \cdots ap^{(\varkappa-2)} + p^{(\varkappa-1)}, ap^{(\varkappa-1)}; \cdots)$$

und mithin

$$AL = LB, \qquad L^{-1}AL = B.$$

Umgekehrt haben zwei *ähnliche* Matrizen dieselben charakteristischen Wurzeln, und für jede solche Wurzel a die nämlichen Rangzahlen $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \cdots$, also auch dieselben Zahlen $\delta_0, \delta_1, \delta_2, \cdots$, deren Differenzen nach (10.) die Zahlen $\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3, \cdots$ sind, und demnach dieselbe *Normalform B*. Für B aber ist $(s-a)^{\delta\lambda}$ der größte gemeinsame Divisor der Unterdeterminanten $(n-\lambda)$ten Grades von $|sE-A|$, wie STICKELBERGER, *Über Scharen von bilinearen und quadratischen Formen*, CRELLES *Journ. Bd. 86 S. 30* und NETTO, *Zur Theorie der linearen Substitutionen, Acta math. Bd. 17 S. 267* gezeigt hat. Aus der am Ende des § 3 erhaltenen Relation $\varkappa_1 = \nu$ folgt insbesondere, daß, wenn $\psi(s) = \psi(s)\vartheta(s)$ ist, $\vartheta(s)$ der größte gemeinsame Divisor der Unterdeterminanten $(n-1)^{\text{ten}}$ Grades von $|sE-A| = \varphi(s)$ ist.

VII. *Enthält die Determinante der Matrix $A-sE$ den Faktor s in der Potenz s^{δ}, und enthält ihn der größte gemeinsame Divisor ihrer Determinanten $(n-\lambda)^{ten}$ Grades in der Potenz $s^{\delta\lambda}$, ist ferner ρ_λ der Rang der Potenz A^{λ}, so sind die beiden Zerlegungen von δ*

$$\delta = (\delta_0 - \delta_1) + (\delta_1 - \delta_2) + (\delta_2 - \delta_3) + \cdots = (\rho_0 - \rho_1) + (\rho_1 - \rho_2) + (\rho_2 - \rho_3) + \cdots$$

assoziierte Zerlegungen.

Über die Beeinflussung der experimentellen Trypanosomeninfektion durch Chinin und Chininderivate.

Von Prof. Dr. J. Morgenroth und Dr. L. Halberstaedter
in Berlin.

Aus der Bakteriologischen Abteilung des Pathologischen Instituts Berlin.
Vorgelegt von Hrn. Orth.

In einer früheren Mitteilung[1] hatten wir, im Gegensatz zu der allgemein herrschenden Ansicht, zum ersten Male festgestellt, daß dem Chinin und einigen seiner Derivate eine präventive Wirkung gegenüber der Infektion von Mäusen mit Trypanosoma Brucei (Nagana) zukommt. Erfolgreiche systematische Versuche in dieser Richtung lagen bis dahin nicht vor, nur Vassal hatte, wie Mesnil[2] beiläufig bemerkt hat, bei einem Surrastamm nach sehr großen Chinindosen ein vorübergehendes Verschwinden der Trypanosomen beobachtet. Wir hatten dann in der kontinuierlichen Fütterung ein geeignetes Verfahren gefunden, um mit genügender Sicherheit den Einfluß der zu prüfenden Präparate auf die Infektion zu bestimmen.

Damit wurde der Weg einer exakten pharmakologischen Prüfung des Chinins eröffnet, und zwar bezüglich derjenigen seiner Funktionen, welcher die größte praktische und theoretische Bedeutung zukommt, nämlich seiner antiparasitären Wirkung bei Protozoeninfektionen. Von dieser Grundlage aus wurde der weitläufige Versuch einer vergleichenden Pharmakologie der Chininderivate in Angriff genommen, um theoretisch die Abhängigkeit der antiparasitären Wirkung von der chemischen Konstitution zu erforschen, wobei in praktischer Hinsicht das Bestreben maßgebend war, Verbindungen zu suchen, die dem Chinin überlegen sind. Die dauernde Unterstützung der Vereinigten Chininfabriken Zimmer & Co. in Frankfurt a. M. und die stets bereitwillig gewährte sachkundige Beihilfe ihres Direktors Dr. Weller gaben uns die Möglichkeit eines systematischen Studiums. Fräulein Lotte Ascher

[1] Über die Beeinflussung der experimentellen Trypanosomeninfektion durch Chinin. Diese Sitzungsber. der phys.-math. Klasse vom 21. Juli 1910.
[2] Bull. Inst. Pasteur 1907, Bd. 5, S. 785.

haben wir für verständnisvolle Mitarbeit bei den zahlreichen Versuchen zu danken.

Wir sind jetzt schon in der Lage, über Versuchsreihen zu berichten, aus denen mit Bestimmtheit hervorgeht, daß dem Chinin keineswegs der erste Rang unter den in Frage stehenden Verbindungen zukommt. Vielmehr hoben sich unter den bisher untersuchten Derivaten des Chinins zwei hervor, denen auf Grund unserer Prüfungsmethode entschiedene Vorzüge dem Chinin gegenüber zugesprochen werden müssen.

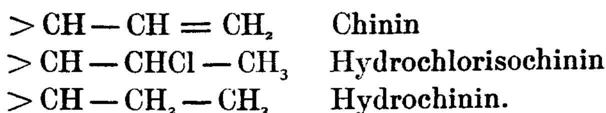
Wie bereits früher mitgeteilt wurde, führten uns vergleichende Versuche, die mit der zuerst angewandten, in vieler Hinsicht weniger befriedigenden Methode der subkutanen Injektion ausgeführt waren, zu der Erkenntnis, daß die Vinylseitenkette des Chinins mit ihrer Doppelbindung »für die trypanozide Wirkung nicht von ausschlaggebender Bedeutung ist«. Dasselbe hatte schon Reid Hunt[1] im Ehrlichschen Laboratorium bezüglich der Giftwirkung freilebenden Infusorien gegenüber und der Toxizität im Versuch an Warmblütern festgestellt. Vielmehr zeigten uns schon zwei Verbindungen, in denen die Doppelbindung gelöst ist, das Hydrochlorchinin und das Hydrochlorisochinin Andeutungen einer therapeutischen Überlegenheit dem Chinin gegenüber, deren eingehenden Untersuchung nach der alten Methode die stärkeren örtlichen Nebenwirkungen hindernd im Wege gestanden hätten.

Auf Grund der weiteren Versuche vermittels der Fütterungsmethode können wir nun feststellen, daß bestimmte Veränderungen der Seitenkette, bei denen die Doppelbindung nicht mehr besteht, den trypanoziden Effekt erhöhen, und zwar ohne die Toxizität zu vergrößern.

In erster Linie steht hier das Hydrochinin.

Nächstdem erwiesen ausgedehnte Versuche, die wir nun mit dem Hydrochlorisochinin angestellt haben, daß sich die schon früher angenommene Überlegenheit vor dem Chinin bestätigt. Doch steht es hinter dem Hydrochinin zurück, das wir im folgenden eingehender behandeln wollen.

Das Hydrochinin und Hydrochlorisochinin unterscheiden sich von der Konstitution des Chinins, für welche die bekannte Rabesche Formel anzunehmen ist, in der Seitenkette wie folgt:



$>CH-CH=CH_2$ Chinin

$>CH-CHCl-CH_3$ Hydrochlorisochinin

$>CH-CH_2-CH_3$ Hydrochinin.

---

[1] Arch. internat. de Pharmacodyn. Bd. 12, 1904. S. 497.

Vergleichender Versuch zwischen Chininbase 0.05 (1.) und Hydrochinin 0.05 (2.).

1. Fütterung mit Chininbase 0.05 pro Cake +0.6 Lezithin-Eiweiß (Milch).

Fütterungsdauer vor der Infektion: 5 Tage.

Nummer	Trypanosomen (Nagana) im Blut und Tod — n-Tage nach der Infektion: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	21	22	23
H. 989	—	—	o	o	o	—	—	+	+++	o	o	o	—	o	o	(+)	(+)	+-++	+++-++++	†		
H. 985	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o	o	o
H. 978	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o	†	
H. 986	—	—	o	o	o	—	—	+	++++	†												
H. 980	—	—	(+)	o	o	—	—	++++	++++	†												
H. 984	—	—	o	o	o	—	—	++++	†													
H. 987	—	—	o	o	o	—	—	+++†														
H. 988	—	—	o	o	(+)	—	—	†														
H. 979	—	—	o	o	o	—	—	++++†														
H. 982	—	—	o	o	o	—	—	++++†														
H. 983	—	—	o	(+)	(+)	—	—	++++†														
H. 981	—	—	o	†																		
H. 1001 c	—	o	o	+	++	—	—†		Kontrollen													
H. 1001 a	—	o	o	o	+	—	—	†	Kontrollen													
H. 1001 b	—	o	(+)	++-+++	++++†				Kontrollen													

2. Fütterung mit Hydrochinin
0.05 pro Cake +0.6 Lezithin-Eiweiß (Milch).
Fütterungsdauer vor der Infektion: 5 Tage.

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18	19	22	23
H. 990	—	—	o	o	o	—	—	o	+-++	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 992	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 993	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 994	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 995	—	—	o	o	o	—	—	o	+	+++	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 996	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 997	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 999	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 1000	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 1001	—	—	o	o	o	—	—	o	o	o	o	o	—	o	o	o	o	o	o	o
H. 991	—	—	o	o	o	—	—	(+)	+	+++	+++	+++†								
H. 998	—	—	o	†																

Die übereinstimmenden Ergebnisse unserer zahlreichen vergleichenden Versuche sind am besten zu ersehen, wenn wir einige derselben in Tabellenform nebeneinanderstellen.

Wir haben in der letzten Zeit für die Fütterungsversuche mit Chinin meist die freie Chininbase an Stelle des zuerst benutzten Chininum tannicum basicum angewandt, über das wir schon berichtet haben, und das sich inzwischen auch durch die Erzielung von Dauererfolgen in einer ziemlichen Anzahl von Fällen bewährt hat. Als Grundlage vergleichender Versuche erschien die freie Base geeigneter, da von den Derivaten des Chinins zunächst gleichfalls das freie Alkaloid zur Anwendung kommen mußte.

Über die Versuchstechnik ist schon früher das Wesentliche mitgeteilt worden; bei länger fortgeführten Versuchsreihen vermeiden wir neuerdings die sonst sich einstellende Inanition der Mäuse, indem wir, um Eiweiß und Fett einzuführen, das Cakepulver mit Milch anrühren und pro Cake von 8 g 0.6 g Lecithineiweiß nach dem Vorgang von EHRLICH zufügen.

0.2 g der Chininbase pro Cake erweist sich, wie schon früher erwähnt, ausnahmslos als tödlich. Gibt man 0.1 g der Chininbase pro Cake, so ergeben sich bei der Ausführung zahlreicher großer Versuchsreihen Differenzen, die offenbar damit zusammenhängen, daß die Mäuse in verschiedenem Maße empfindlich sind. Es ging im Laufe der Fütterung ein wechselnder Prozentsatz der Tiere zugrunde, ein Teil derselben erst nach längerer Zeit, zweifellos infolge ungenügender Ernährung, da wir zuerst die erwähnten Zusätze unterließen. 0.05 g

pro Cake wird von fast allen Tieren dauernd vertragen; immerhin gehen stets, besonders im Beginn der Fütterung, einzelne Tiere zugrunde, indem sie entweder die Nahrung nicht annehmen, oder sich durch allzu reichliche Aufnahme vergiften. In der letzten Zeit wurden unsere Resultate erheblich gleichmäßiger, als wir die Tiere isolierten.

Die Infektion wurde mit dem auch früher benutzten, von Maus zu Maus fortgezüchteten Naganastamm vorgenommen nach 4—5 tägiger Vorfütterung. Sie erfolgte subkutan mit stark verdünntem Blut, so daß die unbehandelten Kontrolltiere am 6. bis 8. Tage starben. Es ist vorteilhaft, Versuche, bei denen es auf einen exakten Vergleich verschiedener Präparate ankommt, an gleichartigem Tiermaterial zu gleicher Zeit anzusetzen und sämtliche Tiere einheitlich zu infizieren.

Die Toxizität der Hydrochininbase, die zu den Versuchen verwendet wurde, erweist sich bei Fütterung nicht größer als die des Chinins. 0.05 pro Cake wird auch hier von den meisten Tieren auf die Dauer gut vertragen. Füttert man gleichzeitig eine Reihe Mäuse mit 0.1 g Chinin bzw. Hydrochinin pro Cake, so ist das Verhalten derselben im wesentlichen gleichartig. Von je 12 Mäusen, die — ohne Infektion — gleichzeitig mit 0.1 g pro Cake gefüttert wurden, starben bei beiden Präparaten innerhalb der ersten 8 Tage je 4. Die späteren Todesfälle schalten wohl für die Beurteilung aus, da Inanition in Frage kam; bei Beendigung der Fütterung am 18. Tage lebten von den Chinintieren noch 4, von den Hydrochinintieren noch 2. Wir hatten bei unsern ersten Versuchen die Toleranz der Tiere gegen 0.1 g Chininbase pro Cake, verglichen mit unsern jetzigen Erfahrungen, offenbar etwas zu hoch eingeschätzt. Vielleicht spielt hier die Jahreszeit eine gewisse Rolle: die ersten Versuche fielen in die Sommermonate, und hier kommt möglicherweise die von Hunt beobachtete geringe Giftempfindlichkeit der Tiere bei höherer Außentemperatur in Frage. Bei intravenöser Injektion im Kaninchenversuch erweist sich eine Übereinstimmung der Giftigkeit zwischen dem salzsauren Chinin und Hydrochinin, ebenso bei subkutaner Injektion im Versuch an Mäusen. Dies steht in Übereinstimmung mit den Toxizitätsversuchen von Hunt.

Die Tabelle gibt zwei gleichzeitig ausgeführte Versuchsreihen mit den beiden Verbindungen wieder. Der Unterschied in der Wirkung des Chinins und des Hydrochinins tritt hier wie in sämtlichen von uns durchgeführten Versuchen ganz klar hervor. Je 1 Tier stirbt ohne Trypanosomen am 4. Tag. Von 11 mit Chinin behandelten Tieren führt bei 9 Tieren die Infektion zum Tode, und zwar ist die Verzögerung gegenüber den Kontrollen meist sehr gering. 2 Tiere leben am 21. Tag trypanosomenfrei.

Von 11 mit Hydrochinin behandelten Tieren erliegt ein einziges der Infektion, die gegenüber den Kontrollen ziemlich verzögert ist. Die übrigen 10 Tiere leben am 23. Tag frei von Trypanosomen.

Bemerkenswert ist in beiden Fällen das Auftauchen und Wiederverschwinden von Trypanosomen im Blut, wie wir es auch schon früher beim Chinin beobachtet haben. Von vornherein läßt sich beim Erscheinen von Trypanosomen im Blut der behandelten Tiere nie sagen, ob dieselben im weiteren Verlauf wieder verschwinden oder unter fortschreitender Vermehrung den Tod des Versuchstieres herbeiführen werden. Im ersteren Falle tritt eine deutliche Heilwirkung den allerdings von Anfang der Infektion an unter dem Einfluß des therapeutischen Agens stehenden Parasiten gegenüber zutage, im zweiten Falle dürfte es sich um die Ausbildung einer Arzneifestigkeit handeln. Auf jeden Fall sind beide Arten von Rezidiven wesentlich verschieden. Wir haben nach Chininbehandlung eine Festigkeit auch schon in weiteren Generationen beobachtet und wenden ihr aus theoretischen Gründen und aus praktischen Gesichtspunkten hinsichtlich der Malariatherapie, die später noch zu erwähnen sind, auch künftig unsere Aufmerksamkeit zu.

Es ergibt sich aus diesem Versuch, daß unter sonst gleichen Verhältnissen die gleiche Dosis des Hydrochinins dem Chinin weit überlegen ist, und daß das Hydrochinin unter Bedingungen einen fast sicheren Schutz gegen die Infektion gewährt, bei welchem das Chinin in der Mehrzahl der Fälle versagt. Es ist sogar nach unseren Erfahrungen die Dauerwirkung von 0.05 g Hydrochinin pro Cake konstanter als die von 0.2 g Chinin tannicum (welches etwa 0.1 g Base entspricht). 0.03 g pro Cake zeigt bei beiden Präparaten, Chinin und Hydrochinin, keine nennenswerte Wirkung. Der hier gegebene quantitative Ausdruck für die Differenz der Wirkung erscheint allerdings etwas schematisch, insofern, als nach unserem Dafürhalten ein qualitativer Unterschied eine gewisse Rolle spielt, indem das Hydrochinin bei den Dosen, bei denen überhaupt eine Wirkung eintritt, dieselbe sicherer, mit größerer Regelmäßigkeit manifestiert.

Wir haben bereits in unserer früheren Mitteilung betont, daß wir bestrebt sind, unsere Versuche der Malariatherapie dienstbar zu machen. Es dürfte nun der Zeitpunkt gekommen sein, auf Grund unserer Tierversuche bei Trypanosomeninfektion durch umfangreiche klinische Prüfung, als deren erste Grundlage die Behandlung frischer, unkomplizierter Malariafälle dienen muß, den Wert des Hydrochinins dem Chinin gegenüber festzustellen. Die wichtigste Frage dürfte nun die sein, zugleich die Hauptfrage für die Fortsetzung und praktische

Richtung unserer weiteren Arbeiten über die Pharmakologie des Chinins, ob sich unsere Ergebnisse auf die Malaria übertragen lassen, und ob man im Trypanosomenexperiment einen vergleichenden Maßstab für die Antimalariawirkung gewinnen kann. Das Zusammentreffen trypanozider und plasmodiozider Wirkung sehen wir eben auch bei dem Dioxydiamidoarsenobenzol. Läuft die pharmakodynamische Wirkung des Chinins bzw. seiner Derivate in beiden Fällen parallel, so müßte man bei dem Hydrochinin mit Dosen auskommen, welche der Hälfte der wirksamen Chinindosis entsprechen, was für Prophylaxe und Therapie von um so größerer Bedeutung wäre, als diesen Dosen, soweit es der Tierversuch vermuten läßt, entsprechend dem gleichen Grade der Toxizität beider Präparate nur geringe Nebenwirkungen zukämen. Zudem hat das salzsaure Salz des Hydrochinins, falls es nicht stärkere lokale Wirkung ausübt als das Chinin — was eben nur durch vorsichtige Erprobung am Menschen festzustellen ist —, für die subkutane Injektion den Vorzug weit größerer Löslichkeit.

Der schon bemerkte qualitative Unterschied zwischen dem Chinin und dem Hydrochinin, die weit größere Zahl von Dauererfolgen bei dem letzteren, läßt sogar an die Möglichkeit denken, mit dem Hydrochinin in einer der des Chinins völlig entsprechenden Dosierung bei Malaria Heilungen mit besseren Chancen der Rezidivverhütung zu erzielen, als sie beim Chinin vorliegen.

Besonders möchten wir aber einem Versuch mit Hydrochinin das Wort reden bei denjenigen Malariafällen, welche sich gegen Chinin mehr oder weniger refraktär zeigen, bei welchen häufig und frühzeitig Rezidive auftreten, Erscheinungen, als deren Ursache man wohl zum Teil eine durch Einwirkung des Chinins erworbene Chininresistenz der Parasiten ansehen darf. Derartige Fälle sind von E. R. Stitt aus Panama und neuerdings in auffallender Häufung aus dem Innern von Brasilien von M. Couto, Neiva, Nocht und Werner beschrieben worden. Ihre Zahl wird sich voraussichtlich häufen, je ausgedehnter die Chininprophylaxe und -therapie in stark verseuchten Gegenden Anwendung findet, und sie werden in immer höherem Maße den Wunsch nach einem dem Chinin überlegenen Präparat wachrufen; dies um so mehr, als beim Chinin einem Hinausgehen über die tägliche Grammdosis ernstliche Schwierigkeiten im Wege stehen. Schließlich steht hier das letzte Wort bei der Empirie.

Vom theoretischen Standpunkt aus scheint uns die Berechtigung zu vergleichenden Versuchen an Trypanosomen und Malariaplasmodien gegeben. Von der Wirkung des Chinins und seiner Derivate auf freilebende, meist ciliate Infusorien ausgehend, therapeutische Wege für

die Malaria zu erschließen, dürfte weit weniger Aussicht auf Erfolg haben, wenn wir auch das wissenschaftliche Interesse solcher Versuche durchaus anerkennen[1]. Denn Lebensbedingungen und Organisation weisen hier und dort die denkbar größten Verschiedenheiten auf. Dagegen handelt es sich bei den Trypanosomen und bei denjenigen Entwicklungsstadien der Malariaparasiten, die gerade für die Chinintherapie in Frage kommen, um frei im Blutplasma lebende Formen, deren Organisation, soweit die Beziehungen zu dem umgebenden Medium, speziell die Ernährung, in Betracht kommt, weitgehende Analogien aufweisen dürfte.

Bezüglich einer Anwendung des Mittels zur Prophylaxe und Therapie der Schlafkrankheit (auch Versuche bei Kala-azar dürften Interesse haben) können wir nur auf die zurückhaltenden Bemerkungen verweisen, die wir in unserer früheren Mitteilung (a. a. O. S. 742) über das Chinin gemacht haben. Wir sind aber zu der Hoffnung berechtigt, daß es uns auf dem eingeschlagenen Wege gelingen wird, zu Verbindungen zu gelangen, die bei der einen oder andern Infektionskrankheit dem Chinin und auch dem Hydrochinin überlegen sind.

Wir sind mit analogen vergleichenden Versuchen bei der Infektion von Versuchstieren mit Pneumokokken beschäftigt, zu denen uns die von klinischer Seite des öftern betonte Wirksamkeit des Chinins auf den Verlauf der fibrinösen Pneumonie des Menschen veranlaßt.

Die hier mitgeteilten Ergebnisse bedeuten für uns keineswegs irgendeinen Abschluß, sondern vielmehr den Beginn einer planmäßigen Untersuchung der Chininderivate.

[1] Nach Hunt wirkt Hydrochinin auf gewisse freilebende Infusorien schwächer als Chinin.

Ausgegeben am 19. Januar.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
III.

SITZUNGSBERICHTE
DER
KÖNIGLICH PREUSSISCHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

19. Januar. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Struve las über die Vortheile der Anwendung eines Reversionsprismas bei Doppelsternmessungen.

Im Laufe des vergangenen Jahres sind auf der Berliner Sternwarte Beobachtungen am 9zölligen Refractor angestellt worden, um die Ursachen der bei Doppelsternmessungen auftretenden systematischen Fehler näher zu untersuchen und ein Verfahren zu erproben, welches kürzlich zu deren Beseitigung vorgeschlagen worden ist. Die Ergebnisse dieser Untersuchung haben die grossen Vortheile des Reversionsprismas dargethan und lassen durch eine zweckmässige Anwendung desselben einen erheblichen Fortschritt in der Genauigkeit der Doppelsternmessungen erwarten.

2. Hr. Auwers legte eine von Hrn. Prof. J. Peters, Observator am hiesigen Kgl. Recheninstitut, berechnete Tafel einundzwanzigstelliger Werthe der Functionen Sinus und Cosinus vor, die in dem Anhang zu den Abhandlungen des Jahres 1911 zum Druck gelangen wird.

Die Tafel ist ursprünglich für die Bedürfnisse der mit Unterstützung der Akademie von HH. J. Bauschinger und J. Peters berechneten achtstelligen Logarithmentafel angelegt worden und enthält die numerischen Sinus und Cosinus von 10′ zu 10′ durch den ganzen Quadranten und von 1″ zu 1″ für das erste Zehnminuten-Intervall.

3. Hr. Meyer legte einen Aufsatz von Hrn. Prof. Dr. R. Meister in Leipzig vor: »Cyprische Syllabarinschriften in nichtgriechischer Sprache.« (Ersch. später.)

Zwei Inschriftensteine aus Oxford mit cyprischer Schrift, die zum ersten Male eine Probe der Sprache der einheimischen Bevölkerung von Cypern geben.

4. Hr. Planck überreichte die 3. Auflage seiner Vorlesungen über Thermodynamik. Leipzig 1911; weiter wurden vorgelegt zwei Veröffentlichungen der Deutschen Commission der Akademie: Bd. 11 der Deutschen Texte des Mittelalters, enthaltend die Predigten Taulers, hrsg. von F. Vetter. Berlin 1910 und von Wieland's Gesammelten Schriften der 3. Band der die eigentlichen Werke umfassenden 1. Abteilung, hrsg. von F. Homeyer. Berlin 1910.

5. Die Akademie hat durch die philosophisch-historische Classe Hrn. SACHAU als Beitrag zu den Kosten der Herstellung eines Thesaurus der japanischen Sprache 12000 Mark, Hrn. Prof. Dr. GUSTAV KNOD in Strassburg i. E. zu einer Reise nach Frankreich behufs Fortführung der Arbeit an seinem Werke »Die deutsche Nation zu Orléans« 800 Mark und Hrn. Privatdocenten Dr. RUDOLF UNGER in München zur Drucklegung seines Werkes »Hamann und die Aufklärung« 500 Mark bewilligt.

Seine Majestät der Kaiser und König haben durch Allerhöchsten Erlass vom 14. December 1910 die Wahlen des ordentlichen Professors der romanischen Philologie an der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin Dr. HEINRICH MORF und des ordentlichen Professors der Kunstwissenschaft an derselben Universität Geheimen Regierungsraths Dr. HEINRICH WÖLFFLIN zu ordentlichen Mitgliedern der philosophisch-historischen Classe zu bestätigen geruht.

Über die Vorteile der Anwendung eines Reversionsprismas bei Doppelsternmessungen.

Von H. STRUVE.

1.

Die von meinem Vater und auf dessen Anregung von DEMBOWSKI, DUNÉR, BIGOURDAN, O. STONE u. a. angestellten Versuche zur Bestimmung der systematischen Korrektionen ihrer Doppelsternmessungen hatten die Notwendigkeit ähnlicher Untersuchungen dargetan und die Aufmerksamkeit der Beobachter auf diese für die Doppelsternkunde überaus wichtige Frage, welche schon von BESSEL und W. STRUVE aufgeworfen worden war, gelenkt, hatten aber gleichwohl nur teilweisen Erfolg gehabt, weil sich den Bestimmungen der systematischen Fehler sehr erhebliche Schwierigkeiten teils infolge der Abhängigkeit solcher Auffassungsfehler von allen möglichen schwer zu übersehenden Ursachen, teils auch wegen ihrer Veränderlichkeit mit der Zeit entgegenstellten und die an künstlichen Modellen oder an einzelnen Doppelsternen abgeleiteten Resultate sich nicht mit genügender Sicherheit auf Messungen anderer Paare übertragen ließen. Diesen Gründen ist es wohl hauptsächlich zuzuschreiben, daß man während der letzten Jahrzehnte von direkten Bestimmungen der systematischen Korrektionen ganz abgesehen und sich darauf beschränkt hat, dieselben für die einzelnen Beobachter unter der Annahme, daß die Mittelwerte aus einer großen Zahl verschiedener Beobachter frei von diesen Fehlern seien, abzuleiten. Allein, abgesehen davon, daß dies doch nur ein Notbehelf ist, der außerdem eine beträchtliche Zahl gleichzeitiger und gleichwertiger Beobachter voraussetzt und bei manchen sonst guten Beobachtern, wie die Erfahrung gelehrt hat, die systematischen Fehler so große Beträge erreicht haben, daß in solchen Fällen die Vereinigung der Messungen verschiedener Beobachter zu Mittelwerten nicht statthaft erscheint, so haben die in den letzten Jahren von den HH. DOBERCK, LAU, LOHSE u. a. ausgeführten Untersuchungen an verschiedenen Doppelsternbahnen es sehr wahrscheinlich gemacht, daß sowohl in den Messungen der Positionswinkel wie auch der Distanzen systematische

Fehler vorkommen, die bei der Mehrzahl der Beobachter in gleichem Sinne wirken und daher in den Mittelwerten nicht eliminiert werden, und haben damit aufs neue die Befreiung der Beobachtungen von ihren systematischen Fehlern in den Vordergrund gestellt.

Einen wertvollen Beitrag haben in dieser Hinsicht kürzlich die HH. Salet und Bosler in Paris[1] geliefert, indem sie auf ein einfaches Verfahren aufmerksam machten, welches die Ausschließung der persönlichen Fehler bei Positionswinkelmessungen bezweckt. Das Verfahren besteht in der Anwendung eines gewöhnlichen Reversionsprismas, drehbar um die optische Achse, wie es bereits früher des öftern zu Untersuchungen über systematische Fehler benutzt worden ist. Während jedoch früher das Prisma nur dazu diente, die scheinbare Richtung der Komponenten abzuändern, um die Abhängigkeit der Messungen von dem Neigungswinkel der Verbindungslinie gegen die Vertikale zu untersuchen, so wird hier, wie es scheint, zum ersten Male, der Versuch gemacht, die persönlichen Fehler durch Verbindung einer gewöhnlichen Messung des Positionswinkels mit einer zweiten gleichartigen Messung mit vorgesetztem Prisma zu eliminieren. Stellt man nämlich das Prisma, das sich leicht auf dem Okular befestigen lassen muß, so ein, daß die Kante desselben der Verbindungslinie des Doppelsterns parallel ist und demnach auch die scheinbare Neigung der Verbindungslinie gegen die Vertikale dieselbe bleibt wie bei der ersten Messung ohne Prisma, so wird infolge der Umkehrung des Bildes durch totale Reflexion am Prisma das Mittel beider Messungen frei von dem persönlichen Auffassungsfehler sein, der bei der Schätzung des Parallelismus der Verbindungslinie mit den Mikrometerfäden begangen wird, während die halbe Differenz beider Ablesungen den Auffassungsfehler ergibt. So einfach und bequem dieses Verfahren ist und so wesentliche Vorzüge es vor manchen früher angewandten Methoden zur Bestimmung der systematischen Fehler zu haben scheint, so ist es doch an eine Reihe von Voraussetzungen und Bedingungen geknüpft, die einer eingehenderen Prüfung bedürfen.

Von den HH. Salet und Bosler sind a. a. O. ein paar am Pariser Refraktor von 38 cm Öffnung ausgeführte Messungen mitgeteilt, welche für die Zweckmäßigkeit des Verfahrens, das im folgenden kurz die Prismenmethode genannt werden möge, sprechen. Zu einem gleich günstigen Urteil ist Dr. W. Hassenstein, wie ich nach einer privaten Mitteilung weiß, auf Grund einiger Messungen am Königsberger Refraktor gelangt. Angesichts der Bedeutung, welche dieses Verfahren in Zukunft erlangen könnte, schien es aber wünschenswert, die Be-

[1] Bulletin astronomique XXV, S. 18, 1908.

obachtungen auf eine größere Zahl von Sternpaaren auszudehnen, sie unter möglichst verschiedenen Bedingungen anzustellen und damit zugleich die Voraussetzungen, von denen die Anwendbarkeit wesentlich abhängt, genauer zu untersuchen.

Auf die naheliegende Anwendung des Reversionsprismas zur Untersuchung der Distanzmessungen soll hier nicht eingegangen werden.

2.

Die im folgenden mitgeteilten Messungen sind im Laufe des letzten Jahres am Mikrometer des neunzölligen Berliner Refraktors zum Teil von mir, zum Teil von Dr. GUTHNICK ausgeführt worden. Das Objektiv, noch aus der optischen Werkstätte von FRAUNHOFER stammend, ist ein wenig astigmatisch, was sich namentlich an helleren Objekten und bei guter Luft durch ein kreuzförmiges Aussehen der Sterne kundgibt. Infolgedessen können bei Doppelsternmessungen an helleren Sternen Auffassungsverschiedenheiten zwischen zwei Beobachtern, die lediglich hierin ihren Grund haben und durch die Prismenmethode nicht beseitigt werden, stattfinden. Durch Vorsetzen einer Objektivblende von 13 cm Durchmesser, die bisweilen benutzt ist, lassen sich die Bilder heller Sterne in der Regel erheblich verbessern. An Sternen schwächer als 5. Größe war der Astigmatismus nicht mehr deutlich zu erkennen.

Behufs Anwendung der Prismenmethode waren zwei der alten Mikrometerokulare von 250- und 440facher Vergrößerung von Toepfer & Sohn mit neuen Fassungen versehen worden, welche so eingerichtet sind, daß man auf dieselben leicht und bequem ein Reversionsprisma der bekannten Form aufsetzen kann, ohne das Okular abzunehmen und seine Fokussierung zu ändern. Durch Drehung des Prismas um die Achse, unabhängig von der Drehung des Positionskreises, kann seine Kante den Mikrometerfäden parallel gestellt, d. h. das Prisma in diejenige Lage gebracht werden, in welcher es bei der Prismenmethode zur Anwendung kommt. Ein kleiner Teilkreis mit grober Teilung erleichtert die Einstellung des Prismas. In optischer Hinsicht sind die beiden von Hensoldt bzw. von Toepfer bezogenen Prismen sehr befriedigend ausgefallen. Eine durch dieselbe verursachte Schädigung oder Änderung des Bildes ist selbst bei hellen Sternen nicht nachzuweisen gewesen.

Die Messungen erstreckten sich in erster Linie auf zwei nördliche Paare ϵ Draconis und Σ 2801, die bereits in der Liste der von DEMBOWSKI zur Untersuchung der systematischen Korrektionen ausgewählten Sternpaare vorkommen; namentlich ϵ Draconis wurde von

mir während des ganzen Jahres in verschiedenen Stundenwinkeln möglichst oft beobachtet. Hierzu kamen in der Absicht, späterhin Vergleichungen mit den aus Bahnelementen abgeleiteten oder von anderen Beobachtern bestimmten Örtern zu ermöglichen, einige Doppelsterne mit bekannter Orbitalbewegung von 1 bis 6″ Distanz, wie η Cass., α Piscium, ζ Cancri, γ Leonis, ξ Urs. maj., ξ Bootis, sowie einige andere Paare, die zur Beantwortung besonderer Fragen aufgenommen wurden. Sterne unter 1″ Distanz wurden nur wenige mitgenommen, da bei den ungünstigen Beobachtungsbedingungen in Berlin nur selten solche Paare mit genügender Sicherheit gemessen werden können. Es mag an dieser Stelle auch erwähnt werden, daß die Messungen gegenwärtig nicht nur unter der Undurchsichtigkeit der Berliner Luft und häufig eintretendem Nebel zu leiden haben, sondern auch durch das beständige Zittern des Instruments infolge des Verkehrs in der Nähe der Sternwarte sehr erschwert werden.

Die Einstellungen wurden übereinstimmend von beiden Beobachtern immer in der Weise gemacht, daß die Komponenten in die Mitte zwischen die etwa 6—10″ voneinander entfernten Mikrometerfäden gebracht wurden, und es wurde stets, wie ich das auch bei meinen früheren Messungen in Pulkowa und Königsberg getan habe, bei scheinbar vertikaler oder horizontaler Kopfhaltung (Verbindungslinie der Augen senkrecht oder parallel zur Richtung der Sterne) beobachtet. Diese Beobachtungsweise hat den großen Vorzug, daß das Auge in diejenige Lage gebracht wird, in welcher es kleine Richtungsänderungen am schärfsten wahrnimmt. Wir wollen die entsprechenden vier Stellungen des Begleiters durch *a*, *b*, *c*, *d* im Sinne der wachsenden Positionswinkel unterscheiden, so daß *a* und *c* die scheinbar vertikalen Stellungen (Begleiter unten oder oben), *b* und *d* die scheinbar horizontalen Stellungen (Begleiter rechts oder links) bedeuten. Daß es hinsichtlich der systematischen Korrektionen nicht gleichgültig ist, wie früher vielfach angenommen wurde, auf welcher Seite (unten oder oben, rechts oder links) der Begleiter sich befindet, selbst dann nicht, wenn die Komponenten nahezu gleiche Helligkeit haben, hat sich bereits aus früheren Messungen von mir (vgl. Beobachtungen des Neptunstrabanten S. 14) feststellen lassen und wird auch durch die jetzigen Messungen bestätigt.

Im folgenden sind zunächst die Messungen der beiden am häufigsten beobachteten nördlichen Paare ϵ Draconis und Σ 2801 zusammengestellt. An diese schließen sich die anderen Sterne nach den R. A. geordnet an. Unter *A* ist das Resultat der Messung von *p* ohne Prisma, unter *B* mit Prisma, unter *C* das Mittel beider gegeben. Jede Messung sowohl ohne wie auch mit Prisma beruht auf 6 Einstel-

lungen, die kombinierte Messung daher auf 12 Einstellungen. Daneben ist die »Richtung« der Verbindungslinie durch *a*, *b*, *c*, *d*, der Positionswinkel $p-q$ gegen die Vertikale, von der Richtung zum Scheitel aus im gewöhnlichen Sinne gerechnet, ferner die Lage des Instruments (I Fernrohr folgend), die Vergrößerung und der Zustand der Bilder (5 sehr gut, 1 schlecht) angegeben. Bei den Sternen mit rascher Bewegung im Positionswinkel, wie η Cass., ξ Urs. maj., ξ Bootis, ist außerdem die Reduktion auf eine bestimmte mittlere Epoche hinzugefügt. Unter die Einzelmessungen sind (ohne Rücksicht auf die Vergrößerung und den Winkel $p-q$) die Mittelwerte neben die Epoche gesetzt, bei einigen der häufiger beobachteten Sterne auch die Mittelwerte für die einzelnen Richtungen getrennt gebildet. Die Distanzmessungen, die gelegentlich gemacht worden sind und hier nicht diskutiert werden sollen, sind der Kürze halber weggelassen.

Um jede Beeinflussung der Beobachter auszuschließen, wurden die Ablesungen des Positionskreises von einem Assistenten gemacht, die Messungen ganz unabhängig voneinander ausgeführt und erst nach vorläufigem Abschluß derselben verglichen.

Σ 2603 ε Draconis (4) (7.8) $s = 2''.9$ Beob. H. STRUVE

$\alpha = 19^h\,48^m.6$ $\delta = +70°\,1'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 6	$9^h\ 0^m$	3°14	10°12	6°63	*a*	20°	I	250	3—2
8	6 25	5.22	8.64	6.93	*a*	353	I	250	4
12	8 46	2.79	10.22	6.50	*a*	18	I	250	2
16	7 42	5.27	9.27	7.27	*a*	6	I	440	4—3
26	10 57	9.35	2.82	6.08	*b*	41	I	440	3—4
26	11 10	2.44	8.25	5.35	*a*	44	I	440	3—4
April 2	8 20	6.85	9.07	7.96	*a*	13	I	440	3—4
10	10 49	7.79	8.83	8.31	*a*	40	II	440	3
10	11 4	10.69	2.07	6.38	*b*	43	II	440	3
11	9 3	6.74	10.24	8.49	*a*	20	II	440	4
11	9 15	7.35	11.79	9.57	*a*	23	II	250	3—4
12	8 42	4.15	9.92	7.03	*a*	17	II	250	3—4
12	8 58	4.57	8.52	6.55	*a*	20	II	440	3
Juni 17	15 41	9.40	6.32	7.86	*b*	98	II	440	3
21	16 37	7.50	4.34	5.92	*b*	110	II	440	3—4
Juli 14	17 55	6.19	5.55	5.87	*c*	136	II	440	4
15	17 46	8.57	4.95	6.76	*b*	134	II	440	3
15	18 3	8.77	6.00	7.38	*c*	139	II	440	2—3
16	17 34	10.12	4.62	7.37	*b*	130	II	440	2—3
16	17 44	9.60	6.12	7.86	*c*	134	II	440	2—3
Okt. 7	21 37	4.75	10.79	7.77	*c*	237	I	440	4—3
8	23 24	4.85	8.70	6.78	*d*	269	I	440	2—3
14	21 35	4.94	8.00	6.47	*c*	236	I	440	2—1
15	21 8	3.10	7.84	5.47	*c*	225	I	440	3

Datum 1910	Stern-zeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
Okt. 29	$0^h 57^m$	2°95	7°94	5°45		*d*	290°	I	440	2—3
Nov. 12	0 56	3.89	9.60	6.75		*d*	290	I	250	2
Dez. 6	1 9	5.37	10.07	7.72		*d*	293	I	250	2
12	1 0	4.25	10.77	7.51		*d*	291	I	250	3
13[1]	3 7	9.07	7.97	8.52		*a*	316	I	250	3
28[1]	2 34	6.12	7.29	6.70		*a*	310	I	250	3—4
28[1]	4 22	6.77	7.35	7.06		*a*	330	I	250	3—2
Mittel	*a*	5.12	9.53	7.32	(11)					
»	*b*	9.27	4.19	6.73	(6)					
»	*c*	6.22	7.38	6.80	(6)					
»	*d*	4.26	9.42	6.84	(5)					
	1910.48	6.09	7.91	**7.00**	(28)					

Beob. P. Guthnick

Datum 1910	Stern-zeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
März 8	$6^h 50^m$	6°77	9°00	7°88		*a*	357°	II	250	4
9	8 58	6.94	6.42	6.68		*a*	20	II	250	1—2
12	7 38	4.91	6.47	5.69		*a*	5	II	250	2
April 11	9 48	6.75	7.20	6.97		*a*	29	II	250	3—4
11	10 4	7.30	6.04	6.67		*a*	32	II	440	2—3
Juli 24	19 4	9.50	7.50	8.50		*c*	166	I	250	2
26	19 16	8.72	6.97	7.85		*c*	171	I	250	1—2
Aug. 2	17 55	6.27	7.15	6.71		*b*	136	II	250	3
Sept. 16	20 10	7.92	8.70	8.31		*c*	198	I	250	3
16	20 28	5.97	7.47	6.72		*c*	206	I	250	3
26	20 50	5.47	6.99	6.23		*c*	217	I	440	1—2
29	20 26	6.97	6.52	6.75		*c*	205	I	440	2
29	20 51	5.09	7.44	6.27		*d*	218	I	440	3
29	21 12	5.69	6.29	5.99		*b*	226	I	440	1—2
Okt. 19	23 8	5.44	8.62	7.03		*d*	265	I	440	2
27	20 40	7.52	6.87	7.20		*c*	212	I	440	2
Mittel	*a*	6.53	7.03	6.78	(5)					
»	*b*	5.98	6.72	6.35	(2)					
»	*c*	7.44	7.29	7.37	(7)					
»	*d*	5.27	8.03	6.65	(2)					
	1910.55	6.70	7.22	**6.96**	(16)					

Σ 2801 (7.8) (8) $s = 1''7$ Beob. H. Struve

$\alpha = 21^h 21^m 5$ $\delta = +79° 55'$

Datum 1910	Stern-zeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$	Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
März 6	$8^h 37^m$	269°3	277°6	273°4	*d*	263°	I	250	2—3
8	7 9	269.7	274.1	271.9	*d*	244	I	250	4
16	7 23	272.3	273.1	272.7	*d*	247	I	440	3
26	10 41	271.5	271.7	271.6	*d*	288	I	440	3—4

[1] Die mit einer [1] versehenen letzten drei Beobachtungen konnten in den Mittelwerten nicht mehr berücksichtigt werden.

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
April 2	$8^h\ 3^m$	270°0	272°9	271°5		*d*	256°	I	440	3—2
10	11 22	271.7	273.2	272.5		*d*	296	II	440	3—2
Juni 17	16 8	271.5	274.5	273.0		*a*	0	II	440	2
18	16 18	270.6	274.6	272.6		*a*	3	II	440	2—3
21	16 18	272.2	274.3	273.2		*a*	3	II	440	3
Juli 14	17 37	268.5	275.7	272.1		*a*	20	II	440	3—4
15	17 31	269.9	275.5	272.7		*a*	20	II	440	4—3
16	17 18	270.3	276.3	273.3		*a*	18	II	440	2—3
Okt. 7	21 58	272.9	271.8	272.3		*b*	103	I	440	3—4
15	21 28	272.9	270.1	271.5		*b*	93	I	440	3
Mittel	*a*	270.50	275.15	272.82	(6)					
»	*b*	272.90	270.95	271.92	(2)					
»	*d*	270.75	273.77	272.26	(6)					
	1910.42	270.95	273.96	**272.46**	(14)					

Beob. P. GUTHNICK

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 8	$8^h 17^m$	273°8	274°8	274°3		*d*	259°	II	250	4
Juli 28	19 23	275.0	271.9	273.4		*b*	53	I	250	1—2
Aug. 2	19 28	270.4	271.5	271.0		*a*	55	II	250	2—3
Sept. 25	21 4	274.5	272.8	273.6		*b*	84	I	250	2—3
	1910.52	273.43	272.75	**273.09**	(4)					

Σ 60 η Cassiop. (4) (7.8) $s = 6''3$ Beob. H. STRUVE

$\alpha = 0^h 42^m 9$ $\delta = +57° 17'$ Red. auf 1910.50 $\Delta p = +2°0$ jährlich

Datum	Sternzeit	*A*	*B*	*C*	Red. auf 1910.50	Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 9	$6^h 53^m$	240°48	241°74	241°11	+0°64	*c*	189°	I	440	3
10	6 43	238.75	243.00	240.88	+0.62	*c*	187	I	250	3—4
10	6 55	237.95	243.02	240.48	+0.62	*c*	189	I	250	3—4
April 1	8 25	240.12	242.27	241.19	+0.50	*c*	199	I	440	3—4
16	9 16	239.13	242.75	240.94	+0.42	*c*	210	II	440	3—2
22	9 28	240.39	243.47	241.93	+0.40	*c*	212	II	440	3
Okt. 7	23 15	244.14	243.32	243.73	−0.52	*a*	346	II	440	4—3
8	20 20	243.19	240.87	242.03	−0.54	*a*	310	II	440	2—3
15	20 26	244.07	242.27	243.17	−0.58	*a*	311	II	440	4
29	20 28	242.39	243.34	242.87	−0.64	*d*	311	II	440	4—3
Nov. 12	1 16	244.12	240.60	242.36	−0.72	*b*	104	I	250	3
Dez. 6	2 37	245.02	241.37	243.20	−0.85	*b*	147	I	250	3
Mittel	*a*	243.25	241.61	242.43	(3)					
»	*b*	243.79	240.20	242.00	(2)					
»	*c*	240.00	243.24	241.62	(6)					
»	*d*	241.75	242.70	242.23	(1)					
	1910.50	241.59	242.28	**241.94**	(12)					

Σ 202 α Piscium (3) (4) $s = 2\rlap{.}''5$ Beob. H. Struve
$\alpha = 1^h 56\rlap{.}^m9$ $\delta = +2° 17'$

Datum 1910	Sternzeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Richtung	p—q	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
Jan. 17	$2^h 30^m$	315°74	314°28	315°01		a	309°	I	250	3—4
17	2 40	313.24	318.58	315.91		d	306	I	250	3—4
März 5	6 22	313.29	316.17	314.73		d	279	II	250	2—3
5	6 34	313.85	317.15	315.50		d	278	II	250	2
8	5 58	314.05	315.30	314.68		d	280	II	250	4
Okt. 7	0 24	313.34	314.92	314.13		a	333	I	440	3—2
Nov. 9	1 10	313.39	315.00	314.20		a	324	I	250	2—3
9	1 28	313.95	315.82	314.88		d	321	I	250	2—3
12	1 35	313.85	314.85	314.35		a	320	I	250	2—3
12	1 43	313.79	316.47	315.13		d	319	I	250	2—3
	1910.48	313.85	315.85	**314.85**	(10)					

Beob. P. Guthnick

Jan. 17	$3^h 18^m$	314°25	313°32	313°78		d	300°	I	250	3
17	3 44	314.07	315.69	314.88		a	296	I	250	3
	1910.04	314.16	314.51	**314.33**	(2)					

Σ 262 ι Cassiop. (4) (7) $s = 2\rlap{.}''0$ Beob. H. Struve
$\alpha = 2^h 20\rlap{.}^m8$ $\delta = +66° 57'$

März 9	$7^h 16^m$	250°19	250°92	250°55		c	173°	I	440	3
12	9 6	248.24	251.74	249.99		c	198	I	250	2—1
16	6 57	249.25	250.67	249.96		c	171	I	440	4
April 1	8 41	249.62	251.30	250.46		c	193	I	440	3—4
16	9 36	248.90	251.64	250.27		c	202	II	440	3
22	9 46	248.24	253.13	250.68		c	203	II	440	3
Okt. 7	23 38	250.69	254.02	252.35		a	358	II	440	4—3
8	20 37	247.42	251.75	249.58		d	316	II	440	2—3
15	20 47	252.07	252.40	252.23		a	319	II	440	3—4
29	0 40	249.90	254.07	251.98		a	18	II	440	3
Dez. 6	2 57	250.82	247.17	249.00		b	90	I	250	2—1
	1910.50	249.58	251.71	**250.64**	(11)					

Σ 333 ε Arietis (5.6) (6) $s = 1\rlap{.}''3$ Beob. H. Struve
$\alpha = 2^h 53\rlap{.}^m5$ $\delta = +20° 57'$

Jan. 17	$4^h 8^m$	202°39	202°89	202°64		c	184°	I	250	3—4
17	4 18	202.59	204.77	203.68		c	181	I	250	3—4
	1910 04	202.49	203 83	**203.16**	(2)					

Beob. P. Guthnick

Jan. 17	$4^h 50^m$	202°32	203°01	202°67		c	175°	I	250	

OΣ 545 θ Aurigae *AB* (3) (8) $s = 2''.3$ Beob. H. Struve
$\alpha = 5^h 53^m.0$ $\delta = +37° 12'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 26	$7^h 56^m$	338°85	342°72	340°78	*d*	294°	I	440	4—3
31	7 46	333.84	341.72	337.78	*d*	297	I	440	2—3
April 1	7 48	335.25	341.40	338.33	*d*	297	I	440	3—4
11	10 38	337.39	340.14	338.77	*d*	290	II	440	3—2
22	10 5	333.34	340.30	336.82	*d*	288	II	440	3
Okt. 7	0 5	334.44	340.79	337.61	*a*	21	I	440	3—2
	1910.34	335.52	341.18	**338.35** (6)					

OΣ 156 (6.7) (7) $s = 0''.7$ Beob. P. Guthnick
$\alpha = 6^h 41^m.5$ $\delta = +18° 18'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 4	$7^h 40^m$	116°22	116°75	116°49	*b*	101°	I	250	2—3
5	7 47	117.04	116.85	116.94	*b*	100	I	440	3
	1910.17	116.63	116.80	**116.72** (6)					

Σ 1037 (7) (7) $s = 0''.8$ Beob. P. Guthnick
$\alpha = 7^h 6^m.6$ $\delta = +27° 24'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 4	$8^h 16^m$	294°87	295°10	294°99	*d*	273°	I	250	2

OΣ 170 (7) (7.8) $s = 1''.4$ Beob. P. Guthnick
$\alpha = 7^h 12^m.2$ $\delta = +9° 29'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 4	$8^h 32^m$	108°77	107°77	108°27	*b*	91°	I	250	2

Σ 1110 α Geminorum (2) (3) $s = 5''.7$ Beob. H. Struve
$\alpha = 7^h 28^m.2$ $\delta = +32° 6'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 26	$10^h 4^m$	220°97	222°25	221°61	*c*	179°	I	440	4—3
26	10 16	220.10	222.30	221.20	*c*	178	I	250	4—3
April 2	8 42	219.47	222.52	221.01	*c*	193	I	440	3—4
	1910.24	220.18	222.36	**221.27** (3)					

Beob. P. Guthnick

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
April 2	$9^h 15^m$	219°49	220°50	220°00	*c*	187°	I	440	2—3

Σ 1187 (7) (8) $s = 2''.1$ Beob. H. Struve
$\alpha = 8^h 3^m.2$ $\delta = +32° 31'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 21	$6^h 54^m$	38°70	44°57	41°63	*a*	69°	II	440	4
21	7 8	42.13	39.00	40.57	*b*	66	II	440	4
23	7 50	38.52	43.62	41.07	*a*	48	II	440	3
23	8 19	40.42	39.75	40.09	*b*	37	II	440	3
26	7 21	41.75	39.93	40.84	*b*	61	II	440	4
26	7 34	38.15	43.40	40.77	*a*	54	II	440	4
April 11	10 59	39.13	44.05	41.59	*a*	357	II	440	3—4
	1910.23	39.83	42.05	**40.94** (7)					

Σ 1196 ζ Cancri *AB*. (5) (5.6) $s = 1\overset{''}{.}1$ Beob. H. Struve

$\alpha = 8^h 6^m\!.5$ $\delta = +17°57'$

Datum 1910	Stern-zeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
März 5	$7^h\ 2^m$	329°40	335°02	332°21		*a*	347°	II	440	3
16	9 15	328.88	332.37	330.63		*d*	313	I	440	3
20	6 52	329.43	330.97	320.20		*a*	350	I	440	3—4
21	7 34	330.07	329.98	330.03		*a*	340	II	440	4
31	8 6	329.55	332.10	330.83		*a*	330	I	440	3
April 5	8 15	330.98	331.43	331.21		*a*	328	II	440	3
	1910.22	329.72	331.98	**330.85**	(6)					

Beob. P. Guthnick

Datum 1910	Stern-zeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
März 4	$8^h 56^m$	332°50	331°97	332°23		*a*	319°	I	250	2
31	8 58	329.05	330.12	329.59		*d*	318	I	440	3
31	9 12	329.89	330.09	329.99		*a*	313	I	440	2—3
	1910.22	330.48	330.73	**330.60**	(3)					

Σ 1424 γ Leonis (2) (3.4) $s = 3\overset{''}{.}8$ Beob. H. Struve

$\alpha = 10^h 14^m\!.4$ $\delta = +20°21'$

Datum 1910	Stern-zeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
Jan. 26	$7^h 32^m$	117°95	116°05	117°00		*c*	150°	II	250	3
März 8	9 8	120.05	115.19	117.62		*b*	134	II	250	3—4
8	9 21	115.55	118.05	116.80		*c*	131	II	250	3—4
12	9 28	118.47	114.22	116.35		*b*	129	II	250	2
12	9 43	114.47	119.19	116.83		*c*	125	II	250	2—3
	1910.16	117.30	116.54	**116.92**	(5)					

Beob. P. Guthnick

Datum 1910	Stern-zeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
April 2	$10^h 32^m$	117°97	116°04	117°01		*b*	110°	I	250	2

Σ 1523 ξ Ursae maj. (4) (5) $s = 2\overset{''}{.}9$ Beob. H. Struve

$\alpha = 11^h 12^m\!.8$ $\delta = +32°6'$ Red. auf 1910.30 $\Delta p = -2°2$ jährlich

Datum 1910	Stern-zeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Red. auf 1910.30	Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
Jan. 29	$6^h 45^m$	124°82	126°10	125°46	−0°48	*c*	169°	I	250	3—2
März 5	8 17	124.00	125.22	124.61	−0.29	*c*	167	I	440	3—4
5	8 35	122.75	126.39	124.57	−0.29	*c*	165	I	250	3—4
6	9 41	124.24	125.57	124.90	−0.26	*c*	155	II	250	2—3
9	6 25	123.85	125.09	124.47	−0.24	*c*	170	I	440	3—4
20	7 25	123.97	125.50	124.74	−0.20	*c*	169	II	440	4—3
April 4	8 49	122.60	125.15	123.88	−0.11	*c*	164	II	440	2—3
Juni 18	15 30	124.44	123.97	124.20	+0.35	*b*	78	II	440	3—4
Juli 14	17 5	123.85	123.34	123.60	+0.51	*b*	81	II	440	3—4
15	17 14	124.52	123.39	123.95	+0.52	*b*	82	II	440	3—4
16	16 59	123.90	123.97	123.94	+0.53	*b*	81	II	440	2—3
	1910.30	123.91	124.89	**124.40**	(11)					

Beob. P. Guthnick

Datum 1910	Stern-zeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$	Red. auf 1910.30	Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
April 4	$9^h\ 0^m$	123°99	124°44	124°22	−0°11	*c*	164°	II	440	2

Σ 1536 *ι* Leonis (4) (7) $s = 2''.2$ Beob. H. STRUVE

$\alpha = 11^h 18^m.7$ $\delta = +11° 5'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 5	$9^h 6^m$	44°94	42°64	43°79		*b*	71°	I	250	2—3
6	9 20	45.57	42.60	44.09		*b*	69	I	250	2—3
19	10 0	43.04	49.00	46.02		*a*	62	I	440	3
19	10 13	46.79	41.65	44.22		*b*	60	I	440	3
23	9 55	41.80	48.22	45.01		*a*	63	I	440	2
April 4	11 8	47.65	43.44	45.55		*b*	48	I	440	3
16	11 50	44.85	50.57	47.71		*a*	38	II	440	3
Mai 11	11 27	42.37	48.55	45.46		*a*	42	I	250	2
	1910.24	44.63	45.83	**45.23**	(8)					

Beob. P. GUTHNICK

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
April 2	$11^h 6^m$	43°04	44°47	43°76		*a*	48°	I	250	3
4	11 4	47.17	45.54	46.35		*b*	48	I	440	2—3
16	12 25	49.09	46.09	47.59		*a*	29	II	440	3
	1910.26	46.43	45.37	**45.90**						

Σ 1643 (8.9) (9) $s = 2''.0$ Beob. H. STRUVE

$\alpha = 12^h 22^m.2$ $\delta = +27° 35'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
März 19	$10^h 37^m$	35°57	32°82	34°20		*b*		I	440	3
Juni 18	15 59	33.65	38.40	36.02		*a*		II	440	2—3
	1910.34	34.61	35.61	**35.11**	(2)					

Σ 1877 *ε* Bootis (3) (6) $s = 2''.8$ Beob. H. STRUVE

$\alpha = 14^h 40^m.6$ $\delta = +27° 30'$

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
April 1	$10^h 40^m$	329°45	331°05	330°25		*a*	15°	I	440	3
5	10 45	329 87	330 81	330.34		*a*	15	I	440	3—4
29	12 40	330.35	333.25	331.80		*a*	5	II	440	2—3
30	12 28	331.44	332.42	331.93		*a*	7	II	440	2—3
Juli 14	18 15	331.27	333.52	332.40		*d*	290	II	440	3—4
15	18 24	334.20	333.55	333 87		*d*	290	II	440	3
Okt. 8	19 57	330.17	333.74	331.95		*d*	290	II	440	2—3
Mittel	*a*	330.28	331.88	331.08	(4)					
„	*d*	331.88	333.60	332 74	(3)					
	1910.43	330.96	332.62	**331.79**	(7)					

Beob. P. GUTHNICK

Datum 1910	Sternzeit	*A* ohne Prisma	*B* mit Prisma	*C* $\frac{A+B}{2}$		Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
Juli 26	$17^h 17^m$	326°64	334°02	330°33		*d*	294	I	440	1—2
26	17 32	327.25	332.39	329 82		*d*	293	I	250	1—2
28	16 58	327.10	332.22	329.66		*d*	296	I	250	2—3
30	17 39	326.60	332.62	329.61		*d*	292	I	250	2—3
30	17 58	332 09	329 22	330 65		*a*	290	I	250	2—3
Aug. 2	16 46	332.09	330.62	331.35		*a*	297	I	250	3
2	17 0	327.30	332.89	330.09		*d*	296	I	250	3
6	17 10	329.90	333.95	331.92		*d*	295	I	250	1—2

208.38

Datum 1910	Sternzeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Richtung	$p-q$	Lage des Instr.	Vergrößerung	Bild
Aug. 10	$16^h 48^m$	328°42	332°87	330°65		d	297°	I	250	4
10	17 15	327.84	330.92	329.38		d	294	I	250	4
31	18 29	331.34	330.70	331.02		d	289	I	250	3
Sept. 16	19 28	326.89	333.22	330.05		d	289	I	250	3
16	19 48	329.77	333.02	331.39		d	289	I	250	3
26	19 40	327.19	333.77	330.48		d	289	I	440	1—2
26	20 0	331.00	333.15	332.07		d	289	I	440	1—2
Mittel	a	332.09	329.92	331.01	(2)					
„	d	328.25	332.75	330.50	(13)					
	1910.62	328.76	332.37	**330.57**	(15)					

Σ 1888 ξ Bootis (4.5) (6.7) $s = 2''3$ Beob. H. Struve

$\alpha = 14^h 46^m 8$ $\delta = +19° 31'$ Red. auf 1910.50 $\Delta p = -7°$ jährlich

Datum	Sternzeit	A	B	C	Red. auf 1910.50	Richtung	$p-q$	Lage	Vergr.	Bild
April 1	$11^h 0^m$	142°27	141°54	141°90	—1°75	c	180°	I	440	2—3
4	11 36	139.49	144.24	141.86	—1.70	c	177	I	440	3—2
5	10 55	141.47	142.79	142.13	—1.68	c	180	I	440	3
29	12 58	140.95	143.65	142.30	—1.26	c	167	II	440	3—2
30	12 48	141.57	142.37	141.97	—1.19	c	169	II	440	3
Mai 19	13 56	142.00	140.77	141.39	—0.84	c	155	II	440	3—2
Juni 21	16 58	142.40	139.30	140.85	—0.21	b	110	I	440	3
Juli 15	18 38	142.94	138.80	140 87	+0.21	b	103	II	440	3
16	18 0	143.49	139.04	141.26	+0.28	b	105	II	440	2—3
	1910.50	140.93	140.48	140.71	(9)					

Beob. P. Guthnick

Datum	Sternzeit	A	B	C	Red.	Richtung	$p-q$	Lage	Vergr.	Bild
Juli 26	$17^h 0^m$	142°40	139°39	140°89	+0.42	b	111°	I	440	2
28	17 20	142.74	138.75	140.75	+0.49	b	108	I	250	2
Aug. 2	17 23	140.54	139.42	139.98	+0.56	b	108	I	250	3
10	17 34	140.79	139.60	140.20	+0.77	b	106	I	250	3
31	19 3	141.37	140.00	140.69	+1.12	b	101	I	250	3
	1910.50	142.24	140.10	141.17	(5)					

Σ 1909 44 i Bootis (5) (6) $s = 4''1$ Beob. P. Guthnick

$\alpha = 15^h 0^m 5$ $\delta = +48°3$

Datum	Sternzeit	A	B	C		Richtung	$p-q$	Lage	Vergr.	Bild
Juli 26	$17^h 55^m$	243°24	243°24	243°24		c	206°	I	250	1—2
28	17 40	243.65	243.49	243.57		c	198	I	250	2—3
	1910.57	243.44	243.36	**243.40**	(2)					

Σ 2130 μ Draconis (5) (5) $s = 2''5$ Beob. P. Guthnick

$\alpha = 17^h 3^m 3$ $\delta = +54° 36'$

Datum	Sternzeit	A	B	C		Richtung	$p-q$	Lage	Vergr.	Bild
Juli 24	$19^h 40^m$	134°85	135°35	135°10		a	58°	I	250	3
26	19 1	137.22	136.14	136.68		b	51	I	250	1—2
Sept. 26	20 19	136.49	136.19	136.34		b	62	I	440	4
26	20 33	136.24	134.77	135.51		b	63	I	440	2—3
	1910.65	136.20	135.62	**135.91**	(4)					

Σ 2272 70 *p* Ophiuchi (4) (6) $s = 2''.0$ Beob. P. GUTHNICK

$\alpha = 18^h 0^m.4$ $\delta = +2° 33'$

Datum 1910	Stern-zeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
Juli 28	$18^h 2^m$	152°.42	152°.24	152°.33		*c*	152°	I	250	3—2
Aug. 10	17 54	152.80	153.10	152.95		*c*	153	I	250	3
10	18 13	152.77	153.00	152.88		*c*	150	I	440	3
10	18 38	151.97	152.67	152.32		*b*	144	I	440	2—3
31	19 28	152.12	151.89	152.01		*c*	136	I	250	3—4
31	19 48	151.07	152.17	151.62		*b*	134	I	250	3
Sept. 29	19 37	152.12	151.42	151.77		*b*	135	I	440	2—3
29	19 54	151.77	152.72	152.25		*c*	133	I	440	2
	1910.65	152.13	152.40	**152.27**	(8)					

Σ 2675 *κ* Cephei (4.5) (8) $s = 7''.3$ Beob. H. STRUVE

$\alpha = 20^h 12^m.2$ $\delta = +77° 25'$

Datum 1910	Stern-zeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
März 12	$8^h 15^m$	123°.32	120°.32	121°.82		*b*	123	I	250	2—3
16	8 58	122.97	121.50	122.23		*b*	131	I	440	3
	1910.20	123.14	120.91	**122.02**	(2)					

Beob. P. GUTHNICK

Datum 1910	Stern-zeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
März 12	$7^h 52^m$	123°.17	121°.27	122°.22		*b*	119	II	250	2
Juli 26	19 36	121.65	123.62	122.64		*d*	289	I	250	1—2
Aug. 2	19 11	121.82	123.74	122.78		*d*	280	II	250	2—3
	1910.45	122.21	122.88	**122.54**	(3)					

Σ 2822 *μ* Cygni (4) (5) $s = 2''.0$ Beob. P. GUTHNICK

$\alpha = 21^h 39^m.7$ $\delta = +28° 18'$

Datum 1910	Stern-zeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
Juli 28	$19^h 0^m$	129°.25	127°.44	128°.34		*c*	169°	I	250	2—3
Okt. 2	21 40	127.89	127.24	127.57		*b*	128	I	440	2—1
	1910.66	128.57	127.34	**127.96**	(2)					

Σ 2924 (6.7) (7) $s = 0''.7$ Beob. P. GUTHNICK

$\alpha = 22^h 30^m.1$ $\delta = +69° 23'$

Datum 1910	Stern-zeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
Aug. 2	$18^h 41^m$	279°.85	275°.37	277°.61		*a*	28°	II	440	3
Sept. 25	21 24	278.22	275.62	276.92		*b*	65	I	440	2
	1910.66	279.04	275.50	**277.27**	(2)					

OΣ 481 (7.8) (9) $s = 2''.2$ Beob. H. STRUVE

$\alpha = 22^h 42^m.1$ $\delta = +77° 59'$

Datum 1910	Stern-zeit	A ohne Prisma	B mit Prisma	C $\frac{A+B}{2}$		Rich-tung	$p-q$	Lage des Instr.	Ver-größe-rung	Bild
März 8	$8^h 48^m$	265°.30	270°.00	267°.65		*d*	245°	II	250	4—3

3.

Aus der obigen Zusammenstellung sind die Vorteile der Prismenmethode sofort ersichtlich. Besonders deutlich treten sie bei meinen Messungen des häufiger und in allen möglichen Stundenwinkeln beobachteten Sterns ϵ Draconis hervor, wo die Mittelwerte für die vier Hauptrichtungen bei den Messungen ohne Prisma um mehr als 5° voneinander abweichen, während sie bei den kombinierten Messungen innerhalb 0°6 übereinstimmen. Ordnet man ferner die Messungen nach dem Neigungswinkel $p-q$, so erhält man für ϵ Draconis:

$p-q$	A	B	C $\frac{A+B}{2}$	Zahl der Mess.
359°	5°24	8°96	7°10	(2)
19	5.08	9.98	7.53	(7)
42	7.57	5.49	6.53	(4)
104	8.45	5.33	6.89	(2)
135	8.63	5.47	7.05	(5)
233	4.26	8.88	6.57	(3)
287	4.26	9.42	6.84	(5)
319	7.32	7.54	7.43	(3)

also ebenfalls eine befriedigende Übereinstimmung gegenüber den beträchtlichen Unterschieden in den Kolumnen A bzw. B. In den Messungen von Dr. Guthnick, welche sich überhaupt durch große Gleichförmigkeit und Genauigkeit auszeichnen, ist die Verbesserung der Darstellung zwar weniger auffällig als bei mir, bei einzelnen, namentlich hellen Sternen, wie ϵ Bootis, jedoch auch sehr deutlich ausgesprochen. In welchem Maße die innere Übereinstimmung der Messungen in jedem einzelnen Falle verbessert wird, läßt sich der folgenden Tabelle entnehmen, in welcher unter A der mittlere Fehler einer einfachen Messung, abgeleitet aus der Vergleichung aller Messungen A oder B, unter C der mittlere Fehler einer kombinierten Messung, abgeleitet aus der Vergleichung aller Mittel $\frac{A+B}{2}$, unter g das Gewicht einer kombinierten Messung, bezogen auf das Gewicht einer einfachen Messung als Einheit, aufgeführt ist. Durch die Angabe des halben Gewichts wird die kombinierte Messung auf die gleiche Zahl von Einstellungen wie die einfache Messung, im vorliegenden Falle also auf 6 Einstellungen, reduziert. Bei den rascher bewegten Paaren, wie η Cass., ξ Urs. mj., ξ Bootis, ist bei der Ableitung des m. F. auf die Bewegung Rücksicht genommen. Sterne, für welche weniger als 5 Messungen vorlagen, sind hier fortgelassen.

H. STRUVE			s	A m. F. einer einf. Messung 6 Einst.	C m. F. einer komb. Messung 12 Einst.	Zahl der Messungen	g/2 Gewicht einer komb. Messung 6 Einst.
Σ 2603	ε Drac.	(4) (7.8)	2″9	±2°62	±1°02	28	3.3
Σ 2801		(7.8) (8)	1.7	2.34	0.66	14	6.3
Σ 60	η Cass.	(4) (7.8)	6.3	1.58	0.62	12	3.2
Σ 202	α Pisc.	(3) (4)	2.5	1.45	0.57	10	3.3
Σ 262	ι Cass.	(4) (7)	2.0	1.88	0.99	11	1.8
OΣ 545	θ Aurig.	(3) (8)	2.3	3.08	1.34	6	2.6
Σ 1187		(7) (8)	2.1	2.26	0.54	7	8.5
Σ 1196	ζ Cancri	(5) (5.6)	1.1	1.73	0.75	6	2.7
Σ 1424	γ Leon.	(2) (3.4)	3.8	2.07	0.47	5	9.6
Σ 1523	ξ Ursae mj.	(4) (5)	2.9	0.90	0.32	11	4.0
Σ 1536	ι Leon.	(4) (7)	2.2	2.90	1.27	8	2.6
Σ 1877	ε Boot.	(3) (6)	2.8	1.62	1.22	7	0.9
Σ 1888	ξ Boot.	(4.5) (6.7)	2.3	1.60	0.46	9	6.0
							4.2
P. GUTHNICK							
Σ 2603	ε Drac.	(4) (7.8)	2.9	1.11	0.80	16	1.0
Σ 1877	ε Boot.	(3) (6)	2.8	2.48	0.83	15	4.4
Σ 1888	ξ Boot.	(4.5) (6.7)	2.3	1.37	0.47	5	4.2
Σ 2272	70 p Oph.	(4) (6)	2.0	0.57	0.47	8	0.7
							2.6

Eine kombinierte Messung nach der Prismenmethode hat hiernach im Durchschnitt etwa 3 bis 4 mal so großes Gewicht wie eine auf derselben Zahl von Einstellungen beruhende einfache Messung. Die Paare mit sehr ungleichen Komponenten werden von beiden Beobachtern weniger genau gemessen.

Ein weiteres Kriterium liefert die Vergleichung der von beiden Beobachtern gemeinsam beobachteten Sterne. Bildet man die Differenzen $S - G$ zwischen den Resultaten beider Beobachter einesteils für die einfachen Messungen ohne Prisma (A), andernteils für die kombinierten Messungen (C), so erhält man

			S–G einf. Mess.	S–G komb. Mess.	Zahl der Mess. n_s	Zahl der Mess. n_g	Gew. g
Σ 2603	ε Drac.	(4) (7.8)	−0°61	+0°04	28	16	10.2
Σ 2801		(7.8) (8)	−2.48	−0.63	14	4	3.1
Σ 202	α Pisc.	(3) (4)	−0.31	+0.52	10	2	1.7
Σ 333	ε Ariet.	(5.6) (6)	+0.17	+0.49	2	1	0.7
Σ 1110	α Gem.	(2) (3)	+0.69	+1.27	3	1	0.8
Σ 1196	ζ Cancri	(5) (5.6)	−0.76	+0.25	6	3	2.0
Σ 1424	γ Leon.	(2) (3.4)	−0.67	−0.09	5	1	0.8
Σ 1523	ξ Ursae mj.	(4) (5)	+0.03	+0.29	11	1	0.9
Σ 1536	ι Leon.	(4) (7)	−1.80	−0.67	8	3	2.2
Σ 1877	ε Boot.	(3) (6)	+2.20	+1.22	7	15	4.8
Σ 1888	ξ Boot.	(4.5) (6.7)	−1.31	−0.46	9	5	3.2
Σ 2675	κ Cephei	(4.5) (8)	+0.93	−0.52	2	3	1.2

Daneben ist die Anzahl der Messungen n_s n_g für jeden Beobachter und das unter der Voraussetzung gleicher Genauigkeit gefolgerte Gewicht der Differenz $g = \frac{n_s\, n_g}{n_s + n_g}$ gegeben. Mit Rücksicht auf die Gewichte ergibt sich die Quadratsumme der Differenzen:

bei den einfachen Messungen = 122.2,
» » kombinierten Messungen (doppelt genommen) = 49.0,

woraus ebenfalls auf die erheblich größere Genauigkeit der kombinierten Messungen geschlossen werden kann. Die Differenzen aus den kombinierten Messungen tragen den Charakter zufälliger Fehler und sind überdies nicht wesentlich größer, als man nach den obigen m. F. zu erwarten berechtigt ist. Die größeren Differenzen zeigen sich bei den helleren Paaren, wie *α* Geminorum, *ε* Bootis, und erklären sich wahrscheinlich durch die Unvollkommenheiten des Fokalbildes, nämlich das vielfach als störend bemerkte kreuzförmige Aussehen heller Sterne. Dem letzteren Umstande ist es wohl auch zuzuschreiben, daß die Messungen an Paaren mit sehr ungleichen Komponenten, wie die obige Zusammenstellung der m. F. lehrt, mit einer größeren Unsicherheit behaftet sind.

Zu einem bemerkenswerten Ergebnis führen ferner die aus der Vergleichung der Messungen mit und ohne Prisma folgenden systematischen Korrektionen *dp*, nach den vier Richtungen *a*, *b*, *c*, *d* geordnet. Fassen wir zunächst meine Messungen ins Auge, so erhalten wir:

Beob. H. Struve

Richtung *a*

	1910		*dp*	*p−q*	Vergr.
ε Draconis	März	6	+3°5	20°	250
		8	+1.7	353	»
		12	+3.7	18	»
		16	+2.0	6	440
		26	+2.9	44	»
	April	2	+1.1	13	»
		10	+0.5	40	»
		11	+1.8	20	»
		11	+2.2	23	250
		12	+2.9	17	»
		12	+2.0	20	440
Σ 2801	Juni	17	+1.5	0	440
		18	+2.0	3	»
		21	+1.1	3	»
	Juli	14	+3.6	20	»
		15	+2.8	20	»
		16	+3.0	18	»
η Cassiop.	Okt.	7	−0°4	346°	440
		8	−1.2	310	»
		15	−0.9	311	»
α Piscium	Jan.	17	−0.7	309	250
	Okt.	7	+0.8	333	440
	Nov.	9	+0.8	324	250
		12	+0.5	320	»
ι Cassiop.	Okt.	7	+1.7	358	440
		15	+0.2	319	»
		29	+2.1	18	»
θ Aurigae	Okt	7	+3.2	21	440
Σ 1187	März	21	+2.9	69	440
		23	+2.6	48	»
		26	+2.6	54	»
	April	11	+2.5	357	»

	1910		dp	p—q	Vergr.
ζ Cancri	März	5	+2°8	347°	440
		20	+0.8	350	»
		21	0.0	340	»
		31	+1.3	330	»
	April	5	+0.2	328	»
ι Leonis	März	19	+3.5	62	440
		23	+3.2	63	»
	April	26	+2.9	38	»
	Mai	11	+3.2	42	250
Σ 1643	Juni	18	+2.4	353	440
ε Bootis	April	1	+0.8	15	440
		5	+0.5	15	»
		29	+1.5	5	»
		30	+0.5	7	»

Richtung *b*

	1910		dp	p—q	Vergr.
ε Draconis	März	26	—3°3	41°	440
	April	10	—4.3	43	»
	Juni	17	—1.5	98	»
		21	—1.6	110	»
	Juli	15	—1.8	134	»
		16	—2.7	130	»
Σ 2801	Okt.	7	—0.6	103	440
		15	—1.4	93	»
η Cassiop.	Nov.	12	—1.8	104	250
	Dez.	6	—1.8	147	»
ι Cassiop.	Dez.	6	—1.8	90	250
Σ 1187	März	21	—1.6	66	440
		23	—0.3	37	»
		26	—0.9	61	»
γ Leonis	März	8	—2.4	134	250
		12	—2.2	129	»
ξ Ursae maj.	Juni	18	—0.2	78	440
	Juli	14	—0.3	81	»
		15	—0.6	82	»
		16	0.0	81	»
ι Leonis	März	5	—1.2	71	250
		6	—1.5	69	»
		19	—2.6	60	440
	April	4	—2.1	48	»
Σ 1643	März	19	—1.4	66	440
ξ Bootis	Juni	21	—1.5	110	440
	Juli	15	—2.1	103	»
		16	—2.2	105	»
κ Cephei	März	12	—1.5	123	440
		16	—0.7	131	»

Richtung *c*

	1910		dp	p—q	Vergr.
ε Draconis	Juli	14	—0°3	136°	440
		15	—1.4	139	»
		16	—1.7	134	»
	Okt.	7	+3.0	237	»
		14	+1.5	236	»
		15	+2.4	225	»
μ Cassiop.	März	9	+0.6	189	440
		10	+2.1	187	250
		10	+2.5	189	»
	April	1	+1.1	199	440
		16	+1.8	210	»
		22	+1.5	212	»
ι Cassiop.	März	9	+0.4	173	440
		12	+1.8	198	250
		16	+0.7	171	440
	April	1	+0.8	193	»
		16	+1.4	202	»
		22	+2.4	203	»
ε Arietis	Jan.	17	+0.3	184	250
		17	+1.1	181	»
α Geminorum	März	26	+0.6	179	440
		26	+1.1	178	250
	April	2	+1.5	193	440
γ Leonis	Jan.	26	—0.9	150	250
	März	8	+1.3	131	»
		12	+2.4	125	»
ξ Ursae maj.	Jan.	29	+0.6	169	250
	März	5	+0.6	167	440
		5	+1.8	165	250
		6	+0.7	155	»
		9	+0.6	170	440
		20	+0.8	169	»
	April	4	+1.3	164	»
ξ Bootis	April	1	—0.4	180	440
		4	+2.4	177	»
		5	+0.7	180	»
		29	+1.4	167	»
		30	+0.4	169	»
	Mai	19	—0.6	155	»

Richtung *d*

	1910		dp	p—q	Vergr.
ε Draconis	Okt.	8	+1°9	269°	440
		29	+2.5	290	»
	Nov.	12	+2.9	290	250
	Dez.	6	+2.4	293	»
		12	+3.3	291	»

	1910	dp	$p-q$	Vergr.
Σ 2801	März 6	+4°1	263°	250
	8	+2.2	244	»
	16	+0.4	247	440
	26	+0.1	288	»
	April 2	+1.5	256	»
	10	+0.7	296	»
η Cassiop.	Okt. 29	+0.5	311	440
α Piscium	Jan. 17	+2.7	306	250
	März 5	+1.4	279	»
	5	+1.6	278	»
	8	+0.6	280	»
	Nov. 9	+0.9	321	»
	12	+1.3	319	»

	1910	dp	$p-q$	Vergr.
ι Cassiop.	Okt. 8	+2°2	316°	440
θ Aurigae	März 26	+1.9	294	440
	31	+3.9	297	»
	April 1	+3.1	297	»
	11	+1.4	290	»
	22	+3.5	288	»
ζ Cancri	März 16	+1.8	313	440
ε Bootis	Juli 14	+1.1	290	440
	15	−0.3	290	»
	Okt. 8	+1.8	290	»
OΣ 481	März 8	+2.3	245	250

Man sieht, daß in den drei Richtungen a, c, d weitaus die positiven Korrektionen vorherrschen, während die Richtung b ausnahmslos negative aufweist. Und zwar scheinen die Korrektionen außer von der Richtung nur in geringem Grade noch von dem Gesichtswinkel bzw. der angewandten Vergrößerung abhängig, von der Helligkeit und Helligkeitsdifferenz der Komponenten aber nahezu unabhängig zu sein. Bildet man die Mittelwerte zunächst getrennt für die beiden Vergrößerungen, so erhält man

	Richtung a		Richtung b		Richtung c		Richtung d	
	dp	Zahl der Mess.	dp	Zahl der Mess.	dp	Zahl der Mess.	dp	Zahl der Mess.
Vergr. 250	+2°00	(9)	−1°85	(8)	+1°23	(12)	+2°14	(12)
440	+1.64	(37)	−1.53	(22)	+0.87	(27)	+1.65	(17)

also in der Tat eine geringe Abhängigkeit von der Vergrößerung, und im Mittel

	dp	m. F.	Zahl der Mess.	mittl. Dist. s	$s \cdot \sin dp$	m. F.
Richtung a	+1°71	±0°19	(46)	2″57	+0″077	±0″008
» b	−1.62	±0.17	(30)	3.17	−0.090	±0.010
» c	+0.98	±0.17	(39)	3.38	+0.058	±0.010
» d	+1.85	±0.21	(29)	2.46	+0.079	±0.009

Ferner scheint eine Abhängigkeit der Korrektionen von dem Winkel $p-q$, den die Verbindungslinie mit der Vertikalen einschließt, trotzdem daß stets bei scheinbar vertikaler oder horizontaler Kopfhaltung beobachtet worden ist, d. h. die Verbindungslinie der Augen senkrecht oder parallel zur Richtung der Sterne gestellt wurde, bei

den vertikalen Richtungen sicher vorhanden zu sein. Man erhält nämlich im Mittel

für die Richtung a:

$$dp = +0^\circ\!.74 \text{ m. F. } \pm 0^\circ\!.30 \text{ für } p-q < 0^\circ \quad (17)$$
$$= +2.28 \quad » \quad \pm 0.19 \quad » \quad » \quad > 0 \quad (29)$$

für die Richtung c:

$$dp = +0^\circ\!.54 \text{ m. F. } \pm 0^\circ\!.22 \text{ für } p-q < 180^\circ \quad (23)$$
$$= +1.61 \quad » \quad \pm 0.19 \quad » \quad » \quad > 180 \quad (16)$$

In den horizontalen Richtungen dagegen ist, wenigstens auf Grund des vorliegenden Materials, eine Abhängigkeit von $p-q$ nicht nachzuweisen.

Auf demselben Wege ergeben sich aus den Messungen von Dr. GUTHNICK die folgenden systematischen Korrektionen nach den vier Richtungen a, b, c, d geordnet:

Beob. P. GUTHNICK

Richtung a

	1910	dp	$p-q$	Vergr.
ε Draconis	März 8	+1°1	357°	250
	9	+0.3	20	»
	12	+0.8	5	»
	April 11	+0.2	29	»
	11	−0.6	32	440
Σ 2801	Aug. 2	+0.5	55	250
α Piscium	Jan. 17	+0.8	296	250
ζ Cancri	März 4	−0.3	319	250
	31	+0.1	313	440
ι Leonis	April 2	+0.7	48	250
	16	−1.5	29	440
ε Bootis	Juli 30	−1.4	290	250
	Aug. 2	−0.7	297	»
μ Draconis	Juli 24	+0.2	58	250
Σ 2924	Aug. 2	−2.2	28	440

Richtung b

	1910	dp	$p-q$	Vergr.
ε Draconis	Aug. 2	+0°4	136°	250
	Sept. 29	+0.3	226	440
Σ 2801	Juli 28	−1.5	53	250
	Sept 25	−0.9	84	»
OΣ 156	März 4	+0°3	101°	250
	5	−0.1	100	440
OΣ 170	März 4	−0.5	91	250
γ Leonis	April 2	−1.0	110	250
ι Leonis	April 4	−0.8	48	440
ξ Bootis	Juli 26	−1.5	111	440
	28	−2.0	108	250
	Aug. 2	−0.6	108	»
	10	−0.6	106	»
	31	−0.7	101	»
μ Draconis	Juli 26	−0.5	51	250
	Sept. 26	−0.2	62	440
	26	−0.7	63	»
70 p Ophiuchi	Aug. 10	+0.3	144	440
	31	+0.6	134	250
	Sept. 29	−0.4	135	440
κ Cephei	März 12	−0.9	119	250
μ Cygni	Okt. 2	−0.3	128	440
Σ 2924	Sept. 25	−1.3	65	440

Richtung c

	1910	dp	$p-q$	Vergr.
ε Draconis	Juli 24	−1°0	166°	250
	26	−0.9	171	»

	1910		dp	q—q	Vergr.
ε Draconis	Sept.	16	+0.°4	198°	250
		16	+0.7	206	»
		26	+0.8	217	440
		29	—0.2	205	»
	Okt.	27	—0.3	212	»
ε Arietis	Jan.	17	+0.3	175	250
α Geminorum	April	2	+0.5	187	440
ξ Ursae maj.	April	4	+0.2	164	440
44 *i* Bootis	Juli	26	0.0	206	250
		28	—0.1	198	»
70 *p* Ophiuchi	Juli	28	—0.1	152	250
	Aug.	10	+0.1	153	»
		10	+0.1	150	440
		31	—0.1	136	250
	Sept.	29	+0.5	133	440
μ Cygni	Juli	28	—0.9	169	250

Richtung *d*

	1910		dp	p—q	Vergr.
ε Draconis	Sept.	29	+1.°2	218°	440
	Okt.	19	+1.6	265	»

	1910		dp	p—p	Vergr.
Σ 2801	März	8	+0.°5	259°	250
α Piscium	Jan.	17	—0 5	300	250
Σ 1037	März	4	+0.1	273	250
ζ Cancri	März	31	+0.5	318	440
ε Bootis	Juli	26	+3.7	294	440
		26	+2.6	293	250
		28	+2.6	296	»
		30	+3.0	292	»
	Aug.	2	+2.8	296	»
		6	+2.0	295	»
		10	+2.2	297	»
		10	+1.5	294	»
		31	—0.3	289	»
	Sept.	16	+3.2	289	»
		16	+1.6	289	»
		26	+3.3	289	440
		26	+1.1	289	»
κ Cephei	Juli	26	+1.0	289	250
	Aug.	2	+1.0	280	»

und im Mittel aus allen Messungen:

Richtung	dp	m. F.	Zahl d. Mess.	Mittl. Dist. *s*	*s* · sin *dp*	m. F.
a	—0.°17	±0.°27	15	2.″27	—0.″007	±0.″011
b	—0.55	±0.14	22	2.30	—0.022	±0.006
c	0.00	±0.12	18	2.80	0.000	±0.006
d	+1.65	±0.26	21	2.99	+0.086	±0.014

In den horizontalen Richtungen *b* und *d* zeigen sich demnach bei Dr. Guthnick Fehler in demselben Sinne, nur in etwas geringerem Betrage als bei mir, während seine Messungen in den beiden vertikalen Richtungen *a* und *c* als frei von systematischen Fehlern angesehen werden können.

Es ist nicht ohne Interesse, die obigen Ergebnisse mit früheren zu vergleichen, die von mir auf einem ganz anderen Wege bei Gelegenheit der Beobachtungen des Neptunstrabanten am 30 zölligen Pulkowaer Refraktor abgeleitet worden sind. Die systematischen Fehler der Positionswinkelmessungen wurden damals in der Weise bestimmt, daß eine größere Zahl von Doppelsternen mit einem stärkeren Okular durch Bisektion mit dem Mikrometerfaden und gleichzeitig mit einem schwächeren Okular nach dem gewöhnlichen Verfahren der Schätzung durch Einstellung zwischen den Fäden beobachtet wurde. Indem die Messungen durch Bisektion als nahezu fehlerfrei angesehen werden konnten, ließen sich durch Vergleichung die Fehler der Schätzungen

bestimmen. Auf diesem Wege ergaben sich für die vier Richtungen folgende Korrektionen:

Richtung	dp	Zahl d. Mess.	Mittl. Dist. s	$s \cdot \sin dp$
a	+22°3	33	12″98	+0″084
b	−28.3	17	12.79	−0.105
c	+73.4	32	12.17	+0.260
d	+23.8	28	10.66	+0.074

Die Distanzen der Sterne, welche damals speziell zur Kontrolle der Beobachtungen des Neptunstrabanten ausgesucht worden waren, waren durchschnittlich 4 bis 5 mal größer als bei der vorliegenden Beobachtungsreihe; auch die Okularvergrößerung von 515 war damals noch eine stärkere. Unter solchen Umständen ließ sich eine vollständige Übereinstimmung dieser auf anderem Wege erlangten und um 18 Jahre zurückliegenden Bestimmungen mit den jetzigen, bei der großen Veränderlichkeit der Auffassungsfehler, nicht erwarten. Immerhin ist es bemerkenswert, daß die früheren Bestimmungen dem Sinne nach die hier gefundenen Resultate bestätigen, indem sie zu positiven Werten in den drei Richtungen a, c, d und zu negativen in der Richtung b geführt haben.

4.

Das Ergebnis dieser Messungsreihen läßt sich demnach dahin zusammenfassen, daß durch die Prismenmethode die systematischen Fehler in den Positionswinkelmessungen, die namentlich bei meinen Messungen sich als recht ansehnlich herausgestellt haben, aber auch bei den Messungen von Dr. GUTHNICK nicht zu vernachlässigen sind, in der Hauptsache eliminiert werden, und damit sowohl die Messungen jedes einzelnen Beobachters unter sich wie auch die Resultate der beiden Beobachter untereinander in wesentlich bessere Übereinstimmung gelangen. In dem unmittelbaren Ausschluß der systematischen Fehler bei jeder einzelnen Messung liegt ein besonderer Vorzug dieses Verfahrens und praktische Schwierigkeiten stehen seiner Anwendung nicht entgegen, da die Okulare leicht für die Aufnahme von Reversionsprismen eingerichtet werden können, und die Zeit, welche alsdann eine kombinierte Messung bei derselben Zahl von Einstellungen braucht, nur wenig größer ist als bei der einfachen Messung. Es wird sich empfehlen, die Zahl der Einstellungen, die bei diesen Versuchsmessungen absichtlich etwas größer, zu je 6, genommen worden war, in Zukunft auf je 2 bis 4 Einstellungen zu beschränken.

Bei den vorliegenden Messungen ist von beiden Beobachtern stets bei scheinbar horizontaler oder scheinbar vertikaler Kopfhaltung beobachtet worden, ein Verfahren, dem ich wegen der größeren Sicher-

heit der Einstellungen entschieden den Vorzug gebe. Es versteht sich aber von selbst, daß die Prismenmethode dieselben und vielleicht noch größere Vorteile bieten wird, wenn die Messungen bei normaler Kopfhaltung, wo die Abhängigkeit von dem Neigungswinkel gegen die Vertikale in der Regel noch größer ist, angestellt werden.

Desgleichen wird die Prismenmethode gute Dienste leisten, wenn die Positionswinkel nicht, wie hier angenommen, durch Parallelstellung, sondern durch Bisektion mit dem Faden bestimmt werden. Bei größeren Distanzen werden die systematischen Fehler in diesem Falle gering sein; sie sind aber sicher vorhanden, wie das u. a. an meinen Messungen von 61 Cygni nachgewiesen werden kann[1]. Und was die kleinen Distanzen anbetrifft, so halte ich es für einen Irrtum, wenn man glaubt, durch Bisektion mit dem Faden zuverlässigere, von systematischen Fehlern weniger beeinflußte Resultate zu erlangen als durch Parallelstellung. Ebensowenig wie bei letzterer der Beobachter sich das Urteil dadurch bildet, daß er die Entfernung der beiden Komponenten von den Mikrometerfäden abschätzt, was bei nahen Paaren viel zu ungenau wäre, vielmehr die Einstellung bei solchen darauf hinausläuft, drei Punkte in eine gerade Linie zu bringen, so wird auch die Bisektion mit dem Faden bei engen Doppelsternen nicht als eigentliche Koinzidenzbeobachtung anzusehen sein, sondern nur mit Hilfe der Augenbewegungen zustande kommen, indem man die Richtung von dem einen Stern zum andern mit der Richtung des Fadens vergleicht. Und es ist daher anzunehmen, daß die Auffassungsfehler hier von derselben Ordnung sein werden wie bei den gewöhnlichen Einstellungen. Ein Beweis für das Gegenteil ist bisher auch noch nirgends erbracht.

Auf ein paar Punkte bei der Anwendung der Prismenmethode, deren Beachtung die Sicherheit der Messungen noch erhöhen könnte, möge noch zum Schluß besonders hingewiesen werden.

Erstlich ist darauf zu sehen, daß die Einstellungen mit Prisma möglichst unter den nämlichen Umständen, bei gleichem Luftzustand, gleicher Helligkeit des Gesichtsfeldes, gleichem Abstand der Fäden, gleicher Kopfhaltung des Beobachters usw. wie die Einstellungen ohne Prisma erfolgen, weil solche Nebenumstände erfahrungsgemäß die Auffassung beeinflussen.

Sodann wäre es denkbar, daß eine Fehlerquelle bei der Anwendung der Methode, woran Anfänger auch Anstoß nehmen, in der veränderten Einstellungsweise bei den Messungen mit Prisma, bei welchen die

[1] Das Paar 61 Cygni ist von mir häufig am Königsberger Refraktor beobachtet worden. Eine Veröffentlichung der Messungen, welche Dr. Hassenstein zusammengestellt und diskutiert hat, wird in der demnächst erscheinenden Abteilung der »Königsberger Beobachtungen« erfolgen.

Drehung des Positionskreises zugleich eine scheinbare Drehung der Verbindungslinie zur Folge hat, liegen könne. Man gewöhnt sich indessen sehr bald daran, beim Beobachten mit Prisma, umgekehrt wie bei den gewöhnlichen Messungen, das Augenmerk auf die Drehung der Verbindungslinie zu lenken und die Fäden dabei als ruhend zu betrachten. Die Einstellungen lassen sich dann ebenso bequem und sicher ausführen wie bei den Messungen ohne Prisma, so daß das geäußerte Bedenken schwerlich praktisch von Belang sein wird. In der Tat zeigen die obigen Messungsreihen keinen Unterschied in der Genauigkeit bei den Beobachtungen mit oder ohne Prisma.

Von besonderer Bedeutung ist es endlich, daß das Fokalbild im Fernrohr ein möglichst vollkommenes ist, da Fehler in demselben, wie unregelmäßige Form und Färbung der Sternscheibchen, Ausstrahlungen und Verzerrungen, nicht nur an sich die Beurteilung des Mittelpunkts an hellen Sternen erschweren, sondern auch, indem sie im reflektierten Bilde nicht gleich, sondern symmetrisch gesehen werden, zu einer veränderten Auffassung der Richtung führen können. Beruht doch die Anwendbarkeit der Methode ganz wesentlich auf der Voraussetzung, daß durch die Zwischenschaltung des Prismas das Aussehen der Sterne keine merkliche Änderung erfahre, eine Bedingung, die infolge der Brechung und Reflexion im Prisma immer nur genähert erfüllt sein kann. Die Nachteile, bedingt durch ungenügende Form oder Schärfe des Fokalbildes, werden sich am meisten an sehr hellen Sternen bemerkbar machen, was auch die vorliegenden Beobachtungen bestätigen. Zur Verbesserung des Fokalbildes wird es sich empfehlen, von Objektivblenden häufiger Gebrauch zu machen, wo die Helligkeit der Sterne dies gestattet. Und dann wird man auch erwarten dürfen, daß die Anwendung der Prismenmethode den großen Instrumenten das ihnen zukommende Übergewicht über die kleinen Instrumente in höherem Maße, als es bisher der Fall war, geben wird.

Auf dem Gebiete der Doppelsterne ist während der letzten Jahrzehnte durch zahlreiche Neuentdeckungen, durch Sammlung eines großen Beobachtungsmaterials, durch Bearbeitung von Doppelsternbahnen viel geschehen. Aber man muß gestehen, daß hinsichtlich der Genauigkeit und Sicherheit der Messungen seit den Tagen von W. STRUVE kein nennenswerter, der Vervollkommnung der Hilfsmittel entsprechender Fortschritt erzielt worden ist. Es steht zu hoffen, daß ein solcher eintreten wird, sobald das Reversionsprisma, das auch zur Untersuchung der Distanzmessungen von großem Nutzen ist, allgemeineren Eingang findet.

Ausgegeben am 26. Januar.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
IV.

SITZUNGSBERICHTE
DER
KÖNIGLICH PREUSSISCHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

26. Januar. Öffentliche Sitzung zur Feier des Geburtsfestes Sr. Majestät des Kaisers und Königs und des Jahrestages König Friedrich's II.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

Der Vorsitzende eröffnete die Sitzung, der Se. Excellenz der vorgeordnete Hr. Minister von Trott zu Solz beiwohnte, mit einer kurzen auf die Doppelfeier des Tages bezüglichen Ansprache.

Hierauf hielt Hr. Nernst den wissenschaftlichen Festvortrag:

Über neuere Probleme der Wärmetheorie.

Ich stehe vor der ehrenvollen Aufgabe, aus meinem Arbeitsgebiet vor Ihnen zu berichten; gewiß wäre es verlockend, ein bestimmtes Kapitel der physikalischen Chemie eingehender zu besprechen. Doch schreckt die weitgehende Spezialisierung, die, falls man etwas Neueres behandeln wollte, damit verbunden wäre; sind doch durch die Vorarbeit zahlreicher großer Vorgänger auf dem Gebiete der Physik und Chemie die Fundamente fast überall seit langem im wesentlichen festgelegt, und es muß daher notwendig Detailfragen behandeln, wer über neue Forschungsergebnisse zu berichten hat. Lassen Sie mich also meinem Vortrage, der naturgemäß recht abstrakte Dinge behandeln muß, wenigstens dadurch eine zwar mehr persönliche, aber vielleicht etwas wärmere Färbung geben, daß ich eine Anzahl verschiedenartiger Fragen behandele, die in den von mir geleiteten Laboratorien in Göttingen und hier auf dem Gebiete der Wärmelehre von meinen Mitarbeitern und mir bearbeitet wurden, und zwar möchte ich sie in der Reihenfolge besprechen, wie sie sich mir aufdrängten. Das Bild, welches ich auf diese Weise von der Methodik eines wissenschaftlichen Laboratoriums geben kann, wird zwar nur lückenhaft und unvollständig sein, aber wenigstens den Vorzug besitzen, daß ich aus eigener Anschauung und Erfahrung werde sprechen können.

Eine wohlbegründete Anschauung der neueren Physik erblickt im Wärmeinhalt der Körper nichts anderes als verborgene Bewegung, die in einem Hin- und Herfahren der kleinsten Teilchen des betreffenden materiellen Gebildes besteht und deshalb für den Beobachter nicht so direkt zugänglich und in ihrer Wirkung nicht so unmittelbar ist, wie etwa die Bewegung einer abgeschossenen Flintenkugel, bei der sich der Körper als Ganzes bewegt.

Diese Auffassung nicht nur ausgesprochen, sondern auch ihre Fruchtbarkeit durch viele Anwendungen nachgewiesen zu haben, ist in erster Linie das unsterbliche Verdienst von Clausius.

Natürlich sind ähnliche Anschauungen mehr oder weniger vager Natur auch schon vor Clausius hier und da gelegentlich geäußert worden; aber er hatte außerdem noch einen ihm fast kongenialen weitblickenden Vorgänger; der Fall ist so eigentümlich und lehrreich, daß ich ihn kurz erzählen will. Am 11. Dezember 1845 reichte J. J. Waterston, ein sonst ganz unbekannter Forscher, der Royal Society in London eine Arbeit ein, die eine sehr vollständige Theorie der Wärme, speziell für gasförmige Körper, also für den Fall, der bis heute der einfachste geblieben ist, zur klaren Darstellung brachte. Aber die Wirkung dieser Arbeit wurde dadurch vereitelt, daß sie ungedruckt blieb; man legte ihr im Schoße der erwähnten gelehrten Gesellschaft keine Wichtigkeit bei, und Waterston selbst störte den Schlummer seiner Arbeit in den Archiven jener Gesellschaft nicht. Erst fast nach einem halben Jahrhundert wurde Lord Rayleigh zufällig auf diese Arbeit aufmerksam und sorgte für ihre nachträgliche Drucklegung.

Man wird Lord Rayleigh beipflichten, wenn er in einigen einleitenden Worten darauf hinweist, daß durch dies Mißgeschick die Entwicklung einer der wichtigsten physikalischen Theorien um mindestens ein Dezennium verzögert wurde, daß man aber anderseits der englischen Akademie ihre Verkennung der Bedeutung der damals sehr neuartigen und scheinbar phantastischen Ausführungen eines unbekannten Anfängers nicht sehr stark wird verübeln können; ebenso wird man es zwar bedauern, aber nicht zum Vorwurf machen, daß der Autor in der Verbreitung seiner Theorie gar keinen Ehrgeiz entwickelt hat.

Als nun 1892 die vor etwa 50 Jahren geschriebene Arbeit bekanntgegeben wurde, bot sie ein wissenschaftliches Interesse an sich nicht mehr; die nachträglich erhobene Stimme des jungen Waterston mußte verhallen, weil der inzwischen weit vorangeeilte Wagen der Forschung sich außerhalb seiner Hörweite befand; man wußte längst, was in der Arbeit stand und noch viel mehr dazu. Auch wenn die Arbeit überhaupt nie ans Tageslicht gelangt wäre, würde es sich nicht

um einen Verlust, sondern nach wie vor nur um eine Verzögerung für die Entwicklung der Naturforschung handeln.

Wie anders, wenn etwa der Hamlet einem solchen Schicksal verfallen gewesen wäre! Ich fürchte, auch unsere heutigen Dramatiker würden diesen Verlust uns nicht haben ganz ersetzen können.

Man hat oft — insbesondere verdanken wir hierüber HELMHOLTZ manche tiefgehende Bemerkung — über den Unterschied zwischen der Arbeitsweise des Künstlers oder Poeten und der des Naturforschers gesprochen; aber vielleicht treffen die obigen Beispiele den Kern dieses Unterschiedes besonders deutlich. Im Künstler offenbart sich die höchste Individualität, deren der menschliche Geist fähig ist; die Kraft der Naturforschung aber zeigt sich in der fast scholastischen Zusammenarbeit weiter Kreise, für die alle Verschiedenheiten der Sprache und selbst der Rasse ganz unwesentlich sind. In der Arbeitsweise des Künstlers einerseits, des Mathematikers und Naturforschers anderseits haben wir wohl die beiden Extreme geistiger Tätigkeit zu erblicken, zwischen denen sich die übrigen Berufe einreihen; so ist z. B. die Betätigung des technischen Erfinders zwar von größerer Individualität als die des theoretischen Forschers, steht aber doch der letzteren weit näher als der Kunst.

Der Physiker und Chemiker speziell muß sich also sagen, daß seine Arbeit nur Dinge zutage befördern kann, die bei der jetzigen intensiven Bebauung dieser Gebiete früher oder später sicherlich von anderer Seite gefunden werden würden.

Mancher Forscher, der sich für durch und durch originell hält, wird dies vielleicht nicht gern hören; zum Troste mag ihm dienen, daß seine Resultate dafür, wie es scheint, unzerstörbare Bestandteile der Forschung bleiben.

Von experimentellen Fortschritten ist das selbstverständlich und im Gegensatze zu einer häufig geäußerten Auffassung, wonach die theoretischen Ergebnisse auf dem Gebiete der Physik und Chemie in einem fortwährenden Wechsel sich befinden, muß ich auch betonen, daß diese für die Physik und auch großenteils für die Chemie der letzten hundert Jahre, d. h. etwa seit Verwendung exakter Messungs- und Rechnungsmethoden, gewiß nicht zutrifft. Die gegenteilige Auffassung ist vielmehr auf folgendes Mißverständnis zurückzuführen.

Man darf ein sogenanntes Naturgesetz, etwa eines, um den besonders charakteristischen Fall zu nehmen, das sich durch eine mathematische Gleichung ausdrücken läßt, nie als eine Formel auffassen, in der die darin auftretenden Größen jeden beliebigen Wert annehmen können; sie ist ja bloß innerhalb bestimmter, mehr oder weniger enger Grenzen experimentell geprüft und alle unsere Erfahrungen sprechen

dafür, daß jedes Gesetz bei seiner Anwendung an gewisse Gebiete gebunden ist. Wenn man daher in gewissen extremen Fällen wieder einmal ein Versagen eines an sich brauchbaren Gesetzes findet, so ist es gänzlich verkehrt, von einem Fallen desselben und einem dadurch bedingten Umschwung unserer Anschauungen zu sprechen; man hat im Gegenteil nur die Schranken aufgefunden, die man aus irgendwelchen Gründen bei der Aufstellung des Gesetzes noch nicht berücksichtigen konnte. Streng genommen sollte man allerdings nie ein Naturgesetz hinschreiben, ohne die Grenzen anzugeben, innerhalb deren man es zweifellos mit hinreichender Genauigkeit anwenden kann.

So ist man sich vielleicht nicht immer bewußt, daß man bei Anwendung unserer Naturgesetze auf die lebende Zelle oder gar auf das Problem der Willensfreiheit eine Exaktheit und Sicherheit derselben voraussetzt, die experimentell in keiner Weise als bewiesen angesehen werden kann.

Auf der andern Seite stellt die erwähnte Auffassung an den Forscher die Aufgabe, für alle wichtigeren Naturgesetze die Grenzen ihres Gültigkeitsbereiches zu präzisieren, wobei allerdings an den Scharfsinn des Theoretikers wie an die Kunst und die Hilfsmittel des Experimentators häufig ungewöhnliche Anforderungen herantreten; dafür aber wird der neugewonnene Ausblick auch um so weiter sein, je fundamentaler das betreffende Gesetz ist. Und man kann es geradezu als die Signatur der neueren Physik bezeichnen, daß auf diesem Wege mit überraschenden Resultaten gearbeitet wird. Ein spezieller Fall wird uns auf dem Gebiete der Wärmelehre entgegentreten, dem wir uns nach diesen einleitenden Worten nunmehr zuwenden wollen.

Wenn der Wärmeinhalt wirklich aus der Bewegung der kleinsten Teilchen besteht, und wenn diese Bewegung um so intensiver wird, je höher die Temperatur steigt, so muß anderseits bei hinreichender Abkühlung diese Bewegung endlich zur völligen Ruhe gebracht werden können. Dieser Temperaturpunkt, der sogenannte absolute Nullpunkt, liegt nach verschiedenartigen Feststellungen, die weit genauer als bis auf $^1/_{10}{}^\circ$ übereinstimmen, bei -273.09°. Dieser Temperatur hat sich Kamerlingh Onnes in Leiden bereits bis auf wenige Grade genähert, als ihm jüngst die Verflüssigung des Heliums gelang.

Nach der herrschenden Theorie nehmen wir also an, daß die Bewegung der einzelnen Atome und natürlich erst recht diejenige der Moleküle von Elementen und Verbindungen bei dieser Temperatur aufhört; die im Innern des Atoms selbst stattfindenden Bewegungen aber, welche man zur Erklärung der Erscheinungen der Radioaktivität an-

nehmen muß, bleiben von der Temperatur unberührt und müssen daher auch beim absoluten Nullpunkt fortdauern, so daß derselbe also nicht ganz so radikaler Natur ist, als man früher vor Erkenntnis dieser Schranken unserer Auffassung über die Beziehung zwischen Wärme und Bewegung annehmen mußte.

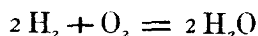
Die Messung der Temperatur ist nicht nur eine der wichtigsten Aufgaben der Physik, sondern die messende Physik wurde überhaupt erst möglich, seitdem man brauchbare Thermometer hatte.

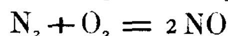
Derartige Instrumente gibt es nun in großer Anzahl; die theoretische Grundlage aber für alle solche Apparate liefert in letzter Instanz das Luftthermometer, bei welchem die durch die Temperatursteigerung hervorgerufene Druckzunahme gemessen wird. Nach dem sogenannten zweiten Wärmesatz kann nun aber jeder reversible Vorgang, der sich mit der Temperatur ändert, zur Konstruktion eines dem Luftthermometer äquivalenten Meßapparates dienen. Wenn man z. B. den Dampfdruck einer Flüssigkeit bei zwei Temperaturen bestimmt und die spezifischen Wärmen von Flüssigkeit und Dampf wenigstens angenähert kennt, so kann man den Dampfdruck für alle Temperaturen berechnen, und die Messung des Dampfdrucks liefert daher umgekehrt eine Temperaturbestimmung. Noch besser ist aber hierzu die Bestimmung chemischer Gleichgewichte in Gasen geeignet, und in der Tat war es bei unsern Arbeiten möglich, auf diesem Wege indirekt das Gebiet luftthermometrischer Messungen nach oben hin sehr zu erweitern; übrigens ist die Untersuchung des chemischen Gleichgewichts in hoch erhitzten Gasen, wie speziell die Dissoziation des Wasserdampfs und der Kohlensäure und die Bildung des Stickoxyds, auch an sich von wissenschaftlichem wie technischem Interesse.

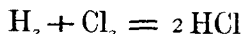
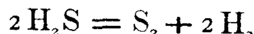
Es ist nicht besonders schwierig, Temperaturen von 2000° und mehr herzustellen und auch für die Zwecke der Messung hinreichend konstant zu erhalten; aber es fehlte an hitzebeständigem und dabei gasdichtem Material; Platin und Porzellan sind bei diesen Temperaturen geschmolzen. Nach vielen eigenen vergeblichen Versuchen mit verschiedenartigen Materialien vermochte die Firma Heraeus mir schließlich kleine Gefäße aus Iridium zu liefern, in denen sich Dampfdichtebestimmungen bis zu 2050° ausführen ließen. Es zeigte sich sogar, nachdem durch die Konstruktion einer Anzahl Nebenapparate die Meßtechnik verfeinert war, daß derartige Bestimmungen sich verhältnismäßig leicht und genau ausführen ließen, und es gelang insbesondere, die Dissoziation des zweiatomigen Schwefelmoleküls in seine beiden Bestandteile nachzuweisen und ziemlich genau zu messen. Ohne auf die sonstigen mit diesem neuen Hilfsmittel von mir und später von von Wartenberg gewonnenen Resultate einzugehen, sei nur das all-

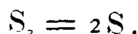
gemeine Ergebnis betont, daß die Gasgesetze sicherlich auch bei diesen hohen Temperaturen noch gelten; andernfalls hätten die aus den Dampfdichten nach Avogadros Gesetz abzuleitenden Molekulargewichte Anomalien zeigen müssen, die eben ausblieben.

Ein anderer Weg, den in langjähriger Arbeit mein Assistent Dr. Pier ebnete, führte noch erheblich weiter. Wenn man nämlich ein explosives Gas, das man in eine Bombe einschließt, durch einen Funken entzündet, so stellt sich sehr rasch eine hohe Temperatur her, die allerdings nach wenig Tausendstel Sekunden bereits um mehrere Hundert Grade gesunken ist, aber aus dem Maximaldruck der Explosion bestimmt werden kann. Schon Bunsen und später besonders Le Chatelier in Frankreich und Langen in Deutschland haben diese Methode zur Messung spezifischer Wärme von Gasen benutzt, doch waren ihre Resultate nur approximativ, weil die benutzten Instrumente zur Messung des Drucks nicht schnell genug den hier ungeheuer raschen Veränderungen folgten. Erst als dieser Übelstand erkannt und beseitigt war, konnte eine Methode geschaffen werden, die uns nicht nur spezifische Wärmen mit unerwarteter Genauigkeit zu messen gestattete, sondern vor allem auch einen Einblick in eine Anzahl chemischer Gleichgewichte bei sehr hohen Temperaturen ermöglichte. Insbesondere ließ sich beim Wasserdampf auf Grund der so gewonnenen spezifischen Wärmen die Dissoziation bis zu einer Temperatur von etwa 2000° rechnerisch verfolgen, und sie ergab sich experimentell so groß, wie sie sich unter der Annahme der Gültigkeit der Gasgesetze mit Hilfe des zweiten Wärmesatzes auf dem angegebenen Wege berechnen ließ; auch hier wollen wir wesentlich nur das Resultat hervorheben, daß demgemäß auch die Gasgesetze so weit als experimentell geprüft angesehen werden können. Übrigens werden diese Messungen sich gewiß schrittweise bis zu noch viel höheren Temperaturen fortführen lassen, während für die oben erwähnten der Schmelzpunkt des Iridiums (2350°) die Grenze bildet. Folgende Gasgleichgewichte wurden u. a. im Laufe der erwähnten Untersuchungen messend verfolgt:

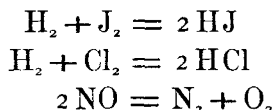

$$2\,H_2 + O_2 = 2\,H_2O$$

$$2\,CO + O_2 = 2\,CO_2$$

$$N_2 + O_2 = 2\,NO$$

$$2\,H_2O + N_2 = 2\,NO + 2\,H_2$$

$$H_2 + Cl_2 = 2\,HCl$$

$$2\,H_2S = S_2 + 2\,H_2$$

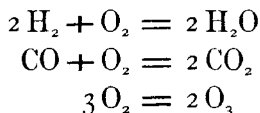
$$Cl_2 = 2\,Cl$$

$$S_2 = 2\,S.$$

Die Untersuchung einer größeren Anzahl von Gleichgewichten in Gasen führte nun aber zur Erkenntnis einer Beziehung zwischen diesen Gleichgewichten und der zu ihrer Herstellung erforderlichen Wärmeentwicklung. Daß solche Beziehungen existieren, hatte man schon lange vermutet, und die beiden großen Thermochemiker JULIUS THOMSEN in Kopenhagen und BERTHELOT in Paris vertraten diesen Standpunkt; aber beide Forscher kamen zu der Erkenntnis, daß an eine einfache Gleichsetzung von chemischer Energie und Wärmeentwicklung, was ja der nächstliegendste Ansatz wäre, nicht zu denken ist. Mir fiel nun auf, daß bei gasförmigen Reaktionen, wie



$$H_2 + J_2 = 2\,HJ$$
$$H_2 + Cl_2 = 2\,HCl$$
$$2\,NO = N_2 + O_2$$

das Gleichgewicht aus der Wärmeentwicklung nach einfachen Formeln wenigstens annähernd zu berechnen ist, und diese Beziehungen traten immer auf, wenn man bezüglich der Zahl der reagierenden und entstehenden Molekülgattungen analoge Gleichgewichte in Parallele setzte, also z. B. unter sich wiederum die Reaktionen



$$2\,H_2 + O_2 = 2\,H_2O$$
$$CO + O_2 = 2\,CO_2$$
$$3\,O_2 = 2\,O_3$$

verglich. Aus dem ersten und zweiten Wärmesatz lassen sich derartige Beziehungen nicht ableiten, und so vermutete ich denn, daß noch ein dritter Satz ganz allgemeiner Natur existieren müßte, aus dem u. a. auch die obenerwähnten Regelmäßigkeiten folgen. Diesen Satz glaube ich gefunden zu haben: ich möchte ihn hier im einzelnen um so weniger entwickeln, als unser verehrtes Mitglied MAX PLANCK ihn vor kurzem in unserm Kreise in seiner Beziehung zur Entropiefunktion behandelt, außerdem in seiner soeben erschienenen dritten Auflage seiner Thermodynamik mit der meisterhaften Klarheit, die alle seine mathematisch-physikalischen Deduktionen auszeichnet, eingehend dargelegt hat. Hier will ich mich darauf beschränken, die Erweiterung zu besprechen, die das erwähnte neue Wärmetheorem im Vergleich zu den beiden Hauptsätzen der klassischen Thermodynamik bringt, und zwar wollen wir der Anschaulichkeit willen einen beliebigen chemischen Prozeß ins Auge fassen.

Der erste Wärmesatz, auf eine chemische Reaktion angewandt, besagt, daß die mit derselben verknüpfte Energieänderung lediglich vom Anfangs- und Endzustande (welche beiden Zustände wir uns am einfachsten als gleichen Temperaturen entsprechend vorstellen wollen) abhängig ist und im übrigen nur noch mit der Temperatur sich ändert.

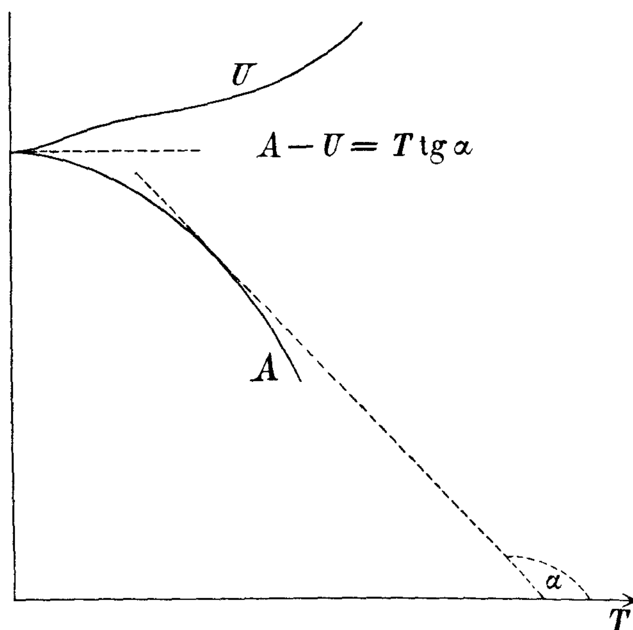
Der zweite Wärmesatz besagt für denselben Fall, daß, wenn der Anfangs- und Endzustand durch die gleiche Temperatur charakterisiert ist, dann der betreffende Prozeß bei bester Ausnutzung einen ganz bestimmten Betrag von äußerer Arbeit (auch »Änderung der freien Energie« genannt) zu leisten vermag, der also ebenfalls nur vom Anfangs- und Endzustande abhängt.

Ohne eine neue Hypothese einzuführen, läßt sich dann zeigen, daß die beiden in den vorstehenden beiden Abschnitten definierten Größen (Energieänderung U und maximale äußere Arbeit A) durch eine Differentialgleichung miteinander und mit der absoluten Temperatur T verknüpft sind, die folgende Form besitzt:

$$A - U = T \operatorname{tg} \alpha,$$

worin α $\left(\operatorname{tg} \alpha = \frac{dA}{dT}\right)$ den Winkel bezeichnet, die eine an die A-Kurve im Punkt T gelegte Tangente mit der Temperaturachse bildet (vgl. Fig. 1).

Fig. 1.



Der neue Wärmesatz verbindet die erwähnten Größen noch wesentlich enger; er besagt nämlich, daß sie bei tiefen Temperaturen nur sehr wenig voneinander verschieden sind oder, geometrisch ausgedrückt, daß sie sich in der Nähe des absoluten Nullpunktes der Temperatur tangieren, wie es beifolgendes Diagramm, das für die sehr genau untersuchte Reaktion



$$Pb + 2AgCl = PbCl_2 + 2Ag$$

zutrifft, als Beispiel erkennen läßt.

Ohne eine neue Hypothese zu machen, läßt sich zeigen, daß die gemeinschaftliche Tangente parallel der Temperaturachse verlaufen muß. Übrigens ist naturgemäß der Satz zur Zeit nur auf solche chemische Reaktionen oder sonstige Prozesse anwendbar, bei denen wir *U* und *A* bis zu beliebig tiefen Temperaturen extrapolieren können, ähnlich wie ja auch der zweite Wärmesatz nur auf solche Vorgänge angewandt werden kann, für die die Bedingungen der Reversibilität gefunden sind.

Der erste Wärmesatz, den wir bekanntlich in erster Linie J. R. Mayer und Helmholtz verdanken, und der zweite Wärmesatz, der nach seinen beiden Entdeckern auch das »Prinzip von Carnot-Clausius« genannt wird, sind wohl die allgemeinsten Naturgesetze, die wir besitzen, denn sie sind auf eine fast unbegrenzte Zahl von Vorgängen anwendbar, die man in den physikalischen oder chemischen Laboratorien oder von unsern Sternwarten aus beobachtet. Man hat daher wohl geglaubt, daß gerade wegen ihrer allgemeinen Anwendbarkeit und wohl zweifellos erwiesenen Sicherheit hier eine Grundlage für eine möglichst hypothesenfreie Naturforschung gegeben sei.

Ich habe schon oft, z. B. in den verschiedenen Auflagen meiner »Theoretischen Chemie«, Gelegenheit genommen, vor dieser Verkennung und Überschätzung der Wärmesätze zu warnen.

Zunächst ist nämlich mindestens der zweite Wärmesatz gewiß nicht auf alle Zustandsänderungen anwendbar; auch ohne an die psychischen Prozesse zu denken, hat es nicht den Anschein, als ob die neu entdeckten, wahrscheinlich völlig irreversiblen Erscheinungen der Radioaktivität einer quantitativen Behandlung durch den zweiten Wärmesatz überhaupt zugänglich seien.

Aber auch bei sozusagen ganz gewöhnlichen Prozessen, wie Verdampfung oder Dissoziation, versagt das Prinzip von Carnot-Clausius überall dann, wenn der Temperaturbegriff seine Bedeutung verliert, und dies ist im Sinne unserer, gerade durch zahlreiche Beobachtungen der jüngsten Zeit so vollkommen gestützten Molekulartheorien stets der Fall, wenn wir materielle Komplexe ins Auge fassen, die nur aus einer kleineren Zahl von Molekülen bestehen.

Schließlich — und hierin liegt die größte Beschränkung — fehlt in den Formeln der Thermodynamik der Begriff der Zeit; Geschwindigkeiten bewegter Massen, Reaktionsgeschwindigkeiten, Diffusionsgeschwindigkeiten, alles Größen, die fast bei jedem tatsächlich sich abspielenden Vorgang auch für den Experimentator von maßgebender Bedeutung sind, entziehen sich daher von vornherein der thermodynamischen Behandlungsweise; eine so mächtige Waffe sie daher auch für den Naturforscher ist, so verkennt man ihr Wesen völlig, wenn man ihr eine unbegrenzte Allgemeinheit zuschreiben oder gar andere logische Hilfsmittel als entbehrlich bezeichnen will.

Und ich muß hinzufügen, daß auch der neue Wärmesatz, wenn er auch die Zahl der uns bekannten Maßbeziehungen bereits sehr stark vermehrt hat und meiner Überzeugung nach bei seiner weiteren Anwendung und Entwicklung viel stärker vermehren wird, hieran nichts ändert, weil er naturgemäß mindestens den gleichen Beschränkungen wie der zweite Wärmesatz unterworfen ist.

Als ich das erwähnte Wärmetheorem vor 5 Jahren aufstellte, ließ sich zwar damals schon eine Anzahl annähernder Beziehungen zwischen chemischem Gleichgewicht oder elektromotorischer Kraft einerseits und Wärmeentwicklung anderseits aufstellen, die auch durch ein reiches Tatsachenmaterial zu erhärten waren; aber eine befriedigend exakte Prüfung konnte ich an der Hand der damals bekannten Beobachtungsdaten nur in vereinzelten Fällen durchführen. Wenn wir nämlich z. B. auf einen beliebigen chemischen Prozeß den neuen Wärmesatz anwenden wollen, so müssen wir zu diesem Zwecke für eine beliebige Temperatur die Wärmeentwicklung U messen, was allerdings in sehr vielen Fällen bereits lange geschehen ist. Sodann müssen wir diese Größe bis zu möglichst tiefen Temperaturen berechnen, und zwar so weit herunter, bis sie von der Temperatur praktisch unabhängig wird. Hierauf erst sind wir dann über den Verlauf der maximalen Arbeit und damit auch über den des chemischen Gleichgewichts oder der elektromotorischen Kraft für alle Temperaturen orientiert; wir können sogar sehr einfach und genau die Kurve dieser Größe durch eine graphische Konstruktion finden, indem wir uns der S. 72 angegebenen Gleichung bedienen und mit derselben aus

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{A-U}{T}$$

sukzessive die Richtung berechnen, in der die A-Kurve auszuziehen ist (vgl. Fig. 1). So kann man prüfen, ob die auf diesem Wege erhaltene Kurve mit den Beobachtungen stimmt.

Um aber die Kurve der Wärmeentwicklung bis zu tiefen Temperaturen zeichnen zu können, gebrauchen wir einer von Kirchhoff aus dem ersten Wärmesatz abgeleiteten Beziehung zufolge die Kenntnis der spezifischen Wärmen, und diese waren bis zu hinreichend tiefen Temperaturen kaum für irgendein Beispiel vollständig genug gemessen worden.

Obwohl auf dem Gebiete der Gasgleichgewichte noch mancherlei wichtige Fragen mit den von meinen Mitarbeitern und mir ausgearbeiteten Methoden zu untersuchen waren, so trat doch nunmehr eine andere dringendere Aufgabe an mich heran, nämlich die möglichst

genaue Prüfung des neuen Wärmesatzes an einigen beliebig herauszugreifenden Beispielen; und zwar bestand die Ergänzung, die das bisherige Beobachtungsmaterial zu diesem Ende erfahren mußte, wie eben auseinandergesetzt, lediglich in der Bestimmung spezifischer Wärmen bis zu möglichst tiefen Temperaturen hinab. Während bei der Untersuchung der Gasgleichgewichte aus den vorher angegebenen Gründen die höchsten nur irgend erreichbaren Temperaturgebiete der Messung zugänglich gemacht werden mußten, so entstand jetzt die Aufgabe, umgekehrt möglichst nahe zum absoluten Nullpunkt der Temperatur herabzugehen; während vorher als sekundäre Hilfsmittel die heizende Wirkung von elektrischen Strömen und Explosionen heranzuziehen war, mußten wir nunmehr ins andere Extrem gehen, nämlich uns mit der Technik des Arbeitens bei der Temperatur der flüssigen Luft und des flüssigen Wasserstoffs vertraut machen, und der Wunsch drängt sich von selbst auf, künftig auch noch das letzte und stärkste Mittel in dieser Richtung, das flüssige Helium, zur Ergänzung wenigstens in einigen wenigen Fällen heranzuziehen.

In der Regel wird der Leiter eines Laboratoriums, schon um die Betriebskosten nicht unnötig zu steigern, sich mit einem bestimmten Arbeitsgebiet, für welches er im Laufe der Zeit sich die nötigen äußeren Hilfsmittel eingerichtet hat, möglichst lange und eingehend zu beschäftigen haben; eine gewisse Tradition der experimentellen und theoretischen Methodik, die sich für dies Spezialgebiet in dem betreffenden Laboratorium dann von selbst ausbildet, erleichtert auch dem neu eintretenden Adepten das Verständnis und die Mitarbeit in hohem Maße. In unserm Falle aber verlangte die plötzlich auftretende Aufgabe, wie mir schien, gebieterisch die Inangriffnahme eines neuen Arbeitsgebiets, und ich hoffe, daß die gewonnenen Ergebnisse den einem solchen Wechsel der Arbeitsrichtung entsprechenden Mehraufwand gerechtfertigt haben.

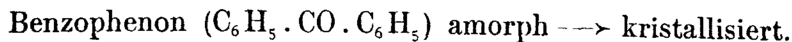
Folgende Einschaltung sei gestattet: ganz billig sind solche Versuche nicht; vorher war es der hohe Preis des Iridiums, eines Metalls, im Vergleich zu dem selbst das von allen Institutsdirektoren gefürchtete Platin sich einer gewissen Wohlfeilheit erfreut, und zwar kam hier noch der durch die Zerstäubung des elektrisch erhitzten Iridiums eintretende Materialverlust als recht unangenehme Beigabe hinzu, der sich durch eine Überziehung der Iridiumöfen mit einer Glasur aus Zirkonoxyd und Yttriumoxyd zwar verringern, aber nicht völlig beseitigen ließ. Bei den jetzt zu besprechenden Versuchen kamen die Kosten für flüssige Luft, die hier in Berlin zum Glück käuflich ist, und besonders für die Vorrichtungen zur Erzeugung noch tieferer Temperaturen mit Hilfe des unter hohem Druck sich entspannenden Wasser-

stoffs hinzu. Es ist selbstverständlich, daß für solche Untersuchungen der Etat unserer Institute nicht ausreichen kann, und so möchte ich nicht unterlassen, auch hier dankbar zu erwähnen, daß durch die Stiftung eines thermodynamischen Fonds von privaten Seiten die letztgenannten Arbeiten eine große Unterstützung erfuhren.

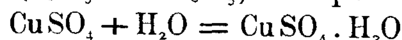
Es wurden nunmehr also hauptsächlich die Methoden zur Bestimmung der spezifischen Wärme bei sehr tiefen Temperaturen ausgebildet, und zwar war es besonders erwünscht, nicht nur die mittleren spezifischen Wärmen für ein größeres Temperaturintervall, sondern auch die einem bestimmten Temperaturpunkte entsprechenden wahren spezifischen Wärmen einer genauen Messung zugänglich zu machen. Dies gelang schließlich dadurch, daß, wie ich im vorigen Jahre der Akademie eingehend berichtet habe, die zu untersuchende Substanz, sei es als massiver Block, sei es in einem mit Luft oder Wasserstoff gefüllten Silbergefäßchen luftdicht eingeschlossen, durch einen dünnen Platindraht elektrisch um z. B. ein Grad erwärmt wurde; und zwar befand sich bei der eigentlichen Messung die zu untersuchende Substanz aufgehängt in einem möglichst vollkommen evakuierten und von flüssiger Luft oder flüssigem Wasserstoff umgebenen Glasgefäß. Der Platindraht diente zugleich als hochempfindliches Widerstandsthermometer; die Beseitigung der Wärmeleitung durch das Auspumpen der Luft und das fast völlige Fehlen der Strahlung bei so tiefen Temperaturen gab den Messungen eine ganz unerwartet hohe Präzision. Zur Ergänzung werden bei höheren Temperaturen mit einem ebenfalls neu konstruierten Kupferkalorimeter die spezifischen Wärmen, die hier weniger veränderlich sind, über ein größeres Temperaturintervall bestimmt.

Damit war denn also zugleich die Möglichkeit gegeben, den neuen Wärmesatz für eine größere Anzahl von Beispielen genau zu prüfen, und zwar sind bisher folgende Fälle soweit durchgearbeitet, daß das obiger Figur entsprechende Diagramm gezeichnet werden konnte, das sich in allen gut untersuchten Fällen als den Forderungen des neuen Wärmesatzes durchaus entsprechend ergab:

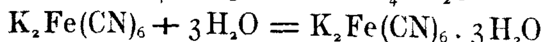
$$S\,\text{monoklin} = S\,\text{rhombisch}$$



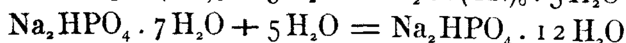
Benzophenon $(C_6H_5 . CO . C_6H_5)$ amorph ⟶ kristallisiert.



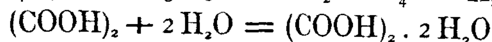
$$CuSO_4 + H_2O = CuSO_4 . H_2O$$



$$K_2Fe(CN)_6 + 3\,H_2O = K_2Fe(CN)_6 . 3\,H_2O$$



$$Na_2HPO_4 . 7\,H_2O + 5\,H_2O = Na_2HPO_4 . 12\,H_2O$$



$$(COOH)_2 + 2\,H_2O = (COOH)_2 . 2\,H_2O$$



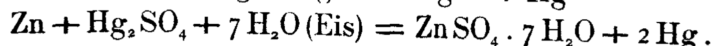
$$Pb + 2\,AgCl = PbCl_2 + 2\,Ag$$



$$Pb + 2\,HgCl = PbCl_2 + 2\,Hg$$



$$Ag + HgCl = AgCl + Hg$$



$$Zn + Hg_2SO_4 + 7\,H_2O\,(\text{Eis}) = ZnSO_4 . 7\,H_2O + 2\,Hg.$$

Die Aufstellung derartiger Zustandsdiagramme bietet nun auch, abgesehen von der Prüfung des Wärmetheorems, an sich genügendes Interesse, so daß die Untersuchung möglichst zahlreicher Fälle erwünscht erscheint; erst damit werden wir über die Statik der betreffenden chemischen Reaktion oder des betreffenden Vorgangs überhaupt hinreichend aufgeklärt sein. Der in jedem Falle einzuschlagende Weg ist klar vorgezeichnet; man wird zunächst am liebsten einen Fall nehmen, bei dem das chemische Gleichgewicht oder die elektromotorische Kraft mindestens bei einer Temperatur gut gemessen ist und wofür ferner hinreichend sichere thermochemische Messungen vorliegen, sei es, direkter Art, sei es, daß, was allerdings nur selten der Fall sein wird, die Änderung des Gleichgewichts oder der elektromotorischen Kraft mit der Temperatur sehr genau bekannt und damit eine thermodynamische Berechnung ermöglicht ist. Es bleibt dann nur noch übrig, die spezifische Wärme aller beteiligten Substanzen bis zu möglichst tiefen Temperaturen hin zu untersuchen.

Der schon vorgezeichnete Weg kann jedoch nur bei Reaktionen zwischen kristallisierten Stoffen und Flüssigkeiten, die sich beliebig stark unterkühlen lassen, eingeschlagen werden; bei Gasen oder Lösungen muß man mit Hilfe der Dampfdrucke oder Löslichkeits- bzw. Verteilungskoeffizienten auf obigen Fall umrechnen, was wohl häufig Schwierigkeiten experimenteller, nie aber solche theoretischer Art mit sich bringt.

Neben der Thermodynamik besitzen wir als logisches Hilfsmittel, um die Erscheinungen der Außenwelt nicht nur der anschaulichen Vorstellung, sondern auch einer quantitativen Berechnung zugänglich zu machen, in erster Linie noch die Prinzipien der Mechanik einschließlich der Lehre von den Fernkräften, ferner die Atomistik und schließlich die Hypothese des Lichtäthers. Für die letztere, die wir auch kurz als die »Theorie des Vakuums« bezeichnen können, besitzen wir zwar als sicheres Fundament den Extrakt aus den sehr genau studierten optischen und elektrischen Erscheinungen im Vakuum, wie er sich in den MAXWELL-HERTZschen Grundgleichungen der Elektrodynamik niedergelegt findet; aber unsere Vorstellungen von der Natur des Vakuums, d. h. des von allen materiellen Atomen (einschließlich Elektronen) befreiten Raumes sind gerade in der letzten Zeit wieder schwankend geworden, und man fühlt sich zur Zeit versucht, darauf das Wort des Dichters anzuwenden:

Um sie kein Ort, noch weniger eine Zeit;
Von ihnen sprechen ist Verlegenheit.

So wollen wir daher diese Fragen hier nicht weiter berühren; nur meiner persönlichen Auffassung möchte ich Ausdruck geben, daß die Belebung, die das Newtonsche Kraftgesetz und die erwähnten Formeln der Elektrodynamik in der Zukunft einmal durch den Ausbau einer speziellen Ätherhypothese erfahren wird, recht von allen bisherigen Versuchen in dieser Richtung verschieden sein dürfte. Aber wir wollen, wie gesagt, dieses Gebiet hier verlassen und zum festen Boden der Betrachtung materieller Gebilde zurückkehren, von dem sich bisher kein Naturforscher ungestraft zu weit entfernt hat.

Die Kombination der Prinzipien der Mechanik mit der Daltonschen Vorstellung, daß alle chemischen Elemente aus unter sich gleichartigen Atomen bestehen, der sogenannten Atomistik, führte zu der Entwicklung der kinetischen Theorie der Materie und damit, wie wir schon oben andeuteten, zur Erkenntnis des Wesens der Wärme sowohl wie auch des Begriffes der Temperatur. Der Wärmeinhalt besteht hiernach also aus der Energie der Bewegungen der einzelnen Atome wie auch der Atomkomplexe, der sogenannten Moleküle, die der chemische Prozeß aus einzelnen Atomen bildet. Bei verdünnten Gasen bewegen sich die einzelnen kleinsten Teilchen frei wie die Meteoriten im Weltenraum; bei Flüssigkeiten müssen die Moleküle wegen ihrer großen Nähe »wie Regenwürmer nebeneinander hindurchkriechen« (Boltzmann); im festen Zustande schwingen die Moleküle wie das Pendel einer Uhr um eine Ruhelage. In allen Fällen aber bestimmt die Intensität der Bewegung den Wärmeinhalt und somit auch die Temperatur.

Derjenige, der nächst den Begründern der Wärmetheorie, nämlich Clausius, Maxwell und van der Waals, am meisten und erfolgreichsten über diese Fragen nachgedacht hat, ist unstreitig Boltzmann, einer der größten Theoretiker aller Zeiten. Als sein Lebenswerk ist seine Darstellung der Gastheorie zu bezeichnen, die Leipzig 1895 und 1908 in 2 Bänden erschien. In diesem Werke, das eine Fülle der scharfsinnigsten mathematisch-physikalischen Betrachtungen enthält, und das an vielen Stellen unseren experimentellen Erfahrungen weit voraneilt, sind sicherlich noch so manche Schätze zu heben. Freilich darf nicht verschwiegen werden, daß der Autor über die Stärken wie auch die Schwächen seiner Theorie wohl nicht hinreichend die Erfahrung zu Rate gezogen hat; vielleicht wäre man dann schon früher zu einer prinzipiellen Erweiterung seines Standpunktes geführt worden, die man erst in neuester Zeit auffand, obwohl schon einen sonst gegen jeden Wink der Natur so feinfühligen Forscher wie Boltzmann manche Beobachtungen zu einer teilweisen Änderung seines Standpunktes hätten veranlassen können; wir werden bald sehen, wie diese neue

Erkenntnis auch mit den hier zu besprechenden Ergebnissen in engste Beziehung tritt.

Jene Beobachtungen betreffen nämlich gerade Messungen der spezifischen Wärme und, obwohl von mir, soweit es sich lediglich um die Prüfung meines Wärmesatzes handelte, die theoretische Deutung der spezifischen Wärmen hätte außer Betracht gelassen werden können, so eröffnete sich doch anderseits die Aussicht, auf diesem Wege zu einem tieferen Einblick in das Wesen jenes Satzes zu gelangen. Es ist der Atomistik seit langem gelungen, die beiden Hauptsätze der Thermodynamik aus dem Verhalten der Atome und Moleküle heraus zu erklären; für den neuen Wärmesatz war das gleiche zu hoffen und zu fordern.

Noch vor einigen Jahren war man, was die Theorie der spezifischen Wärmen anlangt, ganz auf die in erster Linie von BOLTZMANN entwickelten Anschauungen angewiesen; nur wenige und kaum gelungene Versuche einer Weiterentwicklung wurden gemacht.

BOLTZMANNS Standpunkt war im wesentlichen folgender. Der Wärmeinhalt der Gase besteht aus der Energie der fortschreitenden Bewegung und der Energie der Rotationsbewegung; hierzu können noch die Energiemengen hinzutreten, welche durch die Schwingungen der einzelnen Atome eines zusammengesetzten Gasmoleküls um ihre Ruhelage bedingt sind. Bei festen Stoffen — die Flüssigkeiten, bei denen die spezifische Wärme am kompliziertesten ist, wollen wir hier außer acht lassen — hat man es wesentlich mit Schwingungen der Atome um eine Ruhelage zu tun, d. h. es verhalten sich die einzelnen Atome fester Körper wesentlich wie die einzelnen Atome der Gasmoleküle.

Macht man nun die Annahme, daß ein in sich rotierendes Atom keine merkliche Energie aufnimmt und daß ferner bei gegebener Temperatur alle denkbaren Bewegungsenergien sich gegenseitig ins Gleichgewicht setzen, so ergibt sich eine Anzahl von allgemeinen Gesetzmäßigkeiten, die wenigstens zum Teil in auffallender Weise von der Erfahrung bestätigt wurden. Einatomige Gase müssen hiernach eine Molekularwärme von $\frac{3}{2} R = 2.98$ besitzen, was übrigens schon CLAUSIUS geschlossen und KUNDT und WARBURG für Quecksilberdampf zuerst bestätigt gefunden hatten. Bei den obenerwähnten Messungen von Dr. PIER ergab sich für Argon der gleiche Wert sogar in dem ganzen Temperaturintervall von Zimmertemperatur bis 2350°. Für mehratomige Gase, soweit man ihre Moleküle als starre Körper ansehen kann, folgen ebenfalls bestimmte Werte der Molekularwärme, die in vielen Fällen, wenigstens bei tiefen Temperaturen, auch wirklich gefunden

worden sind. Für feste Körper lehrt die Theorie, daß jedes Grammatom sowohl bei Elementen wie bei Verbindungen eine Wärmekapazität von $3R = 5.96$ besitzt, was den von Dulong und Petit für Elemente gefundenen und von Neumann und Kopp auf die Verbindungen übertragenen Gesetzen entspricht. Diese in der Tat sehr auffälligen und an sehr vielen Beispielen beobachteten Gesetzmäßigkeiten setzten es außer Zweifel, daß man mit dieser Theorie jedenfalls auf einem nicht ganz verkehrten Wege sich befand; aber auf der andern Seite fehlte es nicht an vielen Tatsachen, die wieder gar nicht in den Rahmen der erwähnten Auffassungsweise hineinpaßten.

So steigt die Molekularwärme auch solcher Gase, deren Moleküle bei tiefen Temperaturen sich wie starre Körper verhalten, mit der Temperatur deutlich an; dies war nur so zu erklären, daß die beiden Atome, z. B. eines Sauerstoffmoleküls, bei hohen Temperaturen in Schwingungen geraten; wenn dies aber geschieht, so mußte nach der obenerwähnten Annahme jede Schwingungsenergie auch sofort den ihr zukommenden Wert annehmen, während in Wirklichkeit nur ein ganz allmähliches Ansteigen beobachtet wird. Überhaupt steht die erwähnte Auffassungsweise dem Anwachsen der spezifischen Wärme mit der Temperatur, einer fast immer beobachteten Erscheinung, geradezu ratlos gegenüber.

Das Gesetz von Dulong und Petit ferner erleidet eine Anzahl deutlicher Ausnahmen, die schon seit langem die Aufmerksamkeit auf sich gezogen haben; nähert man sich tieferen Temperaturen, so verschwinden diese Ausnahmen nicht etwa, obwohl hier die Theorie wegen der immer kleiner werdenden Schwingungsamplituden der Atome immer genauer hätte zutreffen müssen, sondern sie werden im Gegenteil immer zahlreicher.

Vielleicht hätte man sich also bereits vor Dezennien bei sorgfältiger Durchmusterung des gesamten Beobachtungsmaterials sagen können, daß die Ausnahmen gerade immer dann mehr oder weniger deutlich hervortreten, wenn es sich um Schwingungen der Atome um eine Ruhelage handelt, und, wenn man diesem von der Natur wohl hinreichend deutlich gegebenen Winke weiter gefolgt wäre, so hätte man vielleicht schon früher zu einer fundamentalen Erweiterung des mechanischen Bildes, das uns die kinetische Theorie über den Zustand der Materie gibt, gelangen können. In Wirklichkeit aber wurde die Lösung des Rätsels auf einem ganz anderen Wege gefunden, und ich möchte den Weg um so lieber hier kurz auseinandersetzen, als der Name eines Mitglieds unserer Akademie mit dieser hochbedeutsamen und äußerst überraschenden Erweiterung unserer kinetischen Auffassungsweise für alle Zeiten verknüpft sein wird.

Bei seinen berühmten Untersuchungen über die Gesetze der Strahlung wurde nämlich MAX PLANCK zu der Auffassung geführt, daß ein Elektron, welches um seine Ruhelage schwingt, nicht jede beliebige Schwingungsenergie je nach Umständen aufzunehmen oder abzugeben vermag, sondern daß dies nur in bestimmten Stufen möglich ist; ein schwingendes Elektron, das sich mit der Umgebung ins Wärmegleichgewicht setzt, enthält daher entweder die Energie Null oder ein ganz bestimmtes Energiequantum oder das doppelte, dreifache usf.; und zwar ist dies Quantum der Schwingungszahl des Elektrons proportional. Anschaulicher noch können wir dies so ausdrücken, daß man, um die experimentell sehr gut untersuchten Gesetze der Strahlung zu erklären, einem schwingungsfähigen, elektrisch geladenen Atom eine Temperatur von z. B. 1000° (absolut) oder gerade 2000 oder gerade 3000 usw. zuschreiben muß, wobei man natürlich nicht vergessen darf, daß die Temperatur, die man wirklich mißt, nicht diejenige eines einzelnen schwingenden Atoms ist, sondern ein Mittelwert, wie er sich nach dem Gesetze der Wahrscheinlichkeit im Sinne von MAXWELLS Verteilungsgesetz einstellt; dieser Mittelwert besitzt im Gegensatz zu der Temperatur der einzelnen Teilchen, die von Atom zu Atom schwankt, einen wohldefinierten Wert, wenn es sich nur um eine hinreichend große Anzahl schwingender Teilchen handelt.

PLANCK hat diese Anschauung, wie erwähnt, nur auf um eine Ruhelage schwingende Elektronen angewandt, weil ihn bei seinen theoretischen Untersuchungen lediglich die von derartigen schwingenden Gebilden ausgesandte elektromagnetische Strahlung interessierte. Die logische Kraft, die in der erwähnten Anschauung steckt, offenbarte sich bereits in seinen Händen darin, daß er nicht nur seine mit allen bisherigen Beobachtungen stimmende Strahlungsformel hieraus ableiten, sondern auch aus den Konstanten dieser Formel die absolute Größe eines Elektrons und somit auch die der gewöhnlichen materiellen Atome in bester Übereinstimmung mit allen sonstigen Erfahrungen auf diesem Gebiete berechnen konnte.

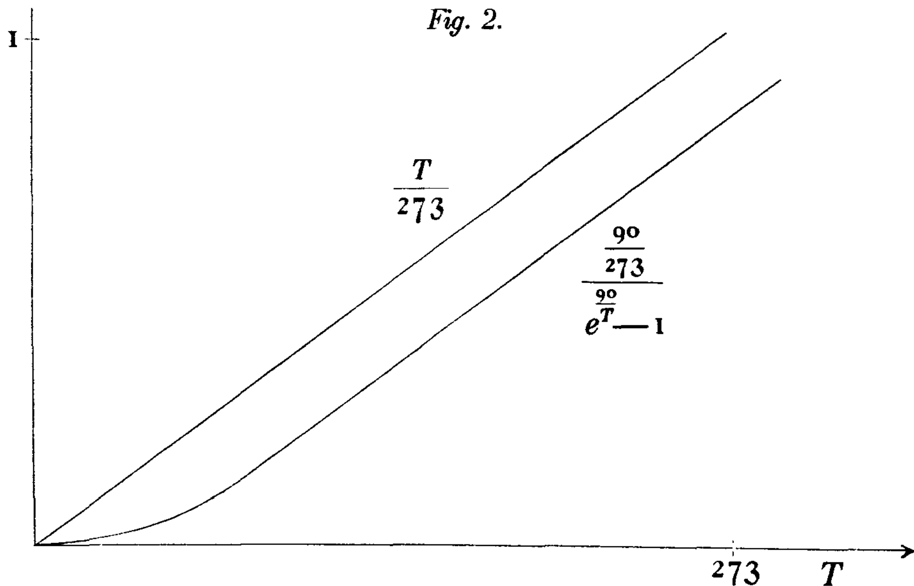
Wenige Jahre darauf (1907) verallgemeinerte EINSTEIN die PLANCKsche Anschauung dahin, daß sie auf jedes schwingende Atom, nicht nur auf das schwingende Elektron, anzuwenden sei, und zog sofort die hierdurch gegebene Folgerung, daß der Energieinhalt E kristallisierter Stoffe mit der Temperatur nicht, wie BOLTZMANNS Theorie verlangte, der absoluten Temperatur proportional, sondern im Sinne der PLANCKschen Strahlungsformel

$$E = 3R \frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1},$$

d. h. zunächst sehr viel langsamer und erst bei hinreichend hohen Temperaturen letzterer proportional ansteigt.

Fig. 2 zeigt als ausgezogene Linie den Wert von $3RT$, als punktierte Linie den Wert von E nach obiger Gleichung; wie man sieht, werden bei hohen Temperaturen beide Ausdrücke praktisch identisch.

Fig. 2.



Aber auch die Einsteinsche Auffassung scheint mir konsequenterweise noch einer weiteren Verallgemeinerung fähig zu sein. Bei den stark unterkühlten Flüssigkeiten haben wir es mit um bestimmte Ruhelagen oszillierenden Atome zu tun, so daß also auch amorphe Substanzen, wie z. B. die Gläser, die nach Tammanns Darlegung als unterkühlte Flüssigkeiten aufzufassen sind und daher keinen Schmelzpunkt besitzen, der Planck-Einsteinschen Auffassung zu unterwerfen sein werden. Sodann aber, und hierdurch wird eine weitere Reihe von Schwierigkeiten beseitigt, die der Boltzmannschen Theorie anhaften, wird die gleiche Anschauung auch auf rotierende Gebilde anzuwenden sein, nur daß hier die der Schwingungszahl ν entsprechende Tourenzahl des rotierenden Gebildes nicht konstant ist, sondern mit der Lebhaftigkeit der Wärmebewegung zunimmt.

Nunmehr sind wir in der Lage, uns ein ziemlich vollständiges Bild von der Wärmebewegung in Gasen und in festen Körpern zu machen; die Flüssigkeiten wollen wir, wie schon betont, wegen ihres bei höheren Temperaturen aus mehrfachen Gründen viel komplizierteren Verhaltens hier außer acht lassen.

Der Energieinhalt eines einatomigen Gases besteht hiernach wesentlich aus der Energie der fortschreitenden Bewegung; Rotations-

energie kann, außer etwa bei ungeheuer hohen Temperaturen, nicht in merklicher Menge vorhanden sein, weil eine Rotation eines Atoms wegen seiner ungeheueren Kleinheit mit einer sehr hohen Tourenzahl verbunden sein müßte, damit eine merkliche Energiemenge hierin aufgespeichert werden kann. Bei zweiatomigen Gasen sind, wie schon BOLTZMANN annahm, aber jetzt wohl erst wirklich gerechtfertigt wird, Rotationen in zwei zueinander senkrechten Ebenen möglich, während eine Rotation um die Verbindungslinie der beiden Atome aus den gleichen Gründen wie oben bei gewöhnlichen Temperaturen nicht merklich stattfinden kann. Außerdem aber können die beiden Atome Schwingungen um ihre Ruhelage ausführen; jedoch kann im Sinne der Quantentheorie die hierin aufgespeicherte Energie in um so größeren Beträgen, also erst bei um so höheren Temperaturen, in merklicher Weise aufgenommen werden, je schneller jedes Atom um seine Ruhelage pendelt. Ein Atom schwingt nun um so schneller, je fester es gebunden ist; anderseits aber wird nach der PLANCKschen Formel die Energie bei um so höheren Temperaturen aufgenommen, je höher die Schwingungszahl der betreffenden Atome ist. So haben wir denn also zu erwarten, daß diejenigen zweiatomigen Gase, die erst bei extrem hoher Temperatur sich in die Atome spalten können, sich bei gewöhnlichen Temperaturen wie starre Körper verhalten müssen, während bei mäßig hohen Temperaturen dissoziierbare Gase schon bei gewöhnlichen Temperaturen Schwingungsenergie aufzunehmen imstande sein müssen. Tatsächlich haben die Messungen von REGNAULT, STRECKER und anderen ergeben, daß Gase, wie Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Chlorwasserstoff, Jodwasserstoff, Kohlenoxyd, die sich sämtlich sicherlich erst weit über 2000° in die einzelnen Atome spalten, eine spezifische Wärme bei gewöhnlicher Temperatur besitzen, wie sie BOLTZMANN für starre Körper berechnet hat, während diejenigen Gase, die sich bereits erheblich unterhalb 2000° in die einzelnen Atome spalten, nämlich Chlor, Brom und Jod, schon bei gewöhnlichen Temperaturen merkliche Schwingungsenergie aufzunehmen vermögen und daher erheblich größere Werte der spezifischen Wärme besitzen.

Ganz ähnliche Betrachtungen lassen sich auch für die mehratomigen Gase anstellen. Hierauf wie auf die Formeln, die sich aus diesen Anschauungen ergeben, muß ich mir ein näheres Eingehen heute versagen.

Besonders fruchtbar erwies sich die Quantentheorie in ihrer Anwendung auf die spezifische Wärme der festen Elemente. Der Weg zwar, den EINSTEIN selber einzuschlagen suchte, nämlich die Ableitung der Schwingungszahl ν der Atome aus optischen Messungen, hat sich bisher wenigstens als kaum gangbar erwiesen; die schwingenden Teil-

chen brauchen offenbar nicht notwendig sich optisch bemerkbar zu machen, weil es sich eben hier in der Regel nicht um Ionen, d. h. um elektrisch geladene Atome, sondern um neutrale Atome handeln wird. Aber Hrn. LINDEMANN, einem meiner Mitarbeiter, der sich auf meine Veranlassung mit Messungen der spezifischen Wärme beschäftigt, gelang es ganz kürzlich in sehr einfacher und origineller Weise, diese Schwingungszahl aus dem Schmelzpunkt T_s, dem Atomgewicht m und dem Atomvolum V des betreffenden Elementes zu berechnen. Der allgemeine Gedankengang war folgender. Der Schmelzpunkt ist nach LINDEMANN dadurch charakterisiert, daß die Elongationen der Atome um ihre Ruhelage solche Beträge annehmen, daß die Atome zusammenstoßen und daß so der feste Verband der einzelnen Atome im Kristall zerstört, der Körper mit anderen Worten geschmolzen wird. Dieser Abstand ergibt sich nun aus dem Molekularvolumen; anderseits können wir den Energieinhalt beim Schmelzpunkt aus der spezifischen Wärme berechnen und da derselbe außer von der Schwingungsamplitude nur noch vom Atomgewicht und der Schwingungszahl abhängt, so ist letztere als einzige Unbekannte zu berechnen. Die so erhaltene Formel lautet:

$$\nu = \text{const.} \sqrt{\frac{T_s}{m V^{\frac{2}{3}}}} .$$

Damit sind wir aber in die Lage versetzt, die Atomwärme der Elemente bis zum absoluten Nullpunkt herab zu berechnen, und auf diesem Wege ist eine sehr umfangreiche Prüfung der Quantenhypothese ermöglicht.

Die Prüfung an dem von meinen Mitarbeitern und mir nach den obigen Methoden erbrachten Beobachtungsmaterial hat nun in der Tat ergeben, daß mindestens in erster Annäherung der Verlauf der spezifischen Wärme durch sie wiedergegeben werden kann; allerdings scheint es, als ob bei sehr tiefen Temperaturen, etwa bei derjenigen des siedenden Wasserstoffs, die Abnahme nicht ganz so stark ist, als es die Formel EINSTEINS verlangen würde. Aber es ist ganz wohl denkbar, daß in den festen Körpern nicht alle Atome gleich fest an ihre Ruhelage gebunden sind, sondern daß hier, z. B. deshalb, weil die einzelnen Bausteine des festen Körpers nicht aus einzelnen Atomen, sondern aus Komplexen derselben bestehen und daß in letzteren die Atome zum Teil fester, zum Teil lockerer gebunden sind, nicht eine, sondern mehrere Schwingungszahlen einzuführen wären; macht man diese Annahme, die gewiß von vornherein nicht unwahrscheinlich ist, so kann man zwar zur Zeit die Theorie nicht mit völliger Exaktheit prüfen, aber es bleibt doch auf der andern Seite die Tatsache bestehen, daß

EINSTEINS Formeln uns, wenn auch nicht über alle Einzelheiten, so doch über die Gesamtheit der Erscheinungen in anschaulicher und widerspruchsfreier Weise Rechenschaft geben, zumal wenn man damit die Hilflosigkeit der älteren Theorie gegenüber den Abweichungen von DULONG-PETITS Gesetz und vielen andern Tatsachen vergleicht.

Das wichtigste Ergebnis aber, welches die Anwendung der Theorie von PLANCK und EINSTEIN auf die spezifischen Wärmen fester Stoffe bisher erbracht hat, ist unstreitig die Aufklärung, die wir über das Wesen des Gesetzes von DULONG und PETIT dadurch erhalten haben. Dasselbe kann hiernach nur in den Temperaturgebieten zutreffen, in denen die Energie proportional der absoluten Temperatur ansteigt, und dies ist dort der Fall, wo die mittlere Energie eines Atoms merklich größer geworden ist als diejenige des ihm zukommenden Elementarquantums. Bei tiefen Temperaturen, in denen umgekehrt die mittlere Schwingungsenergie erheblich unter den Wert des Energiequantums herabgeht, ist der Energieinhalt und damit auch die spezifische Wärme bedeutend kleiner, als dem Werte $3R = 5.96$ entspricht; die oben erwähnte Auffassung des Schmelzpunktes setzt uns sogar in den Stand, das Gültigkeitsbereich des Gesetzes von DULONG und PETIT von vornherein abzuschätzen. So wird die Ausnahmestellung, die speziell Diamant und Graphit besitzen, nunmehr einfach dadurch verständlich, daß diese Substanzen einen sehr hohen Schmelzpunkt und ein sehr kleines Atomgewicht besitzen; ähnlich verhalten sich, wenn auch nicht ganz so ausgeprägt, Bor und Silizium, die bekanntlich ebenfalls schon bei Zimmertemperatur einen viel kleineren Wert haben, als es das Gesetz von DULONG und PETIT verlangt. Lithium gehorcht bei Zimmertemperatur trotz seines kleinen Atomgewichtes diesem Gesetze, weil es einen viel niedrigeren Schmelzpunkt besitzt. Auf der andern Seite gehorchen Blei und, wie POLLITZERS soeben veröffentlichte Messungen zeigen, auch Quecksilber bis zur Temperatur der flüssigen Luft noch gut dem Gesetze von DULONG und PETIT, weil diese Elemente neben ihrem sehr hohen Atomgewicht außerdem noch einen niedrigen Schmelzpunkt aufweisen; bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffs habe ich aber bereits auch beim Blei schon konstatieren können, daß hier die Atomwärme, übrigens auch quantitativ im Sinne der obigen Formel, auf etwa den halben Wert gesunken ist. Daß auch dieses Element den bei hinreichend tiefen Temperaturen allgemein geforderten starken Abfall der Atomwärme zeigt, ist gewiß eine weitere kräftige Stütze für die Theorie von PLANCK und EINSTEIN.

Als ich mit einem selbstgebauten Apparat mir zum erstenmal flüssigen Wasserstoff darstellte, war es bereits sehr auffällig, daß ein an das Ausströmungsventil des sich expandierenden Wasserstoffs an-

gelötetes Thermoelement einen zunächst langsamen, dann aber rapiden Temperaturabfall bis zum Punkte der Wasserstoffverflüssigung anzeigte; dies war nur so zu deuten, daß bei diesen tiefen Temperaturen die dicke Kupferspirale, durch welche dem Ventil der Wasserstoff zugeführt wurde, nur eine sehr geringe Wärmekapazität besitzt, wie dies aus den obigen Betrachtungen von vornherein abzuleiten war; denn das Kupfer ist ein Element mit mäßigem Atomgewicht und ziemlich hohem Schmelzpunkt. Die Messungen ergaben mir denn auch, daß Kupfer bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffs noch nicht den zwanzigsten Teil der spezifischen Wärme bei gewöhnlichen Temperaturen besitzt.

Man hat wohl früher immer angenommen, daß sich die Natur gegen die Erreichung des absoluten Nullpunktes der Temperatur, also des Gebiets des Wärmetodes, wie man sich poetisch häufig ausdrückt, sehr stark sträubt; es ist aber nunmehr klar, daß der starke Abfall der spezifischen Wärme der Metalle und anderer Stoffe bei sehr tiefen Temperaturen umgekehrt den Weg dorthin in unerwarteter Weise erleichtert.

Zur Zeit ist die Quantentheorie wesentlich eine Rechnungsregel, und zwar eine solche, wie man wohl sagen kann, sehr seltsamer, ja grotesker Beschaffenheit; sie hat aber in den Händen von Planck, was die Strahlung, in den Händen von Einstein, was die Molekularmechanik anlangt, so reiche Früchte gebracht und ist, wie ich im vorstehenden angedeutet habe, auch so vieler sonstiger Anwendungen fähig, daß der Forschung die Pflicht erwächst, möglichst vielseitig dazu Stellung zu nehmen und sie der experimentellen Prüfung zu unterziehen.

Wenn Newton, als er die moderne Mechanik schuf, den Weg zu den Erfolgen der theoretischen Physik ebnete, wenn Dalton in der Atomtheorie Physik und Chemie mit ihrem fruchtbarsten logischen Hilfsmittel beschenkte, so hat Planck in der Quantenhypothese eine wiederum ganz neuartige Methodik naturwissenschaftlicher Rechenoperationen gefunden, und zwar ist diese bereits so nützliche Hypothese nicht etwa eine bloße Atomistik der Energie, sondern tatsächlich etwas ganz Neues, weil ja die Quanten je nach der Bewegungsart des betreffenden Atoms jeden beliebigen Wert von Null aufwärts annehmen können.

Natürlich aber wird der Wunsch rege, die erwähnte Rechnungsregel in irgendeiner Weise unserer Anschauung näher zu bringen; dies war bisher nicht möglich, aber ein Hinweis darauf, wo vielleicht der Schlüssel zum Verständnis zu suchen ist, dürfte nicht zu gewagt sein. Die Quantenhypothese tritt, wie die vorstehende Darstellung erkennen ließ, immer da in Kraft, wo es sich um Atome oder Moleküle handelt, die um einen Punkt kreisen, und zwar mit Tourenzahlen, denen wir

weder in der Astronomie noch bei allen unseren eigenen Experimenten je begegnet sind (z. B. beträgt ν selbst für die trägen Bleiatome über 10^{12} Touren pro Sekunde!). Hier versagen also unsere bisherigen mechanischen Formeln und müssen durch die Quantenhypothese modifiziert werden. So sehr überraschend ist dies wohl nicht, wenn wir bedenken, daß es sich hier um eine Extrapolation der Gesetze der Mechanik handelt, die ganz ungeheuer die Grenzen der bisherigen Erfahrung überschreitet; überraschend ist nur die ganz merkwürdige Art und Weise, in der diese Abweichung erfolgt. Wenn also etwa, schon um z. B. den in der Wärmeleitung der Kristalle bei sehr tiefen Temperaturen stattfindenden Austausch der Energie zu erklären, der nach den Versuchen Euckens sogar sehr lebhaft ist, obwohl bei den kleinen Amplituden der Schwingungen ein direkter Anstoß der Atome fast ausgeschlossen ist, die Newtonsche Attraktion, die dem Gesetz von Coulomb entspricht, durch eine den Ampèreschen Gesetzen analoge Erweiterung zu ergänzen sein wird, so dürfte diese Erweiterung doch anderseits zu völlig andersartigen Formeln führen müssen.

Die gewöhnliche kinetische Theorie der Gase operiert mit geradlinigen Geschwindigkeiten, und zwar mit Werten derselben, wie wir sie in der Ballistik kennen und wie sie aus der Astronomie in sogar viel größerem Betrage geläufig sind. Von einer Extrapolation der Gesetze der Mechanik ist hier also nicht die Rede; eine solche würde erst bei ungeheuer hoch erhitzten Gasen auftreten und, wenn die geradlinige Geschwindigkeit der Gasmoleküle mit der Lichtgeschwindigkeit kommensurabel würde, so wäre auch hier eine Abweichung von den bekannten Gesetzen der Mechanik und demgemäß ein Versagen der bisherigen kinetischen Gastheorie wohl mit größter Wahrscheinlichkeit zu erwarten.

Wir sehen also — und hier können wir an die einleitenden Betrachtungen anknüpfen — auch das Grundgesetz der Wärmetheorie, wonach die Temperatur der lebendigen Kraft der kleinsten Teilchen proportional ist, hat seine Grenzen; für freie Gasmoleküle sind Abweichungen allerdings erst bei extrem hohen Temperaturen, hier aber wohl mit großer Sicherheit zu erwarten; für gebundene Atome liegen sie in der Quantentheorie, und zwar werden sie bei tiefen Temperaturen besonders deutlich. In keinem Falle aber werfen diese Abweichungen das erwähnte Grundgesetz, dem noch ein weites Reich seiner unumschränkten Herrschaft unterstellt bleibt, über den Haufen; daher würde man hier, wie in vielen ähnlichen Fällen, Unrecht tun, wenn man wieder einmal von einem Umsturz einer lange anerkannten Theorie sprechen wollte!

Zum Schlusse wollen wir mit den neuen Gesichtspunkten, die wir für die spezifische Wärme inzwischen gewonnen haben, noch einmal den oben besprochenen Wärmesatz ins Auge fassen und prüfen, ob er nunmehr, ähnlich wie es für die beiden bereits bekannten Wärmesätze möglich war, etwa ebenfalls einer molekulartheoretischen Deutung fähig ist.

Der erste Wärmesatz, das Gesetz von der Erhaltung der Energie, ist eine unmittelbare Konsequenz aus den Prinzipien der Mechanik, wenn wir uns die materiellen Gebilde als aus einzelnen Atomen, d. h. Massepunkten bestehend, denken, die irgendwelche nur von ihrer Entfernung abhängige Kräfte aufeinander ausüben.

Weit schwieriger ist das Verständnis des zweiten Wärmesatzes vom Standpunkte der Atomistik. Erst Boltzmann war es, der in einer Reihe sehr scharfsinniger Abhandlungen zu der Erkenntnis gelangte, daß alle diejenigen Prozesse, bei denen im Sinne des zweiten Wärmesatzes ein Verlust an freier Energie stattfindet, solche sind, bei denen die Atome aus einer unwahrscheinlicheren Konstellation in eine wahrscheinlichere übergehen; der zweite Wärmesatz ist daher ähnlich wie der Begriff der Temperatur, mit dem er ja eng verknüpft ist, ein Satz, der nur dann Gültigkeit, ja überhaupt einen Sinn besitzt, wenn man mit aus sehr vielen Atomen bestehenden Gebilden operiert, eine Bedingung, die in der Regel von selbst bei unsern Versuchen im Laboratorium, wie auch sogar bei der kleinsten lebenden Zelle hinreichend erfüllt ist.

Sehr einfach gestaltet sich aber nun wiederum die Deutung des neuen Wärmesatzes. Nach der Quantentheorie sind auch bei endlichen, wenn auch bisweilen sehr kleinen Entfernungen vom absoluten Nullpunkt der Temperatur alle festen Stoffe, seien es Kristalle oder unterkühlte Flüssigkeiten, nur ungeheuer wenig von ihrem Zustande beim absoluten Nullpunkt selber verschieden; hieraus aber ergibt sich sofort als weitere Konsequenz, daß in diesem Gebiete, wie es unser Satz verlangt, die Kurven der gesamten Energie und der freien Energie praktisch zusammenfallen, d. h. sich tangieren müssen. Und es würde sogar wenn, wie es die Formeln von Planck und Einstein verlangen, die untere Kurve in Fig. 2 beim absoluten Nullpunkt wirklich die Abszisse mit unendlich hoher Ordnung berührt, das gleiche von der gegenseitigen Berührung der beiden Kurven in Fig. 1 gelten müssen.

Als Ergebnis unserer Betrachtungen können wir also hinstellen, daß die ganz verschiedenartigen Erwägungen und scheinbar gänzlich getrennten Gebiete, auf denen Planck arbeitete, als er die Theorie der Strahlung aufdeckte, und ich, als ich die Beziehungen zwischen chemischer Energie und Wärme zu enträtseln mich bemühte, nunmehr

in das gleiche Endresultat eingemündet sind. Im einzelnen sind natürlich zwar noch viele Lücken auszufüllen und Detailfragen zu beantworten, im großen und ganzen aber dürften die neuen Anschauungen über das Wesen der Wärme in festen Körpern und ihre Beziehung zur chemischen Kraft gesichert dastehen.

Als ich im Laufe meiner Ausführungen u. a. die durch die Quantentheorie geschaffene Erweiterung unserer Anschauung vom Wärmezustand der Materie schilderte, ist vielleicht manchem von ihnen die amüsante Wendung eingefallen, mit der Gottfried Keller sein »Sinngedicht« beginnt: »Als die Naturwissenschaften eben wieder auf einem höchsten Gipfel standen usw.«; die hierin liegende Ironie mag berechtigt sein, aber der Forscher kann den Optimismus bei seiner Arbeit nicht entbehren, weil er sonst verwirrt und mutlos vor der Fülle der sich ihm aufdrängenden Gesichte den Blick zu Boden senken würde.

Und trotzdem müßte er als einzelner daran verzweifeln, aus dem Wirrwarr der Beobachtungen die harmonische Weise eines Naturgesetzes herauszuhören, wenn er in seiner Arbeit nicht zahlreiche Bundesgenossen fände. Die Feinmechanik, die, einem Kunstgewerbe vergleichbar, durch das Talent und die Emsigkeit vieler Meister und Gesellen besonders in Deutschland zu einer wundervollen Blüte gelangt ist, fertigt ihm Instrumente, auf deren Präzision er sich verlassen kann; die Industrie, die Elektrotechnik an der Spitze, liefert die Hilfsmittel zur Erzeugung mannigfacher Energieformen, und unsere chemischen Fabriken, selber Stätten eifriger Forschung, ersparen ihm einen großen Teil umständlicher präparativer Arbeitslast; schließlich liegen in den Methoden der theoretischen Physik erprobte logische Hilfsmittel von größter Mannigfaltigkeit parat.

Die Erfolge der Forschung wachsen mit der Zahl ihrer Jünger, die sich gegenseitig in die Hände arbeiten; im Interesse eines schnellen Fortschritts ist es daher mit Freuden zu begrüßen, daß Nordamerika und auch Japan schon lange zur Mitarbeit den älteren Kulturnationen sich beigesellt haben; von Südamerika, Südafrika, selbst China und anderen Ländern wird ähnliches in immer steigendem Maße zu erhoffen sein. Jede Kulturnation aber muß schon um der Bedeutung willen, die die naturwissenschaftliche Forschung für die Wehrkraft, die Technik und die Heilkunde besitzt, danach streben, im eigenen Lande möglichst viel Erfolge zu erzielen; es ziemt sich daher, der großen Förderung zu gedenken, die unser erhabener Monarch, dessen Geburtstag wir festlich begehen, unserer Arbeit durch die Begründung der Kaiser-Wilhelm-Institute kürzlich hat angedeihen lassen. An Bestrebungen in dieser Richtung hat es ja bei uns in Deutschland zum

Glück nie gefehlt, und insbesondere hat unser verstorbenes Ehrenmitglied Friedrich Althoff auch hierin seinen weiten Blick bewährt. Aber erst durch das Machtwort des deutschen Kaisers, und, was die Nation noch dankbarer empfinden wird, erst durch das von der Opferwilligkeit vieler Patrioten getragene ganz persönliche Eingreifen Sr. Majestät konnte die Schöpfung ins Leben treten, die neue Mitarbeiter und weitere Hilfsmittel den Zielen unserer Forschung zuzuführen bestimmt ist. An diesem schönen Werke mitzuarbeiten, wird auch unserer Akademie nicht nur statutenmäßige Pflicht, sondern auch Freude und Ehrensache sein.

Der Vorsitzende verkündete, dass die Akademie beschlossen habe, ihrem Mitgliede Hrn. Jacob Heinrich van't Hoff in Anerkennung seiner wissenschaftlichen Verdienste die Helmholtzmedaille zu verleihen.

Über die Güttler-Stiftung verkündet derselbe:

Dr. Carl Güttler-Stiftung.

Nachdem Hr. Prof. Dr. Carl Güttler in München mit dem 1. October 1910 den Gesammtbetrag der Aufkünfte von dem Capital der von ihm bei der Akademie errichteten Stiftung der Akademie überwiesen hat, tritt die Stiftung in Wirksamkeit und wird nach den Bestimmungen ihres in den Abhandlungen der Akademie, Jahrg. 1907, S. XX ff., veröffentlichten Statuts zunächst der philosophisch-historischen Classe den Betrag von 2300 Mark zur Verfügung stellen, welcher Betrag in einer oder mehreren Raten vergeben werden kann.

Die allgemeine Bestimmung des Statuts hinsichtlich der Zuertheilungen ist nach § 2 die, dass sie zur Förderung wissenschaftlicher Zwecke geschehen sollen, und zwar insbesondere als Gewährung von Beiträgen zu wissenschaftlichen Reisen, zu Natur- und Kunststudien, zu Archivforschungen, zur Drucklegung grösserer wissenschaftlicher Werke, zur Herausgabe unedirter Quellen und ähnlichem.

Hierneben kommt nach § 6 die Verordnung des Stifters in Betracht, dass dieses erste Mal die Zuertheilung erfolgen soll zu gunsten einer Arbeit aus irgend einem Zweige der Philosophie als der von dem Stifter selbst vertretenen Wissenschaft.

Bewerbungen um Zuertheilung müssen bis zum 25. October 1911 im Bureau der Akademie, Berlin W 35, Potsdamer Str. 120, eingereicht werden. Die etwaige Zuertheilung erfolgt am 26. Januar 1912.

Alsdann wurden die Jahresberichte über die von der Akademie geleiteten wissenschaftlichen Unternehmungen sowie über die ihr angegliederten Stiftungen und Institute vorgelegt.

Sammlung der griechischen Inschriften.

Bericht des Hrn. von Wilamowitz-Moellendorff.

Der Druck von V i (Lakonien und Messenien, bearbeitet durch Hrn Kolbe) hat begonnen. Für XII 9 (Euboia, bearbeitet durch Hrn. Ziebarth) sind die Schriftproben ausgewählt, die abgebildet werden sollen, und die Tafeln hergestellt. Es hat sich herausgestellt, daß ein Papier, welches die für akademische Publikationen geforderte Haltbarkeit besitzt, nicht zugleich für den Druck von Autotypien geeignet ist; daher werden in Zukunft die Schriftproben nicht im Text, sondern auf besonderen Tafeln gegeben werden.

Um das Material für die Inschriften von Arkadien zu sammeln (V 2), hat Freiherr Hiller von Gaertringen das Land bereist und dabei auch die topographische Forschung dieses zum großen Teile arg vernachlässigten Landes betrieben. Er wird hierüber besonders berichten. Es war für das ganze Unternehmen von großer Bedeutung, daß der wissenschaftliche Beamte der Akademie in Athen und anderen Orten die persönlichen Beziehungen mit den griechischen Gelehrten und den Schulen der anderen Nationen pflegen konnte. Sowohl die griechische Regierung wie die griechischen Gelehrten haben sich von neuem durch ihr Entgegenkommen und die einsichtige Förderung ihrer Unternehmungen den lebhaften Dank der Akademie verdient. Dasselbe gilt nicht nur von unserem deutschen archäologischen Institute, sondern von allen fremden Schulen. Insbesondere hat die British School auch diesmal wie in den früheren Jahren Abklatsche der neugefundenen Inschriften aus Sparta beigesteuert. Mit der französischen Schule ist geradezu eine Arbeitsgemeinschaft begründet. Denn in Ausführung früherer Vereinbarungen ist zwischen der Académie des inscriptions et belles lettres und unserer Akademie ein Vertrag abgeschlossen, auf Grund dessen die delischen Inschriften (XI) im Rahmen und der Anlage und Ausstattung unserer Inscriptiones Graecae von der Pariser Akademie herausgegeben werden sollen. Der Druck des ersten Heftes, bearbeitet von Hrn. F. Dürrbach, wird noch in diesem Jahre beginnen. Wie ein solcher Vertrag nur zustandekommen konnte, wenn auf beiden Seiten außer der Übereinstimmung in allen sachlichen Fragen auch volles persönliches Vertrauen vorhanden war, so darf gehofft werden, daß das Werk, wenn auch entsprechend seinem Umfange nicht rasch, zur Vollendung kommen und

dann der Wissenschaft nicht nur durch das überreiche Material, sondern auch als Dokument einträchtigen und hochsinnigen Zusammenwirkens Förderung und Ehre bringen werde.

Die Sammlung der kyprischen Inschriften, von der im vorigen Jahresberichte zuerst Mitteilung gemacht war, wird in erster Linie von der Kgl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften geleitet: doch mag auch hier erwähnt werden, daß der Bearbeiter, Hr. R. Meister, selbst, namentlich zur Aufnahme der Cesnolasammlung, nach Amerika gereist ist. Kurz vorher hatte er von Funden Nachricht erhalten, die in Rantidi, nicht sehr weit von Paphos, gemacht waren, und in den Berichten der Sächsischen Gesellschaft einige Inschriften veröffentlicht. Das hat der Akademie Veranlassung gegeben, die Fundstätte untersuchen zu lassen. Hr. Dr. R. Zahn, Kustos der Kgl. Museen, hat die schwierige Aufgabe mit ebensoviel Aufopferung wie Geschick durchgeführt; der Bericht wird später erscheinen.

Für das Archiv ist die Exzerpierung namentlich zur Ergänzung von XIV (Italien) gefördert. Einverleibt ist ihm das Manuskript von A. Boeckhs Corpus, ein Geschenk, für das dem Enkel des großen Begründers dieser Unternehmung, Hrn. Landrichter Boeckh, wieder ein besonders lebhafter Dank auszusprechen ist.

Sammlung der lateinischen Inschriften.

Bericht des Hrn. Hirschfeld.

Für den VI. Band (Rom) hat Hr. Bang nach Übernahme der Redaktion im Oktober 1909 seine Tätigkeit zunächst auf die Aufnahme und Revision der neuen Funde gerichtet. Diesem Zweck diente ein halbjähriger Aufenthalt in Rom (Winter 1909/10), zu dem die Akademie die Mittel gewährt hatte. Nach seiner Rückkehr war er vorwiegend mit der Bearbeitung des für das Auctarium gesammelten Materials und der Ergänzung desselben aus den Publikationen der letzten Jahre beschäftigt. Die Drucklegung des Auctarium und der Namenindices soll im Frühjahr 1911 begonnen werden.

Zu Band VII (Britannien) hat Hr. Haverfield in Oxford ein wertvolles Supplement eingesandt, das die etwa seit 1888 in Britannien gefundenen Inschriften nebst zahlreichen Nachträgen zu den früher gefundenen enthält. Dasselbe wird in der Ephemeris epigraphica Band IX Heft 4 demnächst zum Druck gelangen.

Hr. Bormann hat die umfangreichen, aber sehr zertrümmerten Funde in Viterbo im Herbst 1910 geprüft und die fertiggestellten Nachträge zum XI. Band (Mittelitalien) sodann der Drucklegung übergeben, obschon der offizielle, für die Notizie degli scavi bestimmte

Fundbericht noch nicht erschienen ist. Der Druck der sonstigen Nachträge zu Etrurien und der längst druckfertigen zu Umbrien soll unmittelbar darauf beginnen.

Die Nachträge zu den Gallischen Inschriften (XIII, 1) hat Hr. Hirschfeld soweit fertiggestellt, daß ihre Drucklegung vor Ostern dieses Jahres wird beginnen können. — Hr. Finke in Heidelberg, der an Stelle des von der Corpusarbeit leider zurückgetretenen Hrn. von Domaszewski die Bearbeitung der Nachträge zu den Inschriften von Germanien (XIII, 2) übernommen hat, hat im vergangenen Jahr die Museen von Baden-Baden, Straßburg, Stuttgart und der Saalburg aufgenommen und die Exzerpierung der Literatur fortgesetzt. — Hr. Bohn hat auch in diesem Jahre die Ausarbeitung des gallisch-germanischen Instrumentum nur wenig fördern können. — Hr. Steiner hat die Ziegelstempel von Obergermanien jetzt fast vollständig aufgenommen. Ergiebig war besonders die mühsame Durcharbeitung des in Mainz aufgehäuften Materials. Für die Ziegel der Belgica ist mit etwa 2000 Abklatschen aus dem Trierer Museum ein Grundstock geschaffen. — Die Exzerpierung von Band XIII für die Indices hat Hr. Szlatolawek abgeschlossen und mit der Ausarbeitung begonnen. — Die Karten von Gallien und Germanien hat Hr. Prof. Kretschmer bis auf die aus den Nachträgen sich ergebenden Ergänzungen vollendet; dieselben werden demnächst dem Stich übergeben werden.

Hr. Dressel hat die Abteilung der Gladiatoren- und sonstigen Tesseren für den XV. Band (Instrumentum der Stadt Rom) endgültig geordnet und die Ausarbeitung einzelner Klassen nahezu fertiggestellt.

Die Neubearbeitung des I. Bandes (Inschriften der Republik) ist von Hrn. Lommatzsch in München bis zum 75. Bogen zum Druck gebracht.

Das von Hrn. Dessau gemeinsam mit Hrn. Cagnat bearbeitete Auctarium zu Band VIII (Afrika) ist im Satz bis Bogen 188 gelangt. Die neugefundenen Inschriften von Thugga, deren Zahl auf gegen 800 angewachsen ist und die sich jetzt im Druck befinden, sind wie bisher von Hrn. Poinssot freundlichst mitgeteilt worden.

Das in den vorjährigen Berichten erwähnte Supplement zu Band XIV (Latium) ist, von Hrn. Dessau bearbeitet, jetzt in der Ephemeris epigraphica Band IX, 3 erschienen.

Dem von demselben verwalteten Archiv des Corpus sind in letzter Zeit die bei der Akademie befindlichen Zink- und Holzstöcke und Kupferplatten zu Abbildungen in den früher erschienenen Bänden überwiesen worden; die Ordnung des umfangreichen Materials ist in Angriff genommen.

Prosopographie der römischen Kaiserzeit.

Bericht des Hrn. Hirschfeld.

Den Druck der Magistratslisten haben die HH. Dessau und Klebs im vergangenen Jahr noch nicht beginnen können.

Index rei militaris imperii Romani.

Bericht des Hrn. Hirschfeld.

Hr. Ritterling ist auch in diesem Jahre durch amtliche Pflichten an der Fortführung der Arbeit verhindert worden.

Politische Korrespondenz Friedrichs des Großen.

Bericht der HH. von Schmoller und Koser.

Der kurz vor Weihnachten erschienene 34. Band führt in 452 Nummern vom 1. Juli bis zum 31. Dezember 1773. Die Vorgänge, um die sich diese Schriftstücke gruppieren, sind vornehmlich die Warschauer Verträge vom 18. September 1773, durch die der polnische Reichstag die Abtretung der von Preußen, Österreich und Rußland das Jahr zuvor in Besitz genommenen Gebiete genehmigte; die Zwistigkeiten zwischen Preußen und der Stadt Danzig wegen des Danziger Hafens und des Zollrechtes, sowie die Stellungnahme Rußlands und Englands zwischen den beiden Parteien; die schwierigen Verhandlungen wegen endgültiger Abgrenzung der polnischen Erwerbungen Preußens und Österreichs; die fortgesetzten Bemühungen König Friedrichs um die Wiederherstellung des Friedens zwischen Rußland und der Türkei und um die Ausgleichung des Gegensatzes zwischen Rußland und Schweden.

Seine Vorbereitungen für einen weiteren Band hat der Bearbeiter unserer Sammlung, Hr. Dr. G. B. Volz, dem Abschlusse genähert.

Griechische Münzwerke.

Bericht des Hrn. Dressel.

Das nordgriechische Münzwerk. Im November des verflossenen Jahres erschien vom I. Bande die erste Abtheilung der zweiten Hälfte. Sie umfasst die Beschreibung der Münzen von Odessos (297 Nummern), die Prof. B. Pick noch vor seinem Rücktritt von der Redaction des Bandes fertig gestellt hatte, sowie die von Hrn. Regling bearbeiteten Münzen von Tomis (1218 Nummern); dem stattlichen Hefte ist eine Ergänzungstafel beigegeben. Die letzte Abthei-

lung des Bandes wird die Nachträge zu Dacien und Moesien, die Concordanzen und Register enthalten. Auch in diesem Jahre hat Hr. Regling die Excerpirung der neu erschienenen und zum Theil auch älterer Litteratur für Band II (Thracien) und III (Macedonien) ausgegeführt oder überwacht.

Das von Hrn. Strack in Giessen gelieferte Manuscript für den ersten Fascikel des II. Bandes (Thracien) ist im November zum Satz gegeben. Die für diesen Fascikel bestimmten 8 Tafeln wurden im Laufe des Sommers unter Aufsicht des Hrn. v. Fritze fertig gestellt.

Hr. Münzer in Basel war in diesem Jahre durch andere Verpflichtungen verhindert, die Bearbeitung der zweiten Hälfte des thracischen Bandes zu fördern.

Das kleinasiatische Münzwerk. Hr. v. Fritze hat das Manuscript für den ersten Fascikel des mysischen Bandes, der die Münzen von Adramytion bis Kisthene enthalten soll, im Wesentlichen vollendet, sodass der Druck dieser Abtheilung im nächsten Frühjahre beginnen kann. Eine chronologische Vorarbeit über die autonomen Münzen von Adramytion und eine Abhandlung über die pergamenischen Prägungen hat inzwischen Hr. v. Fritze zur Entlastung des mysischen Bandes anderswo veröffentlicht.

Das Manuscript für den karischen Band hat Hr. Kubitschek in Wien, durch Berufsgeschäfte und durch die Verlegung der Kaiserl. Münzsammlung in andere Räumlichkeiten verhindert, leider auch im verflossenen Jahre nicht zum Abschluss gebracht.

Acta Borussica.

Bericht der HH. von Schmoller, Koser und Hintze.

Im Jahre 1910 sind folgende Bände zur Ausgabe gelangt:

1. Band X die Behördenorganisation (1734—1756) von Dr. Hintze, 2. Band V, 1 die Behördenorganisation (1730—1735) von Dr. Stolze, 3. Band III Münzwesen, münzgeschichtlicher Teil (1755—1765) von Dr. Freiherr von Schrötter, 4. Band III Getreidehandelspolitik und Kriegsmagazinverwaltung (1740—1756) von Dr. Skalweit.

Dr. Hintze ist aus dem Kreise unserer Mitarbeiter ausgeschieden und von der Akademie zum Mitglied unserer Kommission gewählt worden; Dr. Stolze ist mit dem letzten Bande der Behördenorganisation, den er übernommen hat (1735—1740), beschäftigt; der Druck ist bis zum 41. Bogen vorangeschritten. Dr. Freiherr von Schrötter ist mit der Fortsetzung der Münzgeschichte nach 1765 und mit dem beschreibenden Teil (drittes Heft, nach 1786) beschäftigt.

Dr. Rachel hat die Handels-, Zoll- und Akziseverfassung bis 1740 übernommen und den ersten Band, der bis 1713 reicht, fertiggestellt;

davon sind 30 Bogen gedruckt; der Band wird im Laufe des Jahres 1911 erscheinen können; an Material für den zweiten Band sind schon umfangreiche Teile gesammelt.

Dr. Skalweit ist mit der Getreidehandelspolitik von 1756 bis zum Tode Friedrichs des Großen beschäftigt; das Material ist in der Hauptsache gesammelt und chronologisch geordnet.

Dr. Hass ist mit dem XI. Bande der Behördenorganisation und allgemeinen Staatsverwaltung, welcher die Zeit des Siebenjährigen Krieges betrifft, so weit vorangeschritten, hat 1910 zu diesem Zwecke noch eine Reihe preußischer Archive und Registraturen besucht, daß er hofft, den Band im Herbst 1911 abschließen zu können.

Kant-Ausgabe.

Bericht des Hrn. Dilthey.

Da die zuerst erschienenen Bände der Werke vergriffen waren, wurde mit einem Neudruck derselben begonnen. Band I liegt bereits vor, ihm sollen folgen Band IV, III, II. Die Bände VIII und IX dieser Abteilung werden in Kürze erscheinen können. Ebenso wird der 1. Band des handschriftlichen Nachlasses (XIV) bald herausgegeben werden. Er enthält die Reflexionen über Mathematik, Physik, Chemie, physische Geographie und eine Einleitung, welche über die Einrichtung der ganzen Abteilung orientieren wird.

Das Manuskript zum 4. Bande des Briefwechsels (XIII) liegt jetzt fast abgeschlossen vor, es fehlt noch das Register. Mit dem Druck dieses Bandes wird im laufenden Jahre begonnen werden können.

Die Vorarbeiten zur Herausgabe der Vorlesungshefte haben begonnen. Es hat sich dabei gezeigt, daß die meisten der vorhandenen Hefte nicht unmittelbar in Kants Vorlesungen mitgeschrieben, sondern aus Heften verschiedener Jahre zusammengestellt sind. Der Datierung erwachsen daraus große Schwierigkeiten, welche nur durch eine allseitige Prüfung und Vergleichung des Materials überwunden werden können. Dabei müssen die von Hrn. Adickes datierten Reflexionen berücksichtigt werden, so daß die Fertigstellung dieser Abteilung von dem Erscheinen der Bände des handschriftlichen Nachlasses abhängig ist.

Ibn Saad-Ausgabe.

Bericht des Hrn. Sachau.

Ungünstige Gesundheitsverhältnisse einiger meiner Mitarbeiter haben es mit sich gebracht, daß die Arbeit an der Ibn Saad-Ausgabe während des vergangenen Jahres nicht in demselben Maße gefördert werden konnte wie bisher.

Der Druck des von Hrn. Prof. Dr. Schwally, Gießen, bearbeiteten Bandes II, i, der die Nachrichten über das Lebensende Muhammeds enthält, ist vollendet im arabischen Text, während der Druck der Anmerkungen und Indizes noch aussteht.

Zur Vollendung der Gesamtausgabe bedarf es noch zweier weiterer Bände, des Teils I, ii, der von Hrn. Prof. Dr. E. Mittwoch bearbeitet wird und einen Teil der Biographie Muhammeds enthält, sowie des Teils VII, der von Hrn. Prof. Dr. B. Meisner, Breslau, bearbeitet wird und die Biographien der berühmtesten Muslims der Stadt Basra in Südbabylonien umfaßt. Es ist zu hoffen, daß die Hauptarbeit an diesen beiden Bänden im Laufe dieses Jahres zum Abschluß gelangen wird.

Wörterbuch der ägyptischen Sprache.

Bericht des Hrn. Erman.

Die Ausarbeitung des Manuskriptes wurde von Hrn. Erman unter Mitwirkung der HH. Burchardt und Grapow fortgesetzt; dabei wurde 𓇋 zu Ende geführt und von 𓂝 etwa ein Viertel erledigt. Der Reichtum der Sprache trat dabei wieder überraschend hervor, denn allein das 𓇋 ergab 1344 Worte, die sich vielfach wieder in sehr zahlreiche Rubriken sonderten; so war 𓁹 »tun« in 550 Rubriken zu teilen, 𓄤 »Herz« in 170, 𓇋𓈖 »bringen« in 160.

Die nubische Expedition der Akademie, deren schon im vorigen Berichte gedacht war, führte in der diesjährigen zweiten Kampagne unter Leitung des Hrn. Junker ihre Aufgabe dem Plane gemäß zu Ende. Die Inschriften der sämtlichen Tempel, die der Überflutung Nubiens zum Opfer fallen werden, sind damit für die Wissenschaft gerettet. Es wurden im ganzen etwa 2000 Photographien und 8000 Bogen Abklatsche gewonnen; mit ihrer Verarbeitung für das Wörterbuch ist bereits begonnen worden.

Auch sonst erhielten wir neues wissenschaftliches Material; Hr. Abel kollationierte das »Buch der Pforten« in den thebanischen Königsgräbern, Hrn. Naville verdanken wir Abklatsche anderer dort befindlicher Inschriften, kleinere Texte den HH. Borchardt, Gardiner und Roeder.

Die Verzettelung erstreckte sich wie schon in den letzten Jahren hauptsächlich auf die Tempel der griechischen Zeit, auf Edfu (HH. Junker und Boylan), auf Philä (Hr. Junker) und Theben (Hr. Sethe). Daneben wurden verzettelt: Religiöse Texte des m. R. (Hr. Grapow). — Buch zum Schutze des Pharao und Ritual der Balsamierung (Hr. Rusch). — Verschiedene kleinere Texte (HH. Burchardt und Grapow).

Die Zahl der verzettelten Stellen betrug 1248, die der alphabetisierten Zettel 24360. Im ganzen wurden bisher verzettelt 52282 Stellen und alphabetisiert 1120549 Zettel.

Die Nebenarbeiten wurden von den HH. Burchardt, Dévaud, Grapow und Frl. Morgenstern erledigt.

An Stelle des Hrn. Kuhn trat Hr. von Bissing als Vertreter der Münchener Akademie in die Kommission ein.

Das Tierreich.

Bericht des Hrn. F. E. Schulze.

Einen unersetzlichen Verlust hat das »Tierreich« im verflossenen Jahre durch den Tod unseres hochverdienten wissenschaftlichen Beamten Hrn. Prof. Dr. Fritz Edlen von Maehrenthal erlitten. Der Verstorbene hat sich seit dem Beginn der Arbeiten am »Tierreich« im Jahre 1895 als Schriftleiter mit unermüdlicher Hingabe dem Werke gewidmet, zunächst nebenamtlich als Kustos des Zoologischen Institutes der Universität, dann seit 1901 ausschließlich als Beamter unserer Akademie. An seine Stelle wird mit dem 1. April des laufenden Jahres Hr. Prof. C. Apstein treten, bisher Privatdozent an der Universität Kiel. Als Hilfsarbeiter sind tätig: Frl. Martha Luther seit neun Jahren und Hr. Dr. Th. Kuhlgatz seit Oktober vergangenen Jahres. Es war dem verstorbenen Prof. von Maehrenthal noch vergönnt, eine der wichtigsten und schwierigsten Lieferungen zum Abschluß zu bringen, die Gallwespen oder *Cynipidae*, bearbeitet von den HH. Prof. von Dalla Torre (Innsbruck) und Kieffer (Bitsch) auf 58 Bogen und mit 422 Abbildungen. Von neuen Lieferungen wurden in Druck gegeben die Zecken, *Ixodidae* (Lieferung 26), bearbeitet von Hrn. Prof. Dr. L. G. Neumann (Toulouse), und die *Chamaeleontidae* (Lieferung 27) von Hrn. Privatdozent Dr. Franz Werner (Wien). Das Erscheinen beider Bände ist mit Ablauf des Berichtsjahres zu erwarten. Die Lieferungen 25 und 26, Gallwespen und Zecken, haben neben rein wissenschaftlichem Wert auch praktische Bedeutung, weil sie Tiergruppen behandeln, die als Schädlinge Gegenstand der Bekämpfung sind, die Gallwespen als Erzeuger von Deformationen auf Nutzpflanzen, die Zecken als Überträger tropischer Viehseuchen.

Der Nomenclator animalium generum et subgenerum, zunächst im Interesse des »Tierreich« als Nachschlagewerk begonnen, entwickelt sich zu einem großen selbständigen Unternehmen der Akademie, auf dessen Abschluß die Fachgenossen angesichts der großen Bedeutung, die es für die Praxis der Systematik haben wird, schon jetzt große Hoffnungen setzen. Um von Inhalt und Form

des Nomenklators im voraus einen Begriff zu geben, wird beabsichtigt, einen kleinen, für sich benutzbaren Abschnitt, die Primaten, schon jetzt als Probelieferung erscheinen zu lassen.

Das Pflanzenreich.

Bericht des Hrn. Engler.

Im Laufe des Jahres 1910 wurden folgende Hefte veröffentlicht:

41. W. Wangerin, *Garryaceae, Nyssaceae, Alangiaceae, Cornaceae.* 11 Bogen.
42. F. Pax, *Euphorbiaceae-Jatropheae.* 10 Bogen.
43. H. Wolff, *Umbelliferae-Apioideae-Ammineae-Heteroclitae.* 14 Bogen.
44. F. Pax, *Euphorbiaceae-Adrianeae.* 7 Bogen.
45. Fr. Kränzlin, *Orchidaceae-Dendrobiinae,* Teil 1. 24 Bogen.
46. L. Diels, *Menispermaceae.* 22 Bogen.

Durch die Monographien der in den Heften 42—46 enthaltenen Familien und Gruppen, welche seit Jahrzehnten einer gründlichen Durcharbeitung bedurften, ist sehr viel Neues bekannt geworden.

Das 47. Heft (etwa 7 Bogen), enthaltend die *Euphorbiaceae-Cluytieae* von F. Pax und *Cephalotaceae* von J. M. Macfarlane, wird binnen kurzem ausgegeben werden.

Im Drucke sind zur Zeit (Mitte Dezember 1910): *Geraniaceae* von R. Knuth (eine ebenso umfangreiche wie schwierige Familie, von der bereits 14 Bogen im Satze stehen); *Sphagnaceae* von C. Warnstorf. Mit den *Sphagnaceae* kommt zum ersten Male im »Pflanzenreich« eine Gruppe der Kryptogamen zur Behandlung; die Arbeit ist deshalb von ganz besonderem Werte, weil sie auf den reichen Erfahrungen eines lebenslänglichen unermüdlichen Studiums beruht.

Ferner sind dem Abschlusse nahe folgende Bearbeitungen, deren Drucklegung im Jahre 1911 beginnt:

Fr. Kränzlin, *Orchidaceae-Dendrobiinae,* Teil 2 (umfassend die Gattung *Eria* und deren Verwandte).
J. Perkins, Nachtrag zu Heft 4. *Monimiaceae.*
H. Wolff, *Umbelliferae-Saniculoideae.*
A. Engler, *Araceae-Lasioideae.*
K. Krause, *Goodeniaceae.*
A. Brand, *Hydrophyllaceae.*

Geschichte des Fixsternhimmels.

Die Arbeiten des Bureaus sind während des Jahres 1910 weiter unter unmittelbarer Leitung des geschäftsführenden Mitgliedes der Commission in derselben Beschränkung bezüglich des Umfanges und des

Hülfspersonals wie in der zweiten Hälfte des Vorjahrs fortgesetzt worden. Am 1. October 1910 war der Hrn. Prof. Ristenpart zunächst bewilligte zweijährige Urlaub abgelaufen, und die Akademie konnte alsdann zur Neubesetzung der damit erledigten für das Unternehmen eingerichteten Stelle eines wissenschaftlichen Beamten schreiten; die Stelle wurde Hrn. Dr. H. Paetsch mit der Bestimmung übertragen, dass er sie zunächst commissarisch zu verwalten habe, und zwar vom 1. April 1911 ab.

Die im Vorbericht besprochene Revision der Nordzettel wurde für die Stunden 11^h, 12^h und 13^h fortgesetzt. Die anschliessende Berechnung fehlender Praecessionen wurde von Dr. Paetsch für 808 Sterne der Stunde 4^h, von Hrn. Martens für 1111 Sterne der Stunde 6^h ausgeführt, der Auszug der nur in Bonn VI vorkommenden Sterne für die Stunden 4^h bis 12^h vorgenommen. In diesen neun Stunden fanden sich, zwischen dem Aequator und 81°, 2967 solcher Sterne; leider hat die Hoffnung, alsbald neue Bestimmungen derselben zu erhalten, sich verflüchtigt, indem die Bonner Sternwarte ihre Zusage, diese Bestimmungen zu übernehmen, dringenderer Arbeiten wegen hat zurücknehmen müssen.

Neue Eintragungen sind im Berichtsjahre in Zahl von 23639 hinzugekommen. Hr. Martens hat den Eintrag der Cataloge Dorpat 1875 (Ms.), Berlin C und III. Radcliffe-Catalog vollendet (rund 10300 Nummern), ferner die neu erschienenen Cataloge Romberg-Seyboth 1885 (6943 Sterne) und Dorpat 1820 (1716 Rectascensionen) eingetragen und mit dem Eintrag des Greenwicher Second Nine-year Catalogue für 1900 begonnen, der auf zum Theil noch aus dem 19. Jahrhundert stammende Beobachtungen gegründet ist und deshalb noch zu dem Programm der gegenwärtigen Sammlung gehört. Dr. Paetsch hat die ersten acht Stunden des Washington Zone Catalogue 1850 mit 5064 südlichen Sternen ausgezogen, den die Washingtoner Sternwarte höchst dankenswerther Weise unmittelbar je nach Vollendung grösserer Ms.-Abschnitte in einer Durchschrift zur Verfügung stellte.

Der von Hrn. H. Osten bearbeitete »Dritte Radcliffe-Catalog« für 1875, dessen Herausgabe vom Bureau besorgt wurde, ist im October 1910 als Nr. 1 von Bd. XCII der Nova Acta der Leopoldinisch-Carolinischen Akademie erschienen. Der Vorstand der Akademie hat mit der Herausgabe des Catalogs auch unserm Unternehmen einen werthvollen Dienst erwiesen, für den ihm aufrichtiger Dank zu sagen ist.

Die Bearbeitung der Bradley'schen Beobachtungen an den Graham'schen Meridianinstrumenten der Greenwicher Sternwarte, die vom Berichterstatter zwar selbständig, aber nach der Begründung der »Geschichte des Fixsternhimmels« unmittelbar für die Zwecke dieses Unternehmens 1904 in Angriff genommen wurde, ist im wesentlichen durchgeführt. Die drei Zettelcataloge, für die Durchgangsbeobachtungen am

Mittagsfernrohr und am Quadranten und für die Zenithdistanzen, liegen, als Zusammenstellungen der einzelnen Beobachtungen und ihrer Mittel für 1745.0, vollendet vor. Die beiden Druckvorlagen für die Ergebnisse der einzelnen Durchgangsbeobachtungen sind bis auf die Einsetzung der definitiven Catalognummern der Sterne ebenfalls vollständig, diejenige für die Zenithdistanzen ist für die Stunden 0^h bis 18^h ausgeschrieben.

Die in Folge der zweijährigen Beurlaubung des Prof. Ristenpart ersparten Gehaltsbezüge wurden, soweit sie der Akademie verblieben und nicht an die allgemeinen Staatsfonds zurückfallen mussten, von der physikalisch-mathematischen Classe zur Ausführung von Nebenarbeiten für die Geschichte des Fixsternhimmels der Commission zur Verfügung gestellt. Zunächst hat Hr. Struve eine systematische Reduction und Catalogisirung der zahlreichen in den Jahren 1855—1868 am ältern Meridiankreise der Berliner Sternwarte ausgeführten Ortsbestimmungen von Vergleichsternen durch die HH. Dr. Clemens und E. Rosch vornehmen lassen, die für die Rectascensionen vollendet, für die Declinationen weit vorgeschritten ist. Der Generalcatalog von etwa 2500, durchschnittlich zweimal beobachteten Sternen für Aeq. 1865 wird im Lauf der nächsten Monate zusammengestellt werden können.

Commission für die Herausgabe der „Gesammelten Schriften Wilhelm von Humboldts“.

Bericht des Hrn. Schmidt.

Die Vorarbeiten zum 9. Bande, der die Gedichte umfaßt und von den späteren Sonetten natürlich nur eine Auswahl bringen soll, wurden von Hrn. Prof. Dr. Leitzmann im Jahre 1910 so weit geführt, daß der Druck seit dem Oktober fortläuft; er wird zum Frühjahr fertig sein. Das Tempo der folgenden Bände, zunächst der Tagebücher, muß wegen des großen handschriftlichen Materials und zugunsten eines für Tagebücher und Briefe gebotenen reichlicheren Kommentars etwas verlangsamt werden. Das Briefkorpus hat manchen Zuwachs erhalten; auch der neue Frankfurter Fund sehr bedeutender Nummern an Schiller ist schon durch genaue, bereits dem ersten Rundschaudruck Ebrards zugute gekommene Kollation ausgebeutet worden. Dem Goethe-Schiller-Archiv wird die Benutzung der Blätter an Frau v. Berg verdankt. Unermüdlich hat sich fortwährend Hr. Privatdozent Dr. Spranger erwiesen, sowohl für Herbeischaffung von Korrespondenzen als für mannigfache große Nachträge zu Gebhardts Abteilung der Politischen Denkschriften, deren Ergänzung bevorsteht.

Interakademische Leibniz-Ausgabe.

Bericht des Hrn. Lenz.

Der zweite Band des kritischen Kataloges der Leibniz-Handschriften (1672—1676) ist zur Zeit in der Vervielfältigung begriffen und wird von den beiden Akademien von Paris in kurzem veröffentlicht werden.

Die Drucklegung des ersten Bandes der Ausgabe der Briefe und Denkschriften hat leider noch nicht begonnen werden können, da noch nicht alle Mitarbeiter ihre Beiträge eingesandt haben.

Im Sommer vorigen Jahres kamen in London die bis dahin in Cheltenham aufbewahrten Originale der Briefe von Leibniz an Justus Dransfeld zur Versteigerung; diese Sammlung wurde durch die Akademie noch in letzter Stunde für die Leibniz-Ausgabe angekauft.

In den Kgl. Archiven zu München hat Hr. Dr. Ritter die Akten und Korrespondenzen zur polnischen Thronkandidatur des Pfalzgrafen Philipp Wilhelm von Neuburg in den Jahren 1668 und 1669 wiedergefunden, insbesondere den Briefwechsel zwischen dem Pfalzgrafen und Johann Christian Boineburg. Wir können infolgedessen jetzt für die meisten der zahlreichen Flugschriften, die für und gegen den Pfalzgrafen erschienen, die Verfasser aktenmäßig feststellen. Leibniz' Behauptung, daß er außer dem bekannten Spezimen unter dem Pseudonym Georgius Ulicovius Lithuanus noch andere Schriften verfaßt habe, hat sich dabei bestätigt: nicht weniger als sechs neue Flugschriften aus der gemeinsamen Feder Boineburg-Leibniz sind zum Vorschein gekommen.

Corpus Medicorum Graecorum.

Bericht des Hrn. H. Diels.

Im vorjährigen Bericht war die Hoffnung ausgesprochen worden, daß die in Band XV des Kühnschen Galenus enthaltenen Schriften (= Band V 9, 1 des Corpus) im Laufe des Jahres 1910 erscheinen könnten. Diese Hoffnung ist leider nicht erfüllt worden. Unvorhergesehene Verzögerungen an ein paar einzelnen Punkten des Bandes rückten die Drucklegung des ganzen Komplexes von vier Schriften hinaus. Insbesondere konnte die wichtige arabische Version von Galenus in Hippocratem περὶ φύσιος ἀνθρώπου noch nicht vollständig ins Deutsche übertragen und damit dem Editor nutzbar gemacht werden. Außerdem sah sich der Bearbeiter des Kommentars zu περὶ τροφῆς genötigt, von seiner Arbeit zurückzutreten. Diese Schrift übernahm Hr. Dr. Axel Nelson in Upsala. Jetzt aber kann damit gerechnet werden, daß der ganze Band in Bälde zum Druck gelangen wird.

Der längst gehegte Plan, in einer größeren Expedition die Handschriftenschätze des Athos mit Hilfe unseres photographischen Apparates nutzbar zu machen, wurde im verflossenen Jahre ausgeführt. Hr. Dr. jur. Karl Helmreich, der sowohl im Handschriftenlesen wie in der Technik des Prismenapparates geübt war, unternahm es mit seinem Freunde Hrn. Theodor Sendtner aus München, im Auftrage der dänischen und preußischen Akademie nach dem Athos zu reisen und eine möglichst große Anzahl von Handschriften verschiedener Klöster durchzuphotographieren. Der Expedition war großer Erfolg beschieden; innerhalb der 6 Wochen, die zur Verfügung standen, gelang es den beiden Herren, ungefähr 4500 Aufnahmen auf die Papierrollen zu bringen, die jetzt bereits entwickelt und an die betreffenden Mitarbeiter der beiden beteiligten Akademien versendet sind. Den beiden Herren, die ihre Zeit und Kraft mit glücklichem Erfolge den Zwecken des Corpus Medicorum widmeten, spricht die Akademie auch an dieser Stelle ihren Dank aus.

Hr. Heiberg berichtet über die von ihm im Auftrage der Kgl. Dänischen Gesellschaft der Wissenschaften ausgeführten Arbeiten folgendes:

»Für Paulos Aiginetes sind die Pariser Hss. 2205, 2206 und 2208 von mir in Kopenhagen vollständig kollationiert. Die übrigen Pariser Hss. werde ich diesen Sommer für die erste Hälfte des Werks kollationieren. Da die wichtigsten Athoshss. jetzt photographiert sind, hoffe ich im Laufe des Herbstes mit der Recensio anfangen zu können. Die alte lateinische Übersetzung soll mit einem Zuschuß der Puschmann-Stiftung in die Teubnersche Bibliotheca medii aevi aufgenommen werden; das Manuskript wird hoffentlich vor den Sommerferien druckfertig vorliegen.«

Hr. Raeder, der im Auftrage der Dänischen Gesellschaft der Wissenschaften den Oribasius (Band VI des Corpus) übernommen hatte, setzte die im vorigen Berichte angegebenen Handschriftenuntersuchungen sowie die Bearbeitung des Textes fort.

Hr. Ilberg, der Vertreter der Kgl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften in der autonomen Kommission, hat an Band IV (Soranos) weitergearbeitet. Bei der Herausgabe von Περὶ γυναικείων παθῶν machte sich der Mangel eines zuverlässigen Textes von Aëtios Band XVI geltend. Die kleinen Soranstücke Περὶ ἐπιδέσμων (nach H. Schoenes Abschrift und der Photographie von Laur. 74,7) sowie Περὶ σημείων καταγμάτων (nach Schoenes Kollation derselben Hs.) wurden in Angriff genommen.

Schließlich ist mitzuteilen, daß an Stelle des verstorbenen Mitgliedes der autonomen Kommission Hrn. Krumbacher Hr. Crusius

(Kgl. Bayerische Akademie der Wissenschaften) in München als Mitglied kooptiert und von der Generalversammlung der Assoziation in Rom (Mai 1910) bestätigt worden ist.

Deutsche Kommission.

Bericht der HH. Burdach, Heusler, Roethe und Schmidt.

Die **Inventarisation deutscher Handschriften** schritt für Nord- und Mitteldeutschland in gewohnter Weise vorwärts, während sie in Süddeutschland und Österreich sich verlangsamt und in der Schweiz ganz gestockt hat. Es muß für die Zukunft eine Hauptsorge der Deutschen Kommission sein, da Wandel zu schaffen. Das gründlichste Mittel wäre ja, an die Orte, wo heimische Kräfte trotz wiederholter Bemühungen nicht zu gewinnen sind, von Berlin aus jüngere Philologen zu entsenden und daneben an unser Handschriftenarchiv wichtigere Handschriften zu entleihen, um sie dort beschreiben zu lassen. Aber zu konsequentem Vorgehen in dieser Richtung stehen uns zur Zeit die Mittel nicht zur Verfügung; auch scheint es uns nach wie vor sachlich vorteilhafter und würdiger, daß jede deutsche Landschaft ihren ererbten Besitz an handschriftlich fixiertem geistigem Leben möglichst selbst aufnehmen helfe.

In Österreich beschrieb Dr. Biener zwei Fragmente der Weltchronik des Rudolf von Ems im Besitz des Museums zu Neutitschein, Dr. Dworzak die Willehalm-Handschrift in den Kunsthistorischen Sammlungen des Allerhöchsten Kaiserhauses zu Wien. Die Handschriften der Studienbibliothek zu Klagenfurt durchmusterte, allerdings ohne nennenswerten Ertrag, Eugen Frhr. von Müller. Aus Graz gingen uns von der Hand des Bibliothekars Dr. Eichler 6 Beschreibungen zu.

In Böhmen und Mähren setzte Dr. Dolch während der Winter- und Frühlingsmonate seine Aufnahmetätigkeit fort. Aus folgenden Orten liegen von ihm Beschreibungen vor: Tepl (Stiftsbibliothek und Stadtbibliothek), Schlackenwert (Piaristenbibliothek), Kaaden (Bibliothek des Franziskanerklosters), Ossegg (Stiftsbibliothek), Raudnitz (Lobkowitzsche Bibliothek), Fürstenstein (Pleßsche Bücherei), Braunau (Privatbibliothek Dr. Langer, Stiftsbibliothek), Troppau (Bibliothek des Minoritenklosters, Gymnasialmuseums, Stadtmuseums), Teschen (Scherschniksche Bibliothek), Kuttelberg (Spalatnaysche Bibliothek), Eger (Bibliothek des Franziskanerklosters), Brünn (Landesarchiv), Kremsier (Fürstenbergsche Bibliothek), Raigern (Stiftsbibliothek), Znaim (Gymnasialbibliothek, Stadtbibliothek), Iglau (Gymnasialbibliothek, Stadtbibliothek), Budweis (Stadtbibliothek, Museum), Hohenfurt (Stiftsbibliothek), Prag (Bibliothek des Stiftes Strahov).

In Bayern war die diesjährige Ernte nicht sehr reich. Zwar übermittelten uns wieder Oberbibliothekar Dr. Leidinger und Bibliothekar Dr. Petzet einige Beschreibungen, leider aber konnten sie infolge anderer amtlicher und privater Arbeiten nicht in dem reichen Maße der früheren Jahre für uns tätig sein. Als neuer Mitarbeiter für die Münchener und überhaupt die bayerischen Handschriften ist seit dem Juli Privatdozent Dr. Wilhelm eingetreten; er soll insbesondere auch den in Privatbesitz befindlichen Beständen nachgehen. Bisher konnte er indessen erst wenige Proben einsenden. Einige Meistersingerkodizes aus Augsburg, Memmingen und Dillingen untersuchte und beschrieb Dr. Behrend.

Aus Württemberg ist nur für Stuttgart ein Fortschritt zu melden. Dort rückte dank der vom dortigen Ministerium gewährten pekuniären Unterstützung und dem verständnisvollen Entgegenkommen des Leiters der Landesbibliothek, des Hrn. Oberstudienrats Dr. Steiff, die Arbeit, die durch schwere Erkrankung des einheimischen Beschreibers, kaum begonnen, ins Stocken geraten war, um ein tüchtiges Stück vor, nachdem wir von Berlin aus einen Helfer entsandt hatten. Unser Beauftragter, Dr. Gille, vermochte während der Monate Mai und Juni mit energischem Eifer aus der Abteilung Biblica und Breviaria eine größere Anzahl, zum Teil recht umfangreicher Kodizes geistlichen Inhalts aufzunehmen: genannt seien darunter deutsche Psalterien, Traktate des Meister Ekhard, Armenbibel, gereimte deutsche Übersetzung der Sprüche Salomonis, Gebetbücher, deutsche Exzerpte aus Kirchenvätern, aus Bernhard von Clairvaux, Litaneien, Segen.

Aus der Straßburger Landesbibliothek liegen von der Hand Dr. Ritters einige Beschreibungen vor. Je eine Handschrift der Landesbibliothek in Karlsruhe und der Universitätsbibliothek Heidelberg (Sammlungen mittelhochdeutseher Verserzählungen) beschrieb stud. Becker, einige Heidelberger Handschriften von Minnereden Dr. Matthäi.

Aus dem Königreich Sachsen sind nur gelegentliche Eingänge zu verzeichnen. Die Beschreibung einer Meistersingerhandschrift der Kgl. öffentlichen Bibliothek zu Dresden lieferte Dr. Behrend, einige Handschriften der Leipziger und Zwickauer Ratsbibliotheken beschrieb Dr. Dolch.

Einen erfreulichen Zuwachs danken wir in Schlesien wieder der Tätigkeit Dr. Klappers. Er setzte die Aufnahme der Handschriftenbestände der Kgl. und Universitätsbibliothek zu Breslau fort und untersuchte das bisher wenig beachtete Diözesanarchiv zu Breslau. Überraschende Entdeckungen konnten ihm nicht beschert sein, wohl aber reichere Ausmalung des bekannten Bildes von Schlesiens geistigem

Leben im ausgehenden Mittelalter und später: neben lateinischen Rhythmen und Hymnen, Rechtsbüchern, deutschen Gebetbüchern und mystischen Traktaten wurden verzeichnet lateinische Predigtniederschriften über deutsche Sprichwörter, alchimistische Rezepte und Verse, ein lateinischer grammatischer Verstraktat von Magister Johannes Jusse, des Laurentius Albertus 'Antithesis et discrimen Papatus et Lutheranismi', deutsche Verse des Johannes Naso 'Bauersmann und Luther', deutsche Verse auf den Untergang des Papstes und der Kalvinisten, eine Versbeschreibung der Mongolenschlacht des Jahres 1241 (Handschrift des 17. Jahrhunderts!): im Diözesanarchiv deutsche Schriften Seuses (Exemplar, Betrachtungen, vollständiger als in Denifles Ausgabe, 'Von der ewigen Wahrheit'). In der Bibliothek des Matthäusgymnasiums arbeitete Dr. Klapper zwei Bände Jesuitendramen durch. Die Schaffgotschsche Bibliothek zu Warmbrunn durchmusterte für uns Dr. Nickel. Gelegentliche Beschreibungen aus Glatz und Neiße steuerte Dr. Dolch bei; Rechtshandschriften aus dem Görlitzer Ratsarchiv buchte Prof. Borchling.

In Gotha setzte Archivdirektor Dr. Ehwald seine dankenswerte Tätigkeit fort; nicht weniger als 23 vielfach lehrreiche Beschreibungen hat er gespendet; außer bekannten Handschriften von mhd. Dichtungen, mnd. und mnl. Brevieren sei eine für den Text noch nicht benutzte Handschrift der Goldenen Bulle Karls IV. in lateinischer und deutscher Sprache erwähnt. Eine humanistische Sammelhandschrift Jenas beschrieb Dr. Bertalot mit gewohnter Sorgfalt.

Aus Ostpreußen liegen nunmehr die ersten Beschreibungen Dr. Ettlingers von Handschriften der Universitätsbibliothek zu Königsberg vor.

Die älteren Handschriften der neubegründeten Abteilung für niederdeutsche Literatur an der Universitätsbibliothek zu Greifswald beschrieb Dr. Klapper, dem Hr. Bibliotheksdirektor Dr. Milkau sie in Breslau zugänglich gemacht hatte (Psalmen mit der Erklärung des Petrus von Harenthal; die früher in Reifferscheids Besitz befindliche Handschrift von Buschmanns Mirakel und andere).

Einige Erbauungsbücher aus den Quart- und Oktavhandschriften der Berliner Kgl. Bibliothek erledigte Dr. Gille. In Kottbus prüfte Prof. Henrici die Bestände von Stadtarchiv, Stadtbibliothek, Gymnasium und Oberkirche; die jungen Sammlungen boten nur geringe liturgische Stücke.

Zahlreiche, namentlich für die mittelhochdeutsche Prosa interessante Handschriften der Herzoglichen Bibliothek zu Dessau behandelte wieder Oberlehrer Dr. Matthäi: so hatte er deutsche Übersetzungen von Gordonius Lilium medicinae und Antidotarius, des Meister Wich-

wolt Geschichte Alexanders des Großen, mehrere Handschriften der Passio Christi, die Prosa von den heiligen drei Königen zu buchen, aber auch deutsche geistliche Gedichte zu verzeichnen.

Niederdeutsche Handschriften der Universitätsbibliothek zu Gießen beschrieb Prof. Borchling: so eine niederdeutsche Prosaübersetzung von Boethius de consolatione philosophiae, ein lateinisch-niederdeutsches Glossar mit Merkversen, ein Leben des heiligen Antonius und zahlreiche Exempel, Mirakel und Legenden in niederdeutscher Prosa.

Ist der Rheinprovinz ihr bewährter Bearbeiter Dr. Christ zunächst auch durch seine Berufung an das Historische Institut zu Rom entzogen worden, so sind diesmal doch noch manche Ergebnisse aus seiner früheren Reisetätigkeit nachzuholen. Das Hilfspriesterseminar zu Gaesdonck bei Goch bot in seiner Bibliothek manche niederrheinische Handschriften aus der Sphäre der Mystik; erwähnt sei eine niederrheinische Ordensregel für Frauenklöster der Windesheimer Kongregation; unter den lateinischen Handschriften interessiert besonders eine Sammelhandschrift, die neben Legenden, Exempeln und anderen geistlichen Stücken auch weltliche Prosa und Verse in bunter Fülle birgt (Petrarcas Griseldis, Aeneas Silvius De fortuna, das Lehrgedicht De Bufone, Facetus, das Pamphilusdrama, Aderlaßverse usw.). Aus der Pfarrbibliothek zu Cleve verzeichnete Dr. Christ mittelniederdeutsche Übersetzungen von Bonaventuras Leben des heiligen Franziskus. — Die Aufnahme der Aachener Stadtbibliothek hat Prof. Lauchert abgeschlossen; aus der Reihe der üblichen Erbauungsbücher und Chroniken heben sich historische Gedichte und die religiösen Dichtungen des Heinrich von Dagene heraus. — Auf dem Kgl. Staatsarchiv zu Düsseldorf beschrieb Prof. Borchling ein Depositum der Stadt Wesel, einen niederdeutschen Kodex des Schwäbischen Land- und Lehnsrechts; auf dem Kgl. Staatsarchiv zu Koblenz inventarisierte er einige dort deponierte Handschriften des Augusta-Gymnasiums, darunter ein Gedicht über geistliche Armut, Exempel und Heiligenleben, die Augustinerregel der Schwestern von Gräfrath, viele niederrheinische Predigten und Traktate, Sprüche der Heiligen und Väter, von lateinischen Stücken einen Totentanz, eine metrische Bearbeitung der Cantica canticorum, lateinisch-deutsche Hexameter über Synonyma. Als reichhaltig an mystischen Stücken erwies sich die Bibliothek des Hospitals zu Cues bei Bernkastel, über die Prof. Borchling allgemein orientierte; einige Handschriften (Rechtsbücher, Legenden, Traktate) hat er außerdem genau beschrieben. — Mit der Aufnahme der Stadtbibliothek zu Trier begann fleißig stud. phil. Ad. Becker, der zumeist in den Niederungen der autorlosen Meß- und Beichtbücher, Heiligenleben, Klosterregeln, Kalender, Arzneibücher blieb, aber doch

auch auf Heinr. Hagenaus Schrift von den Sitten der Prälaten hinwies und die Handschrift der Speeschen Trutznachtigall untersuchte. — Ein schönes mittelniederländisches Gebetbuch des 15. Jahrhunderts aus dem Privatbesitz des Dr. Hinsberg zu Barmen beschrieb Dr. Dolch.

Aus den Schätzen der Universitätsbibliothek, des Priesterseminars und des Diözesanmuseums zu Münster haben Prof. Bömer und Dr. Christ manche Nachlese gebracht: der Reigen der mittelniederdeutschen und mittelniederländischen Andachtsbücher hat sich fortgesetzt; notiert sei ein niederdeutscher Mandeville, die einzige Handschrift von Dietrich Koldes Christenspiegel, ein niederdeutsches Freidankfragment aus der Bibliothek des Priesterseminars, neue Fragmente der poetischen Boethiusübersetzung (vgl. Zeitschr. f. Deutsches Altertum 50, 149) aus der Universitätsbibliothek. — Ein Liederbuch des 16. Jahrhunderts aus Benckhausen i. Westf. (im Besitz von Frau v. d. Busche-Münch zu Göttingen) beschrieb stud. Alpers, eine Sammelhandschrift prosaischer und poetischer niederdeutscher Legenden aus der Bibliothek der evangelischen Altstädtischen Kirche zu Bielefeld nahm Prof. Tümpel auf.

In der Königlichen und Provinzialbibliothek zu Hannover erledigte Oberlehrer Dr. Brill eine Anzahl niederdeutscher Gebetbücher, ferner eine interessante Sammelhandschrift mittelniederdeutscher Gedichte und Prosa aus Kloster Marienstuhl, endlich die bekannte Handschrift der Marienlieder; eine späte Abschrift von Wolfhart Spangenbergs Buch von der Musica untersuchte Dr. Behrend. An die Handschriften des Stadtarchivs zu Hildesheim trat neu heran der von Dessau übergesiedelte Oberlehrer Dr. Matthäi, der neben chronikalischen und juristischen Kodizes namentlich ein niederrheinisches Andachtsbuch aus dem Besitze des Museums analysierte. — Einen kurzen Besuch der Fürstlich Stolbergischen Bibliothek zu Wernigerode benutzte Prof. Henrici zu vorläufiger Orientierung über die lateinisch-deutschen Lehrgedichte der gut geordneten Sammlung.

Sehr ergebnisreich war auch im vergangenen Jahre wieder Dr. Hagens Tätigkeit in Lübeck. Für eine große Anzahl kleinerer niederdeutscher Gedichte (Klosterallegorie, Beginchen zu Paris, Freuden der Maria und der Maria Magdalena, Tagzeiten Christi, Anselmuslegende) sind neue Handschriften mit textlichen Vorzügen aufgetaucht; es treten überraschend reiche Massen niederdeutscher Übersetzungsliteratur (u. a. Gersonsche Traktate) zutage: besonders interessieren die lebhaften geistigen Beziehungen zu den Niederlanden. Und da sind mit Nachdruck hervorzuheben einige niederdeutsche Handschriften, die in einem auffallenden Verhältnis zu dem 2., 3. und 4. Buch der Imitatio Christi stehen. Streckenweise eine Übersetzung, unterscheiden sie sich doch durch große

Lücken und durch abweichende Anordnung von dem Werke des Thomas a Kempis. Dr. Hagen glaubt nachweisen zu können, daß die den lübischen Handschriften entsprechenden Kapitel der Imitatio sich schon stilistisch durch ruhige Eindringlichkeit von der erregten schwärmerischen Art des Thomas a Kempis unterscheiden; er weiß den allgemeinen Eindruck durch stilistische Einzelmerkmale philologisch zu stützen und kommt so zu dem Ergebnis, daß die lübischen Handschriften (Ms. th. g. 15 und 43) die Übersetzung einer Quelle des Thomas, der lateinisch noch nicht aufgefundenen Admonitiones ad interna trahentes in 60 Kapiteln darstellen, die Thomas wenig verändert seinem welterobernden Werke einverleibte. Jedenfalls eröffnen diese lübischen Funde eine vielverheißende Perspektive auf die innere Geschichte eines der wirkungsvollsten Bücher des germanischen Mittelalters.

Prof. Henricis Hauptarbeit gehörte wieder der Herzoglichen Bibliothek zu Wolfenbüttel. Außer einer Augusteischen Handschrift (Antigamaratus) hat er über 500 Kodizes der Helmstedter Klasse (737 bis 1247 der laufenden Katalognummern) durchgearbeitet, davon 240 beschrieben. Wenn die Stärke seiner Ausbeute nach wie vor in der poetischen lateinischen und deutschen Kleinkunst lag, so erklärt sich das daraus, daß der verdienstliche, gedruckte Katalog die größeren Werke befriedigend verzeichnet hat; indem aber Henrici jede Handschrift Blatt für Blatt durchsah, hat er, am Rande eingetragen, lose eingelegt, im Einband verwendet, viele kleinere Stücke gefunden, von denen der Katalog nichts weiß, der sich vor der Aufgabe, 8000 Handschriftenbände zu verzeichnen, mit summarischem Verfahren begnügen mußte. Neben lateinischen und niederdeutschen Sprüchen, Liedern, Sagen, Rezepten, Gebeten, Rätseln usw. treten diesmal lateinische Prosaerzählungen auch weltlichen Inhalts mehrfach auf; erwähnt seien noch mittelniederdeutsche Gespräche zwischen Christus und der Seele, eine geistliche Ehrentafel in Versen, Mariengedichte, zumal lateinische Verse des 16. und 17. Jahrhunderts von Tob. Cober, Arnold. Goerinus, Joh. Schimlerus Boelemensis, Andr. Fabricius. — Aus dem Landeshauptarchiv zu Wolfenbüttel war nur noch weniges nachzuholen: das Taschenbuch des braunschweigischen Kapitänleutnants Achatz von Münchhausen (mit fremden und eigenen Gedichten des 17. Jahrhunderts); ein Horarium aus dem Nachlasse des jüngst verstorbenen Sammlers Vasel in Beierstedt: Vorarbeiten und erste Entwürfe zu den Romanen des Herzogs Anton Ulrich, viele Dutzende von Bänden umfassend. Die literarischen Handschriften des Archivs können jetzt wohl als erledigt gelten. — Die ehemalige Universitätsbibliothek zu Helmstedt hat ihre Handschriften nach Wolfenbüttel abgegeben und enthält nur noch Drucke; aber in ihnen stecken ungebunden oder in

den Einbänden verborgen noch manche ältere Handschriften und Fragmente, die bisher nicht beachtet wurden. Prof. Henrici ist gemeinsam mit Prof. W. Häbler, der für den Berliner Gesamtkatalog der Wiegendrucke in Helmstedt tätig war, solchen Stücken nachgegangen und hat 16 Beschreibungen eingesandt, zum Teil poetische Einträge des 16. Jahrhunderts; natürlich ist das erst ein kleiner Anfang. — In der Stadtbibliothek zu Braunschweig wurde die Abteilung 'Neuere Handschriften' durch Prof. Henrici zu Ende geführt. Sie umfaßt 693 Nummern (von denen die letzten 86 Nummern erst durch Henrici katalogisiert worden sind), meist Werke des 16.—19. Jahrhunderts; unter ihnen waren 78 für uns zu beschreiben: darunter die Abschriften, die Karl F. A. Scheller und Schönemann aus ältern deutschen Kodizes nahmen; die beiden Liederbücher des Paul Schrader, der 1693 und 1694 in Jena eigne und fremde Dichtungen aus der galanten Poesie des 17. Jahrhunderts und Studentenlieder sammelte: das französische Traplierspiel (politisches Gespräch von 1670); das Gesängebuch der Brüdernkirche zu Braunschweig; eine niederdeutsche Autorlegende; Rechtsquellen, Humanistengedichte, Chroniken mit Liedereinlagen, Grabschriften, Glockeninschriften, Spruchverse, Memorialverse, Lokalgeschichtliches usw. Auch 12 Bruchstücke älterer Handschriften fanden sich bei dem Umzuge der Stadtbibliothek im Frühjahr 1910 und wurden von Henrici beschrieben. Die Stadtbibliothek kann jetzt wohl als erledigt gelten[1].

In England beschrieb Dr. Dolch Fragmente eines Kräuterbuchs im Britischen Museum zu London, Prof. Priebsch eine Handschrift geistlicher Lieder und Traktate, im Besitz des Hrn. E. C. Quiggin zu Cambridge, sowie mehrere Codices aus der Bibliothek des Hrn. Alfr. H. Huth in Fosbury-Manor bei Hungerford (darunter eine Christherrechronik und die erste vollständige Handschrift der Übersetzungen Stainhöwels von Boccaccios Schrift De claris mulieribus und von Petrarcas Griselda).

Die Zahl der Beschreibungen insgesamt übersteigt 5100, die der geordneten Zettel 200000. An der Verzettlungsarbeit beteiligten sich die HH. stud. Ad. Becker, Dr. Böhme, Dr. Bölsing, cand. Gensel, Dr. Gille, Dr. Grantzow, Dr. Kotzenberg. Fragen, die zum Teil positiv erledigt wurden, trafen zahlreicher als im Vorjahr ein.

Für den Katalog, der das gesamte gedruckte Handschriftenmaterial zweckmäßig verzeichnen soll, erledigte der Archivar die Zeitschrift Germania (37 Bände) vollständig, die Zeitschrift Alemannia zum Teil.

---

[1] Vgl. über Henricis fünfjährige Tätigkeit im Braunschweiger Lande seine Berichte im Braunschweigischen Magazin 1910, S. 110ff., und im Zentralblatt für Bibliothekswesen 1910, S. 356ff.

Von Schenkungen an unsere kleine Bibliothek seien dankbar erwähnt die von der Verwaltung der Kgl. Bibliothek gespendeten vortrefflichen Kataloge Valentin Roses und der von der Universitätsbibliothek zu Gießen überwiesene Katalog der dortigen Handschriften von Adrian.

Von den '**Deutschen Texten des Mittelalters**' ist der lange verzögerte Band XI: 'Die Predigten Taulers aus der Engelberger und der Freiburger Handschrift sowie aus Schmidts Abschriften der ehemaligen Straßburger Handschriften, herausgegeben von Ferd. Vetter' endlich zum Abschluß gekommen: das sehr ausführliche Wortverzeichnis hat auf Wunsch des Herausgebers Dr. Stehmann besorgt. Außerdem kam zur Ausgabe Bd. XXI: 'Die mitteldeutsche poetische Paraphrase des Buches Hiob, aus der Handschrift des Kgl. Staatsarchivs zu Königsberg, herausgegeben von Tor E. Karsten.' Im Drucke befinden sich Bd. XIX: 'Daniel, eine deutsche Ordensdichtung aus der Stuttgarter Handschrift, herausgegeben von Arthur Hübner' und Bd. XX: 'Rudolfs von Ems Weltchronik, aus der Wernigeröder Handschrift, herausgegeben von Gustav Ehrismann'. Demnächst soll der Satz des Väterbuchs beginnen, das Karl Reissenberger in Graz für die 'Deutschen Texte' gerüstet hat.

Von der **Wieland-Ausgabe** erschien zu Anfang des Jahres 1911 der 3. Band der Poetischen Jugendschriften, dem gegen die ursprüngliche, zu knapp bemessene Einteilung Seufferts nach der »Clementina« und späteren Vorberichten die ungeheure Abhandlung über Bodmers Noah als Bleigewicht angehängt werden mußte. Dr. Homeyer wird nun den Schluß dieser Gruppe und alle Lesarten dazu rüsten, Dr. Bieber anhangsweise die Diktathefte in Auszügen bearbeiten. Da hierfür eingehende Vorstudien nötig sind, soll der 5. Band vor diesem 4. gebracht werden. — Dr. Stadler war durch seine Berufung an die Brüsseler Université libre gehemmt, hat aber noch im alten Jahre die ganze Reihe der Shakespeare-Übersetzung ausgedruckt und auf Wunsch des Redaktors, der die drei Bände als geschlossenes Ganzes samt dem Apparat zugänglich sehen wollte, sofort die jetzt unter der Presse befindlichen Lesarten geliefert, mit einer Einleitung über Entstehungsgeschichte und Bedeutung des bahnbrechenden Werkes nebst umfangreichen Anmerkungen zu einzelnen durch sprachliche Eigentümlichkeiten oder Fehlgriffe des Dolmetsch auffallenden Stellen. Diese Zugaben werden den Pflegern deutscher und englischer Literatur gleich

willkommen sein, ohne alle Mitarbeiter zu demselben Ausmaß zu verpflichten.

Über eine künftige Gesamtausgabe von **Hamanns** Werken und Briefen mit dem unerläßlichen Kommentar sind vorläufige Verhandlungen mit seinen besten Kennern Warda und R. Unger gepflogen worden.

Über die Arbeiten am '**Rheinischen Wörterbuche**' berichtet das außerakademische Mitglied der Deutschen Commission Hr. Franck:

»Die im vorigen Bericht genannten Helfer und Mitarbeiter setzten in diesem Jahr ihre Tätigkeit fort. In der zweiten Hälfte des Jahres sind zeitweise auch einige Studenten beschäftigt gewesen. Die HH. Dr. Müller und Dr. Trense haben mit neuen Kräften ihre Arbeit aufgenommen. Dem letzteren wurde, um ihn von anderen Nebenarbeiten zu entlasten, eine Entschädigung zugebilligt.

Ausgegeben wurden die Nummern 10—13 der Fragebogen an die Seminare, Präparandenanstalten und andere Mitarbeiter, sowie die Doppelnummer 5/6 der 'Anfragen und Mitteilungen zum Rheinischen Wörterbuch', worin u. a. ein genauerer Bericht über die Tätigkeit für das Unternehmen enthalten ist. Dem in unserem vorigen Bericht erwähnten, von Hrn. cand. theol. Schön veranlaßten Zeitungsartikel folgte in diesem Sommer auf Anregung desselben Herrn ein zweiter, der eine noch größere Fülle von Eingängen hervorrief. Zum Teil mag der fast unerwartete Erfolg auch darin begründet sein, daß die sonst gelegentlich gewährte kleine Vergütung jetzt grundsätzlich allen zugesagt wurde, die nicht ausdrücklich das Gegenteil wünschen. Unsere Mittel sind durch diese Neuerung allerdings recht beträchtlich in Anspruch genommen worden. Die neuen Eingänge brachten auch eine große Anzahl sonst noch wenig oder auch gar nicht belegter Wörter und Ausdrücke. So erfreulich das an sich ist, so beweist es doch zu gleicher Zeit, wie trügerisch die Hoffnung ist, jemals eine auch nur annähernde Vollständigkeit des Wörterbuchs zu erreichen. Die vorläufige Durchsicht und Berechnung sowie der Briefwechsel, die sich an die Eingänge knüpften, erforderten so viel Zeitaufwand, daß noch lange nicht alles verzettelt werden konnte, und andere laufende Arbeiten, auch die Vorarbeiten für eine Mundartengeographie, liegen bleiben mußten. Doch ist die Verzettelung älterer Texte aus Büchern und Zeitschriften im Laufe des Jahres ordentlich gefördert worden. Dr. Trense bemühte sich für das Unternehmen auch wieder durch persönliche Wanderungen und Reisen. Seine Aufnahmen hatten neben laut- und wortgeographischen Einzelheiten und dem allgemeinen Wortbestand auch

die Vervollständigung der mit A anlautenden Wörter im Auge. Hierin wären die ersten Anfänge einer systematischen Bearbeitung für einen Teil des Gebietes zu erblicken. Noch ist zu erwähnen, daß seit April Hr. Gymnasialoberlehrer Dr. A. Wrede zu Köln unter Entbindung von seinem Schuldienst beschäftigt ist, aus dem ungedruckten Stoff des dortigen historischen Archivs Auszüge für uns zu machen und diese Arbeit beträchtlich gefördert hat. Auf dem Kgl. Staatsarchiv zu Düsseldorf für uns zu arbeiten, hat Hr. Oberlehrer Dr. Hadeler in Aussicht gestellt, und auch bei den Aufnahmen des Hrn. Dr. Krudewig für die 'Übersicht über den Inhalt der kleineren Archive der Rheinprovinz', welche die Gesellschaft für Rheinische Geschichtskunde zu Köln veröffentlicht, sollen in Zukunft unsere Zwecke berücksichtigt werden.

Der Bestand unseres Archivs an alphabetischen Zetteln, der das letzte Mal auf ungefähr 170000 beziffert wurde, hat sich, unter Ausscheidungen, um etwa 20—25000 vermehrt, die Zahl der aus den Fragebogen zusammengestellten ist jetzt auf ungefähr 40000 zu veranschlagen.«

Über die Zentralsammelstelle des '**Deutschen Wörterbuchs**' in Göttingen berichtet ihr Leiter Dr. Johannes Lochner das Folgende:

»Der dritte Assistent Dr. Kammerer verließ uns zum 1. Oktober, um in den Schuldienst überzugehen. Als Hilfsarbeiterinnen traten ein: am 31. Januar 1910 Frl. E. Boldt, am 28. Februar Frl. D. Becker, am 10. Oktober Frl. H. Boldt, diese nur für die Zeit bis Ostern 1911.

Die Gesamtzahl der bisher tätigen Exzerptoren beträgt 276. Durch den Abgang älterer Helfer wurde, wie beabsichtigt, die Zahl so eingeschränkt, daß augenblicklich nur noch 67 (gegen 181 im Vorjahr) arbeiten. Wenn trotzdem beinahe $\frac{2}{3}$ der vorjährigen Zettelmenge einkamen, so wird dies besonders der energischen und aufopferungsvollen Tätigkeit einzelner Exzerptoren, wie der Hrn. Dr. Geiger, Fischer, Gierke und Keyl, verdankt. Von den Exzerptoren wurden geliefert vom 1. April bis 15. Dezember 1910 etwa 194500 Zettel. Die Zentralsammelstelle selbst konnte aus den 'Lexikalischen Hilfsmitteln' 40467 Zettel beisteuern. Aus dem alten Zettelmaterial wurden etwa 61400 der Sammlung einverleibt, insgesamt also etwa 296400. Der Gesamtbestand beträgt demnach per 15. Dezember 1910: 976200 (+ 450200) Zettel [am 20. Jan. 1911 war die Million um etwa 20000 Zettel überschritten].

An altem Material erhielt die Zentralsammelstelle wertvolle Bereicherungen. Aus dem Nachlaß Dr. Wülkers übersandte S. Hirzel etwa 5000 Zettel; Prof. Wunderlich überließ uns sein gesamtes Material für *Go — Gz*, etwa 30000 Zettel.

Die für die Vervollständigung des Hauptquellenverzeichnisses erforderliche Durchsicht dieses älteren Zettelmaterials sowie die oft sehr schwierige Identifizierung sehr vieler dieser Zettel bildete die Hauptarbeit während des vergangenen Jahres. Da die eben genannten Zuwendungen erst sehr spät eintrafen, wurde die Herstellung des 2. Teiles des Quellenverzeichnisses so verzögert, daß erst jetzt im Januar mit der Drucklegung begonnen werden kann. Doch wird sich der Abschluß des ganzen Verzeichnisses noch vor Ostern erreichen lassen. Das Einordnen des alten Zettelmaterials ist, wie im September veranschlagt wurde, zur Hälfte erledigt. Bis Ostern hofft die Zentralsammelstelle auch hier völlig im reinen zu sein.

An die nunmehr 13 Mitarbeiter des Wörterbuchs wurden im Laufe des Jahres 103000 Zettel versendet; außerdem wurden auf Wunsch einzelner Herren besondere Aufträge erledigt und ältere Zettel kollationiert. Das in der Zentralsammelstelle selbst exzerpierte Material erstreckte sich den Wünschen der Mitarbeiter gemäß auf ältere Glossarien, Dialektwörterbücher und technische Literatur.«

Die Abgrenzung der Gebiete der Mitarbeiter ist gegen das Vorjahr nicht geändert worden. Mit den HH. Prof. Dollmayr, Prof. Euling, Dr. von Kralik und Dr. Leopold sind die definitiven Verträge abgeschlossen worden. Zwischen der Akademie und Prof. Wunderlich ist nunmehr unter Mitwirkung des Reichsamts des Innern ein Vertrag zustande gekommen, wonach Prof. Wunderlich den Buchstaben *G* nur bis zum Schluß von *Gn* fortführen wird und die von ihm übernommenen und neu hinzugefügten Zettelmaterialien für *Go—Gz* der Akademie zur Verfügung stellt. Für diese Schlußpartie des *G* werden demnächst noch zwei neue Mitarbeiter geworben werden.

Im Laufe des Berichtsjahres ist die 11. Lieferung des Bandes IV I III (*Gewissen — Gewitzel*, bearbeitet von Prof. Wunderlich) und die 9. Lieferung von Band XIII (*Wand — Wandeln*, bearbeitet von Prof. von Bahder) ausgegeben worden: nahe bevor steht das Erscheinen der 1. Lieferung von Band XIV (bearbeitet von Dr. Götze), mit der der erste der durch die Neuorganisation gewonnenen Mitarbeiter hervortreten wird. Es ist zu erhoffen, daß der nächste Bericht bereits einen größeren Jahresfortschritt wird melden können.

Forschungen zur neuhochdeutschen Sprach- und Bildungsgeschichte.

Bericht des Hrn. Burdach.

Trotz hingebendem Bemühen hat es sich im verflossenen Jahre noch nicht ermöglichen lassen, die im Verein mit Hrn. Oberlehrer Dr. Piur bearbeitete kritische Edition des *Briefwechsels des Cola di Rienzo*

zur Veröffentlichung zu bringen. Doch sind zwei Bände (1. kritischer Text der Korrespondenz mit Anmerkungen und Apparat, 2. urkundliche Quellen zur Geschichte Rienzos mit Lesarten und Anmerkungen nebst kritischer Ausgabe des 'Oraculum Cyrilli') im Druck abgeschlossen. Der Druck der Einleitung hat begonnen. — Die kritische Ausgabe des *Ackermanns aus Böhmen,* für die dank dem Eifer des Hrn. Prof. Dr. Alois Bernt (Leitmeritz) Text, Lesarten, Glossar gedruckt und dessen Anteil an den Anmerkungen im Manuskript bereits vorliegen, wird der Berichterstatter sich angelegen sein lassen, so weit abzuschließen, daß während des Sommers oder Herbstes ein erster Teil die ganze Dichtung in gereinigter Gestalt mit Kommentar und lexikalischer Darstellung der Sprache der Öffentlichkeit vorlegen kann. — Für die Ausgabe *Heinrichs von Mügeln* hat Hr. Prof. Dr. Dollmayr (Wien) die Bearbeitung der Ungarn-Chronik so weit gefördert, daß sein Manuskript des kritischen Textes, des Variantenapparats und der lateinischen Fassung bald nach Ostern zum Druck gelangen soll. — Für die Herausgabe deutscher und lateinischer Schriften und Gedichte *Johanns von Neumarkt* ist Hr. Oberlehrer Dr. Klapper (Breslau) als Mitarbeiter eingetreten. — Die Materialsammlung für die von dem Berichterstatter vorbereitete Darstellung der Sprache des jungen Goethe in ihren gesamten grammatischen, stilistischen, lexikalischen Erscheinungen wurde — nach einer durch äußere Verhältnisse bedingten Unterbrechung — von Hrn. Prof. Dr. Anz (Charlottenburg) mit Hilfe einer bezahlten jüngeren Kraft planmäßig weiter ergänzt und gewann durch die treue Ausdauer des Genannten einen Zuwachs von 4000 Zetteln.

Humboldt-Stiftung.

Bericht des Hrn. Waldeyer.

An Stelle des verstorbenen Kuratorialmitgliedes Ernst von Mendelssohn-Bartholdy, Exzellenz, wurde Hr. Generalkonsul Paul von Mendelssohn-Bartholdy, Sohn des Verstorbenen, gewählt; derselbe hat die Wahl angenommen. Die für das Jahr 1910 verfügbaren Stiftungsmittel im Betrage von 9000 Mark sind Hrn. Branca zur Fortsetzung der Ausgrabungen der Tendaguru-Expedition in Deutsch-Ostafrika bewilligt worden. Folgende Veröffentlichungen, deren Herausgabe durch die Humboldt-Stiftung unterstützt wurde, sind im laufenden Jahre erschienen:

Ergebnisse der Plankton-Expedition der Humboldt-Stiftung. Bd. 3. Lh: Die Tripyleen Radiolarien. 10. Borgert, A., Porospathidae und Cadiidae. Kiel und Leipzig 1910.

Schultze, Leonhard. Zoologische und anthropologische Ergebnisse einer Forschungsreise im westlichen und zentralen Südafrika ausgeführt in den Jahren 1903—1905. Bd. 2. 4. Jena 1909—10. (Denkschriften der Medicinisch-Naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. Bd. 14. 16.)

Reck, Hans. Isländische Masseneruptionen. Jena 1910. (Geologische und paläontologische Abhandlungen. Herausgegeben von E. Koken. Neue Folge. Bd. 9, Heft 2.)

Bücking, H. Die Basalte und Phonolithe der Rhön, ihre Verbreitung und ihre chemische Zusammensetzung. (Sitzungsberichte der Kgl. Preuß. Akademie der Wissenschaften. 1910, Stück XXIV.)

Für das Jahr 1911 werden rund 8500 Mark verfügbar sein.

Savigny-Stiftung.

Bericht des Hrn. Brunner.

I. Vom Vocabularium Jurisprudentiae Romanae sind im Jahre 1910 zwei weitere Hefte veröffentlicht worden, nämlich das erste Heft des dritten Bandes (habeo — idem), bearbeitet von Dr. Hesky und Prof. Dr. Kübler, und das erste Heft des fünften Bandes (r — sed), bearbeitet von Hrn. Amtsrichter Volkmar, der nach Vollendung dieses Faszikels und zweier weiterer, bereits gedruckter Bogen (sed — servo) von der Beteiligung an der Arbeit ausgeschieden ist. Für das zweite Heft des zweiten Bandes, das Hr. Dr. Grupe fertiggestellt hat, ist der Druck begonnen worden. Die Vollendung dieses Heftes kann für das nächste Jahr mit Sicherheit in Aussicht gestellt werden. Vom zweiten Heft des dritten Bandes ist ein Bogen bereits gedruckt (idem — ignarus). Für das erste Heft des vierten Bandes (N — Q) ist teils von Hrn. Dr. Brassloff, teils von Hrn. Referendar Lesser das Manuskript eingeliefert worden, so daß der Druck beginnen konnte.

II. Die Neubearbeitung von Homeyers »Deutschen Rechtsbüchern des Mittelalters« konnte im verflossenen Jahre leider nur wenig gefördert werden. Hr. Dr. Borchling konnte die für Ostern 1910 geplante wissenschaftliche Reise nicht unternehmen und mußte sich mit Rücksicht auf seine Übersiedlung von Posen nach Hamburg und die Übernahme seines neuen Wirkungskreises darauf beschränken, das von der Reise des Jahres 1909 mitgebrachte Material durchzuarbeiten und den Bestand an fertiggestellten Beschreibungen sonstiger Handschriften gelegentlich zu vermehren. Hr. Prof. Dr. Julius Gierke schreibt, daß er im Jahre 1910 durch unabweisliche anderweitige Arbeiten und durch eine rheumatische Augenentzündung verhindert gewesen sei, für das Unternehmen etwas Erhebliches zu leisten.

Bopp-Stiftung.

Bericht der vorberatenden Kommission.

Die Kgl. Akademie der Wissenschaften hat am 16. Mai 1910 den Jahresertrag der Bopp-Stiftung in Höhe von 1350 Mark dem Privatdozenten an der Universität Göttingen, Hrn. Dr. Reinhold Trautmann, zu einer wissenschaftlichen Reise nach Rußland verliehen.

Hermann und Elise geb. Heckmann Wentzel-Stiftung.

Jahresbericht des Curatoriums für 1910.

Aus den im Jahre 1910 verfügbar gewordenen Erträgnissen des Stiftungscapitals wurden bewilligt

6000 Mark zur Fortführung des Wörterbuchs der älteren deutschen Rechtssprache;

4000 Mark zur Fortführung der Ausgabe der ältesten griechischen christlichen Schriftsteller, und

2000 Mark als zweite und letzte Rate der besonderen Bewilligung zur Anfertigung der für das Unternehmen erforderlichen Catenen-Photographien;

4000 Mark zur Fortsetzung der Bearbeitung einer Prosopographie der römischen Kaiserzeit, Jahrh. IV—VI;

4000 Mark als fünfte und letzte Rate für die Herausgabe des Voeltzkow'schen Reisewerks;

1000 Mark als dritte und letzte Rate der Beihülfe zur Herausgabe einer topographischen Karte des westlichen Kleinasiens von Prof. A. Philippson.

Über den Fortgang der Arbeiten an der Kirchenväter-Ausgabe und der Prosopographie berichtet die hier folgende Anlage I, über das Rechtswörterbuch Anlage II.

Von dem Voeltzkow'schen Reisewerk wurde das 5. Heft von Band II (Zoologie, Systematische Arbeiten) ausgegeben und damit dieser Band abgeschlossen.

Von der Philippson'schen Topographischen Karte wurde die erste der drei Lieferungen, Blatt 1 und 3, ausgegeben. Der zugehörige Theil des Textwerks ist unter dem Titel: Reisen im westlichen Kleinasien. I. Heft. als Ergänzungsheft 167 zu »Petermann's Geographischen Mittheilungen« erschienen.

In das Curatorium, dessen Mandat mit dem 31. März 1910 ablief, wurden die ausscheidenden Mitglieder von den zuständigen Classen sämmtlich für die neue Geschäftsperiode 1910—1915 wiedergewählt.

Anl. I.

Bericht der Kirchenväter-Commission für 1910.

Von Hrn. Harnack.

1. Ausgabe der griechischen Kirchenväter.

Ausgegeben wurden zwei Bände, nämlich:

die Apokalypse des Esra (hrsg. von Violet) und
die Kirchengeschichte des Theodoret (hrsg. von Parmentier).

Im Druck befinden sich:

die Chronik des Eusebius nach dem Armenier (hrsg. von Karst) und
die Kirchengeschichte des Philostorgius (Bidez).

Grössere Unterstützungen erhielten Hr. Karl Schmidt für die Collation der Demonstratio des Eusebius (Pariser Codex), Hr. Karst für die Bearbeitung der Chronik des Eusebius, die HH. Bidez und Parmentier zu Photographien von Codices, Hr. Ehrhard zu einer Reise nach England im Interesse der Martyrien-Forschung und Hr. Lietzmann zur Catenen-Forschung.

Von dem »Archiv für die Ausgabe der ältesten christlichen Schriftsteller« wurden fünf Hefte ausgegeben, nämlich:

Bd. IV (XXXIV) Heft 4: Haase, Zur Bardesanischen Gnosis. Literarkritische und dogmengeschichtliche Untersuchungen.

Bd. V (XXXV) Heft 1: Koch, Cyprian und der römische Primat. Eine kirchen- und dogmengeschichtliche Studie.

Bd. V (XXXV) Heft 2: Karapet Ter-Mekerttschian und Erwand Ter-Minassiantz, Irenäus, Buch IV und V in armenischer Version.

Bd. V (XXXV) Heft 3: B. Weiss, Der Hebräerbrief in zeitgeschichtlicher Beleuchtung.

Bd. V (XXXV) Heft 4: Flemming und Harnack, Ein jüdisch-christliches Psalmbuch aus dem ersten Jahrhundert (Die Oden Salomos).

2. Prosopographia imperii Romani saec. IV—VI.

Die beiden Leiter der Prosopographie, Hr. Jülicher und Hr. Seeck, berichten, dass die Arbeiten in ordnungsgemässer Weise fortgesetzt wurden. Die abschliessende Gestaltung der kirchenhistorischen Artikel konnte noch nicht erfolgen, weil die Excerpte aus den Acta Sanctorum noch nicht übergeben worden sind. Hr. Seeck arbeitet neben der Abfassung der einzelnen Artikel an der chronologischen Ordnung der Kaisergesetze.

Anl. II.

Bericht der Commission für das Wörterbuch der deutschen Rechtssprache, für das Jahr 1910.

Von Hrn. Brunner.

Die akademische Kommission in Sachen des Wörterbuchs der deutschen Rechtssprache hielt in Heidelberg am 7. April 1910 ihre neunte Sitzung ab. Anwesend waren die HH. Brunner, Gierke, Roethe, Freiherr von Schwind und die HH. Mitarbeiter Bilger, Freiherr von Künssberg, Perels und Wahl.

Die Kommission beriet sich über den Stand der Arbeiten und über Heranziehung neuer Mitarbeiter zur Verzettelung einzelner Rechtsquellen. Der Aufruf an die Fachgenossen, das Unternehmen durch Einsendung gelegentlicher Beiträge zu unterstützen, ist zwar an mehr als dreihundert Adressen versandt worden, hat aber nur drei Antworten eingebracht. Von der Versendung derartiger Aufrufe ist daher für die Zukunft Abstand genommen worden.

Für die Reihe der Wörter A—am wurden einzelne Wortartikel von den Anwesenden übernommen, andere bestimmten Mitarbeitern zugewiesen. Die Kommission setzte das Honorar für die Mitarbeiter (pro Bogen von 16 Spalten) fest und beschloß die Veröffentlichung eines Doppelheftes von etwa 20 Bogen binnen drei Jahren in Aussicht zu nehmen, welches die Wortartikel A—Acht, ein provisorisches Vorwort und ein Verzeichnis der wichtigsten Abkürzungen enthalten soll. Das ganze Werk wird auf einen Umfang von ungefähr acht Bänden zu etwa 1000 Seiten berechnet. Verhandlungen wegen Übernahme des Verlags sind im Zuge.

Die Schätzung des Zettelarchivs ergab einen Bestand von 713600 Zetteln gegen 573200 im September 1908; es hat sonach eine Vermehrung um 140000 Zettel stattgefunden.

Als Vorarbeit hat Freiherr von Künssberg eine Untersuchung: »Acht, eine Studie zur älteren deutschen Rechtssprache«, Weimar 1910, veröffentlicht.

Bericht des Hrn. Schröder.

Der Bestand des Archivs darf Ende 1910 auf 750000 Zettel eingeschätzt werden.

Unsere Bestrebungen wurden durch Einsendung gelegentlicher Funde oder einschlägiger Aufsätze, durch Auskünfte und Werbung von Mitarbeitern in dankenswerter Weise durch folgende Herren gefördert: Rechtspraktikant E. Abt in Ochsenfurt, Prof. Dr. K. von Amira in München, Landgerichtsrat Karl Bruns in Torgau, Prof. Dr. Max Conrat

in Heidelberg, Oberbibliothekar Dr. K. Ebel in Gießen, Privatdozent Dr. F. Fehling in Heidelberg, Prof. Dr. J. Franck in Bonn, Prof. Dr. Frommhold in Greifswald, Archivar Dr. Gümbel in Nürnberg, Oberst a. D. Freiherr von Guttenberg auf Schloß Steinenhausen, Privatdozent Dr. Paul Merker in Leipzig, Prof. Dr. von Moeller in Berlin, Privatdozent Dr. Ernst Perels in Berlin, Prof. Dr. Kurt Perels in Hamburg, Prof. Dr. R. Petsch in Heidelberg, Dr. E. Rosenstock in Berlin, P. Adalbert Schippers O. S. B. in Maria Laach, Privatdozent Dr. Walther Schönborn in Heidelberg, Prof. Dr. Edward Schröder in Göttingen, Privatdozent Dr. C. Freiherr von Schwerin in München, Prof. Dr. U. Stutz in Bonn, Prof. Dr. Rudolf Thommen in Basel, Richter Dr. Fritz von Woess in Wien, Prof. Dr. Alfred R. von Wretschko in Innsbruck, Dr. W. Ziesemer in Marienburg.

Demgegenüber sind auch wir immer öfter in der Lage gewesen, Gelehrten und Praktikern auf Grund unseres reichen Zettelschatzes wissenschaftliche Auskünfte zu geben.

Nach wie vor wird beim Einordnen der Anfang des Alphabets bevorzugt, dessen Ausarbeitung im Gange ist. Die Beteiligung Auswärtiger an der Ausarbeitung der Wortartikel ist leider nicht lebhaft; trotzdem besteht die Hoffnung, das Manuskript für das erste Heft in der von der Kommission angesetzten Frist fertigzustellen.

Im Berichtsjahre sind Manuskripte eingelaufen von den Kommissionsmitgliedern Brunner, Schröder und Freiherrn von Schwind sowie von den HH. Dr. Ferdinand Bilger (Heidelberg), Dr. August Elsässer (Konstanz), Dr. Alexander Gál (Wien), Dr. Freiherr von Künssberg (Heidelberg), Dr. Paul Merker (Leipzig), Dr. Leopold Perels (Heidelberg), Dr. Gustav Wahl (Frankfurt a. M.).

Ständige Hilfsarbeiter blieben die gleichen wie bisher. Der Stand der Handbibliothek ist unverändert.

Verzeichnis der im Jahre 1910 ausgezogenen Quellen.

(Die Beiträge der schweizerischen Kommission sind mit *, die des österreichischen Komitees sind mit ** bezeichnet.)

Abhandlungen zum schweizerischen Recht. 16. 17. 24. 25. 28.: jur. Heinrich Mitteis, Leipzig.

Der althochdeutsche Isidor, hrsg. von Hench: phil. O. Rusch, Berlin.

Almelo Stadtrecht: Prof. des Marez, Brüssel.

Altenstaßfurt, Schöppenbuch (ungedruckt): Dr. Ernst Behre, Magdeburg.

von Amira, Grundriß des germanischen Rechts²: Frau Ida Berger, Rheinsberg.

Anton, Diplomatische Beiträge zu den deutschen Rechten. 1777: Dr. S. Höpfl, München.

Baasch, Die Börtfahrt zwischen Hamburg, Bremen und Holland: Admiral Bachem, Heidelberg.

Baasch, Die Islandfahrt der Deutschen: Admiral Bachem, Heidelberg.

Bellerode, Beiträge zu Schlesiens Rechtsgeschichte: Rechtsanwalt A. Globerger, München.

Bernburg, Stadtbuch. 1401—1420: jur. Fritz Zittwitz, Leipzig.

Bibliothek des literarischen Vereins in Stuttgart. 31.: Dr. August Elsässer, Konstanz.

Birch, Cartularium Saxonicum (teilweise): Privatdozent Dr. Cl. Frhr. von Schwerin, München.
Brandenburger Kriminalordnung. 1717: jur. J. M. Grodsenski, Königsberg i. Pr.
Brandenburgisches Zollreglement. 1674: Admiral Bachem, Heidelberg.
Braunschweiger Urkundenbuch I (fortgesetzt): Assessor Dr. W. Schottelius, Vorsfelde i. Br.
Bremer Geschichtsquellen (Lappenberg): Dr. August Elsässer, Konstanz.
Buch Weinsberg, hrsg. von Höhlbaum. III. u. IV.: Admiral Bachem, Heidelberg.
Bugge, Die Wikinger, übersetzt von Hungerland: Privatdozent Dr. Leopold Perels, Heidelberg.
Carlebach, Badische Rechtsgeschichte. II.: phil. Hans Helmut Meyer, Rüppurr.
Corpus constitutionum Brandenburgo-Culmbacensium (begonnen): Rechtsanwalt A. Globerger, München.
Corpus juris venatorio forestalis, hrsg. von Fritsch (begonnen): Dr. W. Diess, München.
Coutumes d'Ypres. 1619: Prof. des Marez, Brüssel.
Delius, Hauberge und Haubergsgenossenschaften: Dr. von Künssberg.
Dittmer, Das Sassen- und Holstenrecht: Dr. W. Diess, München.
Handelsrechnungen des deutschen Ordens, hrsg. von Sattler: Dr. von Künssberg.
Dreyer, Zur Erläuterung der deutschen Rechte ... angewandte Nebenstunden: Ph. Thorn, Stuttgart.
Druffel-Brandi, Beiträge zur Reichsgeschichte (begonnen): Dr. Westermann, Heidelberg.
Eßlingen, Urkundenbuch der Stadt: Archivrat Dr. Mehring, Stuttgart.
Albrecht von Eyb, Deutsche Schriften: phil. O. Rusch, Berlin.
**Fontes rerum Austriacarum II 59: jur. L. Tichtel, Linz a. D.
Freiburger Diöcesanarchiv. 1.—12. 14.: Dr. A. Elsässer, Konstanz.
Frohnsperger, Meerkriegsordnung. 1565: Admiral Bachem, Heidelberg.
Füetrer, Bayrische Chronik: Frau Ida Berger, Rheinsberg.
Gesenius, Meierrecht. 1803: phil. A. Kastner, Pforzheim.
**Geschichte der Stadt Königinnhof. 1782: jur. Guido Kisch, Prag.
**Grünberg, Bauernbefreiung in Böhmen und Schlesien: jur. H. Frühe, Wien.
Grupen, Disceptationes forenses. 1737: Dr. Oskar Canz, Wilferdingen.
Hackmann, De jure aggeris. 1690: Rechtsanwalt Globerger, München.
Hanauer, Les constitutions des campagnes de l'Alsace: Dr. W. Diess, München.
Der ehrbaren Hansestädte Schiffordnung und Seerecht. 1614: Admiral Bachem, Heidelberg.
Hessische Blätter für Volkskunde: Dr. G. Lehnert, Gießen.
Hildesheim, Urkundenbuch des Hochstifts: Prof. Goepferich, Konstanz.
Hildesheim, Urkundenbuch der Stadt, Register: Frau Ida Berger, Rheinsberg.
Friedr. von Hohenlohe, Rechtsbuch. 1348: Dr. Fr. Gerlich, München.
Inama-Sternegg, Deutsche Wirtschaftsgeschichte I²: Frau Ida Berger, Rheinsberg.
**Jahrbuch der kunsthistorischen Sammlungen des Allerhöchsten Kaiserhauses (begonnen): Ph. Thorn, Stuttgart.
Kaiserswerth, Urkundenbuch des Stiftes: Privatdozent Dr. Paul Merker, Leipzig.
**Krain, Landhandfeste von 1598: jur. Hermann Frühe, Wien.
Lübisches Stadtrecht. 1680: Admiral Bachem, Heidelberg.
Marienburger Treßlerbuch. 1399—1409: Dr. W. Ziesemer, Marienburg.
Marienburg, Zinsbuch des Hauses: Dr. W. Ziesemer, Marienburg.
**Meraner Stadtrecht (Zeitschr. f. deutsches Altertum VI): Dr. Franz Zankl, Korneuburg b. Wien.
*Merz, Stadtrecht von Bremgarten: cand. jur. Segesser, Bern.
Mitteilungen für Geschichte Gothas. 1897—1904: jur. Fritz Zittwitz, Leipzig.
Mitteilungen aus dem Stadtarchiv in Köln. 17. 18.: Admiral Bachem, Heidelberg.
Mitteilungen des historischen Vereins für Niederbayern. 1.—25.: phil. Haas, München.
Mittelniederdeutsche Fastnachtspiele, hrsg. von Seelmann: Dr. A. Elsässer, Konstanz.
Montanus, Schwankbücher: jur. Fritz Zittwitz, Leipzig.
Monumenta Boica. 14. 15. 17.—21.: Dr. W. Diess, München.
Monumenta Germaniae historica, Script. rer. Merov. I.—V.: Privatdozent Dr. Leopold Perels, Heidelberg.

Morßheim. Spiegel des Regiments. 1515: phil. H. H. Meyer, Rüppurr.
Mühlhausen, Stadtrecht. 1230—1250: Dr. Ernst Behre, Magdeburg.
Mühlhausen, Chronik der Stadt, hrsg. von Jordan: jur. Fritz Zittwitz, Leipzig.
Mühlhausen, Urkundenbuch: Dr. Ernst Behre, Magdeburg.
Mulsow, Maß und Gewicht in Basel. 1910: Frau Ida Berger, Rheinsberg.
Neue Heidelberger Jahrbücher. 14.: Dr. von Künssberg.
Neue Mitteilungen des thüringisch-sächsischen Vereins. 12.: Rechtsanwalt Globerger, München; 19.: jur. Fritz Zittwitz, Leipzig.
Neumarkter Rechtsbuch, hrsg. von Meinardus: Rechtsanwalt Globerger, München.
Peter Nolte, Der Kaufmann in der deutschen Sprache des Mittelalters. Gött. Diss. 1909: Dr. L. Perels, Heidelberg.
Notker, III. Labeo, hrsg. von Piper: Dr. A. Elsässer, Konstanz.
Nürnberg, Halsgerichtsordnungen (Zeitschr. f. Strafrechtsw. XII): jur. Pflug, Königsberg i. Pr.
**Österreichische Urbare. III 1: Dr. Franz Zankl, Korneuburg b. Wien.
**Österreichische Weistümer. VIII.: Dr. Rudolf Zankl, Göß b. Leoben. IX.: Ph. Thorn, Stuttgart.
Paul und Braune, Beiträge zur Geschichte der deutschen Sprache. 1.—35.: Dr. A. Elsässer, Konstanz.
Marcel Planiol, La très ancienne coutume de Bretagne: Dr. L. Perels, Heidelberg.
Preußische Assekuranz- und Havereiordnung. 1766: Admiral Bachem, Heidelberg.
Preußisches Bordingsreglement. 1719: Admiral Bachem, Heidelberg.
Preußisches Seerecht. 1727: Admiral Bachem, Heidelberg
Preußische Strandungsordnung. 1728: Admiral Bachem, Heidelberg.
Quellen und Forschungen zur Geschichte der Abtei Reichenau: phil. H. H. Meyer, Rüppurr.
Rigafahrer, Geschichte und Urkunden der, hrsg. von Siewert: Admiral Bachem, Heidelberg.
**Rößler, Deutsche Dorfweistümer in Böhmen: jur. G. Kisch, Prag.
**Das St. Pauler Formular. Briefe und Urkunden aus der Zeit König Wenzel II. Prag 1896: jur. G. Kisch, Prag.
Schmitz, Bußbücher: Prof. Max Conrat, Heidelberg.
Schrader, Sprachvergleichung und Urgeschichte. 3. Aufl.: Dr. A. Elsässer, Konstanz.
Schreiber, Erbleihe in Straßburg. 1909: Frau Ida Berger, Rheinsberg.
Schriften des Vereins zur Geschichte des Bodensees. 3. 7. 8.: Fürsprech Caesar Kinkelin, Bern.
Schweizerisches Idiotikon. 5. 7. (begonnen): Dr. von Künssberg.
Seestern-Pauly, Neumünster Kirchspiel und Bordesholmer Amtsgebräuche: Dr. W. Diess, München.
Senckenberg. Kaiserliche höchste Gerichtsbarkeit: Rechtsanwalt Globerger, München.
Siegener Urkundenbuch I (erledigt): Privatdozent Dr. Leopold Perels, Heidelberg.
Sachsenspiegelglosse (nach den Wiener Sitzungsberichten 1881—1893): jur. Fritz Zittwitz, Leipzig.
Siebs, Helgoland und seine Sprache: Dr. Elsässer, Konstanz.
Straßburger Zunft- und Polizeiordnungen: jur. Zittwitz, Leipzig.
**Sudetenländer, Halsgerichtsordnung für die. 1707: jur. H. Frühe, Wien.
**Tiroler Landesordnung. 1573: jur. H. Frühe, Wien.
**Tiroler Polizeiordnung. 1573: jur. H. Frühe, Wien.
Tournay, Friedensregister, hrsg. von W. Benary: Dr. von Künssberg.
Tucher, Nürnberger Baumeisterbuch: Dr. A. Elsässer, Konstanz.
Van der Linden, Les gildes marchandes: Prof. des Marez, Brüssel.
**Veröffentlichungen der historischen Kommission für Steiermark. 25.: Frau Ida Berger, Rheinsberg.
Waitz, Deutsche Verfassungsgeschichte: Frau Ida Berger, Rheinsberg.
Wasserschleben, Bußordnungen: Prof. Max Conrat, Heidelberg.
Wasserschleben, Prinzip der Erbenfolge: jur. Fritz Zittwitz, Leipzig.
*Welti, Urkunden des Stadtarchivs Baden: stud. jur. von Bergen, Bern.
**Wien, Mautordnung. 1659: jur. H. Frühe, Wien.
**G. Winter. Urkundliche Beiträge zur Rechtsgeschichte: Dr. von Künssberg.

Wolfram von Eschenbach, hrsg. von Lachmann: Dr. A. Elsässer, Konstanz.
Württembergische ländliche Rechtsquellen. I.: Dr. Ferdinand Bilger, Heidelberg.
Zeitschrift des historischen Vereins für Schwaben und Neuburg. 3.: Dr. W. Diess, München.
Zeitschrift des westpreußischen Geschichtsvereins, bis 1909: Rechtsanwalt Globerger, München.
Zeitschrift für deutsche Wortforschung. 1910: R. Schröder.

Akademische Jubiläums-Stiftung der Stadt Berlin.

Bericht des Hrn. Diels.

Da die Entscheidung über die Verwendung der Stiftungserträgnisse der laufenden vierjährigen Periode erst im Jahre 1912 fallen wird, ist für das abgelaufene Jahr nur über den Abschluß der Bearbeitung der in der vorjährigen Periode unternommenen Trinilexpedition der Frau Prof. Selenka zu berichten.

Dank einer außerordentlichen Beihilfe von 2000 Mark seitens der Berl. Akad. d. Wiss. ist das die wissenschaftlichen Ergebnisse jener Expedition zusammenfassende Werk unter der Redaktion von Hrn. Prof. Blanckenhorn in Berlin so rasch gefördert worden, daß es bereits abgeschlossen und im Drucke vollendet gerade jetzt ausgegeben werden konnte. Die hierin mitgeteilten Forschungsergebnisse dürfen in mehrfacher Beziehung als sehr wertvoll bezeichnet werden. Es ist damit das von Frau Prof. Selenka und der Akademischen Jubiläumsstiftung der Stadt Berlin ausgeführte und unterstützte Unternehmen zum Abschluß gebracht.

Schliesslich wurde über die seit dem Friedrichs-Tage 1910 (27. Januar) bis heute unter den Mitgliedern der Akademie eingetretenen Personalveränderungen Folgendes berichtet:

Die Akademie verlor durch den Tod die ordentlichen Mitglieder der physikalisch-mathematischen Classe Hans Landolt und Robert Koch; die ordentlichen Mitglieder der philosophisch-historischen Classe Adolf Tobler und Heinrich Zimmer; die auswärtigen Mitglieder der physikalisch-mathematischen Classe Eduard Pflüger in Bonn und Giovanni Virginio Schiaparelli in Mailand; das auswärtige Mitglied der philosophisch-historischen Classe Léopold Delisle in Paris; die correspondirenden Mitglieder der physikalisch-mathematischen Classe Alexander Agassiz in Cambridge, Mass., Eduard van Beneden in Lüttich, Stanislao Cannizzaro in Rom, Sir William Huggins in London, Friedrich von Recklinghausen in Strassburg, Melchior Treub, früher in Buitenzorg, zuletzt in Saint-Raphaël (Südfrankreich), Rudolf Fittig in Strassburg und Angelo Mosso in Turin; die correspondirenden Mitglieder der philosophisch-historischen Classe Benedictus Niese in Halle a. S., Emil

Schürer in Göttingen, Adolf Michaelis in Strassburg und William James in Cambridge, Mass.

Neu gewählt wurden zu ordentlichen Mitgliedern der philosophisch-historischen Classe Heinrich Morf und Heinrich Wölfflin; zum auswärtigen Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe das bisherige correspondirende Mitglied Lord Rayleigh in Witham, Essex; zum Ehrenmitglied Bernhard Fürst von Bülow in Rom; zu correspondirenden Mitgliedern der physikalisch-mathematischen Classe Wilhelm Wien in Würzburg, Sir Joseph John Thomson in Cambridge (England), Sir Victor Horsley in London, Felix Marchand in Leipzig, Friedrich Merkel in Göttingen, Angelo Mosso in Turin, Gustav Schwalbe in Strassburg, Oswald Schmiedeberg in Strassburg, William Morris Davis in Cambridge, Mass., Lewis Boss in Albany, N. Y., und Friedrich Küstner in Bonn; zu correspondirenden Mitgliedern der philosophisch-historischen Classe Wilhelm Fröhner in Paris, Samuel Rolles Driver in Oxford, Ignaz Goldziher in Ofen-Pest und Franz Praetorius in Breslau.

Ausgegeben am 2. Februar.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
V.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

2. Februar. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

*1. Hr. von Schmoller sprach über die Bevölkerungsbewegung der deutschen Städte von ihrem Ursprung bis ins 19. Jahrhundert.

Der Vortragende geht hauptsächlich auf die Ursachen ein, welche für die meisten der deutschen Städte vom 14.—17. Jahrhundert einen grossen Rückgang herbeigeführt haben, und auf die politisch-administrativen Änderungen, welche das Wiederaufblühen in den letzten zwei Jahrhunderten ermöglichten.

2. Vorgelegt wurden der Neudruck des 1. Bandes der von der Akademie veranstalteten Kant-Ausgabe. Berlin 1910, das mit Unterstützung der Akademie gedruckte Werk F. Schulthess, Kalila und Dimna, syrisch und deutsch. I. II. Berlin 1911, ferner D. Schäfer und F. Techen, Hanserecesse von 1477—1530. Bd. 8. Leipzig 1910, Erich Schmidt, Reden zur Litteratur- und Universitätsgeschichte. Berlin 1911 und P. Menzer, Kants Lehre von der Entwicklung in Natur und Geschichte. Berlin 1911.

Ausgegeben am 9. Februar.

1911.

VI.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

2. Februar. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Waldeyer.

*1. Hr. Zimmermann las: Über die Bedeutung von Untersuchungen über die Knickfestigkeit elastischer Stäbe für die Praxis an der Hand von Beispielen, wie Brückeneinstürzen u. dergl.

Er beschrieb die Einrichtungen, die der Verein Deutscher Brücken- und Eisenbaufabriken trifft, um Bruchversuche mit Brückentheilen in natürlicher Grösse anstellen zu können. Es ist zu diesem Zweck mit Aufwendung bedeutender Geldmittel eine hydraulische Versuchsmaschine beschafft worden, die 3000 Tonnen Druck bei 15 Meter Länge des Probestückes auszuüben im Stande ist.

2. Hr. Frobenius trug eine Arbeit vor: Über den Rang einer Matrix. II.

Die Elementartheiler der charakteristischen Determinante einer zerfallenden Matrix sind die der einzelnen Theile zusammengenommen.

3. Folgende Druckschriften wurden vorgelegt: Das die Ergebnisse der Trinil-Expedition der Akademischen Jubiläumsstiftung der Stadt Berlin enthaltende Werk: Die Pithecanthropus-Schichten auf Java. Hrsg. von M. L. Selenka und M. Blanckenhorn. Leipzig 1911; das mit akademischer Unterstützung bearbeitete Werk W. Salomon, Die Adamellogruppe. Tl. 2. Wien 1910 (Abhandlungen der k. k. Geologischen Reichsanstalt. Bd. 21, Heft 2); 4 Sep.-Abdr. aus den Bänden 4 und 6 des Archivs für Hydrobiologie und Planktonkunde, enthaltend Beiträge zur Kenntnis der Süsswasserfauna der Dauphiné-Alpen, eingesandt von dem gleichfalls von der Akademie unterstützten Dr. L. Keilhack; endlich H. Zimmermann, Die Knickfestigkeit der Druckgurte offener Brücken. Berlin 1910.

Über den Rang einer Matrix. II.

Von G. Frobenius.

§ 5.

Will man die Normalform B einer bilinearen Form A untersuchen, ohne auf die Weierstrasssche Definition der Elementarteiler zurückzugehen, so muß man die früheren Entwicklungen noch durch folgende Bemerkungen ergänzen.

Wenn die Matrix $n$ten Grades

$$A = \begin{pmatrix} A' & 0 \\ 0 & A'' \end{pmatrix}$$

in die beiden Matrizen A' und A'' der Grade n' und n'' *vollständig zerfällt*, so ist

$$A^{\varkappa} = \begin{pmatrix} A'^{\varkappa} & 0 \\ 0 & A''^{\varkappa} \end{pmatrix}.$$

und mithin in leicht verständlicher Bezeichnung

$$\rho_{\varkappa} = \rho'_{\varkappa} + \rho''_{\varkappa}, \qquad \lambda_{\varkappa} = \lambda'_{\varkappa} + \lambda''_{\varkappa}, \qquad \delta = \delta' + \delta''.$$

Den Zerlegungen

$$\delta' = \lambda'_1 + \lambda'_2 + \cdots, \qquad \delta'' = \lambda''_1 + \lambda''_2 + \cdots$$

seien assoziiert die Zerlegungen

$$\delta' = \varkappa'_1 + \varkappa'_2 + \cdots, \qquad \delta'' + \varkappa''_1 + \varkappa''_2 + \cdots.$$

Unter den μ' Zahlen $\varkappa'_1, \varkappa'_2, \cdots$ befinden sich daher $\lambda'_{\varkappa}$, die $\geqq \varkappa$ sind, und unter den μ'' Zahlen $\varkappa''_1, \varkappa''_2, \cdots$ befinden sich $\lambda''_{\varkappa}$ solche Zahlen. Unter den $\mu' + \mu''$ Zahlen $\varkappa'_1, \varkappa'_2, \cdots \varkappa''_1, \varkappa''_2, \cdots$ gibt es folglich $\lambda'_{\varkappa} + \lambda''_{\varkappa} = \lambda_{\varkappa}$, die $\geqq \varkappa$ sind. Demnach ist der Zerlegung

$$\delta = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_{\nu}$$

assoziiert die Zerlegung

$$\delta = \varkappa'_1 + \varkappa'_2 + \cdots + \varkappa''_1 + \varkappa''_2 + \cdots,$$

worin die Summanden noch nicht der Größe nach geordnet sind. Die für $s = 0$ verschwindenden Elementarteiler von $|A - sE|$ haben daher die Exponenten $\varkappa'_1, \varkappa'_2, \cdots \varkappa''_1, \varkappa''_2, \cdots$, d. h. es sind die Elementarteiler von $|A' - sE'|$ und $|A'' - sE''|$ zusammengenommen.

VIII. *Die Elementarteiler der charakteristischen Determinante einer Matrix, die in mehrere Matrizen vollständig zerfällt, sind die der einzelnen Teile zusammengenommen.*

Ist F die Matrix der Form $x_2 y_1 + x_3 y_2 + \cdots + x_\varkappa y_{\varkappa-1}$, so ist F^2 die der Form $x_3 y_1 + x_4 y_2 + \cdots + x_\varkappa y_{\varkappa-2}$, F^3 die der Form $x_4 y_1 + x_5 y_2 + \cdots + x_\varkappa y_{\varkappa-3}$, usw. Mithin ist $\rho_0 = \varkappa$, $\rho_1 = \varkappa - 1$, $\rho_2 = \varkappa - 2, \ldots$ und $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_\varkappa = 1$. Die charakteristische Determinante der *Elementarform*

$$C = a(x_1 y_1 + x_2 y_2 + \cdots + x_\varkappa y_\varkappa) + (x_2 y_1 + x_3 y_2 + \cdots + x_\varkappa y_{\varkappa-1})$$

hat folglich nur den einen Elementarteiler $(s-a)^\varkappa$. Mit Hilfe des obigen Satzes ergeben sich dann die Elementarteiler der charakteristischen Determinante der Normalform B, die in eine Anzahl von Elementarformen der Gestalt C vollständig zerfällt.

Ausgegeben am 9. Februar.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
VII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

9. Februar. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Harnack las über das hohe Lied des Apostels Paulus von der Liebe (I. Kor. 13) und seine religionsgeschichtliche Bedeutung.

In der ersten Hälfte der Abhandlung werden einzelne Stellen besprochen, die in textkritischer und exegetischer Hinsicht noch controvers sind, besonders der dritte Vers. In der zweiten Hälfte wird die religionsgeschichtliche Bedeutung des Hymnus in seiner Beziehung zum Judenthum, zu der Predigt Jesu und zum philosophischen Idealismus der Griechen erörtert.

2. Das correspondirende Mitglied der philosophisch-historischen Classe Hr. Richard Schroeder in Heidelberg hat am 1. Februar das fünfzigjährige Doctorjubiläum begangen; die Akademie hat ihm eine Adresse gewidmet, deren Wortlaut unten folgt.

3. Vorgelegt wurde der 19. Band der von der Akademie mit Mitteln der Wentzel-Stiftung unternommenen Ausgabe der griechischen christlichen Schriftsteller der ersten drei Jahrhunderte, enthaltend Theodorets Kirchengeschichte hrsg. von L. Parmentier. Leipzig 1911.

Das correspondirende Mitglied der philosophisch-historischen Classe Wilhelm Wilmanns in Bonn ist am 29. Januar verstorben.

Das hohe Lied des Apostels Paulus von der Liebe (I. Kor. 13) und seine religionsgeschichtliche Bedeutung.

Von Adolf Harnack.

Das Thema des großen Lobgesangs auf die Liebe im 13. Kapitel des I. Korintherbriefs ist bereits einige Kapitel vorher (8, 1) vom Apostel angeschlagen[1], alsbald aber wieder verlassen worden. Nach Darlegungen anderer Art kommt er im 12. Kapitel auf die Charismen, über welche die sittlich noch unreife Gemeinde einer ausführlichen Belehrung bedurfte, und zwar in theoretischer und praktischer Hinsicht: Gott teilt die Charismen nach freiem Ermessen aus, man kann sie daher nicht erzwingen; ferner, die Gaben haben sämtlich den Zweck, die Gemeinde als ganze zu bauen, daher sind alle gleich notwendig, und die Bevorzugung eines Charismas mit Geringschätzung der andern ist verwerflich. Wie das 14. Kapitel lehrt, bevorzugten die Korinther vor allem die Gabe des ekstatischen Zungenredens; sie wollten, wo möglich, sämtlich Zungenredner werden, während doch gerade dieses Charisma nach dem Urteil des Apostels, auf den Erfolg gesehen, für das bescheidenste gehalten werden muß. Zwischen die Belehrung über diesen speziellen Punkt und die allgemeine Darlegung über Natur und Zweck der Charismen hat Paulus den Lobgesang auf die Liebe eingeschoben, der als solcher die lehrhaften Ausführungen sachlich und stilistisch durchbricht.

Die Art der Einführung des Lobgesangs bietet einige Schwierigkeiten. Nachdem der Apostel seine allgemeinen Ausführungen mit den lebhaften Fragen beschlossen hatte: »sind alle Apostel? sind alle Propheten? sind alle Lehrer? sind alle Kräfte? haben alle die Gnadengaben der Heilung? reden alle mit Zungen? legen alle [die Worte der Zungenredner] aus?«, fährt er fort: »Eifert vielmehr nach den Gnadengaben,

---

[1] Ἡ γνῶσις φυσιοῖ, ἡ δὲ ἀγάπη οἰκοδομεῖ ... εἰ δέ τις ἀγαπᾷ τὸν θεόν, οὗτος ἔγνωσται ὑπ' αὐτοῦ.

welche die höheren [al. besseren] sind, und ich zeige euch noch einen Weg in überschwenglicher Weise.« Was ist unter den »höheren [besseren] Gnadengaben« zu verstehen? Ferner, inwiefern konnte der Apostel den Inhalt des nun folgenden Hymnus als »Weg« bezeichnen? Endlich, muß man nicht mit Luther u. a. die Worte »in überschwenglicher Weise« als adjektivische Bestimmung auf »Weg« statt auf das Verbum beziehen (»einen köstlicheren Weg«)?

Die erste Frage kann sicher entschieden werden. Die »höheren [besseren] Gaben« können nur die sein, welche an einer anderen Stelle als »Früchte« des Geistes bezeichnet werden (Gal. 5, 22: »die Frucht aber des Geistes ist Liebe, Freude, Friede, Geduld, Freundlichkeit, Gütigkeit, Glaube, Sanftmut, Enthaltsamkeit«). Indem er sie hier »Charismen« nennt, schreibt er absichtlich paradox; denn »Charismen« im engeren Sinne sind jene Tugenden nicht, weil sie, da sie ja die Ausgestaltung des Christenstandes selber sind, von jedem Christen erworben werden können und sollen. Die Charismen im engeren Sinne aber sind in Wahrheit »Zugaben«; als solche können sie als Überhöhungen des Christenstandes beurteilt werden: aber deshalb bleiben doch Liebe, Freude, Friede usw. die eigentlich höchsten Gaben, weil sie schlechthin notwendig sind, weil der christliche Charakter nur in ihnen seine Ausprägung findet, und weil das ewige Geschick nur von ihnen abhängt. Der religiösen Genußsucht und dem unheiligen Eifer der Korinther, die sich an die Charismen angeschlossen haben, setzt der Apostel das Einfache und Notwendige als das Größere oder vielmehr als das Bessere gegenüber[1].

[1] Die Ausleger verstehen die Worte »die höheren Gaben« fast durchweg anders. Sie meinen, der Apostel fordere hier dazu auf, unter den Charismen im engeren Sinne diejenigen zu bevorzugen, die am meisten zur Erbauung dienen, also gegenüber dem Zungenreden etwa die Prophetie oder die Lehrhaftigkeit oder die Erkenntnis. Allein »die höheren Gaben« stehen augenscheinlich nicht nur den beiden letztgenannten (Zungenreden und Auslegung) gegenüber, sondern allen in v. 29 und 30, also auch in v. 4—11, aufgeführten. Jede Beschränkung ist hier pure Willkür. Auch wäre es zwar nicht geradezu unerträglich, aber doch kaum verständlich, wenn der Apostel, der kurz vorher geschrieben hat, daß Gott die Charismen einem jeden austeilt, wie er will (v. 11), nun die Anweisung gäbe: »Eifert (ΖΗΛΟΥ͂ΤΕ) nach diesen Charismen.« — Übrigens ist die LA. ΜΕΊΖΟΝΑ keineswegs gesichert, am wenigsten durch 14, 5 und 13, 13; denn an beiden Stellen werden Charismen derselben Kategorie untereinander verglichen. Es ist meines Erachtens wahrscheinlich, daß ΚΡΕΊΤΤΟΝΑ die ursprüngliche LA. ist, die durch 14, 5 und 13, 13 verdrängt worden ist. Diese LA. macht es vollends deutlich, daß Paulus eine ganz andere Kategorie von Charismen — nämlich Tugenden, die er sonst nicht Charismen nennt — nunmehr ins Auge faßt. ΚΡΕΊΤΤΟΝΑ bieten DEFGKL al longe plu, d, e, f, vg (exc. am), cop[vid], arm, Tertull., Origenes, Ambros., Ambrosiast., Chrysost. [ΟΥ̓Κ ΕἾΠΕ ΤᾺ ΜΕΊΖΟΝΑ, ἈΛΛᾺ ΤᾺ ΚΡΕΊΤΤΟΝΑ] u. a. Väter; ΜΕΊΖΟΝΑ ist durch ℵABC, am, aeth.[utr.], Hieron. und einige Väter bezeugt, zu denen aber Origenes schwerlich zu rechnen ist, da sein ΜΕΊΖΟΝΑ aus Kontamination mit 14, 5 ΜΕΊΖΩΝ zu stammen scheint. Möglich, daß Origenes selbst geschwankt hat. Jedenfalls ist ΜΕΊΖΟΝΑ eine fast

Welches die höheren [besseren] Charismen sind, brauchte der Apostel den Korinthern nicht ausdrücklich zu sagen; denn, wenn alle die Gaben, die er in c. 12 genannt hatte, nicht zu ihnen gehören, so mußte jedes Herz empfinden und wissen, was er im Sinne hatte. Daher ist das Folgende mit »und noch« (καὶ ἔτι) = »und zum Überfluß« angeschlossen[1]. Er sagt aber nicht, daß er seinen Lesern die besseren Gaben nun doch nennen, sondern daß er ihnen »den Weg« zeigen werde, der zu ihnen führt[2]. Dieser Weg, auf den er den Eifer der Korinther lenken will, ist die Liebe. Also ist »der Weg« hier ganz wörtlich zu nehmen und nicht, woran man auch denken könnte, als »Lehre« zu verstehen. Ergibt sich doch nach v. 4—7 aus der Liebe ein ganzer Chor negativer und positiver Tugenden; diese sind also — so ist jetzt zu spezialisieren — die »besseren Gaben«, die der Apostel c. 12, 31 im Sinne hatte, und die Liebe, da sie ihre Wurzel ist, ist das Mittel, also auch der Weg, sich ihrer zu bemächtigen[3].

Kein ganz sicheres Urteil vermag ich über die Beziehung des »καθ' ὑπερβολὴν« zu gewinnen. Der dem Paulus geläufige Ausdruck steht Röm. 7, 13 beim Adjektiv (κ. ὑ. ἁμαρτωλός), II. Kor. 1, 8; 4, 17; Gal. 1, 13 aber beim Verbum. Unzweifelhaft ist die letztere Beziehung, stilistisch betrachtet, die natürlichere[4], zumal da das Fehlen des Artikels bei ὁδός doppelt empfindlich wird, wenn καθ' ὑπερβ. zu diesem Worte gehört. Sachlich entsteht freilich auch so ein sehr guter Sinn

ausschließlich alexandrinische Lesart. Godet und Meyer haben sich für κρείττονα entschieden; die große Mehrzahl der Ausleger bevorzugt μείζονα. Heinrici bezeichnet diese als die schwierigere LA. und befolgt sie deshalb; minder treffend ist sie, nicht schwieriger.

[1] Die Erwägungen, welche Klostermann an die ganz schlecht bezeugte Lesart εἴτι (εἴτε) angeschlossen hat, lasse ich auf sich beruhen.

[2] Diejenigen Ausleger, welche die χαρίσματα κρείττονα (μείζονα) als die höheren Gaben innerhalb der c. 12 behandelten Charismen verstehen, müssen das καὶ ἔτι .... δεικνύω adversativ fassen; aber dann müßte es mindestens ἔτι δέ heißen. Also beginnt der Gegensatz zu den Charismen nicht erst in v. 31b, sondern schon in v. 31a. Die Exegeten haben sich bei der Erklärung von 31a durch 14, 1 irreführen lassen (ζηλοῦτε δὲ τὰ πνευματικά, μᾶλλον δὲ ἵνα προφητεύητε), als ob durch diese Worte die Mahnung: ζηλοῦτε τὰ χαρίσματα τὰ μείζονα einfach wieder aufgenommen sei. Allein jenen Worten steht ja die Mahnung voran: διώκετε τὴν ἀγάπην. In dieser ist der Inhalt von c. 13 und damit auch von 12, 31 zusammengefaßt.

[3] Auffallend ist, daß ὁδόν artikellos ist (keine Handschrift bietet ihn). Wahrscheinlich hat Bengel Recht: Der Apostel will die Korinther spannen. Doch fehlt es auch an Beispielen für nachlässigen Wegfall des Artikels nicht. Eine gewisse Inkorrektheit kann man darin erblicken, daß Paulus bei der Mahnung: ζηλοῦτε τὰ χαρίσματα τὰ κρείττονα, wohl auch die Liebe im Sinne gehabt hat, sie aber nun als den Weg, um jene besseren Charismen zu gewinnen, bezeichnet. Allein es läßt sich eben von der Liebe im Sinne des Apostels beides sagen, sowohl daß sie »die größte« unter allen andern als auch daß sie der Weg zu allen anderen ist.

[4] Doch ist die Wortstellung ihr minder günstig.

(»einen Weg, hoch über alles«, »einen erhabenen Weg«). Zieht man καθ' ὑπερβ. aber zum Verbum, so scheint es verschieden übersetzt werden zu können: man kann den Ausdruck eng mit ἔτι verbinden, so daß es einfach pleonastisch zu verstehen ist (»noch zum Überfluß«, so Ewald, auch schon Grotius) — aber dieser »Überfluß« neben ἔτι erscheint wirklich überflüssig; außerdem ist die Übersetzung schwerlich zu belegen —, oder man kann mit Billroth »in ausgezeichneter, weil ihres Erfolgs sicherer Weise« paraphrasieren wollen, aber damit wäre der Akzent von dem Weg auf die Empfehlung des Weges gerückt, was der Apostel schwerlich gewollt hat —, oder endlich man kann annehmen, daß Paulus die hinreißende hymnische Form seiner Beschreibung des Wegs mit dem Ausdruck angekündigt hat. Letztere Auslegung, die freilich eine entbehrliche, vorgreifende Reflexion bei dem Apostel voraussetzt, müßte meines Erachtens befolgt werden, wenn man καθ' ὑπερβ. nicht zum Substantivum zieht: »Eifert vielmehr nach den besseren Gaben, und ich zeige[1] euch noch einen Weg in hoher Rede.« Da alle diese Fassungen nicht recht befriedigend sind, so ist die Verbindung mit »Weg« meines Erachtens doch überwiegend wahrscheinlich, zumal da auch der älteste Erklärer unseres Kapitels, Clemens Alexandrinus (Quis dives salv. 38), τὴν καθ' ὑπερβολὴν ὁδόν bietet.

Nun folgt das hohe Lied von der Liebe. Es ist nicht meine Absicht, den vielen vollständigen Erklärungen eine neue hinzuzufügen[2]. Aber sowohl in textkritischer als auch in sachlicher Hinsicht bestehen noch manche Unsicherheiten. Auf diese werde ich eingehen. Das 13. Kapitel des ersten Korintherbriefs gilt mit Recht als die höchste, weil eindrucksvollste schriftstellerische Leistung des Apostels nach Form und Inhalt. Daher ist es, wenn irgendwo, so hier die Pflicht des Exegeten, den Text und das Verständnis zur vollkommensten Sicherheit zu bringen. Die Aufgabe, die religionsgeschichtliche Bedeutung des Hymnus zu erfassen, ist kaum noch versucht worden. Ihr gelten die Schlußausführungen.

[1] Man beachte das lebhaft antizipierende Präsens.

[2] Die ausführlichste und beste, welche ich kenne, ist die von Johannes Weisz (Komment. z. 1. Korintherbr., 1910); aber sein Vorschlag, unser Kapitel umzustellen und zu c. 8 zu ziehen, scheint mir nicht genügend begründet und hat auch den Anfang des Hymnus (Zungenreden) gegen sich. Daß Paulus den Hymnus schon fertig hatte, als er seinen Brief schrieb, könnte man aus der losen bzw. schwierigen Verbindung schließen, in welcher er mit c. 12 und 14 steht. Allein die feinen pädagogischen Beziehungen im Anfang und im mittleren Teil des Hymnus zu den Adressaten machen diese Annahme doch unwahrscheinlich.

ζηλοῦτε τὰ χαρίσματα τὰ κρείττονα, καὶ ἔτι καθ' ὑπερβολὴν ὁδὸν ὑμῖν δείκνυμι·

Ἐὰν ταῖς γλώσσαις τῶν ἀνθρώπων λαλῶ καὶ τῶν ἀγγέλων,
ἀγάπην δὲ μὴ ἔχω,
γέγονα χαλκὸς ἠχῶν ἢ κύμβαλον ἀλαλάζον.
2 καὶ ἐὰν ἔχω προφητείαν καὶ εἰδῶ τὰ μυστήρια πάντα καὶ πᾶσαν τὴν γνῶσιν,
κἂν ἔχω πᾶσαν τὴν πίστιν ὥστε ὄρη μεθιστάναι,
ἀγάπην δὲ μὴ ἔχω,
οὐθέν εἰμι.
3 κἂν ψωμίσω πάντα τὰ ὑπάρχοντά μου,
καὶ ἐὰν παραδῶ τὸ σῶμά μου, ἵνα καυχήσωμαι,
ἀγάπην δὲ μὴ ἔχω,
οὐδὲν ὠφελοῦμαι.

4 ἡ ἀγάπη μακροθυμεῖ, χρηστεύεται ἡ ἀγάπη, οὐ ζηλοῖ ἡ ἀγάπη,
οὐ περπερεύεται, οὐ φυσιοῦται, 5 οὐκ ἀσχημονεῖ,
οὐ ζητεῖ τὰ ἑαυτῆς*), οὐ παροξύνεται, οὐ λογίζεται τὸ κακόν,
6 οὐ χαίρει ἐπὶ τῇ ἀδικίᾳ, συνχαίρει δὲ τῇ ἀληθείᾳ.
7 πάντα στέγει, πάντα πιστεύει,
πάντα ἐλπίζει, πάντα ὑπομένει.

8 ἡ ἀγάπη οὐδέποτε ἐκπίπτει —
εἴτε δὲ προφητεῖαι, καταργηθήσονται,
εἴτε γλῶσσαι, παύσονται,
εἴτε γνώσεις, καταργηθήσονται·

Wenn ich mit den Zungen der Menschen rede und der Engel,
Liebe aber nicht habe,
bin ich ein dröhnendes Erz oder eine gellende Schelle.
2 Und wenn ich Weissagung habe und weiß alle Geheimnisse und alle Erkenntnis,
und wenn ich allen Glauben habe, also daß ich Berge versetze,
Liebe aber nicht habe,
bin ich nichts.
3 Und wenn ich austeile alle meine Habe,
und wenn ich dahingebe meinen Leib, auf daß ich mich rühmen darf,
Liebe aber nicht habe,
ist's mir kein nütze.

4 Die Liebe ist langmütig, voll Güte ist die Liebe, nicht neidet die Liebe,
nicht prunkt sie, nicht bläht sie sich, 5 nicht maskiert sie sich,
nicht sucht sie das Ihre, nicht läßt sie sich erbittern, nicht rechnet sie das [Böse nach,
6 nicht freut sie sich an der Ungerechtigkeit, sie erfreut sich aber an der Wahrheit.
7 Alles decket sie, alles glaubt sie,
alles hofft sie, alles trägt sie.

8 Die Liebe höret niemals auf —
seien es Weissagungen, sie werden abgetan werden,
seien es Zungen, sie werden aufhören,
seien es Erkenntnisse, sie werden abgetan werden;

*) τὸ μὴ ἑαυτῆς.

9 ἐκ μέρους γὰρ γινώσκομεν καὶ ἐκ μέρους προφητεύομεν·
10 ὅταν δὲ ἔλθῃ τὸ τέλειον, τὸ ἐκ μέρους καταργηθήσεται.
11 ὅτε ἤμην νήπιος, ἐλάλουν ὡς νήπιος, ἐφρόνουν ὡς νήπιος, ἐλογι-
ὅτε γέγονα ἀνήρ, κατήργηκα τὰ τοῦ νηπίου· [ζόμην ὡς νήπιος·
12 βλέπομεν γὰρ ἄρτι δι' ἐσόπτρου ἐν αἰνίγματι,
τότε δὲ πρόσωπον πρὸς πρόσωπον·
ἄρτι γινώσκω ἐκ μέρους,
τότε δὲ ἐπιγνώσομαι καθὼς καὶ ἐπεγνώσθην.

13 νυνὶ δὲ μένει πίστις, ἐλπίς, ἀγάπη, τὰ τρία ταῦτα·
μείζων δὲ τούτων ἡ ἀγάπη.

9 denn Stückwerk ist unser Erkennen, und Stückwerk ist unser Weissagen;
10 wenn aber kommt das Vollkommene, wird das Stückwerk abgetan [werden;
11 Als ich ein Kind war, redete ich wie ein Kind, sann wie ein Kind, dachte [wie ein Kind,
als ich ein Mann geworden war, tat ich ab, was des Kindes ist.
12 Denn wir sehen jetzt mittels eines Spiegels, im Rätsel,
dann aber von Angesicht zu Angesicht;
jetzt kenne ich stückweise,
dann aber werde ich erkennen, so wie auch ich erkannt bin.

13 Nun aber bleibet Glaube, Hoffnung, Liebe — diese drei,
die größte aber unter ihnen ist die Liebe.

Daß die Liebe mindestens in den zwei ersten Teilen des Hymnus die Nächstenliebe ist, unterliegt keinem Zweifel. Ob im dritten Teil ihr Begriff sich etwa erweitert, steht zur Frage[1].

V. 1. »Angenommen den Fall, ich sei ein Zungenredner« usw. — so ist das ἐάν auch in den folgenden zwei Versen zu verstehen[2]; ob der Fall wirklich werden kann, darauf kommt es nicht an. Mit dem Zungenreden beginnt der Apostel, weil die Korinther so hohes Gewicht auf dasselbe legten. Die »Engelreden« können als eine (dann wohl nicht ganz ohne Ironie angewandte) Abstraktion gefaßt werden (Heinrici); aber wahrscheinlicher ist, daß Paulus ebenso ernsthaft eine Engelsprache angenommen hat wie Juden und Heiden (Göttersprache). Die tonmalenden Vergleiche lehren, wie man sich die Erscheinungsform des Zungenredens zu denken hat, nicht als ein halblautes Stammeln, sondern als ein Schreien, dumpf hallend und wiederum schrill und

[1] Zu vergleichen ist Joh. Weisz S. 312.

[2] Das Schwanken der Handschriften in bezug auf καὶ ἐάν, καὶ ἄν und κἄν lasse ich als gleichgültig beiseite, s. B. Weisz, Texte u. Unters. XIV, 3, S. 62 f. — Das treffend gewählte Perfektum γέγονα haben einige Handschriften durch εἰμι ersetzen zu müssen geglaubt; aus einem alten Schreiberversehen ist dann εν ειμι entstanden und das ist zu »unum« bzw. »in unum« geworden. Auch ὡ (velut) ist vor χαλκός eingeschaltet worden.

gellend. Unübertrefflich ist der Gegensatz zum feierlichen Anfang des Verses: Menschen- und Engelzungen — ein dröhnendes Erz und eine gellende Schelle!

V. 2 ist eine Steigerung gegenüber v. 1. Der Vers enthält in seinem Vordersatz zwei Glieder[1], und der Ton liegt auf dem πάντα. »Angenommen den Fall, ich besäße die Prophetie und kennte alle Geheimnisse und (hätte[2]) alle Erkenntnis, und gesetzt, ich hätte allen Glauben usw.« Aber wenn der Satz auch formell zweigliedrig ist, so folgt daraus doch nicht, daß der Apostel die Prophetie mit der Mysterienerkenntnis (d. h. der Erkenntnis der Geheimnisse des Heils) und der Gnosis in eins setzt oder gar diese beiden von jener ableitet, sondern nur dem Glauben gegenüber gehören sie zusammen. Beachtenswert ist, daß der Apostel die Gnosis von der Mysterienerkenntnis unterscheidet. Der Grund kann nur darin liegen, daß sie umfassender ist. Die Mysterienweisheit enthält die Erkenntnis bestimmter Probleme, nämlich der Heilsprobleme, die Gnosis aber umfaßt das gesamte Gebiet des Erkennens in den drei Reichen des Seins sub specie dei. Der höchste Glaube erprobt sich darin, daß er nicht nur Wunder, sondern auch die größten Wunder zu tun vermag. Das, was der Apostel nennt, ist die Probe größter Wunder; es ist derselben Quelle entnommen, aus der es Matthäus (17, 20; 21, 21) und Markus (11, 23) geschöpft haben, nämlich der evangelischen Überlieferung[3]. Unübertrefflich ist wiederum der Kontrast mit dem Nachsatz — »ich bin nichts«. Nicht konnte es heißen: »Ich habe nichts«; denn ein solcher Mensch hat ja die außerordentlichsten Güter; aber mitten in diesem Reichtum der Erkenntnis ist er selbst nichts, also noch ärmer als arm[4].

V. 3. Die letzte Steigerung: auch die höchsten Liebeswerke, ohne Liebe getan, sind für den, der sie tut, ohne Nutzen. Der Nachsatz (οὐδὲν ὠφελοῦμαι) macht es unzweifelhaft, daß hier Taten gemeint sein müssen, durch welche man das Heil zu erlangen hofft; denn nur so kann »der Nutzen« verstanden werden. Das erste Glied des Vordersatzes bestätigt dies ohne weiteres; denn daß Almosen, zumal wenn man das ganze Vermögen opfert, zum Heile dienlich sind, entspricht der populären (spät-jüdischen) Anschauung, der sich Paulus

---

[1] Ἐάν steht zweimal, nicht dreimal.

[2] Man braucht εἰδῶ nicht notwendig auch auf πᾶσαν τὴν γνῶσιν zu beziehen; ἔχω kann fortwirken, zumal es sofort wiederholt wird.

[3] Ὄρη μεθιστάνειν (nicht μεθιστάναι) lesen Westcott und Hort mit ACKL und vielleicht mit Recht; B. Weisz, a. a. O. S. 33, will bei der regulären Form bleiben.

[4] Neben οὐθέν findet sich auch οὐδέν in den Handschriften. — Daß in A ὠφελοῦμαι statt εἰμί steht, wäre nicht erwähnenswert, wenn nicht auch Ambrosius so böte u. a. Aber in allen Fällen muß das als eine Einwirkung vom folgenden Verse her betrachtet werden.

anschließt[1]. Aber wie lautet das zweite Glied: ἐὰν παραδῶ τὸ σῶμά μου ἵνα καυθήσομαι oder ἵνα καυχήσωμαι? Die deutschen Exegeten haben sich sämtlich für die erstere LA. entschieden, ja manche von ihnen streifen die andere LA. kaum, so sicher sind sie ihrer Sache; auch die Textkritiker sind fast alle (auch B. Weisz und v. Soden) auf ihrer Seite; aber außer Westcott-Hort ist Lachmann für καυχήσωμαι eingetreten[2]. Textkritisch allein läßt sich die Frage nicht entscheiden. Die Überlieferung zeigt folgendes Bild:

Καυθήσομαι] DEFG — aber diese 4 Codd. bieten in den Briefen einen Text — L und sehr zahlreiche Minuskel, Aphra., Method., Basil., Euthal., Cyrill., Maxim., ferner Tertull., Cyprian, Pseudocypr. de rebapt., Ambrosiaster, griechische und lateinische Codd., welche Hieronymus kannte[3], Augustin, die lateinischen Codd. d e f g m^{16} vulg., ferner syr. utr., kopt. Mss. [?], armen., äthiop. Mss. [?], goth.

Καυθήσωμαι] CK und viele andere, Ephraem [?], Chrysost., Cyrill., Theodoret. Die Versionen können natürlich auch hierher gesetzt werden.

Καυχήσωμαι] ℵAB, griechische Codd., welche Hieronymus kannte, 17, kopt. Mss., äthiop. Ms., goth. marg., Ephraem.

Westcott-Hort nennen die LA. καυθήσομαι »Western and Syrian«, konstatieren aber, daß sie auch sonst vorkommt. Soden schreibt mir auf Grund seines reichen Materials: »Καυθήσωμαι ist sicher Κοινή (antiochenisch) und höchstwahrscheinlich palästinensisch-eusebianische LA. Von den ägyptischen Texten lesen vier (bzw. fünf) gegen drei (aber jüngere) καυχήσωμαι. Καυχήσωμαι kommt auch in neun palästinensisch-eusebianischen Codd. vor, mehrmals in καυθ. korrigiert. Es findet sich auch in etlichen Κοινή-Codd., die nie Einflüsse vom ägyptischen Text erfahren haben[4].

[1] Statt des sicher bezeugten ψωμίσω bietet Clemens Alex. einmal (Pädag. II, 1, 5) διαδῶ. Das ist aus der Stelle geflossen Matth. 19, 21: ὕπαγε πώλησόν σου τὰ ὑπάρχοντα καὶ δὸς πτωχοῖς [Luc.: διάδος], die überhaupt zu vergleichen ist.

[2] Doch bedeutet Lachmanns Entscheidung hier wenig; denn er wollte ja nicht den ursprünglichen, sondern den ältesten Text der griechischen Handschriften herstellen. Übrigens gibt er καυχήσωμαι nur in Klammern.

[3] Hieronymus schreibt (in Gal. T. VII, 517 Vall.): »Si tradidero corpus meum ut glorier«, dazu: »scio in Latinis codicibus, in eo testimonio quod supra posuimus: Si tradidero corpus meum ut glorier, »ardeam« habere pro »glorier«; sed ob similitudinem verbi, qua apud Graecos »ardeam« et »glorier«, i. e. καυθήσομαι et καυχήσομαι, una litterae parte distinguitur, apud nostros error inolevit, sed et apud ipsos Graecos exemplaria sunt diversa«. Vgl. Hieronymus in Esaj. T. IV, 688: »Apostolus si etiam corpus suum tradat martyrio ut ardeat sive glorietur, utrumque enim fertur in exemplaribus.«

[4] Soden fährt fort: »Daher ist die Neigung der Schreiber zu dem ihnen bei Paulus geläufigen καυχήσωμαι deutlich. So können auch die Schreiber der palästinensisch-eusebianischen Codd. der Reminiszenz erlegen sein, wenn sie nicht von den ägyptischen her dieselbe übernommen haben. Da die lateinischen Codd. καυθήσομαι

Dieser Tatbestand läßt meines Erachtens eine sichere Entscheidung nicht zu, wenn auch καυθήσομαι (καυθήσωμαι) weiter verbreitet und nach dieser Zeugenreihe früher bezeugt ist als das erst für das 4. Jahrhundert und hauptsächlich nur ägyptisch bezeugte καυχήσωμαι. Neigt sich aber, rein textkritisch betrachtet, die Wagschale nach der Seite des καυθήσομαι, so tritt sie ins Gleichgewicht, ja neigt sich auf die andere Seite, sobald drei Zeugen hinzugerufen werden, die noch nicht verhört worden sind.

(1.) Es ist mehr als wahrscheinlich, daß Hieronymus bei seiner Angabe, wie gewöhnlich, einfach den Origenes wiedergibt, den er ausschreibt. Origenes ist es also, der die Verschiedenheit der Überlieferung bereits bemerkt, aber die Richtigkeit von καυχήσωμαι als selbstverständlich vorausgesetzt hat. Wie hätte auch Hieronymus — um von seiner Flüchtigkeit zu schweigen — den Mut gefunden, von der allgemeinen lateinischen Überlieferung abzuweichen, wenn er nicht eine gewichtige Autorität besessen hätte? Nun aber haben Westcott-Hort die LA. καυχήσωμαι bei Origenes wirklich entdeckt. Zwar Cramers Druck bietet (Cat. S. 252) καυθήσωμαι, aber das ist ein Fehler; denn das Scholion des Origenes, welches folgt, setzt καυχήσωμαι voraus: ὡς δυνατοῦ ὄντος ψωμίσαι τινὰ τὰ ὑπάρχοντα οὐ διὰ τὴν ἀγάπην, ἀλλὰ διὰ τὴν κενοδοξίαν, καὶ ὡς δυνατοῦ ὄντος καὶ μαρτυρῆσαί τινα ἕνεκεν καυχήσεως. Die LA. καυχήσωμαι ist also sicher von Origenes befolgt.

(2.) Auch Clemens Alex. bezeugt die LA. καυχήσωμαι; denn sowohl Strom. IV, 18, 111, 4, als auch Strom. VII, 10, 59, 4 zitiert er unsern Vers so, daß er παραδιδόναι absolut nimmt (er sagt dafür ἐπιδιδόναι) und den Finalsatz ganz fortläßt. So konnte einer nur zitieren, der nicht ἵνα καυθήσομαι las, sondern ἵνα καυχήσωμαι. Aber man wird auch weiter noch Westcott-Hort darin recht geben müssen, daß bei Clemens καυχήσωμαι direkt zu belegen ist, obgleich die einzige Handschrift an der einzigen Stelle, an welcher Clemens unsern Vers wörtlich zitiert, καυθήσεται bietet. Sie lautet (Strom. IV, 18, 111f.): Αὐτίκα ὁ ἀπόστολος Παῦλος· Ἐὰν τὸ σῶμά μου ἐπιδῶ [s. o.], φησίν, ἀγάπην δὲ μὴ ἔχω, χαλκός εἰμι ἠχῶν καὶ κύμβαλον ἀλαλάζον [Kontamination von v. 3 u. 1]. ἣν μὴ ἐκ διαθέσεως ἐκλεκτῆς, δι᾽ ἀγάπης γνωστικῆς μαρτυρήσω, λέγει, φόβῳ δέ. εἴπερ οὖν καὶ μισθῷ προσδοκωμένῳ ἐπικροτῶν τὰ χείλη εἰς μαρτυρίαν κυρίου ὁμολογήσω κύριον, κοινός εἰμι ἄνθρωπος, ἠχῶν τὸν κύριον, οὐ γινώσκων. ἔστι γὰρ καὶ ὁ λαὸς ὁ τοῖς χείλεσιν ἀγαπῶν, ἔστι καὶ ἄλλος παραδιδοὺς τὸ σῶμα, ἵνα καυχήσεται. Die LA. der Handschrift (καυθήσεται)

vertreten, kann καυχήσομαι, selbst wenn es die ägyptische LA. sein sollte, etwa auf Origenes ruhend (?), für den Urtext auch rein textkritisch nicht in Frage kommen. Der Indikativ -σομαι nach ἵνα ist später sehr häufig, kann aber nicht mit -σωμαι konkurrieren für die Rezensionen (Familien), höchstens könnte es Κοινή sein.«

ist unerträglich; denn die beiden letzten Sätze können nicht adversativ sein, sondern müssen parallel sein. Wären sie adversativ — was schon der Zusammenhang nahezu verbietet —, so genügte das bloße καυθήσεται nicht; es müßte vielmehr notwendig das *gute* Motiv genannt sein, aus welchem der Märtyrer sich verbrennen läßt. Die Handschrift ist also an dieser Stelle zu korrigieren.

(3.) Auch Clemens Romanus hat καυθήσομαι höchstwahrscheinlich nicht gelesen. In seinem Briefe ist er von c. 47 an stark von unserm Briefe abhängig (47, 1: ἀναλάβετε τὴν ἐπιστολὴν τοῦ μακαρίου Παύλου τοῦ ἀποστόλου, nämlich unsern Brief). C. 49 steht sein hohes Lied von der Liebe unter Benutzung von I. Kor. 13. In c. 55 schreibt er nun: Ἵνα δὲ καὶ ὑποδείγματα ἐθνῶν ἐνέγκωμεν· πολλοὶ βασιλεῖς καὶ ἡγούμενοι ... παρέδωκαν ἑαυτοὺς εἰς θάνατον, ἵνα ῥύσωνται διὰ τοῦ ἑαυτῶν αἵματος τοὺς πολίτας ... ἐπιστάμεθα πολλοὺς ἐν ἡμῖν παραδεδωκότας ἑαυτοὺς εἰς δεσμά, ὅπως ἑτέρους λυτρώσονται· πολλοὶ ἑαυτοὺς παρέδωκαν εἰς δουλείαν καὶ λαβόντες τὰς τιμὰς αὐτῶν ἑτέρους ἐψώμισαν. Es ist nicht wohl zu verkennen, daß dem Clemens unsre Stelle vorschwebt, *aber vom Feuertod hat er nichts in ihr gelesen*. Mit παραδιδόναι verbindet er εἰς θάνατον, εἰς δεσμά, εἰς δουλείαν; aber am Feuertod geht er vorüber, weil er durch I. Kor. 13, 3 *nicht* auf ihn geführt worden ist. Absichtlich kann er ihn nicht weggelassen haben, also las er ihn nicht.

Somit ist die LA. καυχήσωμαι über Origenes bis Clemens Alex. und höchstwahrscheinlich bis Clemens Romanus hinaufzuführen. Dadurch erhält sie eine außerordentliche Verstärkung. Aber entscheidend ist auch diese Zeugenreihe nicht; denn Clemens Romanus ist kein *ganz* sicherer Zeuge, und Clemens und Origenes bezeugen uns nur, daß in Ägypten nicht erst im 4., sondern schon am Ende des 2. Jahrhunderts καυχήσωμαι gelesen worden ist. Wie steht es mit den inneren Gründen?

Für καυθήσομαι und gegen καυχήσωμαι wird folgendes angeführt: der freiwillige Verbrennungstod bzw. das Erleiden von Feuerqualen zum Besten anderer sei als stärkster Beweis der Aufopferung besonders passend, dazu sei das Beispiel nach Daniel 3, 28 (95): καὶ παρέδωκαν τὰ σώματα αὐτῶν εἰς ἐμπυρισμόν gewählt; die LA. sei viel zu schwierig, um von den Emendatoren eingebracht zu sein, umgekehrt sei καυχήσωμαι als Emendation leicht erklärlich, weil das Wort bei Paulus so häufig sei, dem Sinn nach aber sei es unerträglich, weil damit ein dem Kontext völlig fremdartiger Gesichtspunkt eingetragen, ja der Sinn des Verses zerstört werde; denn wenn im Vordersatz bereits zugestanden werde, daß das Motiv zur Preisgabe des Lebens die Ruhmsucht (κενοδοξία) sei, so bedürfe es nicht mehr der Ver-

sicherung, daß solche Aufopferung ohne Wert sei, und die Worte: ἀγάπην δὲ μὴ ἔχω, würden überflüssig. »Wenn je einmal eine LA. ohne weiteres zu verwerfen ist, so ist das hier der Fall« (Godet). Vorsichtiger spricht Heinrici nur von der größeren Kraft, die der Gedanke bei καυθήσομαι gewinnt, während καυχήσωμαι matt sei.

Die hier angeführten Gründe sind meines Erachtens nicht stichhaltig; außerdem stehen ihnen folgende Erwägungen entgegen:

(1.) Die LA. καυθήσομαι ist nicht nur »schwierig« (B. Weisz), sondern sie ist sehr verdächtig; denn mit Recht sind die Ausleger im Zweifel, inwiefern der freiwillige Verbrennungstod als Aufopferung zugunsten anderer zu verstehen ist. Godet u. a. denken an das Martyrium durch Feuer, aber das ist keine Aufopferung für andere, und es lag außerdem noch nicht im Gesichtskreis des Apostels[1]. Nun kann man ja annehmen, der Apostel habe keinen bestimmten Fall im Auge gehabt, sondern eine möglichst heroische Aussage gewählt und die Beziehung auf die Aufopferung im Dienste des Nächsten dem Leser überlassen, aber warum er dann überhaupt spezialisiert, ist nicht recht verständlich: »Wenn ich alle meine Habe brockenweise austeile und wenn ich (sogar) meinen Leib dahingebe[2]«, ist jedenfalls kräftiger und straffer.

(2.) Die Danielstelle, die zur Bezeugung der LA. καυθήσομαι angeführt wird, kann auch gegen sie geltend gemacht werden; sie war sehr bekannt und konnte einen alten Abschreiber sehr wohl zu einer Korrektur verleiten.

(3.) Nachdem die Kirche in die Epoche der Martyrien eingetreten war, in der der Verbrennungstod nicht selten gewesen ist, ist das Eindringen der Variante καυθήσομαι für καυχήσωμαι viel verständlicher als der umgekehrte Fall. Da an einen zufälligen Schreibfehler, der sich fortgepflanzt hat, nicht zu denken ist, also auch ein gedankenlos eingeführtes καυχήσωμαι nicht angenommen werden darf, so ist die absichtliche Einführung dieses Worts dadurch nicht gedeckt, daß es bei Paulus häufig ist. Καυθήσομαι aber bot doch schlechterdings keinen

---

[1] Weisz denkt bei καυθήσομαι an eine Folter, durch die Geständnisse zuungunsten des Nächsten erpreßt werden sollen. Sehr unwahrscheinlich! Hr. Holl teilt mir mit, daß er die Stelle von dem Zeichen, das den Sklaven aufgebrannt wurde, verstehe. Das läßt sich eher hören, aber ohne weiteres geht dieser Sinn doch nicht aus den Worten hervor. Wer denkt denn bei καυθῆναι sofort an das Sklavenbrandmal?

[2] Daß das absolute παραδιδόναι so zu verstehen ist, kann durch zahlreiche Beispiele belegt werden. Ὃς παρεδόθη διὰ τὰ παραπτώματα ἡμῶν, schreibt Paulus Röm. 4, 25, und Westcott-Hort verweisen auf Plut., Demet. 49 f. (S. 913 f.): τολμήσαντος δέ τινος εἰπεῖν τι, ὡς Σελεύκῳ χρὴ τὸ σῶμα παραδοῦναι Δημήτριον, ὥρμησε μὲν τὸ ξίφος σπασάμενος ἀνελεῖν ἑαυτόν κτλ. . . . . . εἰ καὶ πρότερον ἐδόκει τὴν παράδοσιν τοῦ σώματος αἰσχρὰν πεποιῆσθαι.

Anlaß, es zu tilgen; καυχήσωμαι dagegen wird aus demselben Grunde getilgt worden sein, der es noch jetzt vielen unannehmbar erscheinen läßt (s. unten).

(4.) Παραδῶ τὸ σῶμά μου ἵνα καυθήσομαι ist zwar an sich erträglich, aber doch auffallend umständlich (»ich gebe meinen Leib dahin, auf daß ich verbrannt werde« — solche Umschweife hat die griechische Sprache nicht nötig); dazu kommt, daß der Übergang zur 1. Person etwas befremdlich ist: näher lag doch καυθῇ (wie auch Basilius bietet). Bei καυχήσωμαι dagegen fällt diese Schwierigkeit weg.

(5.) »Καυθήσωμαι«, bemerkt von Soden (s. oben), — »nicht καυθήσομαι — ist als die überlieferte Form in den Handschriftenfamilien, die nicht καυχήσωμαι bieten, anzuerkennen.« Nun kommt zwar die Unform eines Conj. Fut. in byzantinischer Zeit vor, aber dem Paulus sie aufzubürden, ist bedenklich; andrerseits ist auch ἵνα mit Indic. Futuri für Paulus nicht nachweisbar! Die Annahme ist daher fast zwingend, daß die Unform καυθήσωμαι aus καυχήσωμαι entstanden ist, indem man zunächst nur einen Buchstaben vertauscht hat.

(6.) Allen diesen Gründen gegenüber scheint aber noch immer das Hauptargument gegen die LA. καυχήσωμαι siegreich zu bleiben, daß sie nämlich den Sinn des Verses zerstöre. Wenn dies der Fall wäre, müßte man sie natürlich trotz allem verwerfen. Zuzugestehen ist, daß der Sinn des Verses nahezu zerstört ist, jedenfalls seine Kraft einbüßt, wenn καυχᾶσθαι stets nur, und also auch hier, »eitles Prahlen« bedeutet. Allein das ist keineswegs der Fall.

Καυχᾶσθαι (καύχημα, καύχησις, ἐγκαυχᾶσθαι = הִתְהַלֵּל בְּ) kommt bei Paulus nicht weniger als 55mal vor[1], ist also ein ihm besonders geläufiges Wort und muß daher bei der psychologischen Charakteristik des Apostels verwertet werden, was noch nicht hinreichend geschehen ist. Paulus empfindet es als eine vox media. Ist der Gegenstand des Rühmens der richtige, so darf und soll der Christ, und zumal der Apostel, sich rühmen; er darf und soll sich rühmen, weil vor dem Richterstuhle Gottes einst ein jeder empfangen wird, danach er gehandelt hat. Er muß also dann etwas (einen Schatz) vor Gott aufweisen können — wie das zustande kommt, mag hier dahingestellt werden —, und dessen, was er dort aufweisen wird, kann er sich schon jetzt rühmen; solcher Ruhm ist keine κενοδοξία. Das ist die Meinung des Apostels; von ihr ist nichts abzuziehen, ob sie uns gefällt oder nicht. Weil das seine Meinung ist, so schreibt er (1. Kor. 9, 15f.): καλόν μοι μᾶλλον ἀποθανεῖν ἢ τὸ καύχημά μου οὐδεὶς κενώσει. ἐὰν γὰρ εὐαγγελίζωμαι, οὐκ ἔστιν μοι καύχημα, (Röm. 5, 2f.): καυχώμεθα ἐπ'

[1] Im Römerbrief 8mal, in I. Kor. 9mal, in II. Kor. 29mal, in Gal. 3mal, in Eph. 1mal, in Phil. 3mal, in I. Thess. 1mal, in II. Thess. 1mal.

ἐλπίδι τῆς δόξης τοῦ θεοῦ, οὐ μόνον δέ, ἀλλὰ καὶ καυχώμεθα ἐν ταῖς θλίψεσιν — warum also auch nicht: καυχώμεθα ἐν τῇ παραδόσει τοῦ σώματος? —, (I. Kor. 5, 6): οὐ καλὸν τὸ καύχημα ὑμῶν. Der zweite Korintherbrief zeigt besonders, wie sich Paulus (als Apostel) als zum Rühmen berechtigt ansieht, vgl. auch II. Thess. 1, 4; I. Thess. 2, 19; Philipp. 2, 16: εἰς καύχημα ἐμοὶ εἰς ἡμέραν Χριστοῦ. Das καύχημα ist also etwas, was, wenn es das richtige καύχημα ist, »Nutzen bringt« (συμφέρει). Mit dürren Worten sagt das Paulus II. Kor. 12, 1, wenn er es auch für den speziellen Fall verneint: καυχᾶσθαι δεῖ, οὐ συμφέρον μέν, ἐλεύσομαι γὰρ εἰς ὀπτασίας. Eben diese Nebeneinanderstellung von καυχᾶσθαι und συμφέρειν (ὠφελεῖσθαι) findet sich aber auch an unsrer Stelle, und das entscheidet. Damit sind alle Schwierigkeiten weggeräumt, und die LA. καυχήσωμαι ist gesichert. Der Satz ἵνα καυχήσωμαι bezieht sich natürlich auf beide vorangezogene Sätze, und der ganze Vers ist also zu übersetzen bzw. zu paraphrasieren:

»Und wenn ich alle meine Habe brockenweise austeilte und wenn ich sogar meinen Leib dahingäbe, damit ich mich rühmen dürfte — d. h. damit ich ein καύχημα εἰς ἡμέραν θεοῦ hätte[1] — aber hätte keine Liebe, so nützte es mir nichts[2].«

Nutzlos wird also das in der Aufopferung liegende καύχημα lediglich durch den Mangel der Liebe; denn an sich enthält die Austeilung der ganzen Habe und die Preisgabe des Lebens ein wirkliches καύχημα, und nach ihm zu streben ist erlaubt. Daher erscheint die Aussage durch die Worte: ἵνα καυχήσωμαι, weder gebrochen noch schwächlich, vielmehr wird sie nun erst recht wuchtig: auch das καύχημα vor Gott wird zu nichts, wenn die Liebe fehlt!

Der paulinische Gebrauch von καυχᾶσθαι war aber nicht der gewöhnliche, und der Anstoß, den die modernen Leser nehmen, nahm schon das hellenische Altertum. Man lese nur Ignatius und Hermas — sie kennen, als Bürger des Zeitalters griechischer κενοδοξία, καυχᾶσθαι nur als etwas Schlimmes[3]. Paulus aber kennt es als etwas Berechtigtes, weil er von Jugend auf in dem pharisäischen Schema gesteckt

[1] »Wenn du deine Habe verkaufst und den Armen austeilst, wirst du einen Schatz im Himmel haben«, heißt es in der oben verglichenen Parallelstelle Matth. 19, 21. Eines Schatzes im Himmel darf man sich rühmen. II. Kor. 8, 24 sagt Paulus, daß die Opferwilligkeit der Korinther für ihn ein Gegenstand der καύχησις sei, wie viel mehr für sie selber, vgl. 9, 2 f. und 9, 9 in bezug auf den Almosengeber: ἐσκόρπισεν, ἔδωκεν τοῖς πένησιν, ἡ δικαιοσύνη αὐτοῦ μένει εἰς τὸν αἰῶνα.

[2] Οὐδέν ist hier (> οὐθέν) überwiegend bezeugt, s. B. Weisz. a. a. O. S. 32.

[3] Eine Ausnahme bildet Clemens Rom., der aber in seiner Sprache überhaupt Abhängigkeit von Paulus zeigt, s. c. 34, 5: τὸ καύχημα ἡμῶν καὶ ἡ παρρησία ἔστω ἐν τῷ θεῷ. Dazu vergleiche man II. Kor. 7, 4: πολλή μοι παρρησία πρὸς ὑμᾶς, πολλή μοι καύχησις ὑπὲρ ὑμῶν.

hat, welches an Ansprüchen, Rechtstiteln, Ruhmestiteln Gott gegenüber nicht nur keinen Anstoß nahm, sondern sie forderte. Radikal und bis zur vollen Aufhebung hat der Apostel diese Denkweise innerlich korrigiert, aber, wie so oft, das Schema doch behalten und mit dem Schema auch einen Rest der Vorstellung selbst. Bei Augustin ist es später nicht anders: »deus coronat nostra merita«, sagt derselbe Mann, der keine anderen merita kennen will als die »munera dei«.

Die Ablehnung der richtigen LA. καυχήσωμαι ist dadurch erklärt: sie war anstößig, und die Korrektur vollzog sich leicht, da man nur einen Buchstaben zu verändern brauchte und sich damit auf die Danielstelle und die Martyrien aufs willkommenste gewiesen sah. Schon im 2. Jahrhundert, jedenfalls vor Tertullian, hat die Vertauschung in maßgebenden Handschriften stattgefunden. Wie nahe sie lag, kann man daran ermessen, daß auch solche Kirchenväter, welche καυχήσωμαι lesen, bei dem παραδοῦναι τὸ σῶμα an die Märtyrer denken, obgleich Paulus nicht an diese gedacht hat, sondern an solche Fälle, wie sie Clemens Romanus c. 55 beigebracht hat (s. o.). Schließlich aber ist darauf hinzuweisen, daß wir im Neuen Testament noch eine Stelle besitzen, die den Gedanken genau wiedergibt, der Paulus hier vorschwebte. I. Joh. 4, 17 heißt es: Ἐν τούτῳ τετελείωται ἡ ἀγάπη μεθ᾽ ἡμῶν, ἵνα παρρησίαν ἔχωμεν ἐν τῇ ἡμέρᾳ τῆς κρίσεως. Man braucht hier für παρρησία nur καύχημα einzusetzen (in bezug auf die Zusammengehörigkeit beider Wörter s. o. Anm. 1), so ist der paulinische Gedanke genau wiedergegeben: nur die Liebe ermöglicht ein καύχημα am Gerichtstage (s. o. Philipp. 2, 16); ohne die Liebe also οὐ συμφέρει τὸ καύχημα, sei es auch das größte.

In v. 4 fehlt ἡ ἀγάπη das dritte Mal bei vielen Zeugen (B, 17, 73, 74 usw. usw., f, vulg., kopt., armen., Clemens Alex. und viele Väter), aber die Zahl der Zeugen, die es bieten, überwiegt. Es wurde getilgt, weil die Abschreiber die kraftvolle chiastische Stellung: ἡ ἀγάπη μακροθυμεῖ, χρηστεύεται ἡ ἀγάπη (so Lachmann, Heinrici, B. Weisz; s. die Stichenabteilung im Cod. D) nicht verstanden haben und daher das zweite ἀγάπη zu dem folgenden οὐ ζηλοῖ zogen[1]. V. 5 Clemens Alex. und Cod. B bieten statt τὰ ἑαυτῆς vielmehr τὸ μὴ ἑαυτῆς und Westcott-Hort haben diese LA. als alternative an den Rand gesetzt. B. Weisz (a. a. O. S. 17. 103) nennt sie willkürlich, gedankenlos und unmöglich; allein (1) weil bei Paulus die andere LA. ganz geläufig ist[2], konnte

[1] Jedoch ist es nicht ausgeschlossen, daß der Apostel ἡ ἀγάπη μακροθυμεῖ, χρηστεύεται· ἡ ἀγάπη οὐ ζηλοῖ· ἡ ἀγάπη οὐ περπερεύεται, οὐ φυσιοῦται gewollt hat; aber kräftiger und schöner wird der Satzbau dadurch nicht.

[2] Philipp. 2, 21: τὰ ἑαυτῶν ζητοῦσιν, I. Kor. 10, 24: μηδεὶς τὸ ἑαυτοῦ ζητείτω, 10, 33: μὴ ζητῶν τὸ ἐμαυτοῦ.

diese leicht eingesetzt werden, (2) auch τὸ μὴ ἑαυτῆς ist dem Paulus nicht fremd, s. II. Kor. 12, 14: οὐ ζητῶ τὰ ὑμῶν, (3) die LA. ist keineswegs »unmöglich«, auch nicht so schwächlich, wie sie auf den ersten Blick erscheint, ja sie paßt sogar besser in den Zusammenhang, als τὰ ἑαυτῆς, weil die übrigen Verba, neben denen sie steht, sämtlich ein Verhalten der Liebe nach außen bzw. zu Anderen ausdrücken. Was mich dennoch abhält, mich mit Sicherheit für sie zu entscheiden, ist lediglich die schwache Bezeugung[1] und die Beobachtung, daß Clemens Romanus, bevor er seinen, von I. Kor. 13 abhängigen Hymnus auf die Liebe bringt, schreibt (49, 6): ὀφείλει ζητεῖν τὸ κοινωφελὲς πᾶσιν καὶ μὴ τὸ ἑαυτοῦ.

V. 7. Ein Zweig der alten abendländischen Übersetzungen (s. Soden jun., Das lateinische Neue Testament in Afrika zur Zeit Cyprians, Texte und Untersuchungen Bd. 33, S. 598) bietet für πάντα στέγει »omnia diligit«, hat also wohl irrtümlich στέργει gelesen; es kann aber auch sein, daß der Wunsch, die Trias »agape omnia diligit, credit, sperat« zu erhalten, hier eingewirkt hat. Die LA. ist wertlos.

Die Verse 4—7 enthalten zwei seltene Worte und ein Wort, dessen Erklärung unsicher bleiben muß: zu περπερεύεται (Latt. seltsam: »perperam agit«[2], aber Tertullian »non protervum sapit«) haben Gataker und Heinrici Treffliches beigebracht; man hat »prunken« zu verstehen[3]. Χρηστεύεσθαι findet sich meines Wissens zuerst in der griechischen Literatur in dem Evangelium oder der Spruchsammlung, die Clemens Romanus benutzt hat. Er zitirt c. 13: μάλιστα μεμνημένοι τῶν λόγων τοῦ κυρίου Ἰησοῦ, οὓς ἐλάλησεν διδάσκων ἐπιείκειαν καὶ μακροθυμίαν. οὕτως γὰρ εἶπεν· »Ἐλεᾶτε ἵνα ἐλεηθῆτε, ἀφίετε ἵνα ἀφεθῇ ὑμῖν. ὡς ποιεῖτε, οὕτω

[1] Clemens kommentiert in Pädag. III, 1, 2 mehrere Verse aus I. Kor. 13. In diesem Zusammenhang schreibt er: Τὸ δ' ἐπίπλαστον ἀλλότριον, ὅπερ ἐξηγεῖται σαφῶς »οὐ ζητεῖ« φήσας »τὸ μὴ ἑαυτῆς«· τὸ γὰρ ἴδιον ἡ ἀλήθεια τὸ οἰκεῖον καλεῖ, τὸ δ' ἀλλότριον ἡ φιλοκοσμία ζητεῖ, ἐκτὸς οὖσα ... τῆς ἀγάπης. So gewiß Klemens hier eine Handschrift mit der LA. τὸ μὴ ἑαυτῆς vor sich hatte (daß kein Gedächtnisfehler vorliegt, bezeugt B), so gewiß hat er aber Quis dives salv. 38 eine Handschrift eingesehen, die τὰ ἑαυτῆς las; denn er schreibt (p. 956, nicht 947, wie Tischendorf angibt): Σὺ δὲ μάθε »τὴν ⟨καθ'⟩ ὑπερβολὴν ὁδόν«, ἣν δείκνυσι Παῦλος ἐπὶ σωτηρίαν· »ἡ ἀγάπη τὰ ἑαυτῆς οὐ ζητεῖ«, ἀλλ' ἐπὶ τὸν ἀδελφὸν ἐκκέχυται.

[2] Μακροθυμεῖ ist in der alten afrikanischen Bibel (s. auch Tertull., de pat. 12) durch »magnanima est« übersetzt! Man hat hier zwei schöne Beispiele von der sklavischen Art der Vetus Latina.

[3] »Prunken« ist besser als das verwandte »Prahlen«; Clemens Alex. schreibt (Pädag. III, 1, 3): περπερεία ὁ καλλωπισμὸς περιττότητος καὶ ἀχρειότητος ἔχων ἔμφασιν. διὸ καὶ ἐπιφέρει [ὁ ἀπόστολος]· »οὐκ ἀσχημονεῖ«· ἄσχημον γὰρ τὸ ἀλλότριον καὶ μὴ κατὰ φύσιν σχῆμα. Also kommt unser »unmaskiert« der Bedeutung am nächsten, nicht aber ist »unanständiges Betragen« zu verstehen. Bei Tertullian ist οὐκ ἀσχημονεῖ merkwürdigerweise durch »non proterit« wiedergegeben, was zwar einen guten Sinn gibt, aber schwerlich richtig ist. — Zu οὐ παροξύνεται s. den umgekehrten Gedanken Hebr. 10, 24: εἰς παροξυσμὸν ἀγάπης.

ποιηθήσεται ὑμῖν ... ὡς χρηστεύεσθε, οὕτως χρηστευθήσεται ὑμῖν· ᾧ μέτρῳ μετρεῖτε, ἐν αὐτῷ μετρηθήσεται ὑμῖν«. Demgemäß schreibt er selbst im folgenden Kapitel: χρηστευσώμεθα ἑαυτοῖς κατὰ τὴν εὐσπλαγχνίαν καὶ γλυκύτητα τοῦ ποιήσαντος ὑμᾶς. Hat nicht Paulus das Verbum, welches, wo es sonst bei den Vätern vorkommt, auf ihn zurückgeht, aus jenem Evangelium, welches wohl eine Rezension von Q war, entlehnt? — Welche Bedeutung von στέγειν dem Apostel vorgeschwebt hat, ist schwer zu entscheiden. Nicht wohl kann die Bedeutung »ertragen« in Betracht kommen (gegen Weisz); denn im folgenden liest man: πάντα ὑπομένει. Wohl aber kann man übersetzen »zudecken, verbergen« oder »schützen« oder »schweigend an sich halten« (Hesychius sagt στέγειν· κρύπτειν, συνέχειν, βαστάζειν, ὑπομένειν). Das Wort findet sich im Neuen Testament nur noch I. Kor. 9, 12 und I. Thess. 3, 1. 5 (auch in der LXX ist es sehr selten). An der ersten Stelle bedeutet es — auch hier steht πάντα στέγομεν — ganz klar: »wir halten in allem an uns (damit wir nicht eine Hemmung bereiten dem Evangelium)«. An den beiden anderen Stellen wird es am besten mit »aushalten, ertragen« übersetzt. Die Übersetzung »die Liebe hält in allem an sich« (Heinrici) scheint mir aber an unsrer Stelle nicht kräftig und bedeutend genug neben den folgenden Verben, und auch das πάντα korrespondiert dann nicht mehr genau mit den drei folgenden πάντα. Die Grundbedeutung scheint mir am meisten am Platze zu sein: »die Liebe deckt alles zu«, vgl. I. Pet. 4, 8 (Jakob. 5, 20): ἀγάπη καλύπτει πλῆθος ἁμαρτιῶν[1].

Wenn Paulus Koloss. 3, 14 die Liebe »das Band der Vollkommenheit« nennt, so sind unsre Verse 4—7 und besonders der letzte wie eine Glosse dazu. Obwohl sie in der Einzelausführung gewiß nicht ohne Rücksicht auf die lieblosen Zustände in der korinthischen Gemeinde niedergeschrieben sind, so erheben sie sich doch über diese Beziehung hinaus zu einer Schilderung, die alles Partikulare abgestreift hat. Welch tiefe Erfahrung liegt zugrunde, wenn die Analyse der Liebe mit μακροθυμεῖ beginnt und mit ὑπομένει schließt, wenn das absolute πάντα am Schluß der Schilderung so wuchtig hervortritt, und wenn innerhalb derselben der Satz den Höhepunkt bildet, daß die Liebe sich an der Wahrheit freut[2]! Was die Disposition der

---

[1] Eben diese Worte bietet auch Clemens Romanus in seinem von unserem Kapitel abhängigen Hymnus vor πάντα ἀνέχεται, πάντα μακροθυμεῖ (c. 49), und man darf daher vielleicht schließen, daß er στέγει im Sinne vom »tegit« verstanden hat. Doch ist das unsicher.

[2] So sind die Worte: συγχαίρει δὲ τῇ ἀληθείᾳ zu verstehen. Σύν verstärkt nur und ist des Rhythmus wegen gesetzt. Die andere Erklärung (mit der Wahrheit) bringt etwas Fremdes hinein. Die Wahrheit ist hier wie sonst beim Apostel als etwas Ethisches gedacht, was der Idee des Gerechten und Guten sehr nahe kommt; vgl. c. 5, 8: μὴ κακίας

15 Aussagen betrifft, so ordnen sich die 9 ersten Verba ungezwungen zu drei Versen. Der erste beschreibt die Haupteigenschaften der Liebe, der zweite die Simplizität und Wahrhaftigkeit ihrer Erscheinung, der dritte die Selbstlosigkeit und unerschütterliche Güte ihres Wesens. Diese preisende Schilderung schließt mit dem lapidaren, zweigliedrigen Satz ab: »Nicht freut sie sich an dem Unrecht, sie freut sich aber an der Wahrheit.« Er leitet hinüber zu den 2 × 2 großen positiven Aussagen.

Der dritte Teil des Lobgesangs (v. 8—13) handelt, indem er zu der Vergleichung mit den Charismen zurückkehrt, von der Ewigkeit der Liebe[1]. Weil die Liebe etwas Vollkommenes, Absolutes ist (v. 7: viermal πάντα), so hört sie niemals auf[2], während die Charismen teils abgetan werden — so die Weissagungen und Erkenntnisse —, teils von selbst aufhören (die Glossolalien)[3]. Von diesem Punkte seiner Ausführung an steigt dem Apostel das Erkenntnisproblem auf und läßt ihn bis zum Schluß nicht los. Erst sind es noch Weissagung, Erkenntnis und Glossolalie (v. 8), dann Erkenntnis und Weissagung (v. 9), dann (v. 11 u. 12) nur noch Erkenntnis — ein deutlicher Beweis, daß es letztlich dieser allein gilt. Man fühlt es den Worten an, wie tief schmerzlich ihm die Einsicht ist, daß unser Wissen unvollkommen

---

καὶ πονηρίας, ἀλλ᾽ εἰλικρινείας καὶ ἀληθείας, Röm. 2, 8: ἀπειθοῦσι τῇ ἀληθείᾳ, πειθομένοις δὲ τῇ ἀδικίᾳ, auch schon II. Thess. 2, 12: μὴ πιστεύσαντες τῇ ἀληθείᾳ ἀλλὰ εὐδοκήσαντες τῇ ἀδικίᾳ. Diese Bedeutung von ἀληθεία war Juden und Heiden damals geläufig; zwei parallele Entwicklungen haben hier gewaltet. Den Satz des Clemens Romanus (35, 5): ἀκολουθήσωμεν τῇ ὁδῷ τῆς ἀληθείας ἀπορρίψαντες ἀφ᾽ ἑαυτῶν πᾶσαν ἀδικίαν καὶ πονηρίαν, könnten Hunderte von Juden und Griechen in jener Zeit geschrieben haben. Clemens Alex. schreibt (Quis dives 38): οὐκ ἐπιχαίρει τῇ ἀδικίᾳ, συγχαίρει δὲ τῇ ἀληθείᾳ. Zu Liebe und Wahrheit vgl. noch II. Thess. 2, 10 und Ephes. 4, 15.

[1] In v. 8 ist wohl das besser bezeugte und schwierigere ἐκπίπτει (nicht πίπτει) zu lesen [in ἐκπίπτει kündigen sich die folgenden Passiva an], ferner — wie προφητεῖαι (nur B bietet den Sing.) — so auch das ungewöhnliche γνώσεις (mit $AD^b F^{gr} G$ 17. 47. Tertull. [aber nicht Itala], Gregor Nyss.), weil es sachlich notwendig ist. In v. 11 halten sich die Zeugen in bezug auf die Stellung des dreimaligen ὡς νήπιος (vor oder hinter dem Verbum) die Wage. Daß γάρ vor ἄρτι in v. 12 in alten Handschriften verloren gegangen ist, erklärt sich leicht, ebenso die sehr alte Hinzufügung von ὡς vor δι᾽ ἐσόπτρου, die schon Clemens Alex., Tertull., Origenes bieten (auch ὡς ἐν αἰνίγματι findet sich). Man müßte ὡς festhalten, erklärte sich die Hinzufügung nicht ohne weiteres, während das Wegfallen fast unbegreiflich wäre. Clemens Alex. bietet ἐν αἰνίγματι niemals (außer Exc. ex. Theodoto 15), s. Pädag. I. 6, 36; Strom. I, 19, 94; V, 1, 7; V, 11, 74; aber es ist doch gesichert.

[2] Der Indikativ ἐκπίπτει ist hier mit Bedacht statt des Futurums gewählt.

[3] Feineres griechisches Sprachgefühl fehlte dem Apostel in hohem Maße, sonst hätte er nicht v. 8 καταργηθήσονται ... παύσονται ... καταργηθήσονται schreiben können (dazu die Wiederholung von καταργ. in v. 10 und 11). Sachlich war der Wechsel an der 2. und die Wiederholung an der 3. Stelle angezeigt, und das genügte ihm. Clemens Alex. (Quis dives 38) schreibt verbessernd: προφητεῖαι καταργοῦνται, γλῶσσαι παύονται, ἰάσεις ἐπὶ γῆς καταλείπονται.

und daher auch der Dauer nicht fähig ist. Es ist nicht die Stimmung des Sokrates in bezug auf das Nichtwissen, es ist vielmehr eine Faustische, aber ganz auf die Gotteserkenntnis gerichtete Stimmung, die ihn beherrscht; doch zur Folie hat sie das triumphierende: »Die Liebe hört niemals auf«, und dieser Kontrast gibt den Schlußworten des Apostels den unvergleichlichen Reiz und führt den Hymnus erst auf seine Höhe. Erkenntnisse[1] und Weissagungen hören auf, weil wir sie nur stückweise besitzen und weil es ein Gesetz ist, daß das Stückwerk sein Ende findet, wenn das Vollkommene eintritt. Für den auf das Ganze und das Absolute gerichteten Geist des Apostels verhält sich teilweise und vollkommene Erkenntnis nicht wie Teile und Ganzes. Das Bild, welches er für ihr Verhältnis braucht, zeigt vielmehr, daß er jene als etwas kindlich Unmaßgebliches beurteilt, was daher nicht ernst zu nehmen ist[2] und was nicht der ganzen, sondern einer ganz anderen Erkenntnis zu weichen hat[3]. So pessimistisch denkt der Apostel über das, was man von Gott und gottlosen Dingen wissen kann! Den Grund, warum dem so ist, bringt der 12. Vers: weil wir in dieser Zeitlichkeit (ἄρτι) nur »mittels eines Spiegels in einem Rätsel« schauen. Man würde den Apostel in das Moderne bzw. in das Hellenische transponieren, wenn man hier an die allgemeine Welterkenntnis und an eine Erkenntnistheorie denken wollte, welche die Dinge nur im Spiegelbild oder gar in der Schranke der spezifischen Sinneswahrnehmung zu erkennen eingesteht. Nicht auf die Dinge bezieht sich die schmerzliche Klage des Apostels, sondern

[1] Das »ἐκ μέρους γινώσκομεν« (v. 9) fordert γνώσεις in v. 8 zu lesen (s. o.). Von der γνῶσις hätte der Apostel nicht gesagt, daß sie aufhört (Näheres s. u.).

[2] Sehr fein sind die drei, eine Steigerung darstellenden Verba λαλεῖν, φρονεῖν und λογίζεσθαι gewählt. Auch unser φρονεῖν, ja sogar unser λογίζεσθαι in der Gegenwart ist, gemessen an dem, was kommen wird, kindlich und hat keine Ewigkeitsbedeutung. Zu weit in der Ausdeutung geht aber Godet, wenn er das λαλεῖν auf die Glossolalie, das φρονεῖν auf die Prophetie und das λογίζεσθαι auf die Erkenntnisse bezieht; denn in φρονεῖν kann man nur künstlich die Beziehung auf die Prophetie hineintragen. — Bemerkenswert ist endlich noch, daß der Apostel nicht sagt: »Als ich ein Mann geworden war, hörte das Kindliche auf«, sondern »habe ich das Kindliche abgetan«. Es war ihm schal und unwahr geworden! Das also ist die Stimmung des Apostels der Erkenntnis und den anderen Charismen gegenüber, die er in der Gegenwart besitzt — er möchte sie als ganz ungenügend abtun, wenn nur das Vollkommene schon erschienen wäre! Diese Stimmung ist bereits, wie Godet richtig erkannt hat, in c. 1, 7 ausgeprägt: ὥστε ὑμᾶς μὴ ὑστερεῖσθαι ἐν μηδενὶ χαρίσματι, ἀπεκδεχομένους τὴν ἀποκάλυψιν τοῦ κυρίου. Das war freilich in Wirklichkeit nicht die Stimmung der Korinther, aber Paulus stellt im Eingang mehrerer Briefe sich die Gemeinden vor, wie sie sein sollten!

[3] Schon daß der Apostel dem »ἐκ μέρους« nicht »τὸ πᾶν«, sondern »τὸ τέλειον« gegenüber gestellt hat, zeigt seine Meinung über das Verhältnis der Erkenntnis der Gegenwart zu der Erkenntnis der Zukunft, die freilich erst durch v. 11 ff. ganz deutlich wird.

allein auf Gott und seine Wege[1]; das wird durch die Worte: »dann aber von Angesicht zu Angesicht« ganz klar; sie müßten anders lauten, wenn es sich um die Welterkenntnis handelte. Nachdem man dies aber konstatiert hat, darf man doch hinzufügen, daß es hier eine Stimmungsidentität gibt, so verschieden auch die Art ihrer Auslösung sein mag, und ferner daß auch die hellenische Philosophie in jenem Zeitalter mehr und mehr Religionsphilosophie und Gottessehnsucht geworden ist, also daß sie nicht sowohl nach der Erkenntnis der Wirklichkeit der Dinge strebte, sondern, wie der Apostel, nach der Erkenntnis des Göttlichen »von Angesicht zu Angesicht«.

Was es für eine Erkenntnis ist, nach der der Apostel sich ausstreckt und die er der Erkenntnis δι' ἐσόπτρου[2] ἐν αἰνίγματι[3] entgegensetzt, hat er nicht nur durch »von Angesicht zu Angesicht« ausgedrückt, sondern noch deutlicher durch die Worte: »Dann aber werde ich erkennen, gleichwie auch ich erkannt bin«[4]. Welchen innern Anteil

---

[1] Doch ist βλέπομεν gewiß absichtlich objektlos gesetzt, und ein jeder empfindet den Grund dafür.

[2] Es ist ein alter Streit, ob diese Worte »mittels eines Spiegels« oder »durch ein [trübes] Glas« zu übersetzen sind; aber dieser Streit hätte nicht entstehen sollen. Von der sicheren Bedeutung ἔσοπτρον = »Spiegel« abzuweichen (mit Tertullian), ist unratsam, und zum Überfluß bemerkt Clemens Alex. zu unserer Stelle (Strom. I, 19. 94): δι' ἐσόπτρου = κατ' ἀνάκλασιν, also durch Refraktion, die das Bild undeutlich macht. Nur in uns selbst und in unseren Brüdern werden wir nach Clemens Gott (also nur indirekt) gewahr. Clemens zitiert in diesem Zusammenhang das apokryphe Wort: εἶδες τὸν ἀδελφόν σου, εἶδες τὸν θεόν σου. Auf uns selbst und die Brüder braucht man den Spiegel jedoch nicht zu beschränken. Gewiß denkt Paulus auch an Spiegelung Gottes in Natur und Geschichte. — Nichts zu tun hat das vom Apostel gebrauchte Bild vom Spiegel mit Sap. Salom. 7, 26 (ἀπαύγασμα γάρ ἐστιν [die Weisheit] φωτὸς ἀϊδίου καὶ ἔσοπτρον ἀκηλίδωτον τῆς τοῦ θεοῦ ἐνεργείας), und vollends nichts mit Ode Salom. 13 (»Sieh, unser Spiegel ist der Herr; öffnet die Augen und beschauet sie in ihm«) und dem angeblichen Herrnwort in einem angeblichen Johannesbrief (de mont. Sina et Sion 13: »nam et nos qui illi credimus Christum in nobis tamquam in speculo videmus, ipso nos instruente et monente in epistula Johannis discipuli sui ad populum: ‚Ita me in vobis videte quomodo quis vestrum se videt in aquam aut in speculum'«). Ganz anders ist auch Jakob. 1, 24. Dagegen läßt sich Theophil. ad Autol. I, 2 heranziehen, wenn die Vergleichung auch andersartig ist: Ἐπὰν ᾖ ἰὸς ἐν τῷ ἐσόπτρῳ, οὐ δύναται ὁρᾶσθαι τὸ πρόσωπον τοῦ ἀνδρώπου ἐν τῷ ἐσόπτρῳ. οὕτως καὶ ὅταν ᾖ ἁμαρτία ἐν τῷ ἀνθρώπῳ, οὐ δύναται ὁ τοιοῦτος ἄνθρωπος θεωρεῖν τὸν θεόν.

[3] Das Objekt als solches kann nicht als Rätsel bezeichnet sein, noch weniger kann ἐν αἰνίγματι irgendwie örtlich verstanden werden, sondern es gibt ebenso wie δι' ἐσόπτρου den Modus des Schauens an: wir schauen, wie ein Glossator sagt, ἐν ζητήμασι καὶ εἰκόσι καὶ ὁμοιώμασι, die wohl andeuten, aber keine sichere Deutung zulassen. Die alte afrikanische Latina (s. auch Tertull.) hat »in aenigmate« beibehalten. Irenäus (IV, 9, 2) schreibt: »per speculum et per aenigmata«. Tertullian erklärt (adv. Prax. 14) »in aenigmate« = »in imagine«. Der Ausdruck des Apostels ist durch Num. 12, 8 bestimmt: στόμα κατὰ στόμα λαλήσω αὐτῷ, ἐν εἴδει καὶ οὐ δι' αἰνιγμάτων. Näheres s. u.

[4] Die Erklärung Godets, das βλέπειν δι' ἐσόπτρου bezöge sich auf die Prophetie und erst v. 12b auf die Erkenntnis, ist unhaltbar; denn offenbar sagt v. 12b dasselbe

er an diesem Satze nimmt, zeigt bereits der Übergang aus der 1. Pers. Plur. zur 1. Pers. Sing., mag man das Ich auch ein »typisches« nennen. Schon in v. 11 hatte er (nach v. 9: wir) in der 1. Pers. Sing. gesprochen; er war aber in v. 12a wieder zum Plural zurückgekehrt. Jetzt (12b) spricht er aufs neue im Singular — die Rede wird zur Konfession und zum Ausdruck der persönlichsten und sichersten Hoffnung, die ihn beherrscht! Für diese ist ihm γνώσομαι nicht stark genug. Unsre Sprache vermag leider den Gegensatz: ἄρτι γινώσκω .... τότε δὲ ἐπιγνώσομαι nicht gut wiederzugeben[1]. Dem ἐκ μέρους aber tritt nicht nur (wie in v. 10) das über πᾶν hinausführende τέλειον entgegen, sondern der Apostel greift hier noch höher: »Ich werde erkennen, gleichwie auch ich erkannt bin«, d. h. wie Gott mich kennt[2], so werde ich ihn (und seine Wege) erkennen. Das also ist es, wonach das Mark seiner Seele seufzt, was er aber zugleich als die sicherste Hoffnung festhält. Kühner kann keine Hoffnung aufsteigen! Die Erkenntnis von Angesicht zu Angesicht ist die Erkenntnis, die wie Gott erkennt! Wie sehr Paulus in dem Probleme lebt, das in dem Verhältnis unserer Erkenntnis Gottes zu der Erkenntnis Gottes von uns gegeben ist, zeigen mehrere Stellen seiner Briefe[3]. Doch ist an unserer Stelle keine Beziehung auf die Liebe gegeben; Erkenntnis und Liebe erscheinen vielmehr als etwas ganz Auseinanderliegendes, wie ja auch in der Beschreibung der Liebe v. 4—7 nichts genannt worden ist, was auf die Erkenntnis Bezug hat. Anders steht es bei Johannes (s. darüber unten).

Τότε πρόσωπον πρὸς πρόσωπον ... τότε ἐπιγνώσομαι — wann dieses τότε eintreten wird, war in v. 10 unmißverständlich deutlich gesagt (ὅταν ἔλθῃ τὸ τέλειον): wenn die Parusie des Herrn mit dieser Erde auch allem Unvollkommenen ein Ende machen wird, nicht früher.

---

ohne Bild, was in v. 12a bildlich ausgedrückt ist. Wäre es anders gemeint, so müßte das deutlich hervortreten. Godets Erklärung ist übrigens nur eine weitere Folgerung seiner falschen Ausdeutung von v. 11 (s. o.). Auch dieser Vers hat es nur mit der Erkenntnis zu tun. Im besten Fall kann die Prophetie miteingeschlossen gedacht werden.

[1] Vgl. zu γινώσκειν und ἐπιγινώσκειν Moulton, a. a. O. S. 113.

[2] Man hat den Aorist ἐπεγνώσθην auffallend gefunden und sich durch ihn zu der Annahme verführen lassen, Paulus wolle sagen: »wie ich einst erkannt wurde, nämlich in dem Momente meiner Bekehrung«. Allein es ist nicht abzusehen, warum der Apostel an dieses spezielle, wenn auch grundlegende Ereignis hier gedacht haben soll. Der Aorist ist vielmehr zeitlos-deskriptiv (s. Moulton S. 134. 135f.).

[3] Siehe Galat. 4, 8: νῦν δὲ γνόντες θεόν, μᾶλλον δὲ γνωσθέντες ὑπ᾽ αὐτοῦ. I. Kor. 8, 2f.: εἴ τις δοκεῖ ἐγνωκέναι τι, οὔπω ἔγνω καθὼς δεῖ γνῶναι [zu diesen Worten bilden unsre Verse eine Glosse]· εἰ δέ τις ἀγαπᾷ τὸν θεόν, οὗτος ἔγνωσται ὑπ᾽ αὐτοῦ [dieser Gedanke ist unsrer Stelle fremd]. Merkwürdig ist die Parallele, die Heinrici aus Philo, Cherub. zu der ersten Hälfte des Gedankens des Apostels beigebracht hat: ὅτε ζῶμεν .... γνωριζόμεθα μᾶλλον ἢ γνωρίζομεν (I, S. 197 ed. Cohn).

Hiernach findet das νυνὶ δὲ μένει ἀγάπη seine Erklärung. Der Sinn ist: in dieser unsrer Zeitlichkeit, in der wir nur stückweise und unsichere Erkenntnisse haben, die einst abgetan werden, besitzen wir doch etwas Unveränderliches, also auch schlechthin Wertvolles, nämlich die Liebe.

Nur weil dies dem Apostel vorschwebte, konnte er Glaube und Hoffnung hier der Liebe beigesellen. Aber auch so kommen sie unerwartet; denn sie sind durch nichts vorbereitet[1]. Daß sie erwähnt werden, kann daher nur darin seinen Grund haben, daß der Apostel den Gedanken: »Von allem, was wir jetzt besitzen, ist die Liebe das Wertvollste«, zum Ausdruck bringen wollte. Das Schwergewicht ruht also auf v. 13b: »Die Liebe ist die größeste unter ihnen.«

Hier erhebt sich aber noch eine Schwierigkeit. Wie kann der Apostel sagen, daß in dieser Epoche nur Glaube, Liebe, Hoffnung bleiben — die Charismen bleiben doch auch? Es liegt hier in der Tat ein Widerspruch vor, der logisch nicht ganz gehoben werden kann, aber psychologisch wohl verständlich ist. Ein Besitz, wie der der Charismen, der, wie der Apostel soeben schmerzlich bekannt hat, nur eine teilweise, kindliche Erkenntnis ermöglicht, ist im Grunde kein wirklicher Besitz[2]. Ihm gegenüber bleibt aber etwas, was nichts Teilweises und Kindliches ist, woran man sich also halten kann, nämlich Glaube, Hoffnung und Liebe. Damit ist nicht gesagt, daß auch von den beiden ersten gilt: οὐδέποτε ἐκπίπτουσιν, wie von der Liebe — denn ἐλπὶς βλεπομένη οὐκ ἔστιν ἐλπίς (Röm. 8, 24), und dasselbe gilt vom Glauben —, wohl aber daß es mit ihnen eine andere Bewandtnis hat als mit den Charismen; denn der Übergang von Glaube und Hoffnung zum Vollkommenen ist Erfüllung, der Übergang von der Charismen-Erkenntnis zur vollkommenen Erkenntnis aber ist ein Bruch; denn jene wird abgetan, und die neue tritt an ihre Stelle! In diesem Sinne hat der Apostel, seine Gedanken zusammendrängend und ein Mittelglied in der Rede auslassend, vom »Bleiben« des Glaubens, der Hoffnung und der Liebe gesprochen, um dann den Schluß zu finden, auf den es ihm ankam, daß die Liebe auch unter ihnen die größte sei. Sie ist die größte — auch das muß suppliert werden —, weil sie das Vollkommene und Bleibende nicht nur durch Antizipation ist,

[1] An dieser Stelle läßt sich also der Lobgesang vom Standpunkt der Forderung strenger Geschlossenheit bekritteln. In solchen Fällen pflegen exegetische Logiker den Vers einfach zu streichen oder nehmen an, daß etwas ausgefallen sei. Hier sind solche Vorschläge meines Wissens noch nicht gemacht worden.

[2] Sehr fein paraphrasiert Irenäus (IV, 12, 2): »Omnibus ceteris evacuatis manere fidem etc.«, vgl. II, 28, 3: »Reliquis partibus destructis haec tunc perseverare, quae sunt fides, spes et caritas«.

wie Glaube und Hoffnung, sondern unverändert in die Ewigkeit übergeht: »Die Liebe hört niemals auf«[1].

Noch ist schließlich zu beachten, daß der Apostel die drei Begriffe Glaube, Hoffnung und Liebe durch ein nachdrückliches »τὰ τρία ταῦτα« zusammengefaßt hat. Die Annahme, er stelle sie der Trias Glossolalie, Prophetie, Erkenntnis gegenüber, ist kleinlich, zumal da er es mit den beiden ersten gar nicht mehr zu tun hat. Wohl aber will die Zusammenfassung den ausschließlichen Wert dieser drei Tugenden zum Ausdruck bringen: nichts kann sich ihnen in dieser Zeitlichkeit an die Seite stellen. Daß der Christenstand durch sie umschrieben sei, hat der Apostel auch sonst gesagt (s. Thess. 1, 3; 5, 8: Kol. 1, 4f.). Wer hat diese große Devise der christlichen Religion aufgebracht? Paulus selbst? Wir wissen es nicht. Johannes und Ignatius haben sie nicht wiederholt — Glaube und Liebe verknüpfen sie, aber die Hoffnung spielt bei ihnen keine Rolle[2] —, aber Polykarp (ep. 3) und »Barnabas« (c. 1) haben sie wiedergegeben, und vom Ende des 2. Jahrhunderts an ist sie durch die Lektüre der Paulusbriefe zu einer kirchlichen Formel geworden, bis dann Ambrosius die drei christlichen Tugenden mit den vier antiken in seiner Ethik kombiniert und damit an diesem Hauptpunkte den katholischen Synkretismus geschaffen hat[3].

Den religiösen und sittlichen Gehalt dieses Lobgesangs ausschöpfen zu wollen, soll man sich nicht anmaßen; er will empfunden sein. Dem Reiz der Form und der stilistischen Mittel nachzugehen und ihr Geheimnis aufzudecken, kann man versuchen[4]. Wichtiger und lehrreicher

[1] Vgl. Clemens Alex., Quis dives 38: »Μένει δὲ τὰ τρία ταῦτα, πίστις, ἐλπίς, ἀγάπη· μείζων δὲ ἐν τούτοις ἡ ἀγάπη«, καὶ δικαίως· πίστις μὲν γὰρ ἀπέρχεται, ὅταν αὐτοψίᾳ πεισθῶμεν, ἰδόντες θεόν, καὶ ἐλπὶς ἀφανίζεται τῶν ἐλπισθέντων ἀποδοθέντων, ἀγάπη δὲ εἰς πλήρωμα συνέρχεται καὶ μᾶλλον αὔξεται τῶν τελείων παραδοθέντων.

[2] Clemens Rom. (c. 58) stellt Glaube und Hoffnung formelhaft zusammen.

[3] »Nun aber bleibt Glaube, Hoffnung, Liebe« — klingt, wie wenn der Apostel einen bekannten Spruch aufnehme; dann würde sich besser erklären, warum der Zusammenhang an unserer Stelle nicht einwurfsfrei ist (s. o.). Allein notwendig ist die Annahme nicht. RESCHS (Agrapha² in den Texten u. Unters. Bd. 30 S. 153ff.) Versuch, den Spruch als ein Herrenwort zu erweisen, ist nicht geglückt. J. WEISZ (S. 320) glaubt aus der Sicherheit, mit der Paulus den Satz hingestellt hat, auf ein autoritatives Wort schließen zu müssen.

[4] Unter allem, was Paulus geschrieben hat, ist dieser Hymnus das Stück, welches durch seine Form am höchsten steht (s. JOH. WEISZ S. 311f.). Er bietet die erhabensten und stärksten ästhetischen Reize, und es lohnt sich, über die Mittel nachzudenken, durch welche Paulus solche Wirkungen erzielt hat. Poesie im strengen Sinn ist der Hymnus freilich nicht, sondern »Rede« (daher ist auch die Bezeichnung Hymnus nicht ganz korrekt). Er ist, wie Röm. 8, frei hervorgesprudelt, was jedoch die Anwendung einiger einfacher Kunstmittel nicht ausschließt. Rhythmus und poetische Gestalt flossen aus der Begeisterung — zum deutlichen Erweis, daß tiefste Anschauung und Empfindung

aber ist es, über die religionsgeschichtliche Stellung dieses erhabenen Gedichts Klarheit zu gewinnen. Es ist kein Psalm wie die ATlichen oder wie die jüngst entdeckten Oden Salomos; von dort hat Paulus kein Vorbild entnommen. Der Hymnus steht vielmehr ganz auf sich

---

in der Aussprache mit innerer Notwendigkeit dichterisch werden. Letztlich ist es der Inhalt, der in der gewaltigen Aussprache wie vollendete Poesie wirkt.

Zunächst ist schon die Anlage unübertrefflich. Der Hymnus zerfällt in drei Teile und einen Schlußvers: die Unentbehrlichkeit der Liebe (v. 1—3), das Wesen und Wirken der Liebe (v. 4—7), die Ewigkeit der Liebe (v. 8—12). Jeder Teil hat seine besondere Anlage; aber in allen werden die höchsten Wirkungen durch die ausgezeichnete Auswahl der Worte, durch die kraftvolle Einfachheit des Satzbaus und die kombinierten Mittel der Antithese und der Wiederholung erzielt. Dabei ist vom Gebrauch charakterisierender und schildernder Adjektiva, den ersten Vers ausgenommen, vollständig abgesehen. Alles ist aur das Verbum gestellt (im Deutschen läßt sich das leider nicht überall wiedergeben), und so erhält der Lobgesang die lebhafteste innere Bewegung neben einer lapidaren Monumentalität. Dieses paradoxe Ineinander verleiht dem Stück seinen geheimnisvollen ästhetischen Reiz. Welcher Dichter ist dem Apostel hierin gleichgekommen? Auch die Wortstellung unterstützt die Wirkungen in ausgezeichneter Weise; sie könnte in keinem Verse besser sein.

Die drei Teile sind ganz verschieden behandelt. Der erste, einleitende, hebt aufs feierlichste an, und seine drei Unterteile sind streng parallel und gleichmäßig ausgebildet, so jedoch, daß sie inhaltlich eine Steigerung darstellen: (1.) Zungenreden (Ekstase); (2.) alle Weissagung, alles Wissen und die höchste Glaubenskraft; (3.) aufopferndes Handeln. Der dreimal wiederholte Satz: »ἀγάπην δὲ μὴ ἔχω« tritt jedesmal als antithetischer Untersatz hinzu, und nun wird das Ergebnis gezogen. Das erstemal mit einer ironischen Schärfe, die durch Mark und Bein geht: »Zungen der Menschen und Engel — ein dröhnendes Erz und eine gellende Schelle!« Welch ein Kontrast! Statt himmlischer Stimmen die tobenden Laute eines hohlen Instruments! Die beiden anderen Male aber wird, nach breiter Entfaltung im Vordersatz, im Nachsatz die höchste Wirkung durch die Kürze erzielt: »οὐθέν εἰμι — οὐδὲν ὠφελοῦμαι«. Wie Keulenschläge schlagen diese Worte allen Besitz und alle Ruhmestitel nieder, die ohne die Liebe etwas gelten wollen. Dabei verstärkt das »Ich«, welches diesen ganzen Teil beherrscht, die Glaubhaftigkeit der Aussagen, so daß kein Widerspruch möglich ist. Wer so spricht, der hat's erfahren!

Der zweite Teil setzt zunächst wieder feierlich ein: dreimal wird »ἡ ἀγάπη« im ersten Satze wiederholt, indem die drei Grundeigenschaften der Liebe — Langmut, Güte, Neidlosigkeit — aufgeführt werden. Aber dann hält's den Dichter nicht länger; wes das Herz voll ist, dem geht der Mund über! Aus der Fülle seiner Anschauung von der Liebe strömen ihm in innerster Erregung die Worte, um der Liebe Wesen und Art auszudrücken — zuerst in lauter Negationen, aber schon sie wirken wie große Positionen, und sie schließen mit dem erhabenen Gedanken, daß die Liebe mit dem Höchsten zusammensteht, was es gibt, mit der Wahrheit. Aber auch damit hat sich der Dichter noch nicht genug getan. Ein viermal wiederholtes »πάντα« tritt dem achtfachen »οὐκ« gegenüber und bringt in einer mächtigen Folge die Absolutheit der Liebe auf den vollendetsten Ausdruck. Die Rede wird immer hinreißender, die Gedanken scheinen sich zu überstürzen; aber es scheint nur so — jedes Wort steht sicher an seinem Platze. Die Ekstase ist eine Ekstase ἐν νοΐ!

Der Dichter ändert den Ton, indem er sich anschickt, das Letzte zu sagen. In drei lapidaren Worten stellt er den Hauptgedanken thematisch an den Anfang: »ἡ ἀγάπη οὐδέποτε ἐκπίπτει«. Alsbald gerät er aber wieder in innere Bewegung, die sich auch (s. o.) in dem doppelten Wechsel des Plural und Singular spiegelt (v. 9 und 12a Plur., v. 11 und 12b Sing.). Gewiß ist das »Ich« nicht ein individuelles, sondern ein typisches;

selbst, da sich auch in der profanen Literatur meines Wissens nichts Ähnliches findet. Hat er aber überhaupt eine religionsgeschichtliche Bedeutung? Die Modernen werden eine solche in den »Zungen der Engel« und in der »gellenden Schelle« finden wollen; sie seien ihren Nachforschungen gerne überlassen. Das wahrhaft Wichtige ist, was der Apostel über Liebe und Erkenntnis sagt und wie sich das zum Hellenischen, wie zu Plato, verhält[1].

1. Man muß mit der sichersten Tatsache beginnen — Liebe und Erkenntnis haben in diesem Hymnus nichts miteinander zu tun. Weder führt die Liebe zur Erkenntnis noch die Erkenntnis zur Liebe[2]. Das ergibt sich ohne weiteres auch daraus, daß die Liebe hier »caritas« ist und nichts anderes. Nicht nur für die ersten beiden Teile des Hymnus ist das offenbar, sondern auch für den letzten. Eben deshalb stellt Paulus in dem abschließenden Verse auch die Liebe nicht mit der Erkenntnis, von der er doch noch eben gesprochen, zusammen, sondern mit Glaube und Hoffnung, also mit religiös-sittlichen Tugenden, und eben deshalb fehlt bei der Beschreibung der Liebe im zweiten Teil jede Erwähnung des Erkennens.

2. Die gegenwärtige Erkenntnis und die zukünftige Erkenntnis empfindet der Apostel lediglich als Kontraste. Zwar scheint es anders zu sein, wenn er jene als stückweise Erkenntnis bezeichnet; aber dem Stückweisen steht nach ihm nicht das Ganze gegenüber, sondern das Vollkommene, welches etwas ganz anderes ist als die Summe von

---

aber doch hat der Wechsel eine große Wirkung. In drei asyndetisch sich folgenden Sätzen stellt der Apostel die Vergänglichkeit der Weissagungen, Zungen und Kenntnisse zur Dauer der Liebe in Kontrast: mit der Liebe ist's nicht wie mit den Charismen! Das »καταργηθήσονται« beherrscht diesen Vers und setzt sich noch im 10. und 11. Verse fort. Im 9. aber wird »ἐκ μέρους« zum Stichwort und greift in den 10. und 12. Vers über. Der 11. Vers ist durch das fünfmal wiederholte Wort »νήπιος« bestimmt, der 12. endlich durch den sehr wirkungsvoll wiederholten Gegensatz von »ἄρτι« und »τότε« sowie durch die Antithesen: »δι' ἐσόπτρου — πρόσωπον πρὸς πρόσωπον« und »γινώσκω ἐκ μέρους — ἐπιγνώσομαι καθὼς καὶ ἐπιγνώσθην« [man beachte, wie wirksam die drei Zeiten verwendet sind, welche die vorhergehenden Antithesen: »τὸ ἐκ μέρους — τὸ τέλειον« und »νήπιος — ἀνήρ« krönen].

Der Schlußvers bringt durch eine geniale Diversion noch einen neuen Höhepunkt. Indem das »μένει« das »οὐδέποτε ἐκπίπτει« positiv wieder aufnimmt, tritt an die Stelle des Wissens, das sich neben der Liebe nicht zu behaupten vermag, hier auf Erden Glaube und Hoffnung. Sie vermögen sich zu behaupten, aber größer als sie ist die Liebe. Wirksamer konnte der Apostel nicht schließen.

[1] »Agape« und »Eros« haben ursprünglich nichts miteinander gemein; aber schon im 1. Jahrhundert wächst »Agape« weit über den Begriff »caritas« hinaus und erhält wesentliche Merkmale des »Eros«. Im 2. Jahrhundert ist das Problem »Agape« und »Gnosis« geläufig.

[2] In c. 8, 1 konfrontiert Paulus beide (die Liebe und die Erkenntnis in der Gegenwart) und kommt zu dem herben Ergebnisse, daß, während die Liebe erbaut, die Erkenntnis aufbläht. Über eine andere Beziehung zwischen beiden, die gleich darauf angenommen wird, s. unten.

Teilen. Die gegenwärtige Erkenntnis ist nach ihm eine kindliche, die nicht durch Ergänzung verbessert wird, sondern die abgetan werden muß; denn sie sieht nur Reflexbilder, deren Verständnis und Deutung rätselhaft bleibt. Also: keine Brücke führt vom Stückwerk zum Ganzen; der Apostel verspürt auch keinen Drang, dieses stückweise Wissen zu vermehren. Weil er es als einen wertlosen Besitz beurteilt, möchte er es vielmehr abstreifen, wie er einst als Mann das Kindische abgetan hat.

3. Wertvolle Erkenntnis, nämlich die Erkenntnis von Angesicht zu Angesicht, die volle Erkenntnis — wie Gott erkennt —, ist erst zu erwarten, wenn das Vollkommene gekommen ist, d. h. wenn (durch die zweite Erscheinung des Christus) diese Zeitlichkeit ihr plötzliches Ende gefunden hat.

Mit diesen Gedanken hat Plato, hat die idealistische Religionsphilosophie der Griechen, von späteren Entwicklungsstufen des Neuplatonismus abgesehen, schlechterdings nichts zu tun; sie sind ihnen entgegengesetzt. Es bedarf keines weiteren Wortes, um das zu erweisen. Paulus erscheint hier nicht als der Schüler, sondern als der Gegenpol zu Plato und den Griechen. Sie fassen Erkenntnis und Liebe zusammen (amor intellectualis), Paulus trennt sie; sie kennen zwar eine stufenweis aufsteigende Erkenntnis, aber alles Wissen ist qualitativ identisch, Paulus leugnet das; nach ihnen ist die gegenwärtige Erkenntnis trotz ihrer Unvollkommenheit das Beste in der Welt, Paulus ist weit von diesem Glauben entfernt; sie wissen endlich nichts von einem zukünftigen Ereignis, durch welches das Vollkommene mit einem Schlage da sein wird, sondern von einem allmählichen Übergang des Geistes aus den Banden des Sinnlichen zu höherem Sein. Kein Zweifel — Paulus ist Jude und will von dem Wissen der Hellenen nichts wissen.

Aber damit ist doch noch nicht alles gesagt, vielmehr fehlt noch eine Hauptsache, und sie führt Paulus und Plato doch zusammen. Das abschätzige Urteil über die Erkenntnis gilt nur von der gegenwärtigen, stückweisen Erkenntnis. Sobald der Apostel an die vollkommene Erkenntnis denkt, urteilt er ganz anders. In zitternder Bewegung und in heißem Drang schaut er auf sie aus: das Beste in der Welt, das Beste in dieser Zeitlichkeit ist die Liebe; aber das absolut Beste, das, wonach seine Seele sich sehnt, ist die vollkommene Erkenntnis, die Erkenntnis von Angesicht zu Angesicht, die Erkenntnis, in der »ich erkenne, wie ich erkannt bin«. Mit der Liebe hat diese Erkenntnis, wie bemerkt, nichts zu tun; aber es ist doch nicht gleichgültig, daß er auf sie geführt wird, indem er über die Liebe nachdenkt, und an einer andern Stelle desselben Briefs (8, 3) geht er noch einen Schritt weiter: »Wenn jemand Gott liebt, der ist von ihm erkannt.« Auch

hier sagt er freilich nicht, »der erkennt Gott«, aber es ist doch der erste vorbereitende Schritt zu dieser Kombination! Die Erkenntnis von Angesicht zu Angesicht ist das höchste Ziel — hören wir hier nicht Plato? Ferner, wenn die Erkenntnis auf ihrem Höhepunkt zu ihrem Objekt lediglich das Letzte, die Gottheit, hat, ist das nicht auch Plato? Endlich, wenn der Apostel in diesem Zusammenhang die gegenwärtige Erkenntnis als eine Erkenntnis im Spiegel bezeichnet, ist das nicht eine Bestätigung für den platonischen Ursprung des leitenden Gedankens?

Doch Vorsicht ist geboten! Der Apologet Theophilus sagt einmal, Schulweisheit wiedergebend, das Wort »θεός« käme sowohl von »τεθεικέναι« als auch von »θέειν«. Wir lächeln über diese doppelte Etymologie; aber in der Religionsgeschichte des hellenistischen Zeitalters handelt es sich häufig um doppelte Ursprünge, ja, man darf sagen, nur diejenigen Begriffe und Institutionen haben durchgeschlagen und sind schließlich zum Siege gelangt (nämlich im katholischen Christentum, welches der Abschluß der universalen Entwicklung ist), die eine doppelte Wurzel besessen haben; die übrigen sind sämtlich zu Boden gefallen. Das katholische Christentum ist eine Bildung aus zwei konvergierenden und zuletzt verschmolzenen Linien, von denen die eine, von den Propheten ausgehend, über die jüngeren Psalmen in der spätjüdischen Entwicklung (einschließlich der urchristlichen) verläuft, die andere in der Entwicklung der griechischen Religionsphilosophie (einschließlich des Mysterienwesens). Die beiden Reihen sind aber nicht nur konvergent und laufen schließlich im 3. und 4. Jahrhundert zusammen, sondern es sind außerdem schon während ihres Verlaufs von beiden Hauptlinien Seitenlinien ausgegangen, die sich miteinander verflochten haben.

Wenden wir diese Einsicht auf das uns vorliegende Problem an, so kann kein Zweifel sein, daß die Höchstschätzung der vollkommenen Erkenntnis sich auch auf der jüdischen Linie ausgebildet hat und ebenso die Überzeugung, daß die höchste Erkenntnis und überhaupt das Höchste Gotteserkenntnis ist und nichts anderes[1]. Also wird sie auch Paulus nicht erst vom Platonismus her gewonnen haben. Nicht einmal die eigentümliche Klangfarbe, in der die Erkenntnissehnsucht bei ihm sich ausspricht, braucht hellenisch zu sein. Sein πρόσωπον πρὸς πρόσωπον, οὐκ ἐν αἰνίγματι hat (s. oben) an dem Spruch Num. 12, 8 die vollgenügende Unterlage. Und von hier aus kann sogar das δι᾽ ἐσόπτρου, welches auf den ersten Blick ganz platonisch anmutet, genügend erklärt werden. Man vergleiche

[1] Siehe Matth. 11, 27.

Num. 12, 8	I. Kor. 13, 12
στόμα κατὰ στόμα λαλήσω αὐτῷ, ἐν εἴδει καὶ οὐ δι' αἰνιγμάτων[1]	βλέπομεν ἄρτι δι' ἐσόπτρου ἐν αἰνίγματι, τότε δὲ πρόσωπον πρὸς πρόσωπον

Die verschiedenen Ausdrücke στόμα κατὰ στόμα und πρόσωπον πρὸς πρόσωπον erklären sich daraus, daß Paulus den hebräischen Grundtext las (פֶּה אֶל־פֶּה) und mit βλέπομεν den Satz begonnen hatte. Das hebräische חִידֹת haben die Lxx und er übereinstimmend und richtig durch αἴνιγμα wiedergegeben. Also entspricht das paulinische δι' ἐσόπτρου dem ἐν εἴδει. Im Grundtext steht מַרְאֶה; mit einem Schlage macht dies Wort sowohl das βλέπομεν als auch das δι' ἐσόπτρου des Paulus klar; denn מראה heißt sowohl das »Sehen«, das »Gesehene« (daher das »Angesicht«, die »Gestalt«) als auch die »Erscheinung« im Unterschied vom Wesen und endlich der »Spiegel« (Exod. 38, 8). Paulus behielt also das Wort bei, welches er in dem Bibelverse las, der ihm hier vorschwebte. Damit ist die Herkunft des Bildes vollkommen erklärt — Paulus sehnt sich, Gott so zu sehen, wie es einst dem Moses verheißen worden ist —, und jeder Rekurs auf Griechisches erübrigt sich[2]. Deshalb braucht nicht verneint zu werden, daß auch ein griechischer Philosoph den Ausdruck hätte wählen können[3]; Plato hätte ihn gewiß als ein erhabenes Zeugnis seiner eigenen Philosophie anerkannt. Zwei weltgeschichtliche Linien konvergieren hier!

Aber hätte Plato auch das ἐπιγνώσομαι καθὼς καὶ ἐπεγνώσθην verstanden? Verstanden hätte er es wohl, aber anders als der Apostel. Für Paulus ist es nicht nur der Ausdruck vollkommenster Erkenntnis, sondern zugleich auch das Bekenntnis, in dem allwissenden Gott geborgen zu sein. Dieses ἐπεγνώσθην empfängt seinen Sinn aus c. 8, 3: εἴ τις ἀγαπᾷ τὸν θεόν, οὗτος ἔγνωσται ὑπ' αὐτοῦ. Weit besser aber hätte

[1] Vorhergeht: καὶ εἶπεν [ὁ θεὸς] πρὸς Ἀαρὼν καὶ Μαριάμ· Ἀκούσατε τῶν λόγων μου· ἐὰν γένηται προφήτης ὑμῶν κυρίῳ, ἐν ὁράματι αὐτῷ γνωσθήσομαι καὶ ἐν ὕπνῳ λαλήσω αὐτῷ· οὐχ οὕτως ὁ θεράπων μου Μωυσῆς· ἐν ὅλῳ τῷ οἴκῳ μου πιστός ἐστιν· στόμα κατὰ στόμα κτλ.

[2] Der hebräische Text von Num. 12, 8 ist allerdings nicht in Ordnung. Wenn es 12, 6 heißt, daß Propheten Gott (nur) בַּמַּרְאָה sehen werden, Moses aber von Mund zu Mund וּמַרְאֶה, so kann ומראה nicht richtig sein, da das Wort nicht in zwei aufeinanderfolgenden Sätzen verschieden gebraucht sein kann (auf die Differenz der Punktation ist doch wohl kein Gewicht zu legen). Daher hilft auch die Lesart בְּמַרְאֶה nicht, die nur die im ו liegende Schwierigkeit wegräumt. Wahrscheinlich ist mit Paterson לא במראה zu lesen; las Paulus so, so ist seine Abhängigkeit vollends klar. Wie man aber auch den Text heilen mag, offenbar ist, daß das δι' ἐσόπτρου des Paulus durch מראה veranlaßt ist, ebenso wie ἐν αἰνίγματι durch בחידת; Parallelen aus Philo usw. sind also überflüssig.

[3] Auch darf man fragen, ob Paulus imstande gewesen wäre, den alten Spruch durch eine äußerlich sehr geringe Änderung auf einen so viel erhabneren Ausdruck zu bringen, wenn er nicht griechische Luft geatmet hätte.

Plato den Satz verstanden, daß die Liebe sich nicht der Ungerechtigkeit freut, sondern der Wahrheit. »Wahrheit« ist bei Paulus »die Bezeichnung der neuen religiösen oder metaphysischen Weltanschauung des Evangeliums, aber auch das zugleich religiöse und ethische Prinzip, dem es sich zu beugen, zu gehorchen gilt, so daß die Ungerechtigkeit mit der Wahrheit unvereinbar ist« (J. Weisz). Eben dies ist aber auch die Überzeugung Platos.

Hier liegt bei aller Größe der Verschiedenheit der tiefste Einheitspunkt. Nicht im Wort vom »Spiegel« ist er zu suchen, sondern in der Gemeinsamkeit jenes Gedankens und in der Tatsache, daß der Apostel, indem er über die Liebe nachdenkt und sie als etwas Unvergängliches erkennt, zur Frage der Erkenntnis überhaupt geführt wird. Liebe und vollkommene Erkenntnis haben bei ihm nichts miteinander zu tun, aber sie haben für den Apostel doch etwas Gemeinsames — das Ewige.

Die Richtung, die der Apostel hiermit und sodann in der Zusammenstellung von Glaube und Hoffnung mit der Liebe nimmt, beweist aber weiter, daß sein Begriff der Liebe von dem Stoischen spezifisch verschieden ist. Dieser ruht auf rationalen Erwägungen über die Gleichheit der Menschen und erscheint als die vernunftgemäße Funktion der vernünftigen Erkenntnis von des Menschen Ausstattung und Zweck. Auch dem Apostel sind solche Erwägungen nicht fremd[1], aber sein Begriff der Liebe ist nicht von hier entsprungen. Für Paulus ist Liebe auch als Nächstenliebe von der Gottesliebe untrennbar; von ihr, mit ihr empfängt sie, obgleich sie ganz caritas ist, Sein und Art; aber auch das Umgekehrte gilt: in und mit der Nächstenliebe ist die Gottesliebe, ist die Religion selbst gegeben. Das beweist der Schlußvers; Paulus hätte, durchweg in dem Hymnus von der Nächstenliebe redend, nicht am Schluß mit Glaube und Hoffnung kommen können, wenn ihm die Nächstenliebe nicht mit der Gottesliebe untrennbar verbunden, ja eine unlösbare Einheit gewesen wäre. Diese Anschauung, im Alten Testament vorbereitet, geht auf Jesus selbst zurück. Somit ist die stoische Menschenliebe und die Liebe, die Paulus meint, etwas sehr Verschiedenes; aber es ist auch hier wiederum so wie in bezug auf die Schätzung der vollkommenen Erkenntnis — es gab in jenem Zeitalter in bezug auf den Begriff der Liebe zwei konvergierende Linien, die humanitär-stoische und die theistisch-jüdische. Während ihrer Entwicklung fand bereits ein gewisser Austausch statt — auch im Hellenismus tritt ein starkes religiöses Element in das humanitäre ein; erinnert sei an Epiktet —; Paulus

[1] S. Röm. 1, 19ff.; 2, 14ff.; Act. 17, 22ff. Hier hat der Apostel von der Stoa gelernt.

aber bewegt sich in dem Hymnus ausschließlich auf der letztgenannten Linie; erst später sind sie zusammengeflossen!

Einen Fortschritt über Paulus in der Richtung auf Plato hat Johannes gemacht[1]; er hat Liebe und Erkenntnis auf christlichem Boden einander genähert. Aber bevor man dem nachgeht, ist es notwendig, zu konstatieren, daß Johannes in dem Hauptpunkt ein treuer Schüler Jesu und ein Gesinnungsgenosse des Paulus geblieben ist. Das ihnen Gemeinsame liegt in dem Grundbegriff der Liebe, wie ihn auch Johannes faßt. Auch nach ihm sind Gottes- und Nächstenliebe so verwandt oder vielmehr eine solche Einheit, daß sie vertauschbar sind. »Wir wissen, daß wir vom Tode zum Leben hinübergegangen sind, weil wir die Brüder lieben; wer (sie) nicht liebt, der bleibt im Tode« (I. Joh. 3, 14). »Wer da behauptet, im Lichte zu sein und seinen Bruder haßt, der ist noch in der Finsternis; wer seinen Bruder liebt, der bleibt im Lichte« (I., 2, 9). »Darin erkennen wir die Liebe, daß jener für uns sein Leben gegeben hat, so sollen wir für die Brüder das Leben hingeben« (I., 3, 16). »Wenn jemand sein Herz gegen seinen bedürftigen Bruder verschließt, wie bleibt die Liebe Gottes in ihm?« (I., 3, 17.) »Wenn wir uns untereinander lieben, bleibt Gott in uns, und seine Liebe ist vollkommen in uns« (I., 4, 12). »Wer seinen Bruder nicht liebt, den er sieht, der kann nicht Gott lieben, den er nicht sieht, und dies Gebot haben wir von ihm, daß, wer Gott liebt, auch seinen Bruder liebt« (I., 4, 20 f.). »Daran werden alle erkennen, daß ihr meine Jünger seid, wenn ihr Liebe untereinander habt« (Joh. 13, 35).

---

[1] Einen Hymnus auf die Liebe, angeregt durch I. Kor. 13, hat um das Jahr 95 Clemens Romanus (c. 49) gedichtet, aber er kann sich, zumal er an mehreren Stellen Plagiat ist, neben dem Lobgesang des Paulus nicht sehen lassen. Es fehlt ihm an Tiefe und ursprünglicher Empfindung; er erscheint als ein verworrenes Mosaik ohne höheren Wert. Merkwürdig, daß Clemens Alex. (Strom. IV, 18, 111 f.) beide Hymnen zusammen kommentiert und nichts davon verrät, daß der des Clemens Romanus eine Stümperei ist neben dem des Paulus. Der Hymnus lautet:

Ὁ ἔχων ἀγάπην ἐν Χριστῷ ποιησάτω τὰ τοῦ Χριστοῦ παραγγέλματα·

τὸν δεσμὸν τῆς ἀγάπης τοῦ θεοῦ τίς δύναται ἐξηγήσασθαι; τὸ μεγαλεῖον τῆς καλλονῆς αὐτοῦ τίς ἀρκετὸς ἐξειπεῖν; τὸ ὕψος εἰς ὃ ἀνάγει ἡ ἀγάπη ἀνεκδιήγητόν ἐστιν.

ἀγάπη κολλᾷ ἡμᾶς τῷ θεῷ, ἀγάπη καλύπτει πλῆθος ἁμαρτιῶν. ἀγάπη πάντα ἀνέχεται, πάντα μακροθυμεῖ· οὐδὲν βάναυσον ἐν ἀγάπῃ, οὐδὲν ὑρερήφανον· ἀγάπη σχίσμα οὐκ ἔχει, ἀγάπη οὐ στασιάζει, ἀγάπη πάντα ποιεῖ ἐν ὁμονοίᾳ· ἐν τῇ ἀγάπῃ ἐτελειώθησαν πάντες οἱ ἐκλεκτοὶ τοῦ θεοῦ· δίχα ἀγάπης οὐδὲν εὐάρεστόν ἐστιν τῷ θεῷ.

ἐν ἀγάπῃ προσελάβετο ἡμᾶς ὁ δεσπότης· διὰ τὴν ἀγάπην ἣν ἔσχεν πρὸς ἡμᾶς τὸ αἷμα αὐτοῦ ἔδωκεν ὑπὲρ ἡμῶν Ἰησοῦς Χριστὸς ὁ κύριος ἡμῶν ἐν θελήματι τοῦ θεοῦ, καὶ τὴν σάρκα ὑπὲρ τῆς σαρκὸς ἡμῶν καὶ τὴν ψυχὴν ὑπὲρ τῶν ψυχῶν ἡμῶν.

Das ist die Liebe, die auch Paulus in seinem Hymnus meint; auch wenn Johannes μένειν und ἀγάπη zusammenstellt, sieht man sich an ihn erinnert. Wiederum aber ist es dieselbe Erkenntnis, die Paulus meint, wenn Johannes I., 3, 2 sagt: »Wir wissen, daß wir einst Ihm gleich sein werden, denn wir werden Ihn sehen, wie Er ist.« Aber es geht weit über Paulus hinaus, wenn Johannes schreibt (I., 4, 7f.): »Lasset uns einander lieben, denn die Liebe ist aus Gott, und ein jeglicher, der da liebt, ist aus Gott geboren und erkennt Gott; wer nicht liebt, der erkennt Gott nicht; denn Gott ist die Liebe.« Hier ist die Anschauung, daß die Liebe ein metaphysisches und »gnostisches« Prinzip sei, verkündet; sie hat ihre Wurzel in der Geburt aus Gott, der die Liebe ist, und ihre Frucht ist Gotteserkenntnis. Ferner aber — die Liebe tritt nach Johannes in die Lücke ein, daß wir in der Gegenwart Gott noch nicht zu schauen vermögen: »Niemand hat Gott gesehen; wenn wir einander lieben, so bleibt Gott in uns« (I., 4, 12), ja III., 12 heißt es: »Wer Gutes tut [d. h. liebt], ist aus Gott; wer Böses tut, hat Gott nicht gesehen.« Wenn nach Johannes Gott die Liebe ist und der ganze Christenstand in das Wort zusammengefaßt erscheint: »Bleibet in meiner Liebe, wie ich in der Liebe des Vaters bleibe« (15, 10), so ist hier die Liebe »die allmächtige Liebe, die alles heget, alles trägt«, und die auch die Erkenntnis Gottes einschließt.

Aber so gewiß die Linie des Johannes stärker zu Plato hin konvergiert als die des Paulus, so fehlt doch noch viel zur wirklichen Annäherung; denn das Schema, daß die Erkenntnis sich stufenweise von der niederen Erkenntnis aus entwickelt und in Liebe übergeht, ist dem Johannes noch ganz fremd. Erst bei Valentin und Clemens Alexandrinus findet es sich[1]. Johannes steht doch ganz wesentlich auf der jüdisch-theistischen Linie, und sein Begriff der Liebe hat mit dem hellenischen Eros, dem Amor intellectualis, nichts zu tun. Vorbereitet aber hat er das Eindringen desselben in den christlichen Gedankenkreis, weil er »Gott lieben« und »Gott erkennen« zusammengerückt, ja in eins gesetzt hat.

Von Johannes kehren wir zu unserem Hymnus zurück. Worin seine religionsgeschichtliche Bedeutung liegt, läßt sich nunmehr mit wenigen Worten sagen. Inmitten einer Kulturwelt, die in ihrem besten

[1] Eine Mittelstellung nimmt Irenäus ein. Ganz paulinisch klingt IV, 33, 8: »dilectionis munus est pretiosius quam agnitio, gloriosius autem quam prophetia, omnibus autem reliquis charismatibus supereminens«. Aber, auf der johanneischen Linie fortschreitend, schreibt Irenäus (IV, 12, 2): »Nunquam desinimus diligentes deum; sed quanto plus eum intuiti fuerimus, tanto plus eum diligimus.«

Streben intellektualistisch gerichtet war und zugleich mit Mysterien und Sakramenten umging, hat Paulus den Grundgedanken Jesu von der Nächstenliebe in hinreißender Weise und in einer Sprache, die jedermann verstand, zum Ausdruck gebracht. Die Liebe, nämlich die Nächstenliebe, ist das Beste, weil das Bleibende und Ewige, in der Welt; sie steht über allen Gaben und Erkenntnissen, die wir zu erwerben vermögen, und sie hat ihren Platz neben, ja über den religiösen Tugenden des Glaubens und der Hoffnung. Die schlichte, ungefärbte Moral ist damit als das Wesen der Religion selbst enthüllt. Die Religion ist, wie bei Jesus selbst, vom Himmel herabgeführt ins Menschliche und Notwendige, ohne ihre Göttlichkeit einzubüßen. Kernsprüche Jesu haben hier eine programmatische, aus tiefster Nachempfindung geborene Ausgestaltung empfangen[1]. Die »Caritas« ist als das Wesen der neuen Religion in den Mittelpunkt gestellt. »Dilectio summum fidei sacramentum, Christiani nominis thesaurus, quam apostolus totis viribus sancti spiritus commendat« — so hat Tertullian (de pat. 12) mit Recht von dem Hymnus des Paulus geschrieben. Die Entwicklung des Wesens der christlichen Religion hat freilich andere Wege eingeschlagen; man hat die Metaphysik nicht missen wollen, und die christliche Religionsphilosophie hat den Amor intellectualis in die Caritas eingemischt. Aber wenn niemals in der Kirche ganz vergessen worden ist, daß die Caritas — und nur sie — das Sacramentum fidei ist, so hat neben den Sprüchen Jesu der Hymnus des Paulus daran den größten Anteil. Durch ihn und mit ihm hat sich die Caritas als Religionsprinzip siegreich behauptet.

Und Paulus — wie er kein Hellene gewesen ist, so ist er auch niemals einer geworden! Daß sich unter seinen zahlreichen versuchten Ideen — auf sie reduziert sich seine spekulative Theologie und Psychologie — auch einige auf hellenischem Boden gewachsene und aus Mysterienweisheit stammende finden, wer kann sich über diese längst bemerkte Tatsache wundern? Aber auch diese Ideen hätte der Apostel nicht rezipiert, wenn sie sich nicht an Erkenntnisse angeschlossen hätten, die er in seiner jüdischen religiösen Bildung bereits besaß. Aus dieser, durch seine christliche Erfahrung umgestalteten, aber nie aufgegebenen Sphäre ist er niemals herausgetreten, und nichts Hellenisches hat er sich anzueignen vermocht, was nicht bereits Anknüpfungspunkte in der ihm vertrauten religiösen und theo-

---

[1] Auch Jesus spricht von solchen, die da weissagen und mit denen es doch nichts ist (Matth. 7, 22), und von solchen, denen die Geister untertan sind, und denen das nichts nützt (Luk. 10, 20). Die Hauptsumme der Gebote ist ihm die Liebe zu Gott und dem Nächsten, und neben der Betätigung der letzteren hat jene überhaupt keinen besonderen Spielraum.

logischen Überlieferung besaß. Der Apostel der Heiden ist stets, sofern er nicht ein Christ war, ein Jude geblieben. Daß er es geblieben ist, obgleich er den Prozeß der Überführung der neuen Religion in die griechische Welt so kräftig begonnen hat, ist seine Stärke gewesen und hat ihm die bleibende Stellung in der Geschichte gegeben. Er selbst ist an dieser seiner Haltung persönlich gescheitert[1]; aber daß seine Gedanken weit über das Zeitalter des Hellenismus hinaus wirksam geblieben sind, das verdanken sie in erster Linie nicht dem hellenischen Element, das ihnen spärlich beigemischt ist, sondern der Kraft, mit der es der Apostel vermocht hat, den alten Gott des Judentums als Vater Jesu Christi neu zu verkündigen und die Liebe in den Mittelpunkt zu rücken.

---

[1] Siehe meine Beiträge zur Einleitung in das Neue Testament Heft IV (1911), S. 28—62.

Adresse an Hrn. Richard Schroeder zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 1. Februar 1911.

Hochgeehrter Herr Kollege!

Fünfzig Jahre sind verflossen, seit Sie an der Universität Berlin die juristische Doktorwürde erlangten. An dem Gedenktage, den Sie aus diesem Anlaß heute feiern, fühlt auch die Preußische Akademie der Wissenschaften sich berufen, Ihnen die wärmsten Glückwünsche und den Ausdruck ihrer rückhaltlosen Anerkennung darzubringen. Seit einem vollen Jahrzehnt dürfen wir Sie als korrespondierendes Mitglied zu den Unsrigen zählen. Aber schon die Jahre Ihrer wissenschaftlichen Ausbildung brachten Sie in enge Beziehungen zu dem Gelehrtenkreise unserer Akademie. Ist doch Ihre Jugendzeit enge verknüpft mit dem Namen Jacob Grimms, dem Sie bei der Herausgabe der deutschen Weistümer als treuer Mitarbeiter zur Seite standen, und dessen Werk zu vollenden Ihnen nach dem Tode des Meisters vergönnt war. Die Anregungen, die Sie von ihm und als Schüler Homeyers, der ja gleichfalls der Unsere war, empfangen haben, sind in Ihrer Lebensarbeit zu reifer und köstlicher Frucht gediehen.

Im Nordosten Deutschlands geboren und in der heiteren Atmosphäre eines Vaterhauses aufgewachsen, dem der große Humorist Fritz Reuter befreundet war, haben Sie nach Abschluß Ihrer Lehrjahre im Westen Deutschlands Ihre Hütten gebaut, wo Sie nicht weniger als fünf deutschen Universitäten zur erfreulichen Zierde des Lehrkörpers geworden sind. Am Mittelrhein, am Main, an der Leine, am Oberrhein und am Neckar haben Sie eine nachhaltige und tiefgreifende akademische und literarische Tätigkeit entfaltet, um trotz der Schmiegsamkeit, mit der Sie sich den Stätten Ihres Wirkens anpaßten, der treue und unverfälschte Sohn der pommerschen Erde zu bleiben.

Zahlreiche Aufgaben sind im Laufe Ihres arbeitsreichen Lebens an Sie herangetreten. Sie haben sie mit unverwüstlichem Optimismus auf Ihre Schultern geladen und in berechtigtem Vertrauen auf Ihre Schaffenskraft mit heroischem Fleiße erledigt, soweit dies erwartet werden durfte.

Aus Ihrer Doktordissertation ist das inhaltvolle und grundlegende Werk über die Geschichte des ehelichen Güterrechts in Deutschland herausgewachsen. Die Kenntnis der deutschen Rechtsquellen haben Sie durch hochwillkommene Editionen, durch Ihre brauchbare und vielgebrauchte Sammlung von Urkunden zur Geschichte des deutschen Privatrechts und durch Spezialuntersuchungen gefördert. Mit kühnem Wagemut haben Sie es unternommen, die Geschichte des deutschen Rechtes von den Urzeiten bis an die Schwelle der Gegenwart in einem stoffreichen Lehrbuche unter Dach und Fach zu bringen, und dessen rasch aufeinanderfolgende Auflagen in feiner und empfindsamer Fühlung mit den Fortschritten der rechtsgeschichtlichen Forschung zu einem klaren Spiegelbilde des jeweiligen Standes der Wissenschaft zu gestalten. Aber auch dem Aufbau und Ausbau des geltenden Rechtes haben Sie sich nicht versagt, denen Sie durch Ihre Vorarbeit zum ehelichen Güterrecht des Bürgerlichen Gesetzbuchs und durch Ihre Vorträge und Abhandlungen über privat- und handelsrechtliche Materien erhebliche Dienste geleistet haben.

Unsere Akademie verpflichten Sie zu besonderem Dank, indem Sie seit zwölf Jahren die wissenschaftliche Leitung des großen akademischen Unternehmens besorgen, das die Herstellung eines Wörterbuches der älteren deutschen Rechtssprache zum Ziele hat. Möge es Ihnen beschieden sein, die Publikation des nationalen Werkes dem glücklichen Ende entgegenzuführen, Ihnen und der Akademie zu Ehren und zum Ruhme der deutschen Wissenschaft.

Die Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften.

Kyprische Syllabarinschriften in nichtgriechischer Sprache.

Von Prof. Richard Meister
in Leipzig.

(Vorgelegt von Hrn. Meyer am 19. Januar [s. oben S. 39].)

Hierzu Taf. I.

Bisher glaubten wir, daß die kyprische Silbenschrift lediglich von den kyprischen Griechen angewendet worden sei, denn kein einziger der kyprischen Syllabartexte, die wir bisher kannten, redete eine andere Sprache als den kyprisch-griechischen Dialekt. Jetzt sind zu unsrer großen Überraschung zwei Inschriften in kyprischer Syllabarschrift, jede in vier Zeilen, die in einer nichtgriechischen Sprache abgefaßt sind, zutage getreten.

Als ich im Jahre 1909 im Ashmoleanmuseum zu Oxford war, bat ich Hrn. D. G. Hogarth, der vor kurzem die Leitung des Museums von Hrn. Arthur Evans übernommen hatte, mir drei Steine mit Syllabartexten aus Marion-Arsinoe, die, wie mir mitgeteilt worden war, in das Ashmoleanmuseum gekommen waren, zu zeigen. Sie fanden sich damals nicht, aber im August 1910 entdeckte sie Hr. Hogarth in einem Kellerraum des Museums, in den sie wahrscheinlich bei der Umräumung des Museums in das neue Gebäude ohne Wissen des damaligen Direktors gebracht worden waren. Und neben diesen drei Inschriften aus Marion-Arsinoe lagen die zwei Steine, von denen ich rede. Leider ist über ihre Herkunft nichts Genaueres bekannt. Hr. D. G. Hogarth schrieb mir am 24. August 1910: I have asked my predecessor Arthur Evans about the stones, but he knows nothing of them. They are not entered in our old lists, and I can only suppose, they had long lain in the cellar of the old Ashmolean building, und were transferred here in 1895 without the Keeper's knowledge. Und am 30. August: Their origin remains a complete mystery. Neither Mr. Evans nor anyone connected with the Museum seems ever to have seen them before, and as they bear no mark, I cannot tell, when or whence they came into the Museum.

An der Echtheit der Inschriften besteht kein Zweifel. Der Charakter der Schrift ist in allen Stücken gleichmäßig und elegant, ähnlich dem der Schrift auf der idalischen Bronze. Ich würde die Steine nach der Schrift in das 5. Jahrhundert oder in die erste Hälfte des 4. v. Chr. G. setzen. Die Zeichen sind die des gemeinkyprischen, nicht die des paphischen Syllabars. Einige sind von singulärer Gestaltung: Das von mir mit *mi*? umschriebene Zeichen II 2 hat rechts einen zweiten Seitenstrich, den das gewöhnliche Zeichen *mi* nicht kennt; aber auf der kyprischen Tonplatte im Leipziger Museum für Völkerkunde (Sächs. Berichte 1908, S. 2ff.), Vorderseite Z. 1, steht dasselbe Zeichen mit doppeltem Seitenstrich (leider ist seine Bedeutung auf der Tonplatte nicht zu erkennen); das von mir mit *su*? wiedergegebene Zeichen II 1, II 2 unterscheidet sich etwas von dem gewöhnlichen kyprischen *su*, ähnelt aber dem *su* auf der Inschrift aus Salamis SGDI 126, Z. 2 (A. P. di Cesnola, Salaminia, S. 66, nr. 68); *le*? I 1 ist gleichfalls von dem gewöhnlichen *le* etwas verschieden, aber dem *le* in der eben genannten salaminischen Inschrift Z. 2 recht ähnlich; mehr noch gleicht es dem minoischen Zeichen, das A. Evans, Scripta Minoa I, 57 auf der Bügelkanne von Orchomenos wiederfindet. Die Regel, daß die *j*-Silbenzeichen nur nach *i*-Silbenzeichen stehen, weil *j* im kyprischen Dialekt nichts andres als den Übergangslaut von *i* zum folgenden Vokal ausdrückt, findet sich in den Inschriften beider Steine genau beobachtet: *ekijanoti* I 2, *ekivijaki* II 1, *kavalija* II, 4. Für die Lesung der Inschriften ist die Geltung der übrigen Regeln des kyprischen Syllabars vorauszusetzen, so daß z. B. die Zeichengruppe *ka va li ja* nicht nur *kavalija*, sondern auch *kvalija* bedeuten kann, die Gruppen *ma na* I 2, II 1. 2. 4, *ta na* I 1. 3, auch *mna*, *tna* gelesen werden können, *ta ra vi* II 4 auch *tarvi*, *pu e ne* II 3 (mit *ne* am Wortende) auch *puen* gelesen werden kann usw. Die Lesung ergibt nirgends sprachliche Monstra, sondern glaubliche, wenn auch unverständliche Wörter. Mit dem Formans *-na* gebildet erscheinen *ana* II 1, *mana* I 2, II 1. 2. 4, *tana* I 1. 3, *mina* II, 3. Ein Stammwort scheint vorzuliegen in *eki* II 2, von dem Ableitungen *ekijanoti* I 2, *ekivijaki* II 1 zu sein scheinen. Auf *-oti* (möglicherweise auch *-o(n)ti* zu lesen) gehen die Wörter *munoti* I 1. 3/4, *ekijanoti* I 2 aus, auf *-ranu* die Wörter *vitileranu* I 1 und *pakimiranu* I 3. Ähnlich wiederkehrende Wortgruppen finden sich mehrmals: *vitileranu tana munoti* I 1 und *pakimiranu tana munoti* I 3/4, *ekijanoti mana* I 2 und *ekivijaki mana* II 1, vgl. auch *eki mari mana* II 2.

Auch an der Herkunft der Steine aus Kypros kann nicht gezweifelt werden. Nur aus Kypros kennen wir überhaupt diese Silbenschrift, und im Schriftcharakter gleichen die beiden Inschriften den

kyprisch-griechischen genau. Aber welches ist die Sprache, die sie reden, von welchem Volke stammen sie? Daß sie weder griechisch noch phönizisch sind, zeigt schon der erste Blick. Aber neben den eingewanderten Griechen und Phöniziern wohnten die autochthonen Kyprier im Lande. Skylax (Peripl. 103) sagt, daß Amathus von Autochthonen und im Binnenland auch andre Städte von Barbaren bewohnt würden. Herodot 7, 90 erzählt, daß ein Teil der Bevölkerung von Kypros sich aus »äthiopischem« Ursprunge herleite. Aller Wahrscheinlichkeit nach ist die Urbevölkerung von Kypros mit der Urbevölkerung von Süd- und Südwestkleinasien verwandt. Die Teukriden, das Königsgeschlecht von Salamis, stehen mit den ΤΕΥΚΡΟΙ von Olbe in Kilikien (Kretschmer, Einl. 190, A. 1) in Zusammenhang. Kulte Kleinasiens treffen wir in Kypros wieder. Zwei späte (ϲ, ϵ, ω) Weihinschriften für ΖΕΥϹ ΛΑΒΡΑΝΙΟϹ (Cesnola, Descriptive Atlas III, Taf. CXLIII, nr. 1. 2) aus einem Tempel in der Nähe von Fasuli bezeugen die Existenz des aus Karien bekannten Kultes für Kypros: 1. ΔΗΜΗΤΡΙϹ Δὶ ΛΑΒΡΑΝΊΩ ΕΥΞΆΜΕΝΟϹ ἈΠΕΔΏΚΗ. 2. Ὀλιάϲαϲ Δὶ ΛΑΒΡΑΝΊΩ ΕΥΞΆΜΕΝΟϹ ἈΠΈΔΩΚΕΝ, und der Name des Ὀλιάϲαϲ trägt in seinem *s*-Suffix (vgl. auch den Namen der Stadt ΤΑΜΑϹϹΌϹ) wie in seinem Stamm (vgl. lyk. ΟΥΛΟϹ, ΟΥΛΛΊΑϹ, kar. ΟΥΛΙΆΔΗϹ, Kretschmer, Einl. 366) »kleinasiatische« Merkmale. Die autochthone Bevölkerung hat sich ihre Sprache auch nach der Einwanderung der Fremden in Kypros zweifellos ebenso bewahrt wie in den kleinasiatischen Landschaften, und wenn sie sich zum Ausdruck ihrer Sprache auf unseren zwei Steinen der Schrift der Griechen ihres Landes bedient hat, so tat sie dasselbe, was wir von der autochthonen Bevölkerung der kleinasiatischen Landschaften wissen. Aus den Wortformen der Steine vermag ich freilich keine Stütze für die geäußerte Vermutung zu gewinnen. Auch das Wort *pa na mo* II 3 (= *Panam*(*m*)*o*?), dessen Klang an den Namen des auf der Stele von Sendjirli genannten Königs des Landes Sam'al: Panammū (vgl. Kretschmer, Einl. 397f.) erinnert, darf, solange der Zusammenhang, in dem es steht, ganz unbekannt ist, nicht zu solchem Zwecke verwendet werden. Andre werden hoffentlich die Frage weiter fördern.

Auf der Tafel gebe ich die Inschriften der beiden Steine nach den Photographien wieder, die mir Hr. D. G. Hogarth zugleich mit wohlgelungenen Abklatschen freundlichst geschickt hat. Hrn. D. G. Hogarth spreche ich auch für die Erlaubnis, die Inschriften publizieren zu dürfen, meinen verbindlichsten Dank aus.

Die Inschrift I ist c. 0.47 lang, c. 0.28 hoch, die Inschrift II c. 0.55 lang, c. 0.26 hoch. Geschrieben sind beide Inschriften auf den Steinen von rechts nach links. Die Wörter sind auf den Steinen

(und so auch von mir in der folgenden Silbenumschrift) durch Punkte voneinander getrennt worden.

I.

Z. 1. *vi ti le? ra nu · ta na · mu no ti ·*
» 2. *a i lo · e ki ja no ti · ma na · ko*
» 3. *to u · pa ki mi ra nu · ta na · mu*
» 4. *no ti ·*

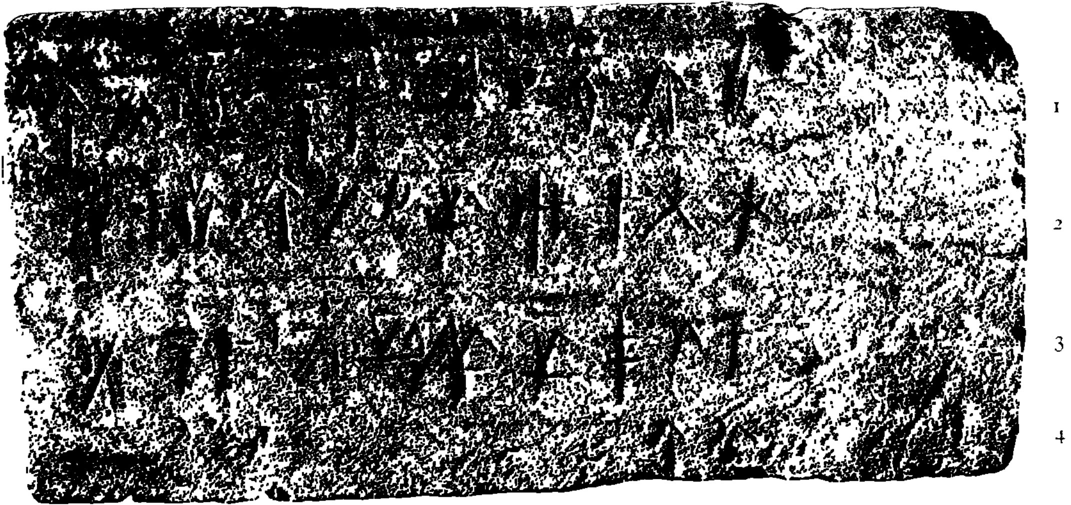
II.

Z. 1. *a na · ta si · su? sa · e ki vi ja ki · ma na ·*
» 2. *a po i · e ki · ma ri · ma na · su? mi? ra ·*
» 3. *i mi ka ni · pu e ne · mi na · pa na mo*
» 4. *//// ni o · ta ra vi · ka va li ja · ma na · mi ////*

Ausgegeben am 16. Februar.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

I.



II.



R. Meister: Kyprische Syllabarinschriften in nichtgriechischer Sprache.

1911.
VIII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

16. Februar. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. WALDEYER.

1. Hr. MARTENS las: **Über die technische Prüfung des Kautschuks und der Luftballonstoffe im Königlichen Materialprüfungsamt zu Gross-Lichterfelde (West).** (Ersch. später.)

Die Prüfungen erstrecken sich auf Verwendung der chemischen und besonders der mechanischen Verfahren. Die getroffenen Einrichtungen hierfür wurden vorgeführt.

2. Hr. FROBENIUS legte eine Arbeit des Hrn. Dr. LUDWIG BIEBERBACH in Königsberg vor: **Über einen Satz des Hrn. C. JORDAN in der Theorie der endlichen Gruppen linearer Substitutionen.** (Ersch. später.)

Jede endliche Gruppe in n homogenen Variabeln besitzt eine ausgezeichnete ABEL'sche Untergruppe, derart, dass ihr Index eine nur von der Zahl n abhängige Grenze nicht überschreitet.

Für diesen Satz von JORDAN wird ein neuer, von den beiden bekannten gänzlich verschiedener Beweis entwickelt.

Ausgegeben am 23. Februar.

1911.
IX.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

16. Februar. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

*Hr. Burdach verlas die von Hrn. Dilthey eingesendete Abhandlung »über die Entstehung der historischen Weltanschauung Niebuhr's in seiner Jugendzeit«.

Sie behandelte besonders den Einfluss Kant's, Reinhold's und Jacobi's auf Niebuhr.

Der kulturgeschichtliche Hintergrund in den Erzählungen der alten irischen Heldensage[1].

Von H. Zimmer.

(Vorgelegt von Hrn. Diels am 12. Januar 1911 [s. Jahrgang 1907 S. 297].)

Den Glanzpunkt der reichen älteren irischen Literatur bildet nach Umfang, Alter und literarischem Wert die epische Literatur, und in ihr ragt wieder die ältere Heldensage, auch Cuchulinnsage nach dem Haupthelden oder Ulstersage genannt, hervor. In Handschriften des 11. und 12. Jahrhunderts sowie jüngern liegen umfangreiche Texte derselben vor: durch die Spuren älterer Lautgebung im Vokalismus und Konsonantismus verraten diese Texte, daß es sich hier zum Teil um Niederschriften des 9. und 10. Jahrhunderts handelt, also Texte so alt wie die bekannten Glossenhandschriften in Würzburg und Mailand; manche Verbalformen, verglichen mit denen in Wb. und Ml., machen es wahrscheinlich, daß diese Niederschriften des 9./10. Jahrhunderts ihrerseits sehr wohl auf Erzählungen zurückgehen können, deren Aufzeichnung bis ins 7. Jahrhundert und darüber hinaus reichte. Inhaltlich handelt es

[1] In dem Nachlasse des Hrn. Zimmer hat Hr. Prof. Kuno Meyer in Liverpool neuerdings noch die hier zur Veröffentlichung kommende Abhandlung gefunden, die identisch ist mit der von dem Verfasser am 21. März 1907 der Akademie vorgetragenen, die damals den Titel trug: 'Über den Einschlag aus den Kulturzuständen der vorkeltischen Bewohner Irlands in dem in den Erzählungen der alten nordirischen Heldensage vorliegenden Kulturbild aus dem alten Irland'. Hr. Zimmer beabsichtigte damals den Aufsatz in den Sitzungsberichten zu veröffentlichen, scheint ihn aber später als erstes Kapitel eines umfassenderen Buches 'Aus der *Celtic Fringe*' gedacht zu haben, zu dem sich im Nachlaß eine genaue Inhaltsangabe gefunden hat. Auch der in den Sitz. Ber. 1910, S. 51 veröffentlichte Aufsatz Nr. 5 Zimmers 'Über alte Handelsverbindungen usw.' nimmt S. 1105 f. Stellung zu dem historischen Hintergrund der keltischen Heldensage. In dieser Veröffentlichung sind einige Druckfehler zu berichtigen: S. 1059, Z. 4 l. Nominibus; S. 1067, Z. 9 l. Prosa-Geschichtswerk; S. 1069, letzte Zeile l. Umfang; S. 1077, Z. 5 von unten (statt Exemplare) l. Evangelien; S. 1085, Z. 28 l. (Columbanus, Gallus); S. 1094, Z. 1 l. *ille* und Z. 3 l. *clementer*; S. 1098, Z. 17 l. κἀντεῦθεν; S. 1104, Z. 21 l. ἀνυπόδητοι, daselbst Z. 22 l. γεννώμενα; S. 1108, Z. 22 l. κρύπτοντες; S. 1119, Z. 13 l. Britten und ebendaselbst Z. 31 muß per rep kursiv gedruckt sein. Die Durchsicht der vorliegenden Abhandlung hat Hr. K. Meyer wiederum in dankenswerter Weise übernommen.

Diels.

sich bei den Stoffen aus dem Cuchulinnsagenkreis wesentlich um die feindlichen oder freundlichen Beziehungen Nordostirlands (Ulster: wesentlich die heutigen Grafschaften Monaghan, Armagh, Louth, Down, Antrim) zu Nordwestirland (Connaught: wesentlich die heutigen Grafschaften Roscommon-Longford, Galway, Mayo). Dort gruppieren sich zahlreiche Helden um den in Emain Macha (heutiges Armagh in der Grafschaft Armagh) sitzenden Oberkönig von Ulster Namens Conchobar mac Nessa, in der 'Roter Zweig' (*Crāeb rūad*) genannten Halle zu einer Art Tafelrunde; hier, in Connaught, ist es das Herrscherpaar Ailill und Medb, die in Crūachan Āi (heute Rathcroghan in Roscommon) sitzend den Mittelpunkt abgaben.

Die einheimische Tradition betrachtet — sicher seit dem 10. Jahrhundert — die sowohl in zahlreichen kürzeren Einzelsagen als in größeren, epischen Ganzen wie in Tāin bō Cūalnge oder Fled Bricrenn erzählten Begebenheiten als geschichtliche Ereignisse, die sich, synchronistisch betrachtet — d. h. eingeordnet in die Darstellung von Euseb-Hieronymus-Prosper Tiro —, um die Zeit von Christi Geburt in Irland abgespielt hätten, also vor der Eroberung des benachbarten Britanniens durch die Römer[1]. Ganz klar ist, daß die vorchristliche Zeit Irlands den Hintergrund der Erzählungen bildet. In diese Kulturzustände des heidnischen Irlands haben — wenigstens in den auch der sprachlichen Form nach ältesten Texten — nur sehr spärlich Niederschläge aus christlicher Weltanschauung Eingang gefunden; wenn auch viel stärker, so doch im großen und ganzen gleichfalls nur an der Oberfläche liegend sind die formalen und sachlichen Einflüsse, die die genauere Bekanntschaft der Iren mit der klassischen Literatur bewirkt hat; tiefer gehen schon die Einwirkungen, die die Erlebnisse und Zustände des Wikingerzeitalters Irlands in den Texten des Cuchulinnsagenkreises, wie sie uns überliefert sind, hervorgerufen haben. Alle diese fremden Elemente, die die uns überlieferten alten Erzählungen aus dem Cuchulinnsagenkreis im Laufe der Überlieferung in sich aufgenommen haben — die einen mehr, die anderen weniger —, haben jedoch den Kern des Sagenkreises, seinen historischen Hintergrund nicht alteriert. Wir haben daher in der Tat allen Grund, in den alten Texten des Cuchulinnsagenkreises zwar nicht Quellen für die politische Geschichte Nordirlands zu sehen, wohl aber in ihnen in der Heldensage widergespiegelte, gute Bilder von den Kulturzuständen Nordirlands — in Sitten und Bräuchen, Einrichtungen und Lebensanschauungen — aus einer bestimmten Periode seiner vorchrist-

[1] In anderem Zusammenhang (S. 211 Anm.) sind Erwägungen zusammengestellt, die die hohe Glaubwürdigkeit der 1000 Jahre alten irischen Tradition wahrscheinlich machen.

lichen Zeit, die auch noch nicht von der im 2. und 3. Jahrhundert auf Britanniens Boden sich verbreitenden antiken Kultur beeinflußt ist.

Auf dieser Anschauung weiterbauend, zieht man ziemlich allgemein als ganz selbstverständlich einen Schluß, den kurz und prägnant neuerdings mein Freund und Mitarbeiter Kuno Meyer, als Vertreter der communis opinio in diesem Punkte, so formulierte (Die Kultur der Gegenwart, I. Serie, 10, I, S. 84): 'Die in allen diesen Sagen zutage tretenden Kulturzustände zeigen uns Einrichtungen und Sitten der vorchristlichen Zeit — nämlich Irlands —, die im großen wie in vielen Einzelheiten der altkeltischen Kultur des Kontinents entsprechen.' Nun, so gewiß hier (in Irland) wie dort (bei den Kelten des Kontinents) viele Einzelheiten zusammenstimmen, so sind doch die Kulturzustände des Cuchulinnsagenkreises als Ganzes, also im großen, in einem, und zwar sehr wesentlichen Punkte kein Bild von der altkeltischen Kultur des Kontinents, soweit wir aus den Nachrichten der Alten hierüber urteilen können. Diese von der communis opinio der Mitforscher abweichende Ansicht habe ich, seit ich mit der in Frage kommenden Literatur näher bekannt wurde, immer gehegt und auch öfters gelegentlich angedeutet, so vor allem (1894) in einem in der 'Zeitschrift der Savignystiftung für Rechtsgeschichte XV, 209—240' (Röm. Abteilung) veröffentlichten Aufsatz über 'Das Mutterrecht der Pikten und seine Bedeutung für die arische Altertumswissenschaft' in den kurzen Ausführungen S. 227—229 mit der dazugehörigen Anmerkung S. 237—240. Den Mitforschern auf dem Gebiet keltischer Literaturforschung haben die kurzen Ausführungen anscheinend keine Veranlassung zum Nachdenken gegeben, auch nachdem sie — allerdings ohne die Material liefernde Anmerkung — durch George Henderson in seinem 'Leabhar nan Gleann, the Book of the Glens' (Edinburgh 1896) S. 28—30 aus der Verborgenheit gerissen wurden[1]. Ich will daher im folgenden das nach meinem Dafürhalten für die Forschung auf dem Gebiet des irischen Altertums schwerwiegende Problem gesondert etwas ausführlicher vornehmen — wobei ich in Studie II einiges aus meinem Aufsatz aus dem Jahre 1894 notwendigerweise wiederholen muß — und entscheidendes Material so vorlegen, daß auch Nichtkenner der altirischen Sprache sich ein selbständiges Urteil bilden können.

Als einen wesentlichen Teil des Kulturzustandes eines Volkes dürfen wir wohl mit Recht das Verhältnis oder das Verhalten der Geschlechter zueinander betrachten, die Stellung des Weibes in der Gesellschaft. Ist dem so, dann wird man behaupten dürfen: jeden aufmerksamen Leser der Texte der alten irischen Heldensage, der

[1] Nur John Rhys, der auch die erwähnte Übersetzung veranlaßte, hat in seinen Arbeiten ein gewisses Verständnis für die Bedeutung des Problems gezeigt.

mit den Zuständen der anderen arischen Völker in ältester Zeit vertraut ist — also der indischen Arier in vedischer Zeit, der Germanen, Griechen und Römer —, den müssen die Kulturzustände des Cuchulinnsagenkreises in dem in Rede stehenden Punkte auf das allerfremdartigste berühren; es ist eine fast vollständig fremde Welt, die sich da zeigt. Das Prinzip der Gesellschaftsordnung in den Kulturzuständen des Cuchulinnsagenkreises ist Monogamie und Vaterrecht wie überall bei den arischen Völkern seit ältester Zeit, aber die Frauengestalten in der alten irischen Heldensage tragen, wenn nicht ausnahmslos, so doch sowohl in der Mehrzahl als auch in den in den Sagentexten hervorragendsten Figuren, einen unsagbar gemeinen Charakter, sofern wir sie, d. h. ihr Reden und Handeln, an dem arischen Prinzip der Gesellschaftsordnung messen oder sie mit hervorragenden Frauengestalten in der indischen, griechischen und germanischen Heldensage vergleichen. Den Beweis für diese Behauptung werde ich nicht so führen, daß ich aus allen Winkeln der altirischen Literatur Schmutz zusammenkarre: der brauchte nicht unter allen Umständen voll beweisend zu sein, und es hieße den Lesern fast Unerträgliches zumuten. Ich will vielmehr von der markantesten Frauengestalt der Cuchulinnsage, der sagenberühmten, noch heute im Märchen lebenden Königin Medb von Connaught und ihrer Tochter Findabair[1] ausgehen und einfach vorführen, wie sich diese beiden hervortretenden Frauengestalten in Reden und Handeln in den beiden umfangreichsten und altertümlichsten Epen der Cuchulinnsage zeigen, in der von den heutigen Iren mit der Ilias verglichenen *Tāin bō Cūalnge* ('das Zusammentreiben' und dann 'das Wegtreiben der Rinder aus Cūalnge') und *Fled Bricrenn* ('das Fest des Bricriu'). Daran sollen sich dann die weiteren Erörterungen anschließen.

Die 'Kopfkissenunterhaltung' zwischen dem Herrscherpaar von Connaught, also König Ailill und seiner Frau Medb, womit die eine Version der Tāin bō Cūalnge in der Handschrift LL. beginnt, erzählt uns die äußere Veranlassung zu dem großen Raubzug des genannten Herrscherpaares von Connaught und ihrer Verbündeten nach Ulster. Im Verlauf der Unterhaltung setzt Medb, durch eine übermütige und unvorsichtige Äußerung ihres Mannes Ailill gereizt, diesem auseinander, daß sie selbst weniger die Frau seiner Wahl als er der Mann ihrer Wahl sei, und nennt zum Beweis die Bedingungen, die sie an ihre Bewerber gestellt habe, mit dem Hinzufügen, daß Ailill diese erfüllt habe. Als Bedingungen forderte sie, daß der Mann ihrer Wahl

[1] Sie ist nach ihrem Namen (*Findabair*) der altirische Vertreter derselben gemeininselkeltischen Sagengestalt, die uns in der Sage der britischen Kelten als *Guennuvar* (*Ganhumara*), *Gwennhwyfar*, *Guenevre* entgegentritt.

sein solle *fer cennedit cenēt cenomon* 'ein Mann ohne Geiz, ohne Eifersucht, ohne Furcht' (LL. 55b 36). Sie erklärt dann, warum sie diese drei Bedingungen gestellt habe und sagt zur Erläuterung der Bedingung *cenēt* 'ohne Eifersucht': *Dambadētaid infer cambeind nibadchomadas bēus, dāig nirabasa riam canfer arscāth araile ocum. Fuarusa dano infersain ·i· tussu ·i· Ailill mac Rossa Ruaid doLagnib* 'wenn der Mann, den ich habe, eifersüchtig wäre, dann wäre dies auch nicht passend, denn ich bin nie zuvor, ohne einen Mann im Schatten des andern[1] zu haben, gewesen. Diesen Mann — d. h. den meinen Bedingungen entsprechenden Mann — fand ich nun, nämlich dich, nämlich Ailill mac Rossa Ruaid aus Leinster' (LL. 54a 8—10).

Diese Grundsätze der Medb werden nun alsbald in dem Epos in bezug auf den in Rede stehenden Punkt illustriert. Im weiteren Verlauf der Unterhaltung zwischen Ailill und Medb stellt sich heraus, daß Ailill einen Stier bei seinen Herden hat (den Findbennach), dem aus den Herden der Medb nichts konnte an die Seite gesetzt werden. Als sie nun hörte, daß bei dem Ulsteredlen Dāre mac Fachtnai ein dem Findbennach ebenbürtiger oder überlegener Stier (Dond Cūalnge) sich befinde, stand ihr Sinnen und Trachten, diesen als Eigentum oder zu Lehn zu bekommen. Deshalb forderte sie den Herold Mac Roth, von dem sie die Nachricht hatte, auf, zu Dāre, dem Besitzer des Stieres, zu gehen und für 50 trocken stehende (d. h. trächtige) Kühe den Dond Cūalnge zu leihen. Für den Fall jedoch, daß Dāre aus Furcht vor seinen Landsleuten den Stier nicht zu verleihen wage, läßt Medb durch den Herold Mac Roth dem Dāre ein anderes Anerbieten machen: *Tāitsum fēin ratharb; ragaid commēit aferaind fēin domīn Maig[e] Āi dō 7 carpat trisecht cumal 7 ragaid cardes moliastasa fessin* 'er soll selbst mit

[1] Windisch übersetzt 'ohne den einen Mann am Schatten des andern bei mir (zu haben)'. (Die altirische Heldensage TbC. S. 6). Er hat *arscāth* ebensowenig verstanden wie sein Gewährsmann Hogan, auf dessen 'Latin Lives of the Saints' S. 104 er sich beruft: wenn nämlich *Eirg ar scāth in chairthi cloichi ucat* ein 'vade et esto juxta propinquum lapidem' wiedergibt, so ist damit doch nicht bewiesen, daß *arscāth* 'am Schatten' bedeutet. Die ganze Redensart *arscāth* wird hier für 'prope' verwendet, aber an die gewöhnliche Präposition *ar* 'vor, für' (ante, prae, pro ZE. 622 ff.) ist doch nicht zu denken. Vortonige Wörter erleiden im Irischen vom 9. bis 12. Jahrhundert und bis in unsere Tage mannigfache Schwächungen (s. Zimmer, Sitzungsberichte 1905, S. 434 ff.): so wird *ia* zu *a* in *cia, cian, dian, iarn* (zu *ca-, gan-, dan-, arn-*), wie ja in dem in Frage stehenden Satze direkt *dambadētaid* für *diamb.* und *canfer* vorkommt; *arnabārach* für älteres *iarnabārach* ist gewöhnlich und *arfāigim* für *iarfāigim* findet sich ebenfalls im Texte (s. Quiggin, Die lautliche Geltung der vortonigen Wörter und Silben in der Book of Leinster Version der Tāin bō Cūalnge, Greifswald 1900, S. 12, 17, 30). So steht *arscāth araile* für *iarscāth araile* 'hinter dem Schatten' wie unser 'im Schatten'. Wie mir von einem Zuhörer, dessen Muttersprache Neuirisch ist, schon vor Jahren versichert wurde, ist noch heute *fear arscāth araile* volkstümliche Bezeichnung für 'Liebhaber einer verheirateten Frau', also 'Hausfreund'.

seinem Stier kommen; es wird ihm werden (zukommen) die gleiche Größe seines eigenen Landgutes von dem ebenen Lande von Mag Āi und ein Streitwagen im Werte von 21 Sklavinnen und es wird ihm werden (zukommen) die Freundschaft meines eigenen Oberschenkels (Lende)' (LL. 54b 15, 16). Eine Gesandtschaft von neun Mann unter Führung Mac Roths geht nach Cūalnge und bringt vor Dāre durch Mac Roth das Anliegen der Medb vor. Gemäß dem Auftrag bittet er zunächst um leihweise Überlassung des Stieres auf ein Jahr, fügt aber noch, ehe Dāre darauf eine Antwort gegeben, hinzu: *Et araill aile dana bēus: tairsiu fēin lattarb 7 fogēba commēit thferaind fēin demīn Maige Āi 7 carpat trisecht cumal 7 cardes sliasta Medbe airsin anechtair* 'und noch etwas anderes weiter (habe ich dir anzubieten): komm du selbst mit deinem Stier und du wirst die gleiche Größe deines eigenen Landgutes von dem ebenen Lande von Mag Āi erhalten und einen Streitwagen im Werte von 21 Sklavinnen und die Freundschaft von Medbs Oberschenkel (Lenden) dafür außerdem' (LL. 54b 25—28)[1].

[1] Was mit Medbs 'Oberschenkel- (Lenden-) Freundschaft' gemeint ist, ist ja ganz klar. Um eine Deutung des Ausdruckes in übertragenem Sinne abzuschneiden, die ja an sich durch die Grundsätze der Medb und ihr weiteres Verhalten in der Erzählung ausgeschlossen ist, will ich eine Illustration aus einem andern Texte der alten Heldensage geben; sie findet sich in dem bekannten Text *Tochmarc Ētāine* 'das Werben um Ētain'. Ailill, der jüngere Bruder eines irischen Oberkönigs Eochaid Airem zu Zeiten der Medb, verliebte sich in Ētāin, die bildschöne Frau seines Bruders, suchte aber seine Liebe zu unterdrücken und geriet in einen Krankheitszustand, den man für Auszehrung hielt. Als Eochaid Airem auf eine der gewöhnlichen Herrscherreisen durch Irland sich begab, empfahl er den anscheinend dem Tode geweihten Bruder Ailill der zurückbleibenden Gattin Ētāin; sie besuchte denn auch eines Tages den kranken Schwager Ailill und hatte mit weiblichem Scharfblick in der Unterhaltung bald die Ursache des Leidens entdeckt; nach wenigen Besuchen war sie bereit, den Ailill von seiner Krankheit zu heilen, was sie ihm in einem Liede ankündigte, das so beginnt:

Ēirig a Oilill amra! cōra cāch duit, rochalma!
dāig fogēba sunn, rofess: dogēntar limm doleiges.

Danatolat ritchēll nglicc, dodat lāim immombrāgit,
tosach suirgi — caem a dath — ben is fer icompocath.

Manib lōr lat afir maith, amic indrīg, arīgflaith,
dobēr doslān, a Gloinn grinn, ōthā moglūn comimlinn.

'Erhebe dich, o herrlicher Ailill! jegliche Ruhe wird dir werden, Tapferster! denn du wirst hier erlangen — nun es ist bekannt: durch mich wird deine Heilung geschehen. Wenn es dir in deinem verschlagenen Sinn gefällt, leg die Hand um meinen Hals: der Anfang des Liebens (*suirge*; neuirisch *pāiste suirghe* bedeutet 'uneheliches Kind') — wonnig sein Inhalt — ist Weib und Mann in gegenseitigem Küssen. Wenn dir dies aber nicht genügt, bester Mann, o Königssohn, königlicher Herrscher, werde ich dir zur Heilung (wörtlich 'werde ich als deine Heilung') o geliebter Glonn (er hieß 'Ailill' mit dem Beinamen Ōenglonnach) geben von meinem Knie bis zu meinem Nabel.' Hier bietet Ētāin dem Schwager klar 'Oberschenkelfreundschaft'. Siehe 'Irische Texte von E. WINDISCH 1880', S. 125, 1—12 und ZIMMER, Kelt. Studien 1881, S. 78—80.

Wenn auch Dāre zuerst seinen Stier zusagte, so verlief doch schließlich die Gesandtschaft resultatlos, weil einige der Boten der Medb in ihrer Bezechtheit unziemliche Worte über Dāre und die Ulter gebrauchten, die dem Dāre hinterbracht wurden. Als Mac Roth so ohne Stier nach Connaught zurückkam, da betrieb Medb alsbald energisch einen großen Zug nach Ulster, um den Stier mit Gewalt zu entführen. Unter den Scharen, die von allen Seiten zusammengezogen wurden, bildeten ein wichtiges Kontingent 3000 Ulter, die infolge eines in einem anderen altirischen Sagentext erzählten Ereignisses damals und schon längere Zeit unter dem berühmten Ulterhäuptling Fergus mac Rōig und Cormac Condlongas, dem Sohn des Ulterkönigs Conchobar, in Connaught in der Verbannung lebten. Ihnen fiel auf dem Zuge, wo sie Rache nehmen sollten, schon deshalb eine bedeutende Rolle zu, weil sie ja Weg und Steg in Ulster kannten. Namentlich Fergus mac Rōig war neben seiner Stellung als Führer der Ulterhilfstruppen die Rolle als Generalstabschef des Gesamtheeres zugefallen. Ihn fesselten auch persönliche Beziehungen an Medb. Er war, wie man im Heere wußte — was wir noch sehen werden —, in den letzten Jahren vor dem Zug der 'Mann im Schatten des andern (Ailill)' oder einer von solchen für Medb in Crūachan Āi gewesen. War nun auch Ailill der 'Mann ohne Eifersucht', so waren ihm doch im Innersten die engen Beziehungen seiner Frau zu dem Fergus mac Rōig, dessen Frau (Flidais Schönhaar, die frühere Gattin des Munsterhäuptlings Ailill Find) auch den Zug mitmachte, zuwider. Als daher bei dem Rückmarsch aus Cualnge mit dem Stier und zahlreichen erbeuteten Herden, wie ihn eine LU. 65b 23ff. (= YBL. 25a 17ff.) erhaltene Version schildert, Medb vorschlägt, man wolle, um die Beute rasch übers Gebirge zu bringen, das Heer so teilen, daß Ailill mit der einen Hälfte über Midluachair und sie in Begleitung von Fergus mac Rōig über Bernas Ulad mit der anderen Hälfte ziehen solle, da fügt sich zwar Ailill, trifft aber Vorkehrungen: *Isandsin asbert Ailill fria araid Cuillius: finna dam indiu Meidb ⁊ Fergus; nīfetur cīd rodānicc donchoibdinse ⁊ bidfō lim donīsed comartha nūait. Dothǣt Cuillius intan bātar hiCluichrib. Ansait indlānamain fodeōid ⁊ lotar indōic remib; dothǣt chucu Cuillius ⁊ nīforchūalatar infer forcsi. Ecmaic bōi achlaideb hifarrad Fergusa. Tānīsca Cuillius asathrūaill ⁊ fōfācaib intrūaill fās. Dothǣt Cuillius coAilill. Ameind? orAilill. Amne dano orCuillius, undar dait sund comartha. Ismaithsin tra orAilill. Tibid cechtar de friachēle. Amal dondruiminso orCuillius, isamlaid fōsfairnecsa hicomlepaid. Isdethbir disi orAilill, isarchobair ocontāin dorigni. Bāmaith blāth inclaidib lat orAilill, atnaig fōtsuide isincarput ⁊ anart lēined imbi. Atraig Fergus diachlaidiub iarum. Aill amai! orse. Cid notāi olMedb. Olcgnīm dorīgnius friAilill*

orse. Indnaidid sund cotīsa asindfid, orFergus 7 nīpmachdad lib cid cīan cotīsor. Ecmaic nifitir Medb tesbaid inclaidib. Tēit ass 7 berid claidiub aarad laiss inalāim. Dognī claidiub craind isindfid. Isde atā fid mōrdrualle laUltu. Tiagam ass indiāid arcēle orFergus. Cotrecat isinmaig aslōgaib ulib, arrōcbat apupli. Congairther Fergus doAilill doimbirt fidchille. Intan dolluid Fergus donphupull, gabaid Ailill gári fris. Asbert Fergus: Fō fer fristibther usw. 'Da sagte Ailill zu seinem Wagenlenker Cuillius: Kundschafte mir heute die Medb und den Fergus aus; ich weiß nicht, was sie zu dieser Verbindung brachte, und es wird mir lieb sein, wenn mir von dir ein sichtbares Zeichen käme. Cuillius kam hinzu, als sie — d. h. Medb und Fergus mit der Heereshälfte — in Cluichir waren. Das Paar (Medb und Fergus[1]) blieb zurück, und die Krieger marschierten weiter. Cuillius kam bis zu ihnen heran, und sie hörten den spähenden Mann. Es traf sich (zufällig), es lag sein Schwert in der Nähe des Fergus. Cuillius zieht es aus seiner Scheide und ließ die Scheide leer zurück. Cuillius kam bis zu Ailill. (Ist es) so? sagte Ailill. Ja so, sagte Cuillius, hier ist für dich ein sichtbares Zeichen. Das ist nun schön, sagte Ailill. Jeder von beiden lächelt den andern an. Wie du vermutet hattest, sagte Cuillius, so traf ich sie in dem Bett zusammen. Es ist für sie wohl nötig, sagte Ailill, es ist wegen der Hilfe bei dem Raubzug tat sie es. Bewahre das treffliche Schwert gut auf, sagte Ailill, leg' es unter deinen Sitz in dem Streitwagen und eine Leinenhülle um es. Fergus erhob sich darauf, um sein Schwert wiederzunehmen. Wehe! sagte er. Was ist dir? sagte Medb. Eine schlechte Tat habe ich an Ailill getan, sagte er. Wartet hier, bis ich aus dem Walde kommen werde, sagte Fergus, und wundert euch nicht, wenn es lange dauert bis ich kommen werde. Es traf sich, daß Medb den Verlust des Schwertes nicht bemerkte. Fergus bricht auf und nimmt das Schwert seines Wagenlenkers in seiner Hand mit sich. Er macht ein Holzschwert im Walde. Und davon kommt die Bezeichnung Fid mórdrualle 'Wald der großen Scheide' bei den Ultern. Wir wollen aufbrechen und unseren Gefährten folgen, sagte Fergus. Es treffen sich in der Ebene all ihre Scharen, sie errichten ihre Zelte. Fergus wird zu Ailill zum Schachspiel gerufen[2]. Als Fergus hinzuging zum Zelt, begann Ailill ihn anzulachen. Fergus sagte: Ein trefflicher Mann, dem man zulächelt usw. (LU. 65b 31—66a 14 = YBL. 25a 24—25b 5). Ailill erwidert auf des Fergus vom schlechten Ge-

[1] Das hier stehende Wort *lānamain* wird bis zum heutigen Tag nur vom Ehepaar gebraucht; das dazugehörige Abstraktum *lānamnas* bezeichnet den fleischlichen Verkehr.

[2] Das Zelt des Fergus stand immer nächst dem des Ailill, dessen Zelt wieder neben dem seiner Frau Medb stand (LU. 56b 8).

wissen eingegebene prahlende Redensarten mit einer Strophe, die beginnt mit *Nā fer bāig ditdīth claidib* 'prahle nicht mit deinem Verlust des Schwertes', läßt also dem Fergus und in der weiteren Unterhaltung auch der sich einmischenden Medb keinen Zweifel, daß er über den Vorfall unterrichtet ist.

Die andere Rezension der Tāin bō Cūalnge, die uns sowohl selbständig in LL. 53b—104b als in bedeutenden Bruchstücken älterer Überlieferung in der großen Kontamination LU. 55a—82b und YBL. 17a—53b, 33 vorliegt, kennt dies Ereignis ebenfalls, verlegt es aber nicht in die Zeit des Kriegszuges, sondern läßt es sich in der vorangehenden Friedenszeit am Hofe von Crūachan Āi zwischen Medb und dem als Flüchtling dort weilenden Fergus abspielen, wobei dem Ailill selbst die Rolle zufällt, die in der eben gegebenen Version Cuillius spielt. Das Schwert, das dem Fergus mac Rōig abhanden kommt, ist sagenberühmt und macht seinen Träger durch seine Eigenschaften fast unüberwindlich[1]: begreiflich, daß der Verlust des Caladbolg unter den Ulsterflüchtlingen in Connaught sich herumsprach und mit der Geschichte des Verlustes auch in die Heimat nach Ulster gemeldet wurde, so daß man in Ulster während des Kriegszuges wohl unterrichtet war, daß Fergus in der großen Scheide statt des Caladbolg ein Holzschwert trug. Es werden daher von dem Haupthelden der Ulter, dem jugendlichen Cuchulinn, beim Zusammentreffen mit dem als Parlamentär der Medb dienenden Fergus mehrfach dahingehende höhnische Anspielungen gemacht, aus denen wir den Vorgang, wie er sich nach der anderen Rezension des großen Epos abspielte, genau kennen lernen.

Als der herannahende Fergus durch des Cuchulinn Wagenlenker genau beschrieben wird und dabei die Worte fallen *Claideb sithidir lōi churaig foradībsliastaib* 'ein Schwert so lang wie das Ruder eines Kahnes auf seinen Oberschenkeln' (liegend — er sitzt im Streitwagen), da fällt Cuchulinn ein: *isfās indlāi mōrsin doberar lampopa Fergus, arnifil claideb inaintiuch inge claideb craind. Atchoas dam dano, olCuchulinn, rogab Ailill ambægul innacotlud hēseom 7 Medb 7 dorētlaistir aclaidiub ar-Fergus 7 dorat dīaaraid diatoscaid 7 doratad claideb craind inaintech* 'es ist leer das große Ruder, das von meinem (früheren) väterlichen Freunde Fergus gebracht wird, denn es ist kein Schwert in seiner Scheide außer ein Holzschwert. Mir ist auch erzählt worden, fuhr Cuchulinn fort: Ailill überraschte sie in ihrem Schlaf, ihn

[1] Dieses Schwert ist nach seinem Namen (*Caladbolg*) der altirische Vertreter desselben gemeininselkeltischen Sagenschwertes, das uns in der Heldensage der britischen Kelten als *Caletwlch* bei den Kymren und in den aus dem Bretonischen entstellten Namen *Escolibor, Esclaribourc, Calabrum, Caliburnus* bekannt ist.

selbst und die Medb, und er nahm dem Fergus sein Schwert weg und gab es seinem Wagenlenker zum Aufheben, und es wurde ein Holzschwert in seine Scheide getan' (LU. 68b, 12—17 = YBL. 28a, 11—19). Noch ein zweites Mal erwähnt Cuchulinn den Vorgang, und zwar direkt dem Fergus ins Gesicht. An Fergus kam im Verlauf der Ereignisse die Reihe, dem Cuchulinn im Einzelkampf entgegenzutreten. Nachdem er sich Mut angetrunken, macht er sich auf und tritt Cuchulinn entgegen. *Asbert Cūchulinn iarum iscomglinni dothēig armochendsa apopa Fergus, olse, cenclaideb innaintiuch. Argatsai Ailill ass ut praediximus. Iscumma limsa eter or Fergus cianobeth claideb and nī imbērtha fortsu* 'Cuchulinn sagte darauf: Du trittst, o alter Freund Fergus, im Vertrauen auf Sicherheit vor mir mir entgegen, sagte er, da kein Schwert in der dafür bestimmten Scheide. Denn Ailill hat es herausgenommen ut praediximus. Das ist mir ganz gleichgültig, sagte Fergus, auch wenn das Schwert drin wäre, würde es auf dir nicht spielen' (LU. 82b, 8—12 = YBL. 34b, 38—43). Hier ist lehrreich, die andere Quelle derselben Rezension, Handschrift LL. heranzuziehen, wo an der Stelle entsprechend LU. 68a, 11—17 (= YBL. 28a, 11—19) die Geschichte weggelassen ist (LL. 71b, 10), dafür aber an der in Rede stehenden zweiten Stelle statt des 'ut praediximus' eine volle, lehrreiche Erzählung folgt. *Isfōenglinne dothœt mophopa Fergus domsaigidse, nīfuil claideb inintiuch nalūe mōre leis. Fīr dōsom. Bliadain riasinsceolsa tarraid Ailill Fergus ictecht inoentaid Medba arsindlettir iCrūachain 7 achlaideb arsindlettir nafarrad. Et tōpacht Ailill inclaideb assaintig 7 dobretha claideb craind diainud 7 dobert abrēthir nātibred dō cotucad lā inchatha mōir. Cumma limm itir adaltāin, barFergus, dāig cianabeth andso, nitricfadsu 7 nihimmērtha fort* 'mit leerer (schwacher) Sicherheit tritt mein alter Freund Fergus mir entgegen — sagte Cuchulinn —; es ist kein Schwert in dem Innern des großen Ruders, das er mit sich führt. Damit hatte er recht. Ein Jahr vor dieser Geschichte — d. h. dem Kriegszug — stieß Ailill auf den in Vereinigung mit Medb an dem Abhang in Cruachan gegangenen Fergus, der sein Schwert neben sich an dem Abhang (liegen) hatte. Und Ailill zog das Schwert aus seiner Scheide und gab ein Holzschwert an seine Stelle und gab sein Wort, er würde es ihm nicht (wieder) geben bis zum Tag der großen Schlacht. Es ist mir überhaupt gleichgültig, mein Zögling, sagte Fergus, denn, wenn auch das Schwert drin wäre, würde es dir nicht kommen und würde es auf dir nicht spielen' (LL. 79b, 54—80a, 8).

Am Tage der großen Schlacht zwischen dem Heere von Ailill und Medb und den zur Verteidigung ihres Landes herangerückten Ultern gibt Ailill dem Fergus das Schwert, als die Dinge zum Ärgsten zu kommen drohten, und auch hier erfahren wir — da diese Be-

gebenheit nur in der zweiten Rezension vorliegt —, daß Ailill am Abhang in Cruachan sich des Schwertes bemächtigt hat (YBL. 51 b, 18 ff. = LL. 102 a, 9 ff.).

Die Beziehungen von Medb und Fergus dauerten auch noch nach dem Kriegszug fort, wie wir aus dem kurzen 'Todesursache des Fergus mac Rōich' (*Aided Fergusa maic Rōich*) lernen, wo erzählt wird (s. Todd Lecture Series XIV, S. 32): *Bātar ann iarngnīmaib aconloch arMag Āi. Dūnad mōr leo ·i· cluichi ⁊ cēti ann. Laa naon ann dono luid inslōg uili isinloch diafothrucud. Erg sīs, aFergus, arAilill, ⁊ bāid nafiru! Nītmaith anusci, arFergus. Luid sīs arāisin. Nīrfulaing acridi doMeidb condechaid isinloch. Mur docūaid Fergus isinloch, dorala anambui dogrenaig ⁊ doclochaib anīchtar anlocha coraibi forūachtar uli. Luid Medb dino coraibi forabruindisium ⁊ agabla ime ⁊ cotaircellsom inloch annsin ⁊ rogab ēt Ailill. Doluid dino sūas Medb. Isālaind andognī andam, aLugaid, ⁊ aneilit isinloch, arAilill. Cid nach gontar? arLugaid ⁊ nītuc urchor nimraill riam. Teilgsu dūn orchur forru, arAilill. Impō magaid cuctha, arLugaid, ⁊ tabraid gāi dam. Robūi Fergus acanige asinloch ⁊ abruinni fria ⁊ tucad acarpat docum Oilello combūi inafarrad ⁊ doteilc Lugaid urcor dongāi combōi trianadruim siar sechtair. Doriacht anturchur, arLugaid. Isfīr on, arcāch, atāt bruindi Fergusa.* 'Sie — d. h. die Ulsterflüchtlinge mit Fergus — hielten sich einst nach tapferen Taten bei dem See auf (der Ebene genannt) Mag Āi auf, wo sie ein großes Lager mit Spielen und Jahrmarktsvergnügungen hatten. Eines Tages nun dort begab sich die ganze Schar in den See, sich zu baden. Geh' hinunter, o Fergus, sagte Ailill, und tauche die Männer unter. Sie sind im Wasser nicht besonders gut, sagte Fergus, ging aber trotzdem nieder in den See. Medb konnte es nicht über ihr Herz bringen, bis sie auch in den See ging. Als Fergus in den See gegangen, kam, was von Sand und Steinen da war, alles vom Boden des Sees an die Oberfläche[1]. Medb hing sich — wörtlich 'ging, bis sie war' — an seine (des Fergus) Brust, während sie ihre Beine um ihn schlang, und dann umkreiste er so — schwimmend? — den See, und Eifersucht ergriff den Ailill. Medb kam darauf wieder heraus. Prächtig, o Lugaid[2], ist, was der Hirsch und die Hindin in dem See

[1] Der schamhafte Erzähler will hiermit offenbar andeuten, daß man das, was sich nach den folgenden Worten der Erzählung schließen läßt, nicht gesehen habe wegen des trüben Wassers. In der Art haben die Erzähler des 9. und 10. Jahrhunderts durch kleine Zusätze manches verdeckt oder entschuldigt, was sie als geschichtliche Tatsachen überkommen haben. Auch die Bemerkung Ailills zu Cuillius (s. S. 181) 'es ist für sie wohl nötig, es ist wegen der Hilfe beim Raubzug, daß sie es tat' ist ein solcher Zusatz eines schamhaften Erzählers des 9. oder 10. Jahrhunderts.

[2] Lugaid war des Königs Ailill Bruder und Freund des Fergus. Während die Leute ins Bad gingen, standen offenbar Ailill, Medb, Fergus und der Hofstaat am Ufer

machen, sagte Ailill. Warum wird er nicht getötet? sagte Lugaid, der nie vorher einen Fehlwurf getan hatte. Wirf du für uns einen Wurf nach ihnen, sagte Ailill. Wende mein Antlitz ihnen zu, sagte Lugaid, und gebt mir einen Speer[1]. Fergus war dabei, sich in dem See zu waschen und seine Brust ihnen (d. h. Ailill und Lugaid) zugekehrt, und zu Ailill wurde sein Streitwagen gebracht, daß er in seiner Nähe war, und Lugaid warf einen Wurf mit dem Speer, daß er durch seinen (Fergus) Rücken wieder herauskam. Der Wurf ist angekommen, sagte Lugaid; das ist wahr, sagten alle, es ist das Ende des Fergus.'

Wenden wir uns nun zu der würdigen Tochter dieser Königin Medb, der Findabair, und betrachten ihre Erlebnisse bei dem Kriegszug, den sie mitmachte.

Nach einem 'Rinderraub des Froech' (*Tāin bō Frōich*) genannten alten Sagentext war Findabair in den berühmten Mayohelden Froech verliebt, und dieser wird von Ailill und Medb zur Teilnahme am Zuge gegen Ulster bewogen durch das Versprechen, er solle Findabair nach beendigtem Zuge zur Frau erhalten (LL. 248a, 11—252b, 5). Er fällt auf dem Zuge durch Cuchulinns Hand (LU. 63b, 8—28), so daß dies Versprechen nicht brauchte eingelöst zu werden. Aber nicht bloß der Mayohäuptling Froech war durch Findabair zur Teilnahme am Zuge verlockt worden, sie war auch sieben Unterkönigen von Munster jedem einzeln und ohne Wissen des andern von Medb zur Frau versprochen worden, um sie zur Kriegsteilnahme zu bestimmen, wie sich während des Zuges bei einer noch zur Sprache kommenden Gelegenheit zur bitteren Überraschung der sieben Munsterhäuptlinge herausstellte (LL. 92a, 15—39 = YBL. 43a, 15—27). Auch während des Zuges wird Findabair von ihrer Mutter fortwährend als Lockvogel benutzt, wobei sich einige für unser Problem lehrreiche Szenen ergeben.

In der älteren Version, die uns nur in Bruchstücken in der großen Kompilation von LU. und YBL. erhalten ist, wird erzählt, daß Ailill und Medb zu dem Entschluß kamen, dem Ulster Schritt für Schritt verteidigenden Cuchulinn die Findabair anzubieten unter der Bedingung, daß er vom Widerstand ablasse (LU. 71a 7 ff.). Nachdem Mane Athramail vergebens versucht hat, dieses Anerbieten an den Mann zu bringen,

des Sees, um dem Baden zuzusehen, und die Rolle, die Medb mit Fergus im See gab, spielte sich offenbar vor versammeltem Hof und unter den Augen der mitbadenden Ulsterflüchtlinge ab.

[1] Dieses Gespräch spielte sich offenbar ab, während Fergus und Medb die Runde um den See machten, und Medb war wieder aus dem Wasser heraus, wie erzählt ist, ehe der Speer dem Lugaid gebracht wurde.

fährt die Erzählung fort: *Tǣt Lugaid chuci, or Ailill, 7 aran airlathar dō inningin. Tēit Lugaid iarsuidiu 7 adfēt doCoinculainn anīsin. Apoba Lugaid, olCūchulainn, isbrēcsin. Isbrīathar rīg assidrubairt forLugaid, nībīa brēc de. Dēntar amlaid, olCūchulainn. Luid Lugaid ūad lasodain 7 adfēt doAilill 7 doMedb anathescsin. Tǣt indrūth imrichtsa, orAilill 7 mind rīg foracind 7 fasisidar dichēin Coinculaind, arnachanaithgnē 7 tēiti indingen leis 7 aranaiscea dō hī 7 tecat ass ellom fonchruthsin 7 isdōig immērthai ceilg fonchruthsin connāfostba sib cēin cotī lahUltu donchath. Tēit iarum indrūth chuci 7 indingen lais, 7 badichēin arlastar Coinculainn. Tēit Cū diasaigtin. Ecmaic atgeoinsium forerlabrai indfir combodrūth. Srethis liic telma bōi inalāim fair consescaind inacend cotuc aincind ass. Tic dochum naingini, benaid adītrilis di 7 sādid liic trianabrat 7 trīanalēnid 7 sādid corthe trīamedōn indrūith. Atāt andīchorthi and, idōn corthi Findabrach 7 corthi indrūith. Fācbais Cūchulaind fonchruthsin īat. Tiagair ōAilill 7 ōMedb doīarmōracht ammuntiri, arbafota lēo rombātār; conaccassa iarom isintunidisin. Atchlos iarom fondūnchaire ule anīsin. Nībāi tra carti dōib laCoinculaind iartain.* 'Lugaid soll zu ihm gehen, sagte Ailill, und er soll ihm das Mädchen anbieten (eigentlich 'anraten'). Lugaid geht darauf und berichtet dem Cuchulinn dies. O alter Freund Lugaid, sagt Cuchulinn, das ist eine Lüge. Es ist eines Königs Wort, er hat es gesprochen, sagte Lugaid, nicht wird ein Trug davon kommen. Dann mag so geschehen, sagt Cuchulinn. Lugaid ging von ihm mit dieser Antwort und meldete dem Ailill und der Medb diesen Bescheid. Der Narr soll in meiner Gestalt gehen, sagte Ailill, und das Königsdiadem auf seinem Kopf, und er soll sich ein wenig von Cuchulinn entfernt aufstellen, damit er ihn nicht erkenne, und die Jungfrau soll mit ihm gehen und er soll sie ihm (dem Cuchulinn) verbinden (antrauen), und dann sollen sie rasch sich fortmachen auf diese Weise, und es ist wahrscheinlich, daß ihr so einen Betrug an ihm (Cuchulinn) spielen werdet, so daß er euch nicht aufhalten (hindern) wird so lange, bis er mit den Ultern zum Kampfe kommt. Darauf geht der Narr und das Mädchen zu ihm, und aus der Ferne redete er zu Cuchulinn. Cuchulinn geht auf ihn zu. Zufällig erkannte Cuchulinn an der Redeweise des Mannes, daß er ein Narr war. Er warf einen Schleuderstein, den er in der Hand hatte, nach ihm, so daß er in seinen Kopf fuhr (sprang) und das Gehirn mit herausnahm. Dann kommt er (Cuchulinn) zu der Findabair, schneidet ihr ihre beiden Haarflechten ab und setzt (pflanzt) einen hohen Stein durch ihren Mantel (Obergewand) und durch ihr Hemd (Untergewand) und er setzt (pflanzt) einen Steinpfeiler durch die Mitte des Narren. Diese beiden Steinpfeiler befinden sich dort, nämlich 'Findabairs Steinpfeiler' und 'des Narren Steinpfeiler'. Auf diese Weise ließ Cuchulinn sie zurück.

Von Ailill und Medb wird ausgeschickt, nach ihren Leuten zu forschen, weil es ihnen dünkte, daß sie lange wegblieben; darauf wurden sie (Findabair und der Narr) in dieser Lage erblickt. Später wurde dies durch das ganze Lager hin bekannt (gehört). Es war nun daraufhin für sie (Ailill und Medb) kein Vertrag (möglich) mit Cuchulinn.' (LU. 71 a 26—71 b 9.)

Sehr bald wird Findabair in eine noch heiklere Lage gebracht. Hören wir zuerst die ältere Rezension der Erzählung, die obige Begebenheit erzählt. *Fōidis Cuchulainn aaraid coRochad mac Fāthemain diUltaib, cotīsad dīachobair. Ecmaic dano rocarastar Findabair Rochad, arisēside ōclǣch asāildem robōi laUltu indinbaidsin. Tēit ingilla inadochum Rochada 7 asbert fris techt doforithin Conculainn . . . Dothǣt Rochad atūaid, cēt lǣch do. Dēcaid dūn ammag indiu, for Ailill. Atchīu dīrim tarsamag, olindercaid, 7 mǣthōclǣch etarro, nīthacmainget dō indōic acht corici agūalni. Cia sūt aFergus, forAilill. Rochad mac Fātheman, forse 7 isdocobair Conculainn dothǣt. Rofetarsa anasmaith dūib fris, ol Fergus. Tǣt cēt lǣch ūaib lasinningin ūt, coria medōn indmaigi 7 tēit indingen reman 7 remib, 7 tēiti marcach diaacallaim cotī aōenur doaccallaim naingini 7 tabraiter lāma tairis 7 immacurfi sin fogail amuntiri dind. Dognīther iarom amlaidsin. Tēit Rochad arcend inmarcaig. Dodeochadsa ōFindabair ardochendso, condechais diahacallaim. Tēit iarom diahacallaim aōenur. Matti dontslōg immi dicachleith, nosgabar 7 fochertar lāma tairis. Maidid dano dīamuntirseom forteched. Lecairsium iaromrass 7 fonascar fair cantudecht forsinslōg cotisadar ōen friUltu uli. Dorairngired dō dano Findabair dotabairt dō 7 immasōi ūadib iarsudiu.* 'Cuchulinn schickte seinen Wagenlenker zu Rochad mac Fathemain von den Ultern, daß er zu seiner Hilfe käme. Es traf sich nun, daß Findabair den Rochad geliebt hatte, denn er war der schönste junge Krieger bei den Ultern in jener Zeit. Der Bursche geht zu Rochad und sagte ihm, er solle dem Cuchulinn zu Hilfe kommen. . . . Rochad zog vom Norden heran und 100 Krieger mit ihm. Schaut für uns aus in die Ebene heute, sagte Ailill. Ich sehe eine Schar über die Ebene kommen, sagte der Späher, und es befindet sich ein jugendlicher (zarter) Krieger unter ihnen, nicht reichen die anderen jungen Männer weiter ihm als bis zu seinen Schultern. Wer ist das dort, o Fergus? sagte Ailill. Rochad mac Fathemain, erwiderte er, und er zieht zu Cuchulinns Hilfe herbei. Ich weiß, was für euch gut ist gegen ihn, sagte Fergus. Hundert Krieger von euch sollen mit dem Mädchen dort (Findabair) bis zur Mitte der Ebene gehen, und das Mädchen soll vor uns und vor euch gehen, und ein Reiter soll gehen, ihn (Rochad) anzureden, daß er allein zu einer Unterhaltung mit dem Mädchen komme, und Hand soll an ihn gelegt

werden, und dieses wird den Raubzug seiner Schaar von uns abziehen. Es wird darauf danach gehandelt. Rochad geht dem Reitersmann entgegen. Ich bin, sagte dieser, von Findabair vor dich gekommen, daß du zu einer Unterhaltung mit ihr kommest. Er geht darauf allein zu einer Unterhaltung mit ihr. Von allen Seiten stürzt man von seiten der Schar auf ihn zu, man ergreift ihn, und Hand wird auf ihn gelegt. Seine Schar wird nun in die Flucht getrieben. Darauf wird er losgelassen und verpflichtet, nicht gegen das Heer (Ailills) zu marschieren, bis er komme vereint mit allen Ultern. Versprochen wurde ihm darauf, Findabair würde ihm gegeben werden, und er kehrt darauf von ihnen weg' (LU. 72a, 29—72b, 15).

Von diesem Zusammentreffen der Findabair mit Rochad hat nun die andere Rezension, die die Begebenheit bei einem späteren Zeitpunkt des Kriegszugs erzählt, einen Bericht, in dem die 'Unterhaltung' etwas drastischer geschildert wird als der etwas schamhafte Erzähler der ersten Rezension es wagt: *Reochaid mac Fathemain, ēside dUltaib. Trichoicait læch based alīn. Acus ragab tilaig agid inagid donasluagaib. Atchondaic Findabair ingen Ailella 7 Medba anīsein. Acus rabāisi garād ramāthair riMeidb. Racharusa inlæch ūt ūair chēin ām, barsi 7 issē molennān ē 7 moroga tochmairc. Maracharais aingen, fæ leis dādaig 7 guid fhossad dūn fhair donasluagaib, gotī chucaind dolō inmōrchatha. Fæmais Reochaid mac Fathemain anīsein 7 fæiss indingen dādaig leis* 'Rochad mac Fathemain, von den Ultern war er, (kam) mit einer Schar von dreimal fünfzig Kriegern und besetzte einen Hügel direkt im Angesicht der Scharen (von Ailill und Medb). Das sah Findabair, die Tochter von Ailill und Medb, und sie sagte zu ihrer Mutter, zu Medb nämlich: Ich habe den Krieger dort eine lange Weile schon geliebt, sagte sie, er ist mein Liebling und der mir genehmste Freier (würde er sein). Wenn du ihn, o Tochter, lieb hast, dann schlaf bei ihm zur Nacht und bitte ihn um Waffenstillstand für unsere Scharen, bis er am Tage der großen Schlacht uns gegenübertreten wird. Rochad mac Fathemain nahm dies an, und das Mädchen schlief die Nacht bei ihm' (LL. 92a, 1—14)[1]. Diese Geschichte wurde im Lager so bekannt, daß es auch einer der sieben Munsterhäuptlinge hörte, der an dem Heereszug teilnahm, weil ihm die Findabair zugesagt worden war. Als er sich vor seinen Landsleuten über dieses Hintergangenwerden beklagte, da stellte sich heraus, daß auch die übrigen sechs

[1] Im YBL. 43a, 6—14 wesentlich übereinstimmend ebenso: Findabair gesteht, daß Rochad ihre erste Liebe (*cētserc*) sei; der Rat der Eltern ist *maracharais dino . . . fōi lais ambārach dadaig* 'wenn du ihn lieb hast also . . . schlaf morgen zur Nacht bei ihm'; ebenso befolgt sie den Rat: *fāid laisinningin* 'er schläft bei dem Mädchen'.

Munsterhäuptlinge in derselben Lage waren, so daß sie beschlossen, Rache zu nehmen. In dem entstandenen Tumult waren schon 800 tapfere Krieger aus dem Heere Ailills gefallen, ehe die getäuschten Häuptlinge beruhigt wurden'.

Damit ist die Verwendbarkeit der Findabair auf dem Kriegszug noch nicht erschöpft. Im Verlauf hatten Ailill und Medb mit dem Ulster Schritt für Schritt verteidigenden Cuchulinn einen Vertrag dahin abgeschlossen, daß Cuchulinn aufhören sollte, das Gesamtheer zu beunruhigen, wenn ihm an jedem Tag ein Mann aus dem Heere Ailills zum Einzelkampf an der Furt, wo Cuchulinn Stellung genommen hatte, entgegentrete, und das Gesamtheer so lange abwartend liegen bleibe, bis Cuchulinn in einem solchen Einzelkampf unterlegen sei. Bald gelüstete keinen Krieger in Ailills Heer mehr, den Zweikampf mit Cuchulinn zu bestehen, so daß Ailill und Medb aus der Sorge, einen Kämpfer zu finden, gar nicht heraus kamen. Wie man's anstellte, wird anschaulich erzählt: *Rocongrad Ferbæth hipupull doAilill 7 Medb 7 asberar fris suide forlāim Findabrach 7 atabairt dō, arbahē atogu archomrac fri Coinculainn; bahē fer andingbāla lēo arbācuma dān dīblinaib laScāthaich. Doberar fīn dō iarom corbomesc 7 asberar fris: bācœm lēosom allindsin, nītobrad acht ere ·L· fēn lēo 7 bahī indingen nogebed lāim foracuitseom de. Nihaccobor lem, or Ferbæth, comalta 7 fer bithchotaig dam Cūchulainn. Ragatsa arapa arachend imbārach cotopachtur achend de. Bid tū dogēnad orMedb.* 'Ferbæth ('der tumbe man') war in das Zelt zu Ailill und Medb gerufen worden und er wird aufgefordert, sich neben Findabair zu setzen und ihm gesagt, sie solle ihm gegeben werden, denn ihn hatten sie (Ailill und Medb) sich zum Kampf gegen Cuchulinn ausgesucht. Ihn hielten sie ihm gewachsen, denn beide (Ferbæth und Cuchulinn) hatten dieselbe Kunst bei der Scathach (gelernt). Darauf wird ihm Wein gegeben, bis er trunken war, wobei man ihm saget, sie hielten das für einen feinen Trank, sie führten nur eine Last von 50 Wagen davon mit'; und das Mädchen (Findabair) holte aufs neue von dem für ihn bestimmten Teil davon. Es ist nicht mein Wunsch (zu kämpfen), sagt Ferbæth: Cuchulinn ist Pflegebruder und durch Blutsbruderschaft mir nahestehend. Nichtsdestoweniger werde ich ihm morgen entgegentreten, um ihm den Kopf abzuschlagen. Du wirst es sein, der es tun könnte, sagt Medb' (LU. 73a, 38—73b, 3 = YBL. 30b, 50—31a, 14). Auch hier ist wieder die andere Rezension drastischer: *Ferbæth, rucad ipupail Medba. Tucad indingen fora lethlāim; issī doirtes curnu fair, sī dobeir phōic lacechnoendig dō, isī gaibes lāim forachuit. Ni dochāch la Meidb inlind dālter for Fer mbæth; nithucad acht aire cōicat fēn de dochum longphuirt.* 'Ferbæth wurde in das Zelt der Medb gebracht. Das Mädchen wurde an seine eine Seite gesetzt: sie

ist es, die ihm die Hörner einschenkt, sie ist es, die ihm bei jedem einzelnen Trunk einen Kuß gibt, sie ist es, die ihm seinen Anteil zuführt. Nicht für jeden hat Medb den Trank, der dem Ferbæth zugeteilt wird; es wurde nur eine Last von 50 Wagen davon ins Lager gebracht' (LL. 74b, 18—23; 31—36).

Als auch die Hoffnung auf Ferbæth fehlschlägt, fragt Lugaid, wer am folgenden Tag Cuchulinn entgegentreten wolle. *Nifaigebtharside etir, or Ailill, acht madorōnaid cēill occai: nachfer dothæti chucaib, tabraid fīn dō coropmaith amenma ⁊ asberthar friss: issed nammā fil dondfīn tucad a Cruachnaib; rosæth linni dobithsiu foruisciu isindūnud. ⁊ doberthar Findabair foradesreth ⁊ asberthar: ragaid chucut diatuicce cend indriastairthe dūnni. Nofōite cocachlāth ngaile aaidchi ⁊ norāte fris anīsin. Nogonadsom cachfer dīb auair. Nifēta nech lēo arachend assennad. Congairther dōib Lārīne mac Nōiss allā naile, brāthair side doLugaid rīg Muman. Bāmōr auallchas. Doberar fīn dō ⁊ doberar Findabair foradesraid. Tossecai Medb andīs: ismellach lim indlānamain ucut olsi, bacoindme acomrac. Nīgebsa dīt ēm, or-Ailill, rambia diatuca cend indrīastarthe damsa. Dobēr immorro ar Lārīne.* 'Ein solcher wird überhaupt nicht gefunden werden, sagte Ailill, wenn ihr nicht dabei Klugheit anwendet: jeder Mann, der zu euch kommt, dem gebt Wein, bis er heiteren Sinnes wird, und man sage ihm: das ist nur mehr da von dem Wein, der aus Cruachu gebracht wurde; es tut uns leid, daß du in dem Lager auf Wasser gesetzt bist. Und man gebe Findabair zu seiner Rechten und sage ihm: sie wird zu dir kommen, wenn du uns den Kopf des Rasenden (Cuchulinn) bringst. So wurde zu jedem Helden, wenn seine Nacht an die Reihe kam, geschickt und es wurde dies zu ihm gesagt. Er (Cuchulinn) tötete jeden Mann von ihnen, wie er an die Reihe kam. Zuletzt konnten sie (Ailill und Medb) schon niemand mehr gewinnen, ihm entgegenzutreten. Den nächsten Tag wird Lārīne mac Nōis zu ihnen bestellt, der ein Bruder des Lugaid, Königs in Munster, war. Seine Aufgeblasenheit war groß. Es wird ihm Wein gegeben, und Findabair wird zu seiner Rechten gesetzt. Medb schaut das Paar an: das Paar dort erfreut mein Herz, prächtig wäre ihr Zusammenstoßen[1]. Ich fürwahr werde dich nicht hindern darin,

[1] Schon oben S. 181 Anm. ist bemerkt, daß das im Irischen für 'Paar' stehende Wort *lānamain* vom legitimen Ehepaar verwendet wird, aber auch von jedem geschlechtlich verkehrenden Paar. Das im Text mit 'Zusammenstoßen' übersetzte Wort *comrac* bedeutet an sich 'jedes Zusammentreffen', daher gewöhnlich 'Kampf'; aber es finden sich in den alten Sagentexten Stellen, wo es dem Zusammenhang nach unzweideutig vom 'Begattungsakt' gebraucht wird, so z. B. im Fled Bricrenn in einer Szene, die noch zur Sprache kommen muß (LU. 107a, 2), und charakteristisch ist, daß auch hier Medb das Wort so gebraucht. Hierzu nehme man, daß obige Szene der Tāin bō Cūalnge aus der Rezension ist, die in der Erzählung möglichst dezent ist (s. oben S. 184, Anm. 1;

sagte Ailill; sie soll ihm werden, wenn er den Kopf des Rasenden mir bringt. Ich werde ihn bringen, sagte Lārīne.' (LU. 73b, 37 bis 74a, 8 = YBL. 31a, 1—19).

Auch Lārīne vermochte Cuchulinns Haupt nicht zu bringen. Nach vielen Zwischenfällen war man genötigt, als letzte denkbare Hilfe den Fer Diad Conganchnessach (Nibelung mit der Hornhaut) aus Connaught kommen zu lassen, der Jugend- und Blutsfreund Cuchulinns war. Er kam, ohne daß er genau wußte, was der Zweck seines Herbeiholens war, weil er sich vor den Gedichten der als Boten gesandten Spottbarden fürchtete. *Tāinic Ferdiad leisnatechtaib hisin uamun aimdergtha doib. Tucad Findabair ingen Medba 7 Aililla foraleathlaim; isī Findabairsin nogobad laim arcachcuach 7 arcachcopān dFirdiad, isī nobeired teora pōc friacachcopān dibside do, isī nodāiled ubla fīrchubra darsedlach alēned fair; ised adbered sī, bahē aleandan 7 atoga tochmairc doferaib intægail Ferdiad. Inaim robo saech subach sofarbailig Ferdiad, isand adbert Medb: Maith aile a Fhirdiad infetairseo ciafāth maradgoired isinpupullsa?* 'Ferdiad kam mit diesen Boten, aus Furcht, er würde von ihnen verspottet werden. Findabair, die Tochter von Medb und Ailill, wurde ihm zur Seite gesetzt: diese Findabair reichte jeden Becher und jeden Humpen dem Ferdiad, sie gab drei Küsse bei jedem Humpen ihm, sie teilte ihm wohlduftende Äpfel zu, die sie aus der Tasche ihres Hemdes (Untergewandes) herausholte; das sagte sie, Ferdiad wäre ihr Liebchen und ihr liebster Freier von den Männern der Welt. Als nun Ferdiad satt, fröhlich, überglücklich war, da sagte Medb: schön nun, o Ferdiad, weißt du, warum du in dieses Zelt gerufen wurdest?' (YBL. 35a, 47—35b, 6). Als Ferdiad dies verneinte, klärte ihn Medb auf und bot ihm für den Kampf gegen Cuchulinn ganz ungeheure Geschenke wie nie zuvor und zum Schluß: *Findabair mingensa 7 ingen Ailella dooenmnā dait 7 comaid dimsliasaidsea diarīs aleas airsin anuas fogēba* 'Findabair, meine und Ailills Tochter, (wird) dir zur einzigen Frau und Bündnis meines Oberschenkels, wenn du Bedürfnis hast, dazu außerdem wirst du bekommen'[1]. (YBL. 35b, 16 bis 19). Die zweite Rezension der Tāin bō Cūalnge kennt in der Er-

S. 188, Z. 16). Danach ist die Erzählung klar: das Königszelt ist in ein Bordell umgewandelt; Findabair sitzt neben Lārīne, an seiner Rechten: sie schenkt ihm immer aufs neue ein, gibt ihm bei jedem Schluck einen Kuß, holt ihm neuen Stoff herbei. Mit einem Blick auf das Paar beginnt die Bordellmutter Medb das Gespräch mit Ailill, das natürlich geführt wird, daß Lārīne es hören kann. Er hört es mit den zweideutigen Worten wie *lānamain* und *comrac* und versteht es auch, wie seine kurzen Zustimmungsworte zeigen. Die Erzählung, wie sie vorliegt, ist kunstvoll dezent, aber vollständig die Situation für jeden Zuhörer des 9. und 10. Jahrhunderts verständlich machend.

[1] Also dasselbe Angebot wie dem Dāre vor dem Zug (s. oben S. 178ff.).

zählung selbst nur 'die goldne Spange im Mantel Medbs' (*intēo ōir bōe imbrutt Medba*) als Zugabe zur Findabair, aber in dem längeren Gedicht, das ein Zwiegespräch zwischen Medb und Ferdiad darstellt, bietet Medb sich zuerst selbst als Zugabe zu vielen Geschenken:

A Fhirdiad innāga *dāig isatduni dāna*
damsa batfer grāda *sechcāch gannachcāin*

'O Ferdiad des Kampfes, da du ein kühner Mann bist, sollst du mein Liebhaber sein vor allen andern ohne irgendeine Bezahlung (Tribut)' (LL. 81 b, 15—17); als dies nicht zieht, bietet sie dem Ferdiad zum Schluß von vielem andern:

Finnabair naferggu *rīgan iarthair Elgga*
arñdīth chon na cerdda *aFhirdia rotfia*

'Findabair die zornige, die Königin West-Irlands, wird nach der Tötung Cuchulinns dir werden, o Ferdiad') (LL. 81 b, 41/42). Immer wieder während der Kampfpausen rät Cuchulinn dem Ferdiad, abzulassen, indem er mit denselben Worten auf die Rolle der Findabair bei der Tāin bō Cūalnge hinweist (LL. 84 a, 16 ff.; 85 b, 9. 10; 88 a, 16. 17). Schließlich fällt die Findabair am Schluß des Kriegszugs nach der altertümlicheren Rezension zeitweilig dem Cuchulinn selbst zu, denn nach dem Friedensschluß, als Connaughtleute und Ulter heimziehen *anaid Findabair laCoinculaind* 'bleibt Findabair bei Cuchulinn' (YBL. 53 a, 31)[1].

Das Verhalten der übrigen Frauengestalten in der Tāin bō Cūalnge ist rasch erörtert. Von vornehmen Frauen, deren Namen dem Erzähler erwähnenswert, nahm außer Medb und Findabair nur noch 'Flidais Schönhaar' Teil: sie war die Frau des erschlagenen Munsterherrschers Ailill Find gewesen und dann des Fergus Ehegesponst beim Zug; sie wird nur einmal erwähnt (LU. 56 a, 13. LL. 56 b, 47—51). Von dem übrigen zahlreichen Weibsvolk (Frauen und Mädchen), die das Heer begleiteten, erfahren wir gelegentlich, daß sie aus Neugierde, den Cuchulinn von ferne zu sehen, auf die Schilde und Schultern der Krieger klettern (LU. 81 a, 39 ff.; LL. 79 a, 13 ff.; YBL. 33 b, 27 ff.; LU. 74 b, 22 ff.); sie laufen auch öfters aus dem Lager, um sich Einzelkämpfe von Ferne anzusehen. Weiter erfahren wir, daß die Kriegsgöttin Mōrrīgan in Gestalt eines schönen Weibes zu Cuchulinn kommt und sich ihm anbietet (LU. 74 a, 30 ff.; YBL. 31 b, 42 ff.). Viel wertvoller als dies ist aber ein Sittenbild, das wir in einer in beide Rezensionen der Tāin bō Cualnge eingelegten aber einen organischen Bestandteil des Epos bildenden Erzählung bekommen. Haben wir im

[1] Die zweite in LL. erhaltene Rezension läßt die Findabair bei dem infolge ihres Schlafens bei Rochad entstandenen, oben S. 189 erwähnten Aufstande der Munsterhäuptlinge am Herzschlag sterben (LL. 92 a, 34—38; YBL. 43 a, 25 ff.).

vorhergehenden wesentlich den Hof von Connaught in seinen beiden hervorragendsten Frauengestalten auf dem Kriegspfad kennen gelernt, so führt uns dies Bild an den Hof von Ulster, macht uns mit der Königin und ihrem Hofstaat bekannt. In der Erzählung von den Knabentaten des Hauptthelden der Sage, des Cuchulinn, erfahren wir, daß der siebenjährige Cuchulinn zu kriegerischer Tat ausgezogen war und drei gefährliche Feinde erschlagen hatte, deren Köpfe er im Wagen mit sich führte. Auf der Heimkehr fing er einen wilden Hirsch, den er hinten an den Wagen band, und eine Anzahl wilder Gänse (Schwäne), die er so an den Wagen befestigte, daß sie darüber schwebten und mitflogen. In diesem phantastischen Aufzug stürmte er in wilder Raserei nach Emain Macha (Armagh), der Residenz seines Onkels, des Ulsterkönigs Conchobar. *Carptech dorēt farndochum olindercaid inEmain Macha; ardāilfe fuil laiss cachdune fil isindlis manifoichlither ⁊ manidichset mnā ernochta friss. Tossōisom iarom clār clē acharpait frihEmain ⁊ bagess di anīsin ⁊ asbert Cūchulainn: Tongu dodia toingte Ulaid, manīetar fer doglēo frimsa ardāilfe fuil cachnǣn fil isindūn. Mnā ernochta arachend, arConchobar. Tothēit iarom bantrocht nEmna arachend imMugain mnāi Conchobair mic Nessa ⁊ donnochtat ambruinni friss. Itē ōic inso condricfat frit indiu, orMugain. Foilgiseom agnūis. Lasodain atrethat lāith gaile Emna ⁊ focherdat indabaig nūarusci. Maitti immiseom indabach hīsin; indabach aile dano inrolād fichis dornaib de; intress dabach indeochaid iarsudiu fosngert side, combo chumsi dō atess ⁊ afuacht. Dothǣt ass iarom ⁊ dobeir indrīgan iarsudiu, ·/· Mugain, bratt nyorm nimbi ⁊ delg nargit nand ⁊ lēne chulpatach ⁊ suidid foglūn Chonchobair iarom.* 'Ein Mann auf einem Streitwagen kommt auf euch zu, sagte der Wächter in Emain Macha; er wird das Blut eines jeden Mannes vergießen, der in der Burg ist, wenn nicht Vorkehrungen getroffen werden und wenn entblößte Weiber ihm entgegentreten. Darauf wandte er die linke Seite seines Wagens gegen Emain und dies war nicht gestattet (ein Tabu für Emain), und es sagte Cuchulinn: ich schwöre zu Gott, zu dem die Ulter schwören, wenn sich nicht ein Mann zum Kampfe gegen mich findet, werde ich das Blut eines jeden, der in der Burg ist, vergießen. Entblößte (ganz nackte) Frauen sollen ihm entgegentreten, befahl Conchobar. Es geht ihm darauf das Weibsvolk von Emain entgegen um Mugain, die Gemahlin des Conchobar mac Nessa, und sie entblößen ihre Brüste ihm gegenüber. Das sind Krieger, die dir heute entgegentreten, sagte Mugain. Er verbarg sein Angesicht. In dem Moment laufen die Helden von Emain herbei und werfen ihn in ein Faß mit kaltem Wasser. Dieses Faß bricht (springt) um ihn herum; das zweite Faß, in das er geworfen wurde, kocht auf in faustdicken

Blasen davon; das dritte Faß, in das er darauf ging, dieses erwärmte er so, daß dessen Hitze und Kälte ihm angemessen (zusagend) war. Darauf geht er heraus und Mugain die Königin legt einen blauen Mantel, an dem eine silberne Spange war, um ihn und ein Hemd (Untergewand) mit einer Kapuze, und er setzt sich zu Conchobars Knie darauf.' (LU. 63a, 21—40; YBL. 22b, 20—41). Die andere Rezension trägt wie gewöhnlich die Farben etwas stärker auf; es seien nur die wesentlich in Frage kommenden Sätze gegeben. *Ocus based inchomairle racruthaiged leo : inbantrocht dalēcud immach doshaigid inmaic ·i· tricōicait ban ·i· deich mnā ⁊ secht fichit dīscir derglomnocht inoenfecht uli ⁊ ambantoesech rempo, Scandlach, dothōcbāil annochta ⁊ annāre dō. Tāncatar immach inbanmaccrad uile ⁊ tuargbatar annochta ⁊ annāre uile dō. Foilgid inmac agnūis forru ⁊ dobretha adreich frisincarpat arnāacced nochta no nāre namban. Andsain roirgabad inmac bec isincharput, tucad itrī dabchaib uaruscib ē dodībdūd afherge.* 'Und dieses war der Beschluß, den man faßte: das Weibsvolk hinauszulassen zu dem Knaben, d. h. dreimal fünfzig Frauen, also zehn und sieben mal zwanzig feuerige, splitternackte[1] Weiber alle auf einmal, und Scandlach ihre Führerin vor ihnen herschreitend, um ihre Brust und ihre Scham ihm darzubieten. Das gesamte junge Weibsvolk kam heraus und sie zeigten ihm ihre Brüste und ihre Scham. Der Junge verbirgt sein Antlitz vor ihnen und blickte auf den Wagen, daß er die Brüste oder die Scham der Weiber nicht sehen sollte. Da wurde der kleine Knabe in dem Wagen ergriffen, er wurde in drei mit kaltem Wasser gefüllte Fässer gesteckt[2], um seinen Zorn abzukühlen' (LL. 67b, 35—45).

Das sind die Frauengestalten in der Tāin bō Cūalnge, in dem größten Epos des alten Irland: hier Medb, die Königin von Connaught und ihre Tochter Findabair in ihren Reden und Handlungen auf dem

[1] Im Irischen *derglomnocht.* Es ist *nocht* 'nackt', *lomm* bedeutet 'leer, bloß', so daß *lomnocht* schon eine starke Verstärkung von 'nackt'; *derg* bedeutet 'rot', ist aber, wohl ausgehend von Redensarten wie 'rotes Feuer' (*dergthene*) oder 'roter Zorn' (*dergferg*) für 'starkes Feuer', 'starker Zorn' im Irischen in volkstümlicher Rede eine der stärksten Verstärkungen geworden, wie 'tot' volkstümlich im Hochdeutschen. So ist *deargghrādh* 'rote Liebe' = 'wahnsinnige Liebe', *deargmhoch* 'rotfrüh' soviel wie 'in aller Herrgottsfrühe'; *deargmheisce* 'rote Trunkenheit' ist ein solcher Zustand der Betrunkenheit, daß jemand auf allen vieren zur nächsten Pfütze kriecht, um an ihr seine Pfeife anzuzünden, wie mir einst erklärt wurde. So ist also *derglomnocht* die durch zwei starke Verstärkungen bezeichnete Nacktheit, also etwa 'splitterfasernackt'.

[2] Cuchulinn geriet oft in solche Hitze, daß frisch gefallener Schnee eine Elle um ihn herum schmolz und er dann Rüstung und alles mit Einschluß des Hemdes von sich riß, um nicht wahnsinnig zu werden (LU. 71a, 16; 68a, 14 = 70b, 12—19; 77a, 34). Dann wird er, wie im Serglige Conculaind erzählt wird, in drei Fässer kalten Wassers nacheinander gesteckt (LU. 48b, 28—31).

Kriegszug, dort in einer Erzählung ein Ausschnitt aus dem Hofleben von Ulster in Emain Macha. Wenn wir uns nun dem zweiten großen altirischen Epos zuwenden, genannt Fled Bricrenn (Fest des Bricriu), so lernen wir nicht minder interessante Szenen zunächst kennen, die uns Medb und Findabair zu Hause, in Cruachu (Rathcroghan), vorführen, also Hofleben in Connaught in Westirland um Christi Geburt.

Bei einem Fest, welches der Thersites unter den Ultern, Bricriu mit dem Beinamen 'Giftzunge', Conchobar, dem König von Ulster, und seinen Helden veranstaltete, gerieten die drei hervorragendsten Helden Loegaire, Conall Cernach und Cuchulinn nach vorhergegangener Aufhetzung durch Bricriu in Streit darüber, welcher von ihnen den unbestrittenen Vorrang beanspruchen dürfe und damit das unbestrittene Recht, bei großen Schmausereien den Festeber zu verteilen. Um Blutvergießen zu verhindern, einigte man sich dahin, daß das Königspaar von Connaught, die bekannten Ailill und Medb, den Schiedsspruch fällen sollten. Ein glänzender Zug auf Streitwagen brach von der Burg des Bricriu auf; Cuchulinn, der sich etwas versäumt hatte, erst einige Zeit später. Lange, bevor von Cruachu, der Burg Ailills und der Medb in Roscommon, das Geringste von den herannahenden Ultern zu sehen war, erfüllte Getöse die Luft, und die Erde erbebte, daß in der Burg der Medb die Waffen von den Wänden fielen und die Menschen in der Burg zitterten wie Schilf gegen den Strom. Findabair stürzt, neugierig wie Frauen sind, hinan auf den Söller über dem Vortor der Burg, um auszuschauen. Sie erblickte zuerst in der weiten Ferne einen Streitwagen mit einem Krieger und, auf Aufforderung der Medb, schildert sie die Rosse, den Streitwagen und den Wagenkämpfer so, daß Medb erkannte, es sei Loegaire, der Siegreiche, der angerast komme; sie spricht die Befürchtung aus, sein Herannahen bringe Unheil. Nun tritt ein zweiter Streitwagen mit einem Krieger fern in der Ebene in Sehweite von Findabair: sie schildert ihn ebenso genau, und Medb erkennt, daß es Conall Cernach ist, wobei die Befürchtung, daß er Unheil bringen könne, noch stärker zum Ausdruck kommt. Damit tritt nun ein dritter Streitwagen mit einem Helden darin fern in der Ebene in Findabairs Gesichtskreis: wieder eine großartig poetische Schilderung der Rosse, des Streitwagens und des Wagenkämpfers durch Findabair, wieder erkennt Medb den Mann, nämlich Cuchulinn, und ihre Befürchtungen und ihre erregte Stimmung werden noch lebhafter. Bei weiterem Herannahen in der Ebene kommen sich die drei Wagen immer näher, und als Findabair meldet, sie kämen nebeneinander heran, so daß Schulter der drei Helden neben Schulter und Wagenrand neben Wagenrand stand, da gerät Medb in höchste Ekstase, in eine Stimmung, die durch ihren Namen treffend bezeichnet

ist[1]: nach einigen wilden Ausrufen ertönt ihr Befehl *Mnā finna fornochta friu, ol Medb, aurchīche aurnochta ētrochta, collīn ningen naurlam nimchomraic, liss aurslocthi, būirg foenbēla. Dabcha uaruisci, dērguda indlithi, biad glan imda, braichlind muad mesemar, maith fēinne fothud: fochen incath tothæt, bēss nīnortar tairis.* 'Blondhaarige, stark nackte Frauen ihnen entgegen! sagte Medb, vorgehaltene, entblößte, glänzende Brüste und viele Mädchen zum Liebesdienst[2] bereit! Die Gehöfe aufgeschlossen! Die Burgen offen! Fässer kalten Wassers! Lager bereitet! Reichliche reine Speise! Berauschenden edlen Malztrank, der Wikingerhelden gute Stärkung! Willkommen der Kampf, der kommt, sicher werden wir nicht getötet trotzdem' (LU. 106b, 46—107a, 5). Nach diesen Befehlen der Medb, die ja durch die schon vorgeführten Stellen aus der Tāin bō Cualnge (s. oben S. 193 ff.) an sich ziemlich klar sind, fährt die Erzählung in ruhigem Tone fort: *Lasodain dolluid Medb forfordorus indliss immach isinaurlaind ⁊ tricōicait ingen lēe ⁊ tēora dabcha uarusci dontriur lāth ngaile dodānic resinslūag dotlathugud ambrotha. Rolād roga dōib iarsudiu dūs inbad tech forleth dobertha docachfir dīb no intech dōib atriur. Atech forleith docāch orCūchulainn. Iarsuidiu berthar itigi condērgothaib sainamraib anrobodech lēo donatri cōictaib ingen ⁊ dobreth Findabair laCoinculainn sechcāch isinairicul irrabi ⁊ tāncatar Ulaid uli iarsudiu ⁊ luid Ailill ⁊ Medb ⁊ ateglach nuli corofersat fælte friUltu. Frisgart Sencha mac Aililla ismaith lind, orse. Tīagait Ulaid iarom isindūn ⁊ dollēicther arrīgthech dōib.* 'Damit (bei diesen Worten) ging Medb durch das Vortor der Burg hinaus in den Vorhof und dreimal fünfzig Mädchen mit ihr, und drei Fässer mit kaltem Wasser (wurden) für die drei Helden (gebracht), die zu ihr dem Heere vorausgekommen

[1] Medb bedeutet etymologisch 'die Trunkene, die an Met Berauschte'. Altir. *Medb*: kymr. *meddw* 'betrunken' = altir. *fedb* 'Witwe': kymr. *gweddw* 'Witwe'. Wie *fedb* und *gweddw* regulär auf ein inselkeltisches **vedvā* gleich lat. *vidua*, got. *viduvō*, sanskrit *vidhavā* zurückgehen, so altir. *medb*, kymr. *meddw* auf ein inselkelt. **medvā*, femin. zu *medvos* = kymr. *meddw* 'trunken'. Dies **medvos*, **medvā* ist mit sekundärem Suffix von inselkeltisch **medu* (altir. *mid*, Gent *meda*, kymr. *medd* 'Met') gebildet, das ja sanskrit *madhu*, gr. μέθυ, lit. *midus*, ksl. *medŭ*, alts. *medu*, ahd. *metu*, nhd. *Met* ist. Im Indischen entspricht mit der bekannten Dehnung bei solchen Bildungen *mādhva-* dem keltischen *medvo-*. Es handelt sich offenbar um ein Beiwort des tollen Weibsbildes. Nicht oft sind Namen so klar durchsichtig. Wenn die Iren, die heutigen Tages aus Patriotismus ihre Kinder wieder 'Medb' nennen, eine Ahnung hätten, was der Name bedeutet und welch ein Weibsbild die Medb war, würden sie vielleicht Bedenken tragen.

[2] Hier ist die Komposition *imchomrac* 'wechselseitiges Zusammenstoßen' von Medb so verwendet wie in der oben S. 190 angeführten Szene aus der Tāin bō Cūalnge das Simplex *comrac*. In demselben zweideutigen, aber durchsichtigen Sinne auch im Schlußsatz *cath* 'Kampf' verwendet; man vergleiche auch, wie in der S. 193 ff. aus der Tāin bō Cūalnge die Weiber als *ōic* 'junge Krieger' von Mugain bezeichnet werden und daß *comrac* das Nomen verbale ist zu dem dort gebrauchten *condricfat*.

waren, um ihre Hitze zu mildern (kühlen). Darauf wurde ihnen zur Wahl gestellt, ob ein besonderes Haus sollte jedem der drei Männer gegeben werden oder nur ein Haus für sie drei zusammen. Ein besonderes Haus für jeden, bestimmte Cuchulinn. Darauf wird in Häuser mit kostbaren Lagerstätten gebracht, was ihnen von den dreimal fünfzig Mädchen am besten gefiel, und Findabair wurde zu Cuchulinn außerdem in das Gemach geführt, in dem er sich befand, und es kamen darauf alle Ulsterleute an, und Ailill und Medb und ihr ganzes Gefolge ging und begrüßten die Ulter. Es erwiderte Sencha macAilella — ein berühmter Ulter, Conchobars Oberhofmarschall —: wir sind angenehm berührt. Darauf treten die Ulter in die Burg ein, und das Königshaus wird ihnen überlassen' (LU. 107a, 6—107a, 18), wo sie um Conchobar und Fergus mac Rōig, der damals noch in Ulster weilte, drei Tage schmausen, ohne daß die drei genannten Helden zum Vorschein kommen.

In einer anderen Version von Fled Bricrenn, deren abweichende Szenen und Schilderungen in die in Hs. LU. enthaltene Kompilation hineinverarbeitet sind, wird die eben gegebene Bewirtungsszene der drei Hauptthelden nach ihrer Ankunft abweichend so geschildert: *Dobretha roga doib cid biad noragad dianechaib. Asbert Conall ⁊ Loegaire airthend dāblīadna dothabairt dianechaib; grān eōrna immorro rothog Cūchulainn dīa echaib. Fēotar and indaidchisin: Roíntir inbanchuri etorro itrī. Dobretha Findabair ⁊ cōeca ingen impi hitech Conculainn; dobretha Sadb sulbair ingen aile Ailella ⁊ Medba ⁊ cōeca ingen impi hifarrad Conaill Cernaig; dobretha Conchend ingen Cheit maic Magach ⁊ cōeca ingen malle fria hifarrad Loegairi buadaig. Nothathiged Medb fessin immorro cognāthach sintech imbōi Cūchulainn. Fēotar and indadaigsin.* 'Es wurde ihnen die Wahl gelassen, welche Speise ihre Rosse bekommen sollten. Conall und Loegaire sagten, man solle ihren Rossen zweijährigen Hafer geben; Gerstenkorn aber wählte Cuchulinn für seine Pferde. Sie schliefen nun diese Nacht dort so: Das Weibsvolk wird unter sie in drei Teile geteilt. Es wird Findabair und fünfzig Mädchen mit ihr in das Haus des Cuchulinn gebracht; Sadb die Beredte, eine andere Tochter Ailills und der Medb und fünfzig Mädchen mit ihr wird zu Conall Cernach gebracht; es wird Conchend, die Tochter des Cet mac Magach, und fünfzig Mädchen zugleich mit ihr zu Loegaire buadach gebracht. Medb selbst aber besuchte[1] in gewohnter Weise das Haus, in dem Cuchulinn sich befand. So schliefen sie dort diese Nacht' (LU. 108b, 2—14). Zu dem vorletzten Satz

[1] Im Irischen steht das Tempus, welches Gewohnheit oder häufige Handlung in der Vergangenheit ausdrückt.

muß man sich erinnern, daß auch in der Tāin bō Cūalnge nach beiden Rezensionen Medb dem Ferdiad ihre Tochter Findabair zur Frau anbot und 'außerdem obendrein' Bündnis ihres Oberschenkels, 'wenn du danach noch Bedürfnis fühlst' (*diaīrs ales*), s. oben S. 191 ff.

Wie uns die Tāin bō Cūalnge neben dem Verhalten von Medb und Findabair auf dem Kriegszug einen Ausschnitt aus dem Hofleben von Emain Macha in einer eingelegten Erzählung vorführte (s. S. 193 bis 194), so bietet uns die Erzählung vom Feste des Bricriu und dessen Folgen neben den gegebenen drastischen Bildern vom Hofleben in Connaught ein zwar etwas anderes, aber für die Kulturzustände im alten Irland um Christi Geburt nicht minder lehrreiches Bild vom Nachbarhof in Ulster.

Als Bricriu sein großes Fest zur Feier der Einweihung des neuen Hauses dem König Conchobar und den Ultern in Dūn Rudraige gab, da kamen, wie das in Irland Sitte war, nicht nur König Conchobar, die drei Helden Loegaire, Conall und Cuchulinn und andere schon im Verlauf vorgekommene Helden, darunter auch Fergus mac Rōig, Rochad mac Fathemon und der Hofmarschall Sencha — es werden im ganzen 33 namentlich aufgezählt (LU. 101 a, 1—17), außer Conchobar —, sondern auch die Frauen des Königs und die Frauen der Helden in festlicher Fahrt von Emain Macha nach Dūn Rudraige. Nach Ankunft und Besichtigung der eigens zu dem Fest von Bricriu erbauten Festhalle gruppieren sich auf der einen Seite der Halle die Helden und Häuptlinge der Ulter um ihren König Conchobar zu einer Fest- und Kneiptafel. Auf der anderen Seite der Halle konstituieren die Frauen der Helden und Häuptlinge um 'Mugain mit Schamhaaren wie Ginstern' (*Mugain aitenchaethrech*[1])

[1] Mugain, die Frau des Ulterkönig Conchobars und Tochter des irischen Oberkönigs Eochaid Feidlech, führt in der Sage den stehenden Beinamen *atenichaethrech* (zuweilen entstellt *aitenchairchech*, s. Kuno Meyer, Todd Lectures XIV, 22). Dies Wort mußte jedem Iren des 9. Jahrhunderts so klar sein, wie einem Griechen im 6. Jahrhundert v. Chr. das Beiwort der Eos ῬΟΔΟΔΆΚΤΥΛΟΣ: es besagt 'Schamhaare (*caither*) habend so lang wie Ginstern'. Wenn man sich erinnert, welche Gastrollen die Mugain an der Spitze der 150 Frauen öffentlich gab nach der Erzählung der Tāin bō Cūalnge (s. oben S. 193 ff.), dann ist nicht wunderbar, daß ihre Untertanen über diese über intimste Toilettengeheimnisse hinausgehenden Geheimnisse ihres Naturgewandes genau unterrichtet waren, und sie davon den auf die spätesten Geschlechter forterbenden schmückenden Beinamen erhielt. Daß sie übrigens, vielleicht etwas weniger temperamentvoll, der Medb, ihrer Kollegin in Connaught, wenig nachgab, erfahren wir aus dem Sagentext Aided Lōegairi Būadaig (der Tod des Loegaire Buadach), der so beginnt: *Āed mac Ainninne dochomraic re Mugain Aitinchairchech 7 ben Conchobair in Mugain sin. Fili Conchobair int Aed. Rofess forro ambeith amlaid* 'Aed mac Ainninne hat mit Mugain mit den Schamhaaren wie Ginstern geschlechtlichen Verkehr — zu dochomraic s. oben S. 190 Anm. 1 und S. 196 Anm. 2 —. Diese Mugain war die Frau des Conchobar, und dieser Aed war Sagenerzähler und Hofdichter Conchobars. Es

die Gattin Conchobars ebenfalls eine Fest- und Kneiptafel: es werden außer der Königin die drei Frauen der Hauptbelden (Fedelm foltchain, die Gattin Loegaires, Lendabair, die Gattin Conalls, und Emer foltchain, die Gattin Cuchulinns) und noch sieben andere Frauen namentlich genannt mit dem Zusatz *islia turem tra 7 aisneis innambōi didegmnāib and chena* 'es ist zuviel zum Aufzählen und Beschreiben, was außer den genannten von edeln Frauen dort war' (LU. 103 b, 27). An der Frauentafel ging es natürlich auch bald lebhaft zu. Es ist nicht zu vergessen, daß Bricriu dem Loegaire die Teilnahme an den Hauseinweihungsfeierlichkeiten dadurch besonders verlockend erscheinen ließ, daß er die Schilderung dessen, was geboten wurde, mit den Worten begann *Atā dabach and hitalla triar dolāthaib gaile fer nUlad iarnalīnad dofīn aicneta* ('es steht ein Faß da, in welchem drei von den Ulterrecken Platz haben, gefüllt mit Naturwein') LU. 110a, 41. Dies Faß echten, aus Bordeaux eingeführten Weines (s. Sitzungsber. d. K. Preuß. Akad. d. Wiss. Berlin 1908, S. 435) wurde bei dem Fest bezwungen, und die Männer hatten sich schon die Köpfe gründlich erhitzt (LU. 101a, 41ff.); auf die Frauen wirkte er noch kräftiger. Als nun dem Bricriu sein Plan, durch Aufhetzen der drei Hauptbelden (s. oben S. 195) es zu solenner Prügelei unter seinen Landsleuten zu bringen, fehlgeschlagen war, da richtete er sein Augenmerk auf die Frauen und überlegte, wie er ihnen beikommen könnte. Eben war er mit seinem Plane fertig, *basī uair insin dolluid Fedelm nōichride cōicait ban asinrīgthig immach iartrummi ōil* 'in dem Moment ging Fedelm (Loegaires Frau) mit fünfzig Frauen aus dem Festhaus heraus schwer betrunken'[1] (LU. 101 b, 21. 22). Bricriu naht sich ihr mit schmeichelnden Redensarten: Loegaire gebühre der Vorrang und ihr selbst der Vortritt bei Hofe; wenn sie an dem Tage zuerst ins Haus trete, würde sie zeitlebens unbestritten den Vorrang haben. *Tēit ass Fedelm lasodain tartēora fuithairbe ōntig* 'bei diesen Worten entfernt sich Fedelm über drei kleine Ackerlängen[2] vom Hause weg' (LU. 101 b, 33).

wurde kund, daß die so waren (s. Todd Lect. XIV, S. 22). Der Dichter wird bestraft natürlich; die Mugain, die ihn — im Sinne der altirischen Heldensage ist das als absolut sicher anzunehmen — in die Situation gebracht, lebt so weiter, als ob sie von einem damals nicht mehr gern gesehenen, aber legitimen Frauenrecht Gebrauch gemacht habe, wie dies ja auch ganz so bei Medb ist.

[1] *iartrummi ōil* heißt wörtlich 'nach Schwere des Trinkens'. Da es inselkeltischer Sprachgebrauch ist, die abgeschlossene Handlung durch Präposition 'nach' (kymr. *wedi*, neuir. *arn* = altir. *iarn*) mit Verbalnomen und abhängigem Genitiv (oder beigesetztem Possessivpronomen), sowohl im Aktiv und Passiv zu bilden, und da *trumme* Abstraktum zu *tromm* ist, so fordert das inselkeltische Idiom entweder 'nachdem sie schwer getrunken hatte' oder 'schwer trunken' zu übersetzen.

[2] Altir. *airbe* gleich kymr. *erw*, korn. *erw*, bret. *ero* (Plur. *irvi*) ist etymologisch lat. *arvum*, oder vielmehr wie dem lat. *novos* ein kelt. *novios* (ir. *nue*, kymr. *newydd*,

Darauf trat Lendabair, die Gattin Conalls, offenbar aus denselben Ursachen und zu demselben Zweck wie Fedelm, aus dem Hause, und Bricriu betörte sie mit gleichen Worten. Dann kam Emer, Cuchulinns Frau, gleich den vorhergenannten Rivalinnen mit fünfzig Frauen aus der Festhalle, und Bricriu verschwendete reichliche Worte, sie zu betören, an sie. So trafen sich die drei Frauen — Fedelm, Lendabair, Emer — drei kleine Ackerlängen vom Hause entfernt an ein und demselben Ort (*inōenmagin*), ohne daß eine von der Aufhetzung der andern durch Cuchulinn etwas wußte (LU. 102a, 5. 6). Rebus bene gestis[1] kehren sie zur Festhalle zurück. *Tochim fossad nālaind nīnmalla issinchētna fuitherbe, ising marofuc nech dīb achoiss secharaile. Indfhuithairbe tānise immorro būminiu 7 bālūaithiu animthecht issudiu. Indfuithairbe immorro banessa dontig; issamlaid ruc cachben diasēitche arēcin 7 tuargabsat allēnte comellaib alārac doimchosnom dul isatech arthūs, ūair ised atrubairt Bricriu fricachæ timchell araill, issī robad banrīgan inchōicid uli intí dib cētnaragad issatech* 'ein ruhiges, schönes, langsames Zuschreiten war es auf der ersten kleinen Ackerlänge, kaum daß eine von ihnen ihren Fuß an dem anderen vorbeisetzte; auf der zweiten kleinen Ackerlänge wurden ihre Schritte (ihr Gang) kürzer und rascher; auf der kleinen Ackerlänge aber, die zunächst dem Hause war, suchte jede der drei Frauen die andere mit Macht so zu überholen, daß sie ihre Hemden (Untergewänder) bis zu den Kugeln ihrer Hüften (also vorn und hinten bis zu den Hüftknochen[2]) aufhoben, in dem

bret. *nevez*), dem lat. *iustus* ein kelt. *iustios* (altir. *uisse*) entspricht, gleich einem lat. **arvium*. Mit ir. *fo* (= kymr. *go*) werden zahlreiche Nomina (Substantiva und Adjektiva) gebildet, um zu bezeichnen, daß etwas nicht ganz an etwas heranreicht. Wenn man im Kymrischen gefragt wird, wie es einem gehe, antwortet man in der Regel nicht *yn lew, yn dda* (gut), sondern *yn olew, yn odda* ('ziemlich' oder 'leidlich gut'). So ist altir. *cath* 'Kampf', aber *fochith* 'Versuchung, tribulatio' in kirchlichem Sinne; *guide* ist 'Bitte', aber *foigde* 'Bettelei'; *duine* 'Mensch', aber *foduine* ein 'homunculus' u. v. a. in Irisch und Kymrisch. So ist altir. *fuithairbe* (d. h. *fuharve*); man vergleiche *tarb* = kymr. *tarw*, altkelt. *tarvos*, ein 'kleiner Morgen Ackerland' als bestimmtes Maß.

[1] Hierüber schweigt des Erzählers Höflichkeit, nur ein kurzes Wort deutet an, was sich der Zuhörer denken muß und aus dem Zusammenhange denken kann, nämlich *lasodain*: es heißt nämlich *Dothægat diatig lasodain* 'sie gehen zu ihrem Haus zurück' *lasodain* (LU. 102a, 7). Es bedeutet *lasodain* einfach 'mit (*la*) dem (*sodain*), damit', wird aber in den alten Sagentexten regelmäßig, wenn nach einer Rede oder nach einem Befehl vom Redenden oder Befehlenden zu etwas anderem, einer Handlung, übergegangen wird — vgl. oben S. 196 die Stelle aus LU. 107a, 6 bis 107a, 11 — oder nach einer Handlung zu einer weiteren; somit entspricht *lasodain* einem lat. *His verbis dictis, quibus rebus cognitis, rebus bene gestis* und ähnlichem in der Erzählung. Mit diesem vielsagenden *lasodain* deutet also der Erzähler die Ausführung des Geschäftes an, das die Frauen *iartrummi ōil* unabhängig voneinander zu einem und demselben Orte, drei kleine Ackerlängen von der Festhalle, führte.

[2] Neugäl. *lairceach* (d. h. mit *lārac* versehen) bezeichnet einen 'kurzbeinigen dicken Mann', *lairceag* 'ein kleines fettes Frauenzimmer', die infolge ihres Fettes die Taille ver-

Wettstreit zuerst ins Haus zu kommen, denn das hatte Bricriu einer jeden von ihnen mit Umgehung der andern gesagt, es würde diejenige von ihnen, die zuerst ins Haus eintrete, die Weiberkönigin (d. h. die Vornehmste) von ganz Ulster sein' (LU. 102 a, 7—16). Bei diesem Wettlauf der trunkenen, ehrgeizigen Damen entstand ein Lärm, als ob fünfzig Streitwagen herandonnerten, so daß die Männer an ihrer Kneiptafel — die offenbar das Austreten der drei Damen nicht bemerkt hatten — glaubten, Feinde nahten, und zu den Waffen sprangen und drauf und dran waren, in der Trunkenheit aufeinander einzuhauen[1]. Aber Sencha, der Hofmarschall, überschaut die Situation: er klärt, da er den Bricriu beobachtet hatte bei der Verhetzerei, einerseits die Männer auf, was der Lärm sei und läßt anderseits die Tür der Festhalle vor den herantosenden Weibern schließen. Emer, Cuchulinns Frau, kommt zuerst an, lehnt sich mit dem Rücken gegen den Türflügel, ruft die Türhüter an, während sie dabei gegen die anderen herannahenden Frauen gestikuliert. Damit (*lasodain*, s. S. 200 Anm. 1) springen die Männer (Loegaire, Conall, Cuchulinn) der drei Frauen auf, jeder, um seiner Frau die Tür zu öffnen, damit sie zuerst eintreten könne. Da schwant König Conchobar, dem Präsidenten der Männerkneiptafel, Unheil und 'er schlägt mit dem silbernen Stift, den er in der Hand hielt, an den bronzenen Pfeiler an seinem Sitz' (*benaid aclō nargit robōi inalāim frisinn ūaitni crēduma inaimda*). Auf dies Zeichen von Silentium strictissimum setzte sich alles, und darauf nahm der Oberhofmarschall Sencha das Wort und ermahnte sie, ruhig dazubleiben und die Frauen draußen ihren Wortkampf ausfechten zu lassen. *Tolluid cachben fochoim achēli ammaig conidand dorōnsat inbriatharchath ban Ulad* 'jede Frau stellte sich draußen unter den Schutz ihres Mannes, und da veranstalteten sie den Wortkampf der Ulterfrauen' (LU. 102 a, 36—38). Es folgt dann jener in der Sage berühmte groteske, aber von großer Kunst der Erzählung zeugende Wortkampf der drei Frauen Fedelm, Lendabair und Emer (LU. 102 a, 39—103 a, 2).

loren hat, also ganz Hüfte ist. Die Anschauung von STOKES, daß *comellaib alārac* 'to the globes of their forks' bedeute, ist also irrig; sie haben die Hemden noch eine Stufe höher, bis zu den 'Hüftkugeln', gehoben, also so wie bei der Begrüßung von Gästen, was ja offenbar auch ein bekannter und geübter Griff war (s. oben S. 193 ff.).

[1] THURNEYSEN hat in den 'Sagen aus dem alten Irland' S. 84 diese Stelle in unbegreiflicher Weise mißverstanden, wenn er übersetzt 'und waren im Begriff, auf ihre Gattinnen einzuhauen' *cofolmastar cachdīb aidid achēle isintig*: 1. das ist nach dem Zusammenhang Unsinn, da die Helden im Hause waren, die Frauen eine kleine Ackerlänge vom Hause entfernt und aus der Fortsetzung der Erzählung klar ist, daß die Helden von dem Austreten der Frauen nichts wußten; 2. *isintig* 'in dem Hause' läßt er unter den Tisch fallen; 3. *cēle* kann in dem Zusammenhang in idiomatischem Irisch gar nicht für 'Gattin' gebraucht werden, was für den, der's nicht fühlt, nicht mit drei Worten abgemacht werden kann, ist aber so.

So groß auch die Kunst des Erzählers des 9. Jahrhunderts in dem 'Wortkampf der Ulterweiber' und der ganzen Scene ist — die Kunst des Erzählers ist in dem, was er bloß sagt, ebenso groß wie in dem, was er andeutet und was er verschweigt[1] —, so darf uns diese Kunst doch nicht hinwegtäuschen über das, was erzählt wird. Wem fällt bei der ganzen Episode (LU. 101b, 22—103a, 2) vom 'Wortkampf' der Gattinnen der drei vornehmsten Helden der altirischen Heldensage nicht ein anderer Wortkampf ein: '*wie die küniginnen ein ander schulten*' (Der Nibelunge Not 757—805)? wer erinnert sich nicht, daß auch Der Nibelunge Not von Festlichkeiten meldet, an denen Könige und Königinnen, Helden und ihre Frauen teilnahmen? wem steht nicht die Szene vor Augen, in der Prünhilt *diu meit* ihre Jungfernwürde verlor (Der Nibelunge Not 578—636)? Die Kunst des irischen Erzählers des 9. Jahrhunderts in Fled Bricrenn ist mindestens ebenbürtig der deutschen Erzählerkunst des 12. Jahrhunderts in den besten Liedern von Der Nibelunge Not, aber der Inhalt von Fled Bricrend zu Der Nibelunge Not ist wie der eines durch reichliche Kloakenbeimischung getrübten Brunnens zu dem einer reinen Quelle. Dort die drei halb betrunkenen, von Verrichtung der Notdurft zurückeilenden — und in welchem Aufzug! — Ulterweiber vor der verschlossenen Tür des Festhauses scheltend, hier die stolzen Köni-

[1] Es ist charakteristisch für die altirische Sagenliteratur, daß je mehr ein Text verrät, daß er, wenig beeinflußt, in der Form des 9. Jahrhunderts auf uns gekommen ist, um so künstlerischer seine Form ist und um so dezenter die Darstellung. Es war vornehme Gesellschaft, in der sich die Erzähler des 9. und 10. Jahrhunderts bewegten, und mancher von den Erzählern und Hörern war mit der Literatur des klassischen Altertums, sei es zum Teil auch nur in den Formen des untergehenden klassischen Altertums, vertraut, anderseits war die Kultur Irlands im 9. und 10. Jahrhundert durch fortgesetzte Bemühungen der christlichen Kirche doch eine wesentlich andere als die um die Wende unserer Zeitrechnung, die in den Erzählungen der alten Heldensage von Jahrhundert zu Jahrhundert fort überliefert wurde. Als verax historicus, als den sich der epische Erzähler betrachtete, mußte er die überkommenen Tatsachen weitererzählen, aber wie, das hing von seinem Geschmack und dem seiner Zuhörer ab. Und der Geschmack der Zuhörer und der Erzähler sinkt vom 10. Jahrhundert ab in der literarischen Verrohung, die die irische Völkerwanderungsperiode, die Wikingerzeit, über Irland brachte, immer mehr. Das beweisen nicht nur die Erzählungen der jüngeren Heldensage, das beweisen auch Texte der älteren Heldensage, die nur in den jüngeren Umarbeitungen des 11./12. Jahrhunderts auf uns gekommen; am klarsten liegt diese Verrohung des Geschmacks zutage, wenn alle Texte des 9. Jahrhunderts wesentlich unverändert in verschiedener jüngerer Überlieferung auf uns gekommen sind. Ein Beispiel mag dies veranschaulichen. In dem schönen alten Text von der Meerfahrt des Maelduin werfen die neidischen Spielgefährten dem Nonnensohn, der von der Königin als Pflegesohn erzogen wurde, vor *niconfess māthair nāhathir* 'Mutter und Vater sind unbekannt' (LU. 22b, 26); dafür hat YBL an der Stelle *nāfes cia cū rodcumtusmi forothrach* 'daß nicht gewußt wird, welcher Hund dich gezeugt hat auf dem Misthaufen', und in Harleian 5280 (Brit. Mus.) heißt es *cia cū rotchac forothrach* 'welcher Hund te caccavit auf dem Misthaufen'.

ginnen Kriemhilt und Prünhilt vor dem Dom zu Worms streitend; dort die Metze Findabair und die Messaline Medb, sich vor jedem prostituierend, hier Prünhilt *diu meit* sich wehrend, bis sie gestehen mußte: *ich were mich nimmer mêre der edelen minne dîn.* Es ist schon bemerkt worden, daß die heutigen Iren mit Vorliebe Tāin bō Cūalnge der Ilias an die Seite setzen. Ungefähr mit demselben Recht, mit dem man Fled Bricrenn dem mittelhochdeutschen Epos von Der Nibelunge Not an die Seite setzen kann; soweit die Erzählerkunst im Rahmen von Episoden geht, läßt es sich allenfalls hören, da auch der gute Homer zuweilen schläft: aber der Inhalt! In der Tāin bō Cūalnge ein Kriegszug der Connaughtleute um leihweise Überlassung eines guten Stieres auf ein Jahr und etwas Rache für die Verschmähung der freiwillig angebotenen 'Oberschenkelfreundschaft'; in der Ilias ein Kriegszug um Rückgewinnung des schönsten Weibes und Rache für verletzte Gastfreundschaft. So verschieden die Motive, so verschieden der ganze Inhalt der griechischen und irischen Ilias. 'Ilias' und 'Der Nibelunge Not' auf der einen Seite, 'Tāin bō Cūalnge' und 'Fled Bricrenn' der Iren auf der anderen können überhaupt nur in einem Atem genannt werden, soweit es sich um die formelle Erzählerkunst handelt, sonst trennt sie eine fast unüberbrückbare Kluft: hier, bei Griechen und Deutschen, arische Kultur, veredelt durchs Christentum in 'Der Nibelunge Not'; dort bei den Iren Ausschnitte aus der Kultur, der vorarischen (und vorkeltischen) Urbewohner Westeuropas, wie sie im Idiom eines keltischen Stammes, dem die Aufgabe zufiel, diese Urbewohner in Irland zu höherer Kultur heraufzuziehen, sich in seiner Heldensage noch im 9. Jahrhundert wiederspiegelt. Doch damit greife ich schon dem Gang der Untersuchung weit vor.

Um in bezug auf Fled Bricrenn möglichst dieselbe Vollständigkeit wie die in der Tāin bō Cūalnge angestrebte (s. S. 194) auch in bezug auf die weniger stark hervortretenden weiblichen Figuren zu erreichen, sind noch einige Bemerkungen nötig. Als die drei Helden Loegaire, Conall und Cuchulinn zum Hause des Samera kommen, um sich die Kraftproben anweisen zu lassen, *ferais Samera fælti friu, dobretha Buan ingen Samera grād doChoinchulainn* 'bewillkommte Samera sie, Buan, die Tochter des Samera, schenkte dem Cuchulinn ihre Liebe' (LU. 109a, 6. 7). Als dann Cuchulinn nach Besiegung der Genien des Tales und des Ercoil mit dem letzteren an seinen Wagen gefesselt, seinen schmählich davongelaufenen Konkurrenten Loegaire und Conall nacheilend, direkt nach Emain Macha fuhr, ohne zur Behausung des Samera zurückzukehren, *luid Buan ingen Samera forlorc natricarpat. Atgeōin slicht fonnaid Conculainn, fodāig nāchsēt cumang notheīged, nochlaided namūrai ⁊ nofairsinged, ⁊ nolinged darbernadaib;*

rolebling indingen trā lēim nūathmar īnadiaīdsium forfuris.in charpait conecmaing atul immonall combo marb de, conidde ainmnigther ūaig Būana 'ging Buan, die Tochter des Samera, auf die Spur der drei Streitwagen. Sie erkannte die Spur des (breiten) Wagenbettes von Cuchulinns Streitwagen — denn jeden engen Weg, den er fuhr (ging), da grub er die Mauern um und verbreiterte ihn —, und sie setzte über Klüfte springend nach. Da nun tat das Mädchen einen schrecklich großen Sprung hinter ihm (dem Cuchulinn) her auf der Spur des Wagens[1], so daß sie mit ihrer Stirn an einen Felsen schlug und davon starb sie. Davon stammt die Ortsbezeichnung Uaig Buana (das Grab der Buan)' LU. 109b, 16—23.

Die letzte Frau in Fled Bricrenn, die als stärker hervortretend zu erwähnen, ist Blāthnat, die Tochter des Mend, die Frau des Munsterkönigs Cūrōi mac Dāri, der in Temair Luachra in Munster (Kerry) hauste. Bei ihm sollten sich schließlich die drei Helden die Entscheidung um den Vorrang holen. *Dollotar iarsin sinmatin arnabārach atriur churad cocathraig Conrōi, idōn Cūchulainn 7 Conall 7 Loegaire; scorit acarptu indorus nacathrach iarsin 7 tiagait isarīgthech 7 ferais fælti mōir friu Blāthnath ingen Mind ben Conrōi maic Dairi 7 nirabi Cūrōi hifus aracind indaidchisin 7 rofitir coticfaitis 7 forācaib comairle lasinmnāi imrēir nacurad cotīsad donturus diandechaid sair hitīrib Scithiach. Bōi immorro inben dīare ircofothrucud 7 cofolcud 7 colennaib inmescaib 7 condērgodaib sainamraib comtar budig. Ōthānic dōib iarum codērgud, asbert inben friu iarsudiu, cachfer dīb aaidchi dofhairi nacathrach cotīsad Cūrūi 7 dano, orsi, isamlaid atrubairt Cūrūi afari dūib īarnæsuib.* 'Es zogen darauf am andern Morgen die drei Helden zur Stadt des Curoi, nämlich Cuchulinn, Conall und Loegaire, sie spannen darauf ihre Wagen ab im Stadttor und gehen in das Königshaus, und Blāthnat, die Tochter Menns, Cūrōis Frau, begrüßte sie herzlich. Cūrōi war an dem Abend nicht zu Hause, um sie begrüßen zu können, hatte aber gewußt, daß sie kommen würden, und hatte seiner Frau Ratschläge hinterlassen in bezug auf die Absicht (den Willen) der Helden, bis er zurückkehre von seiner Expedition, auf die er ostwärts in die Skythengefilde gezogen war. Die Frau aber war nach ihrem (der Helden) Willen mit Baden und Waschen und berauschenden Getränken und kostbaren Lagern, so daß sie zufriedengestellt waren. Als es nun zum Zu-Bette-Gehen ging, sagte die Frau zu ihnen, jeder Mann von

[1] *For furis incharpait.* Im Neuirischen ist das Denominat. *fuirsim* 'ich mache mit der Egge eben, egge', *fuirseadh* 'das Eggen, Ebenmachen'. Cuchulinns Wagen mit dem breiten Wagenbett machte nach der vorhergehenden Beschreibung alles so eben wie eine Egge das Feld, und so nennt der Erzähler die Spur des Wagens *fures incharpait* sehr anschaulich.

ihnen müsse seine Nacht die Stadt bewachen, bis Cūrōi zurückkäme, und, fügte sie hinzu, so hat Cūrōi gesagt, daß ihr die Stadtwache dem Alter nach übernehmt' (LU. 110b, 39—111a, 8). So ziehen sie der Reihe nach — Loegaire, Conall und Cuchulinn — auf Stadtwache, und am Morgen nach der Wachnacht Cuchulinns kommt Cūrōi heim und fällt die Entscheidung. Ein vollständig anderes Bild, andere Atmosphäre in Munster als am Hofe in Connaught und in Ulster. Aber, aber, auch dieses 'Blümchen' — das bedeutet nämlich *Blāthnat* — war nicht so rein als der dezente Erzähler in Fled Bricrenn zu zeigen liebt: eine in zahlreichen Handschriften und auch Keatings Geschichte Irlands (Keating, Complete History of Ireland, Dublin 1811, Vol. I, 398ff.) erhaltene Erzählung aus der alten Heldensage weiß, daß Blāthnat ihren Mann schmählich und verschmitzt hinterging, dem Cuchulinn auslieferte, der ihn tötete, und dann mit diesem Cuchulinn davonlief. Ferchertne, der Hofpoet Cūrōis, folgte, nahm Rache und verfertigte dann seine berühmte Totenklage auf Cūrōi (*Amra Chonrōi*), die so berühmt war, daß selbst in Wales eine Nachbildung in kymrischer Sprache in einer Sammlung altwelscher Gedichte erhalten ist. Es liegt daher nahe, daß der Erzähler der Episode von dem Abenteuer der Helden bei Cūrōis Stadt im 9. Jahrhundert einige kurze Sätzchen dezent unterdrückt hat.

Hiermit sind die Hauptbilder aus den beiden größten alten Epen der Iren, Tāin bō Cūalnge und Fled Bricrenn, vorgeführt, soweit es auf die Charakterisierung der Hauptfrauengestalten der alten irischen Heldensage ankommt. In Ausführung des S. 177 oben aufgestellten Programms will ich nun aus anderen Erzählungen der alten Heldensage zunächst noch einige Einzelheiten auswählen, wie sie schon zum Teil in den Anmerkungen des Vorhergehenden gegeben wurden, also Einzelheiten, die entweder einige der in Tāin bō Cūalnge und Fled Bricrenn vorgekommenen Dinge durch einiges weitere Material beleuchten sollen, oder auf die Höfe von Ulster und Connaught in ihren Haupfiguren, wie sie in der Sage fortleben, Licht werfen.

Die S. 198 erwähnte Sitte, daß die Frauen des irischen Heldenzeitalters bei allen Gelegenheiten mit dabei waren[1], ist die Quelle

[1] Natürlich zechten sie nicht immer, wie in Fled Bricrenn geschildert ist. Wir haben einen interessanten Text aus der alten Heldensage, der uns zeigt, wie man sich im 9. Jahrhundert in Irland das Amüsement der Frauen der Helden bei Hofe dachte. Einst war Lugaid Riabnderg, der Enkel des irischen Oberkönigs Eochaid Feidlech und selbst Oberkönig, der die letzte Zeit vor seiner Thronbesteigung am Hofe des Ulterherrschers Conchobar verbracht hatte (LU. 46a. 26—46b, 35) und Cuchulinns Zögling und jüngerer Freund war. auch mit Frau am Gelage bei Bricriu teilgenommen hatte (LU. 103b, 22); einst war dieser Lugaid mit seiner von Fled Bricriu her bekannten Frau Derbforgaill am Hofe des Ulterherrschers Conchobar anwesend: ob bloß zum

zahlreicher Begebenheiten und soll wenigstens durch ein altes Beispiel noch beleuchtet werden: *Gabais Eochaid hAeremon rīge nErend 7 argiallsat cōic cōicid Erend dō, idōn rī cachcōicid. Bātar hē arrīg intansin, idōn Conchobar mac Nessa 7 Mess Gegra 7 Tigernach Tētbannach 7 Cūrūi 7 Ailill mac Mata Muirisci. Bātar hē dūine Echdach: Dūn Fremain im Midiu 7 Dūn Fremain hi Tethbai; Fremain Tethbai bāinmainem lais dodūinib Hērenn. Arfōcarar ō Echaid forfiru Hērenn fess Temra dodēnam inbliadain iarngabāil rīge fricommus ambēsa 7 achīsa dōib cocend cōic mbliadain. Bainond aithesc lafiru Hērend fri Eochaid: nīthecluimtīs Fess Temrach dorīg cenrīgnai lais; olnirabi rīgan hifail indrīg intan rogab flaithes.* 'Eochaid Airem übernahm die Herrschaft über Irland, und die fünf Teilkönigreiche von Irland erkannten ihn an, nämlich der König jedes Teilkönigreichs. Das waren damals ihre Könige: Conchobar, der Sohn der Ness, und Mess Gegra und Tigernach Tētbannach und Cūrōi und Ailill mac Mata Murisci. Das waren Eochaids Burgen: die Burg von Frewin in Meath und die Burg von Frewin in Teffia; Frewin in Teffia dünkte ihm die liebste von allen Burgen Irlands. Das Jahr nach Ergreifung der Herrschaft werden die Männer Irlands von Eochaid aufgefordert, das Fest von Tara abzuhalten, um ihre auf Servituten beruhenden Rechte und

Vergnügen oder in Staatsgeschäften, wird nicht direkt gesagt. Letzteres ist aus dem Gang der Erzählung das Wahrscheinliche. Eines Tages nun — es war gegen Ende des Winters — trat in Emain Macha (Armagh) starker Schneefall ein, und die Männer machten — wohl jeder — eine große Schneesäule (großen Steinpfeiler von Schnee). Während die Männer nun 'auf dem Versammlungshügel oberhalb von Armagh' (*istilaig indāil os Emain*) sich befanden (LL. 125a, 49—50), *lotar namnā fornacorthe. Bahē atuscurnud: tabram armūn isin coirthe dūs cia assia ragas ind. Inben orīa triit issī asfherr congaib ūan. Niroacht dino uadib: congairther Derbforgoill uadib. Nirboāill lea, or nirbobaeth. Tēit arai forsincorthe, roselaig uade cotalam. Diafessatar trā indfir so, nīcongrādaigfider ifail naōinmnā. Gatar asūile assacind 7 assrōna 7 adanō 7 atrilis. Nibasoaccobraite ōn. Dognīther apianad amlaidsin 7 berair iartain diatig*, gingen die Frauen auf die Pfeiler (von Schnee). Folgendes war ihr Einfall (Erfindung): wir wollen unsern Urin auf den Schneepfeiler — d. h. jede auf einen Schneepfeiler — lassen, um zu erfahren, welches (von uns) am weitesten einsinkt (hineingeht in ihn). Die Frau, die durch ihn (den Schneepfeiler) reichen wird, die ist die beste (hat den Vorrang) von uns. Es wurde nun nicht von ihnen erreicht (nämlich daß eine durchkam); es wird Dervorgill von ihnen herbeigerufen (es zu versuchen). Sie wollte eigentlich nicht, denn sie war nicht kindisch; sie ging gleichwohl auf den Schneepfeiler, er schlich von ihr bis zur Erde (d. h. sie sank ein bis zur Erde). Wenn die Männer das wüßten (sagten sie), nicht wird es geliebt bei (an) einer einzigen Frau — d. h. wir dulden solche Überlegenheit, sogar den Schneehaufen allein zum Schmelzen zu bringen, nicht bei einer Frau, und infolge dieser Eifersucht — es werden ihr die Augen aus dem Kopf gerissen und ihre Nasenflügel und ihre beiden Ohren und ihre Flechten. Das war nun nicht sehr angenehm. Auf diese Weise wird sie gepeinigt und wird darauf zu ihrem Hause getragen (LL. 125a, 40—49). Unterdessen eilen Cuchulinn und Lugaid aus der Versammlung der Männer herbei. Dervorgill nimmt in längerem Liede Abschied vom Leben, Lugaid stirbt bei ihrem Anblick, Cuchulinn stürzt das Haus, in welches sich die 'Königinnen' geflüchtet, zusammen, so daß 150 von ihnen sterben, widmet sodann Dervorgill und Lugaid einen Nachruf und beerdigt sie (LL. 125a, 49—125b, 40).

die ihm von ihnen zukommende Steuer auf den Zeitraum von 5 Jahren festzusetzen. Folgendes ist die einstimmige Antwort durch die Männer Irlands an Eochaid: sie würden das Fest von Tara für einen König nicht veranstalten, der keine Königin bei sich habe; denn nicht befand sich eine Königin bei dem König, als er die Herrschaft übernahm' (LU. 129b, 20—33). Der allen Hörern des 9. Jahrhunderts klare Grund wird in einem Zusatz in einer jüngeren Handschrift gegeben mit *ar nitēigeth fer cinmnai doTemraig diafeis 7 nithēgith ben cinfer* 'denn nicht pflegte ein Mann ohne Frau nach Tara zum Feste zu gehen und nicht ging eine Frau ohne Mann'. Die Männer, wie Conchobar und Ailill, wurden bei ihrer Weigerung wohl von dem Gedanken geleitet, daß es nicht verlockend war, mit Frauen wie Medb an den Hof eines unverheirateten Oberkönigs zu gehen. Eochaid sah auch die Berechtigung der Weigerung vollkommen ein und, um den Grund für weiteres Streiken der Männer Irlands und damit der Steuerverweigerung zu beseitigen, sandte er alsbald die Boten aller Teilkönigreiche durch Irland auf die Suche nach einer Frau, wobei er zwei Bedingungen stellte: sie sollte die schönste in Irland sein und *nībīad inafarrad acht ben nadfesser nech doferaib Hērenn riam* 'es sollte nur Gefährtin von ihm werden ein Weib, die keiner von den Männern Irlands vorher gekannt habe'[1]. Also ein Mädchen wie die Königstöchter Findabair und Sadb (s. S. 197) wollte er nicht. Es wurde schließlich tatsächlich eine den beiden Bedingungen entsprechende Gefährtin gefunden, Ētāin, die Tochter Etars. Und diese Perle unter den Frauen Irlands in Irlands Heldenzeitalter ist die Ētāin, die ihrem Schwager Ailill Oenglonnach das oben S. 179 Anm. 1 erwähnte Anerbieten macht, ihn von seinem Kummer zu heilen. Dies spricht Bände.

Die in den beiden Rezensionen der Tāin bō Cūalnge für den Hof von Ulster (s. S. 193/194) und in Fled Bricrenn für den Hof von Connaught (s. S. 196) erzählte Sitte des Röckehochhebens und Entblößens der Brüste ist auch sonst noch in dem Cuchulinnsagenkreis ein Mittel, mit dem Frauen durch ihre Schamlosigkeit den jugendlichen schamvollen Cuchulinn von seinem Vorhaben ablenkten. In einem Text LL. 107b, 32—111b, 45, der die Tabus Cuchulinns behandelt, wird das Zeigen der Brustwarzen und hervorstehenden Brüste (*chichi 7 aurbrunni ban dothasbenad dō*) als eins der beiden Mittel bezeichnet, die ihn unfehlbar ablenkten (LL. 110a, 30ff.); in der Erzählung von Cuchulinns Ende erfahren wir, daß die Frauen ihn an

[1] Die jüngere Handschrift hat, um Zweifel auszuschließen, *nach tibrad mnāi dogrēs dianustucad nech ali remiu* 'er würde nie eine als Weib nehmen, wenn schon irgendein anderer vor ihm sie gehabt (davongetragen hätte)'.

dem verhängnisvollen Tag durch Entgegentreten mit entblößten Brüsten an der Ausfahrt hindern wollten (LL. 119a, 24) und vorübergehend gehindert haben. Endlich wird in dem in LU. erhaltenen Schlußstück von Mesce Ulad ('die Trunkenheit der Ulter') dies Mittel von der Riches angewandt, damit Crumthand den Cuchulinn leicht töten könne und so ihren von Cuchulinn erschlagenen Sohn räche: *Lotar indīaid intslūaig cofarnactār Coinculainn forāth aracind hicrīch Uathne. Tiscaid Riches ahētach dī fīad Choinchulainn. Muchais Cūchulainn aētan frilār arnāchandercachad ahernochta. Tofairthe hifechtsa aChrumthaind, olRiches. Dofuil infer chucut, orLōeg; natē ēm, olCūchulainn, cēin bes inben inchruth ucut nīsnērussa. Gabais Lōeg cloich asincharput 7 dibaircid dī condaecmaic taraluthain, commemaid adruim indē 7 combomarb de iarom. Cotrēracht iarsin Cūchulainn arcend Crumthaind 7 fich fris cotuc achend lais 7 afodb.* 'Es gingen (Crumthand und Riches) dem Heere nach und stießen auf Cuchulinn an einer Furt vor sich im Gebiet von Owney in Tipperary. Riches zieht ihre Kleider aus im Angesicht von Cuchulinn. Cuchulinn verbarg sein Antlitz (Stirn) gegen den Boden des Streitwagens[1], damit er ihre Ganznacktheit nicht sehen sollte. Lauf hinzu nun, o Crumthand, rief Riches. Der Mann naht sich dir, sagte Loeg (der Wagenlenker zu dem sein Antlitz in dem Wagen verbergenden Cuchulinn). Nein fürwahr, sagte Cuchulinn, solange das Weib in jener Weise ist (d. h. splitternackt), werde ich ihn (den Kopf) nicht erheben. Da nahm Loeg einen Stein aus dem Wagen und wirft nach ihr, daß er sie traf über ihr *luthain*, so daß ihr Rücken entzweibrach und sie davon starb. Darauf erhob sich Cuchulinn gegen Crumthand und kämpfte gegen ihn und nahm seinen Kopf und seine Rüstung mit sich' (LU. 20b, 9—20).

Nun von Einzelheiten noch ein Bild vom Hof in Ulster und eins vom Hof in Connaught.

Conchobar der Ulsterherrscher — der selbst den stehenden Beinamen *mac Nessa*, 'Sohn der Ness', führt, also nach der Mutterseite seine Abstammung bezeichnet — hatte eine unverheiratete Schwester, namens Dechter, die an seinem Hofe lebte. Als sie einst aus einem ehernen Gefäß einen Trunk nahm, sprang ein kleines Tierchen (*mīl mbec*) mit dem Trank auf ihre Lippen und mit dem Atemzug hinunter. In der Nacht hatte sie einen Traum, in dem ihr ein Mann erschien, der sich als Lug mac Ethlend aus dem Feenlande vorstellte und sagte, er sei in ihren Bauch gefahren, sie würde schwanger werden und

[1] Daß man zu *frilār* ein *incharpait* ergänzen muß, ist klar aus der Parallele *Foilgid inmac agnūis forru 7 dobretha adreich frisincarpat arnāacced nochta no nāre namban* (LL. 67b, 42—43) s. oben S. 194.

einen Sohn gebären, der Setanta heißen solle[1]. Das Mädchen wurde darauf schwanger. *Baceist mōr la hUltu nā confes cēle foraseilb, duniet; bāhōman lēo bā ōChonchobur thrēmesci arbāleis nofoied afíur. Arnenaisc iarom Conchobar afīair doSualdaim mac Rōig.* 'Es war großes Fragen (Munkeln und Zischeln) bei den Ultern, da man nichts von einem Gefährten in ihrem Besitz wußte, der es konnte getan haben[2]; sie hegten die Befürchtung, es könnte von Conchobar in der Trunkenheit geschehen sein, denn bei ihm pflegte seine Schwester zu schlafen. Conchobar verband (verknüpfte) darauf seine Schwester dem Sualdam mac Rōig' (LU. 128b, 17—21). Dieser Sualdam mac Rōig, den wir uns nach seinem Auftreten in der Tāin bō Cūalnge als einen damals bei der Verheiratung übers beste Mannesalter schon hinausgekommenen kleinen Edlen in Ulster denken müssen, wurde des Setanta-Cuchulinn Pflegevater, und wie sein Name aussagt, ein 'guter Pflegevater' (*Su* + *altam*).

Zu diesem Bild aus Ulster ein noch etwas grelleres Ebenbild aus Connaught. Medb, die hervorragendste Frauenfigur der alten Heldensage, hatte neben drei Brüdern Bres, Nār und Lothur, die nach ihrem Großvater Find die 'drei Find von Tara' genannt wurden, noch zwei Schwestern Eithne und Clothru. Als die drei Brüder der Medb den Vater Eochaid Feidlech, der als Oberkönig von Irland in Tara saß, der Herrschaft berauben wollten, trat ihnen die Schwester Clothru, die auf einer Insel im Loch Rī — nach ihr Inis Clothrann 'Insel der Clothru' genannt — gebot, entgegen: *In doshārgud farnathar dūib? arsi, isanfīr mōr ciadognether. Isēcen tra arindōic. Infācbaid iartaigi eter? arinben. Nī mōrither, orindōic. Isdoich tuittim dūib trianafarnanfīr. Tāit chucumsa arsi, orisinbaid comperta dam, dūs infāicfid iartaige lim. Dognīther on. Luid cachfer arnūair dib cucci, combāi maith de, idōn Lugaid Riabnderg mac natriFind Emna.* 'Habt ihr die Absicht, euren Vater zu vergewaltigen? sagte sie; es ist ein großes Unrecht, wenn es geschieht. Es ist aber notwendig, sagten die (drei) jungen Leute. Laßt ihr überhaupt Nachkommenschaft zurück? fragte sie.

---

[1] Es ist dies der im Vorhergehenden oft erwähnte jugendliche Hauptheld der alten irischen Heldensage, Cuchulinn, der den Namen Setanta trug, bis er als Junge von 6 Jahren den Beinamen 'Culanns Hund' (Cuchulinn) erhielt, der dann den ursprünglichen Namen Setanta verdrängte. Die wunderbare Erzeugung durch Verschlucken eines kleinen Tierchens, Würmchens usw., mit einem Schluck Wasser durch Frauen oder Mädchen kommt auch noch bei anderen Helden der irischen Sage vor.

[2] WINDISCH liest *dumet*. Es steht deutlich in der Hs. *duniet*, was etwas ungenaue Schreibung für *dunieth* (oder junger *dunied*) ist, da ja in LU. ganz gewöhnlich *t* und *c* für grammatisch erforderliches *th* und *ch* stehen; es fehlt nur das kleine Zeichen über *t* und *c*. Dieses *dunieth* ist nun ganz klar die 3. Pers. Sing. des Imperfekts von *dognīu* (*dognied* von *dognīu* wie *dobered* von *dobiur*) in relativer Verwendung, also mit Aspirierung des anlautenden *g*, also 'welcher es machte'.

Es ist nicht viel Aufhebens damit zu machen (wörtlich 'nicht wird sie verherrlicht'), sagten die jungen Männer. Es ist wahrscheinlich, daß ihr (im bevorstehenden Kampfe) durch das (wegen des) Unrecht fallt. Kommt zu mir, sagte sie, denn es ist gerade meine Empfängniszeit, und versucht, ob ihr Nachkommenschaft hinterlaßt durch mich (mit mir). Das wird gemacht. Es ging jeder Mann nach seiner Reihenfolge zu ihr, und es wurde Gutes davon, nämlich Lugaid der rotgestreifte, der Sohn der drei Find von Emain' (LL. 124b, 46—53). Dieser Neffe der Medb nach Mutter- und Vaterseite ist ein Zögling Cuchulinns; wie er später als junger Mann zum Oberkönig Irlands zu Lebzeiten Conchobars, Cuchulinns und der Medb gewählt wird, ist uns in dem alten Sagentext Serglige Conculainn (das Siechbett des Cuchulinn) ausführlich erzählt (LU. 46a, 1—36), wobei die in dieser Erzählung gegebene Bezeichnung *mac natri Find Emna* 'Sohn der drei Find von Emna' (LU. 46a, 32) beweist, daß auch sie Kenntnis der eben gegebenen Geschichte voraussetzt[1]. Daß nun dieser Lugaid mit seiner eigenen Mutter Clothru einen Sohn gezeugt hat, der Crimthann heißt und den Beinamen *nia nāir* führt — was sowohl 'Enkel des Nār', wie einer der drei Großväter hieß, als 'Enkel der Scham' bedeuten kann —, das weiß der alte Lebor Gabāla auf Grund uns verloren gegangener Erzählungen zu berichten: *isē inLugaid Rīabndery dorōnsat trimaicc Echdach Feidlig riasīair, idōn reClothraind. Et dano dorōne in Lugaidsin mac riamāthair fēin, idōn Crimthann mac Lugdech, rī Hērenn* 'er ist der Lugaid mit den roten Streifen, den die drei Söhne des Eochaid Feidlech mit ihrer Schwester, nämlich mit Clothru, machten. Und dieser Lugaid weiterhin machte einen Sohn mit seiner eigenen Mutter, nämlich den Crimthann, Sohn des Lugaid, König von Irland'[2] (LL. 23a,

[1] Unter den zehn vornehmen Ulterfrauen, die neben der Königin Mugain als Teilnehmer an der weiblichen Kneiptafel in Fled Bricrenn namentlich aufgeführt werden (s. oben S. 199) ist auch *Derborgaill ben Lugdach riabnderg maic natri Find Emna* 'Dervorgill, die Frau des Lugaid mit den roten Streifen, des Sohns der drei Find von Emna' (LU. 103a, 22), also auch hier der Inzest als bekannt vorausgesetzt.

[2] Da Derbforgaill in Fled Bricrenn die Frau von Lugaid ist; da sie seine Frau ist in der S. 205 Anmerkung angeführten Erzählung, ihm Kinder schenkt und er aus Kummer über ihren Tod stirbt (LL. 125b, 26); da auch Lebor Gabāla auf Grund alter Erzählungen meldet, daß Lugaid im 25. Jahre seiner Regierung 'in sein Schwert fiel aus Kummer um seine Frau' (LL. 23a, 49. 50); da Derbforgaill in dem Abschiedslied vor dem Sterben den Lugaid nennt *mac Clothrand* 'Sohn der Clothru' (LL. 125b, 20) — aus all diesen Gründen muß man annehmen, daß die Sage ihn den Inzest mit der Mutter in früher Jugend begehen ließ, ehe er an den Hof Conchobars kam. Clothru lebte auf *inis Clothrand forloch Rī*, d. h. Inishcloghran im Loch Ree in der Grafschaft Longford, nachdem ihre drei Brüder mit ihr den Inzest begangen, aus dem Lugaid Riabderg entsprang, und wurde schließlich im Auftrag ihrer eigenen Schwester ermordet (LL. 125a, 1—4), danach hat sie, mit

51 bis 23b, 4; Rawl. B. 512, 1b, 25ff.). Auch dieser Crimthann wurde, nachdem er den Nachfolger seines Vaters — 'Conchobar mit den roten Augenbrauen', ein anderer als der oft in den vorhergehenden Erörterungen erwähnte 'Conchobar, der Ness Sohn' — erschlagen hatte, Oberkönig in Irland. Nach den großen Chronisten und Historikern des 17. Jahrhunderts ist im achten bzw. im zwölften Jahre seiner Regierung Jesus Christus geboren[1].

dem zum Manne heranwachsenden Lugaid auf Inisclogbran ohne Mann lebend, wahrscheinlich den Sohn selbst, wie vorher die Brüder, zum neuen Inzest angestiftet, aus dem Crimthann entsprang.

[1] Die vier Meister (1632 bis 1634) nehmen an im 8. Jahre (s. O'Donovan, *Annāla riogheachta Eireann*, 1851, Bd. I, S. 92), G. Keating (1634 bis 1640) im 12. Jahre im *Forus Feasa ar Eirinn* (Ausgabe 1811, Bd. I. S. 408). Diese bauen wieder auf den Arbeiten der großen irischen Synchronisten und Chronologen des 11. Jahrhunderts (Tigernach, Flann Mainistrech, Gilla Caemgen, Eochaid ō Floinn, Maelmura) und anonymen Werken derselben Zeit (*Lebor Gabāla, Aided Conchobair* u. a.). Vom zweiten Drittel des 4. Jahrhunderts (c. 340) war von Südost-Irland (Wexford) aus das Christentum in Irland allmählich vorgedrungen, um im Verlauf von 100 Jahren ganz Irland zu gewinnen; es war das junge Mönchschristentum der abendländischen Kirche, dessen Hauptrepräsentant Martin von Tours (c. 315 bis 400) ist, das Irland gewann, und darum ist die irische Kirche des 5. und 6. Jahrhunderts ausschließlich Kloster-(Abt-) Kirche in ihrer Organisation, die von Beginn (c. 630) ihrer Unterwerfung und Angleichung an Rom volle 500 Jahre brauchte (bis 1152), bis sie an die römische Episkopal- (Metropolitan-) Kirche vollständig angeglichen wurde. Im 5. und 6. Jahrhundert waren überall Klosterzentren in den einzelnen Territorien, die naturgemäß Ostertafeln besaßen: zuerst die Tafeln der älteren Supputatio Romana (84jähriger Zyklus), an deren Stelle mit der fortschreitenden Unterwerfung unter Rom zwischen 630 und 715 Tabellen nach dem Zyklus des Dionysius traten. In diese Ostertabellen wurden wichtige Ereignisse aus der inneren Geschichte Irlands, wie Tod eines Oberkönigs und ähnliches, kurz vermerkt. So haben wir für die großen Linien der inneren Geschichte ziemlich sichere Daten bis in die Mitte, wenn nicht Beginn des 4. Jahrhunderts. Nimmt man dazu noch: 1. die Rolle, die Geschlechtsregister (Genealogien) bei den Inselkelten (Iren und Kymren) spielen, solange wir ihre sichere Geschichte kennen; 2. daß bei den Kelten von jeher ein Literatenstand existierte, von dem eine Gruppe sich mit Antiquitäten und Geschlechtsregistern beschäftigte (s. Kultur der Gegenwart I. Serie, 10, I, S. 54—61) — nimmt man diese beiden Momente zusammen, so ist klar, daß man zur Zeit des Beginns von Aufzeichnungen in den Ostertabellen in Irland über die Hauptfiguren der inneren irischen Geschichte, die Oberkönige — und in einzelnen Territorien, wie Ulster, Connaught, Munster, Leinster auch über die Territorialherrscher — noch auf mehrere Jahrhunderte über das 4. Jahrhundert hinauf ziemlich sichere Tradition hatte, also bis um unsere Zeitrechnung und darüber hinaus. Was nun im einzelnen zur Ausfüllung dieses Gerippes der Genealogen die Historiker, d. h. die Sagenerzähler, vorbringen, das muß natürlich sehr cum grano salis aufgenommen werden: von Jahrhundert zu Jahrhundert setzt sich neues an, finden Ereignisse jüngerer Zeit Niederschlag in der älteren Geschichte; es ist namentlich die Namensgleichheit so vieler Hauptfiguren der verschiedensten Zeiten (*Echaid, Ailill, Cormac*, usw.) die mitspielt; führen sie auch in Geschlechtsregistern ihre unterscheidenden Beinamen oder die Namen der Vorfahren, in der Erzählung sind sie meistens *Echaid, Art, Ailill* schlichtweg, da ja dort selten ein anderer *Art* oder *Ailill* in der speziellen Geschichte in Frage kommt; so werden im 11. Jahrhundert Ereignisse und Persönlichkeiten des

Hiermit ist mein oben S. 177 für den Beginn der Untersuchung aufgestelltes Programm — zu zeigen, wie sich die beiden markantesten Frauengestalten der alten irischen Heldensage, Königin Medb von Connaught und ihre Tochter Findabair, in den beiden altertümlichsten und umfangreichsten Epen der Cuchulinnsage, Tāin bō Cūalnge und Fled Bricrenn, in Rede und Handlung geben — vollständig erledigt, und zwar so, daß ich aus den genannten beiden Epen und anderen Erzählungen der alten Heldensage *zugleich* zu zeigen suchte, daß dieses Reden und Handeln der beiden Frauen dem Milieu der alten Heldensage *überhaupt* entspricht: Medb und Findabair sind vielleicht etwas temperamentvoller, aber im Grunde nicht anders als die meisten vornehmen Frauen ihrer Zeit. Es ist nun nicht meine Absicht, im Anschluß hieran das auszuführen, was ich S. 177 als Ausgangspunkt abwies, nämlich aus der gesamten irischen Literatur des Mittelalters — also aus zahlreichen kaum berührten anderen Texten der alten nordirischen Heldensage; aus den verschiedenartigen zahlreichen alten Sagenerzählungen, die keinem Zyklus angehören; aus der jüngeren Heldensage (Finnsage); aus der kirchlichen Literatur, namentlich dem Heiligenleben in lateinischer und irischer Sprache, in Prosa und gebundener Rede — alles das zusammenzutragen, was von geschlechtlichem Schmutz sich findet: es würde die Leser Ekel überkommen, da aus dem gesamten Kreis der mir bekannten älteren Literaturen arischer und semitischer Völker sich keine annähernd ähnliche Zusammenstellung machen läßt. Aber wichtiger ist ein anderes: diese Zusammenstellung hat für unsere Untersuchung *keinen* Zweck, ja wäre nur zu sehr geeignet, das Problem zu verdunkeln. Je jünger die Texte nämlich werden, *um so mehr schwindet das Charakteristische* der S. 177—210 vorgeführten Bilder, es wird einfach mehr und mehr — wenn auch nicht völlig — Unsittlichkeit

berühmten Cormac (mac Cuilennāin) von Munster (9. Jahrhundert) mit dem berühmten Cormac (mac Airt) des 3. Jahrhunderts verbunden, die im 9. Jahrhundert aufkommende Finnsage ins 3. Jahrhundert versetzt. Die im 9. Jahrhundert auf den Schultern Bedas einsetzende und im 11. Jahrhundert blühende Chronologie und Synchronistik hat hier viel auf dem Gewissen, aber das bleibt doch bemerkenswert, daß, wie in Wirklichkeit die Römer irischen Boden nicht betreten haben, die sagenhafte Geschichte des 1. bis 5. Jahrhunderts *nichts, rein gar nichts* von ihnen weiß. Die Gelehrten des 10. und 11. Jahrhunderts haben die *innere* irische Chronologie und Geschichte, bis c. 400 mit Hilfe der Aufzeichnungen in Ostertafeln, darüber hinaus durch Kombination, *synchronistisch* verarbeitet, und da ist ja begreiflich, daß, wenn an Stelle der inneren Chronologie A.D. und A.M. gesetzt wird, für die sagenhafte Geschichte um Christi Geburt Differenzen bis zu 20 ja 30 Jahren herauskommen. *Das trifft nicht die innere Chronologie.* Man kann sagen, *daß der historische Hintergrund für die ältere irische Heldensage so sicher die Zeit um Augustus ist wie der historische Hintergrund* unseres mhd. Epos von der Nibelunge Not die Zeit Attilas und der Aufenthalt der Burgunder am Rhein.

beider Geschlechter. Worin besteht nun das Charakteristische der vorgeführten Sittenbilder?

Suchen wir es durch den Gegensatz klarzumachen. Wo die Ordnung der Gesellschaft auf Vaterrecht aufgebaut ist, da herrscht Männermoral, also zunächst Monogamie; es ist nicht die strikte, engere, höhere des Christentums, die Monogamie für beide Geschlechter, sondern die der Arier des Altertums vor dem Christentum: Monogamie für die rechtmäßige Frau, für den Mann daneben Kebsenwirtschaft, mehr oder weniger legitim. In solchen Verhältnissen tritt uns der Mann als der heischende gegenüber: und wenn sich gelegentlich Kulturzustände finden, in denen unter diesem Vaterrecht Monogamie faktisch eine Farce ist, soweit Fürsten, Edle und Mächtige in der Gesellschaft in Betracht kommen — man denke z. B. an jus primae noctis —, so ist doch immer charakteristisch: der Mann fordert, gibt den Impuls; das Weib gibt, ja gibt sich sogar in legitimen Verhältnissen oft erst mit Widerstreben und Scham (s. Prünhilt in der Nibelunge Not). Ganz das Gegenteil nun ist charakteristisch für die Gesellschaft, die wir S. 177—210 im alten Irland für die Zeit um Christi Geburt in den Epen Tāin bō Cūalnge und Fled Bricrenn sowie anderen Erzählungen der alten Heldensage kennen lernen. Wir sehen eine Ordnung der Gesellschaft, in der der Mann im öffentlichen Leben unbedingt herrscht und befiehlt, während im Geschlechtsleben das Weib so dasteht, daß es fordert und der Mann sich hingibt, einwilligt, daher der Mann der Verschämte und das Weib die Schamlose ist, wie dies so drastisch in der Sage im Verhalten Cuchulinns gegenüber den Frauen zutage tritt (s. S. 193/194, 208). Nur um dieses Charakteristische in der Gesellschaft der altirischen Heldensage noch weiter von verschiedenen Seiten zu beleuchten, sollen einige Ausführungen folgen.

Hier ist in erster Linie wieder lehrreich die 'Kopfkissenunterhaltung' zwischen Ailill und Medb in der Einleitung zu Tāin bō Cūalnge, von der die Untersuchung den Ausgang nahm (S. 177). Direkt im Anschluß an die zitierten Schlußworte *fuarusa dano infersain, idōn, tussu, idōn Ailill mac Rossa Ruaid doLaignib* ('diesen Mann fand ich nun, nämlich dich, nämlich den Ailill mac Rossa Ruaid von Leinster') fährt Medb in demselben Atemzug so fort[1]: *nirsat nēoit, nirsat ētaid, nirsat deāith. Tucusa cor 7 coibchi duit amal asdech tēit domnāi, idōn, timthach dāfher dēc dētach, carpat trisecht cumal, comlethet taigthi dodergōr, comthrom doriged clī dofhindruini. Cipē imress mēla 7 mertain 7 meraigecht*

[1] Ich bitte oben S. 178 durchzulesen, um sich in den Zusammenhang zu setzen.

ort nīfhuil dīri no eneclann duitsiu ind acht nafil damsa, arMedb; dāig fer artincur mnā atatchomnaic 'du warst nicht geizig, du warst nicht eifersüchtig, du warst nicht schneidelos (ohne Schneide). Ich gab dir Vertrag (*cor*, d. h. das vertragsmäßige Ehegeschenk) und Morgengabe (*coibche*) so gut wie (d. h. in so hohem Wert, von der Güte wie) sie nur einem Weibe zukommt, nämlich Kleidung für 12 Mann von Gewandstoff, einen Streitwagen im Wert von dreimal sieben Sklavinnen, die gleiche Breite deines Gesichtes von rotem Golde und die gleiche Schwere deines linken Unterarms von blondem *ruine* (Bronze?); wer immer Schimpf und Schwäche und Narreteiding dir antut, dir steht kein Schadenersatz oder Genugtuung für verletzte Ehre an ihn zu, außer was mir zusteht, sagte Medb; denn du bist ein Mann auf Weiberaussteuer' (LL. 54a, 11—18).

Wollen wir zu einem vollen Verständnis dieser eigenartigen Stelle gelangen, so tun wir gut, zuerst über die irische See in die Literatur von Wales zu schauen; in den altwelschen Gesetzen (10. Jahrh.) wird für jeden Staatsbürger vom König herab sein *guerth* und sein *saraet* bestimmt, d. h. 'der Wert der Entschädigung, des Ersatzes' (*guerth*) und 'die Buße für die Ehrenverletzung' (*saraet*), also die Buße für die materielle und ideelle Schädigung. Als Buße nur für die ideelle Schädigung des Königs von Nordwales führt das Gesetzbuch neben anderem an: *guyalen eur kehyt ac ef ehun akyn urasset ac y vys e becan, a claur eur kyflet ay huynep a kyn tehet ac euyn amaeth* 'eine Rute von Gold, so lang wie er (der König) selbst und so dick wie sein kleiner Finger, und eine Platte von Gold, so breit wie sein Angesicht und so dick wie der Nagel eines Ackermanns' (Dull Gwynedd I, 2, 3). Diese Rechtsbestimmungen werden nun vortrefflich durch einen kymrischen Sagentext, die Geschichte von 'Branwen uerch Lyr', illustriert. Der König von Irland, Matholwch, war nach Wales gekommen, um Branwen, die Schwester des Königs Bran, als Frau heimzuführen. Als in Aberffraw Hochzeitsfeier gewesen war, ging Efnissyen, ein Stiefbruder der Branwen, der die Iren nicht leiden konnte, hin und schnitt den schönen Pferden Matholwchs das Fleisch über den Zähnen, die Ohren am Kopf und die Schwänze am Rumpfe weg. Sobald Matholwch dies hörte, eilte er mit den Iren zu den Schiffen, um nach Irland zu fahren. König Bran von Wales schickte bestürzt einen Boten nach mit den Worten: *ewch yn yol a menegwch idaw, ef agaiff march iach am bop un oralygrwyt. Ac ygyt a hynny ef ageiff ynwynebwarth idaw llathen aryant auō kyfref a chyhyt ac ef ehun achlawr eur cyflet ae wyneb. A mynegwch idaw py ryw wr awnaeth a phanyw om annod inneu y gwanaethpwyt hyny* 'geht ihm nach und meldet ihm: er wird bekommen ein gesundes Roß für jedes einzelne, das ihm beschädigt ist. Und

zugleich hiermit wird er bekommen als Genugtuung für ihn eine silberne Rute, welche so dick und so lang ist wie er selbst, und eine Platte von Gold, so breit wie sein Angesicht. Und teilt ihm mit, was für ein Kerl es tat und daß es zu meinem Leidwesen geschah' (Red Book of Hergest I, 30, 10 ff.). Also auch hier neben Schadenersatz dieselbe Genugtuung für Ehrenverletzung wie in den Gesetzen für den König. Wenden wir uns nach Irland, so treffen wir in der Sage ganz dasselbe. Nach dem Raubzug der Connaughtleute, der uns in der Tāin bō Cūalnge erzählt ist, bereitete Conchobar einen Rachezug nach Connaught vor, vor dem Ailill und Medb bange wurde, und man beriet, Conchobar folgenden Sühnevorschlag zu machen: *sond ininad cachshuind 7 grīanan ininad cachgrīanain, tech ininad cachatigi, bō ininad chachabō, dam ininad cachdaim et inDond Cūalnge fair anūas; comleithet aaigthi dodergōr doChonchobur donchursain* 'Pfahl für jeden (vernichteten) Pfahl, ein Sommerhaus für jedes Sommerhaus, ein Wohnhaus für jedes Wohnhaus, eine Kuh für jede Kuh, einen Ochsen für jeden Ochsen und den Dond Cūalnge außerdem dazu; die gleiche Breite seines Angesichts von rotem Gold dem Conchobar für diesen Fall' (LL. 173b, 33—38). Noch ein weiteres Beispiel ist lehrreich aus dem Text Mesca Ulad, dem schon oben S. 208 eine lehrreiche Szene entnommen ist: Als die Ulter auf ihrem Zuge in der Trunkenheit das Fest in Temair Luachra, an dem auch Ailill von Connaught mit seinen 7 Söhnen als Gast teilnahm (LU. 20a, 36. 37) gefeiert hatten, da ging hernach Ailill in freundschaftlicher Weise nach Ulster zu Besuch (*forcēlidi*): *Dobreth comlethet aenech diōr 7 argut doAilill 7 secht cumala* (*do*)*cachmac diamaccaib* 'es wurde dem Ailill gegeben die gleiche Breite seines Angesichts von Gold und Silber und 7 *cumal* (= Sklavin = 3 Kühe) jedem Sohn von seinen Söhnen' (LU. 20b, 27—29). Da dem Ailill und seinen Söhnen ein Verlust nicht zu ersetzen war, erhalten sie nur Genugtuung für verletzte Ehre.

Aus kymrischen Gesetzen sowie aus alten Sagenerzählungen der Inselkelten lernen wir also, daß bei den Inselkelten neben dem materiellen Ersatz eine Genugtuung für verletzte Ehre gegeben wurde: sie bestand für Könige nach den übereinstimmenden Zeugnissen in einer Platte von Gold, so breit wie das Antlitz des Beleidigten, und in einer Rute (Stab *guyalen, llathen*) von gleicher Größe mit dem Beleidigten, ebenfalls von Gold oder Silber nach den kymrischen Zeugnissen. Wer in Kenntnis inselkeltischer Sprache und Literatur auch nur wenig über das Anfängerstadium hinaus ist und etwas kombinieren kann, dem ist die symbolische Bedeutung hiervon ganz klar. Wir sagen: 'es steigt jemand die Schamröte ins Gesicht'; im Altirischen bedeutet *indergaim* (von *derg* 'rot') eigentlich 'er-

röten machen', regulär 'einen beschämen, beschimpfen, ihm die Schamröte ins Gesicht treiben'. Man ging aber im irischen und inselkeltischen Altertum weiter: man nahm an und erzählte, wie wir aus Sagentexten wissen, daß diese 'Röte' im Angesicht zu 'Ausschlag' oder 'Blasen' (*bolgu*) im Gesicht wurden, namentlich bei Fürsten und Edlen infolge sie herabsetzender Spottgedichte (s. LL. 81 a. 40; Three Irish glossaries S. XXXVIII, 17 ff.). Es wurde also durch angetanen Schimpf das Angesicht entstellt; und wenn nun bei den Inselkelten als Genugtuung eine Platte von Gold, so breit wie das Antlitz des Beleidigten, bei Königen gegeben wurde, so bezeichnet dies offenbar symbolisch die Reparatur des durch Schamröte. Ausschlag, Blasen infolge der angetanen Schande entstellten Gesichts. Dies drücken auch die technischen Ausdrücke für 'Genugtuung für verletzte Ehre' aus: altir. *enechlann* (*eneclann*), kymr. *gwynebwerth* (*gwynebwarth*). Es bedeutet altir. *enech* ebenso wie kymr., bret. *enep* 'Angesicht' (= sanskrit *anîka*, gr. ἐνωπή); hierzu ist kymr. *gwynep* ein Kompositum aus *gwo* (= ir. *fo*, gr. ὑπὸ), das verkleinernde Wörter bildet, mit *enep*, also eigentlich 'Angesichtchen'. Was den zweiten Teil des Kompositums anlangt, so ist altir. *lann* eine dünne Platte von Gold, die nach den Sagentexten als Schmuckstück an der Stirn getragen wurde und auf Schilden; es entspricht kymr. *llafn* 'Platte' und ist mit diesem eine Entlehnung aus dem lateinischen *lamna, lamina* aus der brittischen Römerzeit: es bedeutet also altir. *eneclann* 'Genugtuung für verletzte Ehre' wörtlich 'Platte für das Angesicht', ist also der sprachliche Ausdruck dessen, was in den welschen Gesetzen und in kymrischen sowie irischen Sagentexten als Genugtuung für verletzte Ehre vorgeschrieben und gegeben wird. Das kymrische *gwynebwerth* ist 'der Wert für das (entstellte) Angesicht', also entsprechend, wenn auch nicht so anschaulich wie der altirische Ausdruck.

Nunmehr sind wir gerüstet, die S. 214 verlassene Rede der Medb zu verstehen und in ihrem vollen Sinne zu fassen, zumal wenn wir noch eine Stelle aus einer Erzählung der alten irischen Heldensage hinzunehmen. In der Erzählung vom 'Siechbett des Cuchulinn' (Serglige Conculainn) schildert Fand den glückseligen Zustand, als Manandan mac Lir sie heimführte:

Danamthuc Manannān mass, robam cēle comadas,
dornasc diōr aromthū thuc dam illūag mimdergtha

'Als der stattliche Manannanm ich heimführte, war ich zusagende Gattin ihm: einen Handring von Gold besitze ich noch, den er mir als Lohn (Bezahlung) für mein Errötenmachen (d. h. nach dem, was S. 215 ausgeführt ist, dafür, daß er mich erröten machte beim

Nehmen der Jungfernschaft) gab' (LU. 50a, 9. 10). Nimmt man dazu noch, daß in den altwelschen Gesetzen *gwynebwerth* die technische Bezeichnung für 'die Genugtuung für verletzte Ehre' auch die 'Morgengabe' des Ehemanns an die Frau bezeichnet, wofür *cowyll* der spezielle Ausdruck ist (s. Ancient laws of Wales I, 92. 12), dann kann kein Zweifel sein, daß Medb auf die 'Morgengabe' — pretium virginitatis im germanischen Recht — so anspielt: 'ich habe in dir den Mann gefunden, wie ich ihn wünschte, ohne Geiz, ohne Furcht, ohne Eifersucht. Ich habe, so wie bei euch arischen Kelten der Mann die Frau heimführt, dich heimgeführt: ich habe das vertragsmäßige Ehegeschenk (*cor*) und die Morgengabe (*coibche*) so dir gegeben, wie bei euch arischen Kelten der König der jungen Königin gibt — natürlich mit der Umtauschung, die durch die Umtauschung der Beziehung der Geschlechter bestimmt ist, also im Geiste eures arisch-keltischen Brauches: Kleidung für 12 Mann an Gewandstoff und einen Streitwagen im Werte von 7 Sklavinnen als *cor*; ferner dafür, daß ich dir die Jungfernschaft genommen, also deine Ehre verletzt und dich zum Erröten gebracht, als Morgengabe 'die gleiche Größe deines Angesichtes von rotem Gold', womit du dein Angesicht wieder reparieren kannst, und die 'gleiche Länge deines linken Unterarms von blondem *ruine*' dir gegeben, wie es bei euch Recht und Sitte ist, einem König oder Königssohn, der du warst, als Genugtuung für verletzte Ehre zu geben. Wie also bei euch arischen Kelten der Frau nur der Schadenersatz (*dīre* = kymr. *dirwy*) und die Genugtuung für verletzte Ehre (*enechlann* = kymr. *gwynebwerth*) zusteht, die ihrem Mann zukommt, so hast du nur Anspruch auf beides, soweit es mir zusteht.' So sprach Medb. In der Erzählung, wie sie uns überkommen ist, folgt aber noch der Satz 'denn ein Mann auf Frauengut bist du' (*dāig fer artincur mnā atatchomnaic*). Das ist sehr lehrreich. Im 9. Jahrhundert, in das wohl die Aufzeichnung dieser Erzählung zurückgeht, waren unter jahrhundertelanger vereinter Tätigkeit der arisch-keltischen Kultur und des Christentums derartig rechtliche Anschauungen unverständlich; man legte sich die treu durch Jahrhunderte fortgepflanzten Erzählungen zurecht, wofür wir ja in anderen Punkten hinreichend Belege haben. 'Erbtöchter' kannte man damals, und da lag es nahe, die unverständlichen Rechtsverhältnisse sich so zu erklären, also den Ailill als 'Mann einer Erbtochter' aufzufassen, was der Erzähler mit den Worten *fer artincur mnā atatchomnaic* gibt. Diese Auffassung ist falsch und widerstreitet der Sage: Medb ist gar keine 'Erbtochter' im späteren Sinne, da sie nach der Sage drei Brüder und zwei Schwestern hat, und Lugaid Riabderg als Sohn ihrer Schwester und der drei Brüder vorhanden ist, der ja dann auch später Oberkönig in Irland wird

(s. oben S. 209 ff.); anderseits ist Ailill kein armer Schlucker: ein Bruder von ihm ist Oberkönig in Tara, ein anderer herrscht über Leinster, und er hat, wie er ja selbst behauptet und im Verlauf der 'Kopfkissenunterhaltung' beweist, größeren Besitz mit in die Ehe gebracht als Medb (LL. 54a, 19—54b, 3). Gerade weil die Sagenerzähler des 9. Jahrhunderts die Erinnerungen an teilweise andere Ordnung der Gesellschaft im Heldenzeitalter nicht mehr verstanden, ist in dem Gespräch in der Kopfkissenunterhaltung manches verschoben, um das Unverständliche begreiflich zu machen.

So ist also die ganze Stelle LL. 54a, 8—18, wie sie oben S. 177 und S. 213—216 behandelt wurde, in ihren Anschauungen aus einem Guß, und das charakteristische an ihr ist die vollständige Umkehr der Zustände, wie sie unter reinem Vaterrecht bestehen. Medb nimmt sich einen Mann, nicht etwa, wie unterm Vaterrecht ein Mädchen einen Mann annimmt, und auch nicht einen armen Schlucker — soweit dies zum Ausdruck kommt, stammt es aus der Anschauung jüngerer Zeit —, sondern einen Königssohn und Bruder von Königen, der eben so großen Besitz hat wie Medb: sie zahlt das vertragsmäßige Ehegeschenk (*cor*) an ihn, sie gibt ihm die Morgengabe als Pretium virginitatis; und wie im Vaterrecht der Mann Kebsen als legitim betrachtet, so beansprucht Medb 'Hausfreunde' (Männer im Schatten des anderen) als legitimes Recht, als Bedingung des Ehekontraktes. Es handelt sich nicht um extreme Reden, in der Hitze des Streitens ausgesprochen, sondern um offen von ihrer Seite proklamierte Grundsätze, um stillschweigend von Ailill anerkannte und um offen von Medb in Taten umgesetzte, wie wir sehen: sie bietet sich, um kurz zu erinnern, dem Dáre offen an (S. 178/179), ebenso dem Ferdiad sich als Zugabe zur Tochter (S. 192), sie benutzt mit Wissen ihres Ailill den Fergus auf dem Kriegszug und am Hofe (S. 180—185) als den Mann im Schatten des anderen, sie setzt das dem Ferdiad gemachte Anerbieten bei anderer Gelegenheit in die Praxis um (S. 197).

Ein weiteres Moment zur Charakteristik der verkehrten Welt vom Standpunkt des Vaterrechts in den Erzählungen der alten irischen Heldensage ist folgendes. Wir haben in zahlreichen Handschriften zwei Repertoire irischer Sagenerzähler aus dem 10. Jahrhundert, das eine aus der Regierungszeit des Oberkönigs Domnall mac Muirchertaig (956—979); beide sind vollständig unabhängig voneinander und enthalten, kritisch betrachtet, je 161 Titel von Sagenerzählungen, die die betreffenden Erzähler auf ihrem Repertoire hatten, und von denen ungefähr $\frac{2}{3}$ beiden Repertoiren gemeinsam sind: es sind also etwas über 200 Erzählungen, von denen ein gutes Drittel in Handschriften

des 11. bis 16. Jahrhunderts auf uns gekommen ist. Wenn auch ganz verschieden angeordnet, gleichen sich die beiden Repertoire darin, daß sie die Erzählungen nach Gattungen wesentlich ordnen, also z. B.: *tāna* 'Herdenwegtreibungen', *togla* 'Zerstörungen', *catha* 'Schlachten', *imrama* 'Seefahrten', *echtra* 'Abenteuer', *fessa* 'Festlichkeiten' u. a. Unter diesen Gattungen führen beide Repertoire auch *aitheda* auf: das eine Repertoire mit 7, das andere mit 17 Erzählungen. Es sind *aitheda* Erzählungen, die man bei Griechen oder Germanen als 'Entführungen' bezeichnen würde, das Wort *aithed* bedeutet aber 'Entlaufung'. Es handelt sich meist darum, daß Mädchen ihren Eltern oder Frauen ihren Männern entlaufen und als Verführer ihrerseits junge Männer, Stiefsöhne usw. entführen, zum Mitentlaufen zwingen. Ein kurzes Beispiel möge dies illustrieren: *Rī maith rogab Muma, idōn Mairid macCāiredo. Batar dāmac mathi leis, idōn Eochaid 7 Rib. Ebliu immorro ingen Gūari aBruig maic Indōc, isī baben doMairid. Rolæside menmain foramacsom, idōn forEochaid; basi tra octothlogud ingilli frirē ciana. Rolaisi tra fodeōid algis fairsium cotudchad foraithed lei. Asbert immorro Rib friabrāthair aramberad leis inmnāi sīu nobeth foathis 7 noragadsom atīr leis. Dobert iarom Eochaid Eblind leis foraithed 7 tic Rib lēo.* 'Ein guter König herrschte über Munster, Mairid Sohn des Cāirid. Er hatte zwei gute Söhne, nämlich Eochaid und Rib. Ebliu aber, die Tochter von Guare aus dem Gebiete des Mac Indōc, war die (zweite?) Frau Mairids. Sie warf ihren Sinn (ihr Begehren) auf ihren Sohn, nämlich auf Eochaid und war nun längere Zeit dringend den Jüngling mit Bitten bestürmend (ihr Verlangen zu gewähren). Zum Schluß zwang sie ihn, durch eine Schandenbitte (*ailges* d. h. eine Verwünschung, die, wenn die Schandenbitte nicht erfüllt wurde, den Mann unglücklich machte), daß er mit ihr entlaufe. Aber Rib — dem er wohl von dem ihm angetanen Zwang Mitteilung gemacht hatte — sagte zu seinem Bruder, daß die Mitnahme dieses Weibes ihn (den Rib) unter üble Nachrede bringen würde, und er würde mit ihm außer Landes gehen. Eochaid entlief also mit Ebliu und Rib kommt mit ihnen' (LU. 39a, 23—34).

Also Frauen sind die Entführer der Männer zur Zeit der alten irischen Heldensage, sie sind das treibende Element und der Mann das zurückhaltende: gefällt ihnen ein Mann, so bieten sie sich an, und will der Mann nicht, wendet er sich schamvoll vor schamlosem Verlangen ab, so zwingen sie ihn durch eine *geiss*, eigentlich 'Bitte', dann eigenartige Beschwörung bei der Ehre eines Mannes, mit der im irischen Heldenzeitalter Bitten aller Art erzwungen werden konnten; wurde so etwas 'schamloses' oder 'schandbares' in

den Augen des Gebetenen erzwungen, so ist es *ailges* wie in der vorgeführten Geschichte[1]. Wie dies geschah, illustriert uns eine Geschichte, die uns wieder an den bekannten Hof Conchobars in Emain Macha in Ulster versetzt. Dem Sagenerzähler Conchobars namens Feidlimid wurde von seiner Frau eine Tochter geboren, von der schon vor der Geburt geweissagt wurde, sie würde zum schönsten Weibe heranwachsen, aber Hunderten von Edlen Tod und Verderben bringen: Conchobar verhinderte die Tötung des kleinen Wesens und ließ sie abgeschlossen in einem Haus erziehen, um sie herangewachsen zur Kebsen zu machen. So wuchs das Mädchen unter Aufsicht einer Pflegemutter heran zur schönen Jungfrau. ohne einen anderen Mann als ihren Pflegevater Conchobar gesehen zu haben. Einstmals nun war ihr Pflegevater zur Winterzeit beschäftigt, im Schnee ein Kalb abzuziehen, von dem gekocht werden sollte, und Deirdre erblickte einen Raben, der von dem Blute im Schnee trank. Da sagte sie: so einen Mann könnte ich allein lieben, an dem die drei Farben dort, nämlich das Haar wie der Rabe, die Wange wie das Blut und der Körper wie der Schnee. Leborcham, eine Hexe, sagte ihr, einen solchen Mann gebe es in Emain, das sei Nōisi, der Sohn des Usnech, und Deirdre verliebt sich so in den Unbekannten, daß sie gesteht: mir ist nicht mehr wohl, bis ich ihn sehe. Nōisi, das Objekt von Deirdres Liebe, war ein berühmter, tapferer Ulterkrieger, der zudem durch seinen schönen Tenor (*andord* 'Nichtbaß') berühmt war. 'Errötend folgt er ihren Spuren und ist von ihrem Gruß beglückt, das Schönste sucht er auf den Fluren, womit er seine Liebe schmückt', singt Schiller vom verliebten Jüngling. Was tut die eben zur Jungfrau heranwachsende Deirdre in dem irischen Heldenzeitalter? Der Sagenerzähler erzählt es anschaulich: *Fecht nand dino būiseom intī Nōisi aōenur fordōe narrātha, idōn naEmna, ocandord .... Ambūisium dino aōinur intī Nōisi immaig, nosētlannsi cuci immach amal dothecht secha. Et nisnathgeōin. Iscāin orseiseom intshamaisc tēit sechond. Dlegtair, orsisi, samaisci mōra bale nābit tairb. Atā tarb inchōicid lett orseisseom, idōn*

[1] Das Wort *geiss* ist etymologisch und in seiner Bedeutungsentwicklung sonnenklar. Wurzel ist *ged* (im *s*-Fut. *gess-*) mit Ablaut *god* (*guide* 'Bitte'. *guidim* 'ich bitte') und *gād* (im Perf. *rogād* 'ich habe gebeten'); derselbe Ablaut in Wurzel *ret*: altir. *rāith*, kymr. *gwarawt* und in Wurzel *vet* 'sagen': kymr. *dywawt*, *gwawt*, ir. *fāith*, lat. *vātes*); mit dem bekannten Suffix *ti-* wird *gesti*. was altir. *geiss*. Aus der Bedeutung 'Bitte', 'inständige Bitte', 'Beschwörung' (Phrase 'ich lege Beschwörungen auf dich' oder 'ich lege dich unter Beschwörungen') wird für den. der einer *geiss* nachgibt einerseits eine 'Verpflichtung etwas zu tun' und anderseits ein 'Verbot etwas zu tun'. Die letztere Bedeutung ist in den alten Sagentexten die häufigste: *gessa Conculainn* sind die Dinge, die Cuchulinn nicht tun darf, die tabu für ihn sind. Ein nach Etymologie und Bedeutungsentwicklung klar arisch-keltisches Wort bezeichnet in der altirischen Heldensage gewöhnlich Dinge, die typisch für die Polynesier sind.

rīUlad. Nothogfaindse etruib farndīs, orsisi, et nogebaind tarbīn ōc amal tussu. Nīthō, orsesseom, cith fobīthin fāitsine Cathbad. Indomfēmidsa adeiri sin? biddo immorro orseisseom. Lasodain focheird bedg cuce, *corragaib adānō forachind. Danō mele* 7 *cuitbiuda andso, olsi, manimberasu latt. Eirgg uaim aben, olse. Rotbia ōn ol sisi.* 'Einst nun war Nōisi allein auf dem Walle der Burg, nämlich von Emain, und ließ seinen Tenor hören .... und als nun Nōisi allein so draußen war, da entschlüpfte sie (Deirdre) zu ihm hinaus, als wolle sie an ihm vorbeieilen. Und er erkannte sie (in dem Augenblick) nicht. Das ist eine schöne Kalbin, sagte er, die an uns vorbeigeht. Es müssen, sagte sie, die Kalbinnen groß sein, wo es keine Stiere gibt. Du hast den Landesstier bei Dir, sagte Nōisi, womit er den König der Ulter meinte. Ich möchte zwischen euch beiden die Wahl haben, sagte sie, und ich würde ein junges Stierchen wie Dich nehmen. O nein, rief Nōisi, schon wegen Cathbads Prophezeiung. Sagst Du dies, um mich zu verschmähen? Allerdings, sagte er. Bei diesen Worten (*lasodain*, s. oben S. 200 Anm. 1) tut sie einen Sprung auf ihn zu und ergriff seine beiden Ohren an seinem Kopf. Zwei Ohren der Schande und des Spottes sind hier, sagte sie, wenn Du mich nicht mit Dir nimmst. Weich von mir, o Weib, sagte er' (LL. 260a, 24—44). Nōisi benachrichtigt sofort seine Brüder von der *ailgess*, die auf ihm lag: *biaid olc de, arindōic. Ciabeith nocobiaso fōmebail cēin bemmitni imbethaid. Regmaitni lee itīr naile.* 'Daraus wird Unheil kommen, sagen die Helden. Was aber auch werden mag, Du sollst nicht unter Schande sein, solange wir am Leben sein werden. Wir werden mit ihr in ein anderes Land ziehen' (LL. 260a, 48—50). Das führen sie noch mit Gefolge in derselben Nacht aus.

Hier wird uns anschaulich geschildert, was in dem vorher erwähnten Beispiel (S. 219) einfach mit *Rolāisi tra fodeōid ailges fairsium eo* 'sie legte zum Schluß eine *ailgess* auf ihn, daß' gegeben ist. Diese Deirdre, die Frau des Nōisi mac Usnig, ist übrigens neben Emer, der Frau Cuchulinns, bemerkenswert: beide, Deirdre und Emer, sind in der alten Heldensage der Iren die beiden einzigen stark hervortretenden weiblichen Figuren, die dem Manne ihrer Wahl in Glück und Unglück Treue halten, wobei Deirdre und Nōisi unglücklich werden[1]; ihnen stehen die Medb, ihre Töchter Findabair und Sadb,

[1] In der epischen Erzählung der jüngeren Heldensage von der Entführung Diarmaits durch Grāinne, die handschriftlich zwar nicht über das 15. Jahrhundert hinausgeht, aber zu den ältesten Texten der jüngeren Heldensage gehört und wohl ins 10. Jahrhundert ihrer ersten Entstehung nach zurückgehen kann, ist die ganze Art, wie Grāinne den Diarmait an Stelle des älteren Finn wählt (s. Ossianic Society 3, 54) eine Parallele oder vielmehr direkte Nachahmung der alten Erzählung von der Wahl Nōises

Conchend, die Tochter von Cet, Clothru, Mugain, Bläthnat und viele andere als Repräsentanten anderer sittlicher Anschauungen in erdrückender Fülle gegenüber. Oft geht die Werbung der Frauen gar nicht so zeremoniell vor sich wie bei Ebliu oder Deirdriu; wenn der Mann sich die Weibsbilder trotz ihrer fürchterlichen *gessa* nicht so energisch vom Leibe hält wie Cuchulinn bei dem Kriegszug es mit der als 'Tochter des Königs Buar' in Gestalt eines jungen Weibes mit Kleidung von jeder Farbe zu ihm kommenden Mōrrigan tut (LU. 74a, 30ff.; YBL. 31b, 42ff.), dann kriechen sie einfach zu dem Manne ins Bett wie Macha zu dem verwitweten Ulsterpächter Crunnchu, um sich ein Kind zu holen (YBL. 211a, 41), und stacheln den Mann, der sich weigert, ihnen zu Willen zu sein, mit Hohn an, wie Brig Brethach, die Frau des auch in der Tāin bō Cūalnge sich auszeichnenden Ulsterhelden, den alternden Blāi in dem Sagentext Aided Cheltchair (Kuno Meyer, Todd Lect. XV, S. 24).

Die ganze Gattung der *aitheda* genannten Sagentexte in den Repertoiren der irischen Sagenerzähler des 10. Jahrhunderts ist also schon ebensosehr durch ihren Namen wie durch viele ihrer Einzelheiten eine Illustration der vom Standpunkt des Vaterrechts verkehrten Welt, wie sie in den Erzählungen der alten irischen Heldensage in weitem Umfang im Hintergrund erscheint; verkehrt ist aber diese Welt nur vom Standpunkt des Vaterrechts, das den Rahmen für den Hintergrund abgibt, in das sie nicht hineinpaßt. Dabei läßt sich ohne Schwierigkeit erkennen, daß dieser Zustand des Verhältnisses der Geschlechter einst in einer Ordnung der Gesellschaft, die im Hintergrund der Heldensage liegt, der natürliche muß gewesen sein, der legale, die Ordnung der Gesellschaft selbst. Es handelt sich also um ein offen anerkanntes Recht der Frau; es ist nicht ein zur Krankheit der Gesellschaft umgestaltetes individuelles Laster, sondern es ist der normale, der Gesundheitszustand einer Kultur, die im Hintergrund der irischen Sagentexte aus der älteren Heldensage erscheint. Damit steht etwas anderes offenbar in engem Zusammenhang.

Die S. 177—222 vorgeführten Dinge werden in den alten Texten des Cuchulinnsagenkreises nicht etwa wie etwas Pikantes mit beson-

---

durch Deirdre an Stelle des älteren Conchobar. Auch Grāinne ist dem Manne ihrer Wahl treu wie Deirdre, was deshalb ins Gewicht fällt, weil dies so selten in irischer Sagengeschichte ist; endlich wird das Paar Grāinne und Diarmait ebenso von Ort zu Ort gehetzt wie Deirdre und Nōisi. Wir haben hier zu dem von mir anderweitig (Ztschr. f. deutsches Altertum 35, 42—47, 154ff.) an schlagenden Beispielen nachgewiesenen Vorgang, wie den Trägern der jüngeren Heldensage (Finnsage) die Kompositionen und Motive der alten Heldensage bei den größeren Epen (*macgnīmartha Find: macgnīmartha Conculainn, Cath Finntrāga: Tāin bō Cūalnge, Accallam nasenōrach: Siaburcharpat Conculaind*) als Vorbild vorschwebten, einen weiteren Beleg.

derem Behagen erzählt, ebensowenig aber auch mit erkennbaren Zeichen der Mißbilligung, wie man dies von Erzählern im christlichen Irland des 7. bis 10. Jahrhunderts erwarten möchte. Ebenso unbefangen wie die Sagenerzähler Druiden (*druid*) und Vaten (*fāthi*) auftreten, die Helden 'zu dem Gott, bei dem ihr Clan (*tūath*) schwört', schwören lassen, und von Christentum keine Spur in den Erzählungen vorhanden ist, ebenso sind für die Sagenerzähler des 9. Jahrhunderts die geschilderten sittlichen Zustände integrierender Teil der Gesellschaft jener Zeit, die sich in den Sagentexten widerspiegelt. Der Erzähler steht in der Tāin bō Cūalnge, Fled Bricrenn und vielen anderen auf uns gekommenen Texten wie ein verax historicus — um ein Wort Bedas zu gebrauchen — da: er überliefert Personen und Dinge in dem Licht, wie er sie überkommen hat; es ist für ihn Geschichte, und da fälscht er nicht absichtlich und mit Bewußtsein[1], daraus folgt, daß die Texte der alten irischen Heldensage, so viel geschlechtlichen Schmutz sie auch enthalten, nicht als unsittlich zu betrachten sind, sofern nicht die Vorführung der Dinge selbst, sondern die Absichtlichkeit, mit der sie vorgebracht werden, den Maßstab abgibt. An diesem Maßstab gemessen, sind pikante Erzählungen viel jüngerer hagiographischer irischer Literatur unendlich viel unsittlicher als die Erzählungen der nordirischen Heldensage in ihren ältesten Fassungen.

Nunmehr wende ich mich zum Ausgangspunkt der Untersuchung zurück (S. 176) und frage: Haben wir ein Recht zu sagen: 'Die in diesen Sagen — aus denen die Bilder von S 177—222 genommen sind — zutage tretenden Kulturzustände zeigen uns Einrichtungen und Sitten der vorchristlichen Zeit — nämlich Irlands —, die im großen wie in vielen Einzelheiten der altkeltischen Kultur des Kontinents entsprechen?' Haben wir ein Recht anzunehmen, daß solche Sitten, wie sie die Untersuchung S. 178—223 vorführte, bei den Frauen der Edlen der kontinentalen Kelten vorkamen, mit denen

[1] Wie unendlich hoch steht der Ire des 9./10. Jahrhunderts in dem Punkt über den Iren des 19./20. Jahrhunderts, wo der Zweck alle Mittel heiligt, wenn die Iren auf ihre Vergangenheit, also auch die Vorführung der alten Sagenstoffe kommen. Der Geist bewußter Fälschung ist erst durch die Kirche nach dem Anschluß an Rom in der zwischen 634 und 1185 allmählich geschaffenen Patricklegende in die kirchliche Literatur eingeführt worden, 'nachdem einmal, wie Herder sagt, das böse Prinzip angenommen war, daß man zum Nutzen der Kirche Lügen erfinden, Dichtungen schreiben dürfe, so war der historische Glaube verletzt, Zunge, Feder, Gedächtnis und Einbildungskraft der Menschen hatten ihre Regel und Richtschnur verloren' (Herder, Ideen XV, 1). Von kirchlicher Literatur drang das Gift dann im Verlaufe der Jahrhunderte überall in der irischen Literatur vor, bis absichtliches und bewußtes Verheimlichen der Wahrheit ebenso patriotisch in Irland wurde wie es schon länger Ausdruck frommer Gesinnung war.

Griechen und Römer seit Anfang des 4. Jahrhunderts v. Chr. an verschiedenen Stellen in sehr nahe Berührung kamen? Drei intensive, Jahrhunderte dauernde Berührungen zwischen kontinentalen Kelten und Griechen-Römern kommen in Betracht.

Im ganzen 4. Jahrhundert sitzen keltische Stämme in der Donauebene durch Pannonien und Mösien; mit ihnen stellt sich Alexander vor seinem Zug gut, und sie schicken Abgesandte, ihn in Babylon zu begrüßen; unter den Diadochen dringen Scharen von ihnen nach Süden bis Delphi, andere setzen nach Kleinasien und gründen einen unabhängigen Keltenstaat am Halys (um 235). Welch eine Fülle von Nachrichten über Kelten des Altertums ist hiervon zu den Griechen gekommen und, mit Nachrichten über kontinentale Kelten aus anderen Quellen vereinigt, in griechischen Schriftstellern zu finden. Bequem, auch für die Bedürfnisse solcher, die nicht mehr Griechisch lesen, sorgend, liegt es in dem sechsbändigen Werk von Edm. Cougny, Extraits des Auteurs Grecs contenant la géographie et l'histoire des Gaules (d. h. Kelten) Paris 1878—1892 vor, womit Dom Bouquets Recueil des Historiens des Gaules (1728) für unsere Zeit teilweise erneuert ist. Ist in diesem gewaltigen Material ein Anhalt dafür zu finden, daß bei den kontinentalen Kelten dieses Gebietes vom Ende des 5. bis ins 1. Jahrhundert v. Chr. ähnliche Verhältnisse in der Beziehung der Geschlechter zueinander geherrscht haben, wie sie uns die Erzählungen der altirischen Heldensage (s. S. 178—223) in Irland um Christi Geburt verraten? Keine Spur.

Ende des 5. oder Anfang des 4. Jahrhunderts drangen keltische Stämme in Oberitalien ein und gründeten, vor Rom (390) auf ihrem Siegeslauf gehemmt, in Oberitalien südlich und nördlich vom Po bis in die Alpen, zwischen fremden Völkern und über fremde Massen gebietend, eine Keltenherrschaft. Über 250 Jahre dauerten die Kämpfe der Römer mit diesen Kelten Oberitaliens und wohl 350 Jahre, bis sie romanisiert waren. Haben wir über ihre Kultur Nachrichten, die uns berechtigen, das S. 178—223 entworfene Teilbild der Kultur der irischen Kelten um die Zeit vor Christi Geburt kontinentalkeltisch zu nennen? Keine Spur.

Zwischen a. 122 und 51 v. Chr. vollzog sich die Eroberung des transalpinischen Galliens durch die Römer, woran sich die allmähliche Romanisierung anschloß. Ausgezeichnete Quellen stehen uns hier zu Gebote. Und wie verhalten sie sich zu der mehrmals gestellten Frage? Aus der Fülle des Materials kann man und hat man (D'Arbois, La civilisation des Celtes et celle de l'épopée homérique 1899, S. 321) zu einem Zug aus dem vollen und saftigen Bilde auf S. 178—223 eine scheinbare Parallele beigebracht. Aus dem siebenten Jahre des Krieges

in Gallien, der den allgemeinen Verzweiflungsaufstand der Kelten brachte und in dem die Gemüter aufs höchste erregt waren, erzählt Cäsar bei der Schilderung des vergeblichen Sturmes der Römer auf Gorgovia folgendes: Tum vero ex omnibus urbis partibus orto clamore qui longius aberant repentino tumultu perterriti, cum hostem intra portas esse existimarent, sese ex oppido eiecerunt. *Matres familiae de muro vestem argentumque iactabant et pectore nudo prominentes passis manibus obtestabantur Romanos ut sibi parcerent, neu* sicut Avarici fecissent, *ne a mulieribus quidem et infantibus abstinerent: nonnullae de muro per manus demissae sese militibus tradebant* (Bellum Gall. VII, 47, 4—6). Diese Stelle scheint aber doch anderer Anknüpfung und anderer Auffassung fähig als der Gleichsetzung mit dem oben S. 196/197, 200, 208 beleuchteten Einzelzug aus dem Sittenbild der alten irischen Heldensage. Tacitus meldet in der Schilderung der hohen Stellung der Frauen der Germanen: memoriae proditur quasdam acies inclinatas iam et labantes *a feminis restitutas constantia precum et obiectu pectorum et monstrata comminus captivitate,* quam longe impatientius feminarum suarum nomine timent. adeo ut efficacius obligentur animi civitatum quibus inter obsides puellae quoque nubiles imperantur (Germania 8), wozu ja Cäsar selbst eine gute Illustration gibt, wenn er beim Auszug der Sueben und ihrer Verbündeten zur Entscheidungsschlacht schreibt: tum demum necessario Germani suas copias castris eduxerunt generatimque constituerunt paribus intervallis, Harudes, Marcomanos, Tribocos, Vangiones, Nemetes, Sedusios, Suebos omnemque aciem suam redis et carris circumdederunt, ne qua spes in fuga relinqueretur. *Eo mulieres imposuerunt, quae ad proelium proficiscentes passis manibus flentes implorabant, ne se in servitutem Romanis traderent* (Bellum Gall. I, 51, 2). Dies Verhalten der Germanenweiber ist ja klar und wird zudem von Cäsar und Tacitus richtig gedeutet: Furcht vor Sklaverei und der für die Frauen daraus resultierenden Schande. Germanenweiber und Frauen kontinentaler Kelten haben dieser Schande oft den Tod vorgezogen, wie wir es z. B. aus der Schlacht auf Campi Raudii erfahren, wo ja germanische Cimbern und keltische Hilfstruppen unterlagen. Wer möchte aber daraus den Schluß ziehen, daß Germanenfrauen und Keltenfrauen des Kontinents immer und unter allen Verhältnissen den Tod dem Leben in Schande, in der Sklaverei, vorzogen? Wenn dann ein so heftiges Kriegsjahr vorausging wie der Erhebungskrieg in Gallien im Jahre 52, wenn eine so lange und heftige Belagerung wie die von Gorgovia vorausging, die die Verteidigung immer aussichtsloser erscheinen ließ, ist es dann so auffallend, daß Frauen in Gorgovia, die zu der Gruppe solcher gehörten, die dem Tode alles andere vorzogen, in dem Momente, wo

die Feinde in die Stadt einzudringen schienen und die Eroberung des Platzes sicher schien, zu solchen Schritten griffen, wie sie Cäsar meldet? Ich sollte denken, wenn irgendwo, dann gilt bei einem Vergleich der absolut vereinzelt dastehenden Meldung bei Cäsar mit dem geläufigen, in das ganze Sittenbild der alten irischen Heldensage passenden Zuge aus dem alten Irland das Wort: Si duo faciunt idem, non est idem.

Wer aber einem solchen Gedankengange abhold ist, wer tiefere Zusammenhänge zwischen dem Verhalten der Germanenfrauen, wie Sage und Geschichte erzählen, über das Bild von der Belagerung Gorgovias hinüber zu dem oben S. 196/197, 200, 208 gegebenen Kulturbilde aus dem nordirischen Heldenzeitalter sucht, etwa in dem Sinne, daß alte Gewohnheiten des Krieges bei kontinentalen Kelten und Germanen, wie sie Cäsar in dem Falle bei Gorgovia meldet, bei den Germanen ebenso verfeinert, wie sie bei den keltischen Goidelen in Irland vergröbert und verallgemeinert wurden — wer solche Gedankengänge liebt, der muß sich eine Gegenfrage gefallen lassen: wenn ein gemeinsamer Zug allem zugrunde liegt, warum muß dieser, da doch weder Griechen noch Römer sonst Ähnliches von den kontinentalen Kelten wissen, keltisch im Sinne arisch-keltisch sein? Würde der Zug aus Bell. Gall. VII, 47 statt bei der Belagerung von Gorgovia in Gallia Celtica bei Belagerung einer Stadt südlich der Garumna, also in Aquitania, erzählt werden, so würde kein Mensch ihn für kontinentalkeltisch zu erklären wagen trotz der Zeugnisse in der alten irischen Heldensage. Ist denn die Garumna seit urvordenklichen Zeiten Grenze zwischen Kelten und Aquitanern so, daß nie in Gallia Celtica hinein eine andere Bevölkerung als Kelten — Rasse- und Sprachkelten — gesessen hätten? Damit kommen wir jedoch zu einem Problem, zu dessen Lösung noch andere Untersuchungen vorausgehen müssen, und das daher erst in Studie IV aufgenommen werden kann.

So viel wird wohl jeder, der dem Gedankengang S. 225/226 nicht zustimmen kann, zugeben: der Nagel Bell. Gall. VII, 47 reicht nicht hin, um alles, was S. 178—223 aus den Erzählungen der alten irischen Heldensage vorgebracht wurde, daran aufzuhängen, um also trotz des Mangels an Zeugnissen der Griechen und Römer über derartige Zustände kontinental-altkeltischer Kultur, wie sie das Heldenzeitalter Irlands kennt, sagen zu dürfen, daß uns in den Einrichtungen und Sitten, wie sie aus den Erzählungen der alten irischen Heldensage vorgeführt wurden, altkeltische Kultur des Kontinents vorliege. Die Art, wie die Erzählungen der alten irischen Heldensage fast allgemein verwendet werden, um Recht und Sitte der Kelten im Altertum darzustellen, wo andere Quellen schweigen, ist höhere Kritiklosigkeit;

sie wird hauptsächlich dadurch befördert, daß man sich eins nicht klarmacht: nicht unsittliche Zustände als solche sind charakteristisch für den Hintergrund der altirischen Heldensage, sondern daß Dinge als legitim durchscheinen, die unmöglich sind auf dem Boden des reinen Vaterrechts, also einer rein arischen Kultur, was die Kultur der Kelten ebenso wie der Germanen in grauer Vorzeit einst war, als Rassen- (Volks-) Einheit und Spracheinheit bei ihnen noch identisch waren. Der Widerstreit, wie er bei Assimilierung eines Volkstums, dessen Gesellschaftsordnung auf einem anderen Prinzip als dem der arischen Völker aufgebaut ist, durch ein arisches Volkstum ganz natürlich in der Übergangszeit zutage treten muß, ist der historische Hintergrund der Erzählungen der alten irischen Heldensage. Das soll die nächste Studie erweisen.

Ausgegeben am 23. Februar.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.

X.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

23. Februar. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Nernst las »über die specifische Wärme bei sehr tiefen Temperaturen«. (Ersch. später.)

Die Arbeit bildet eine Fortsetzung seiner früheren Mittheilungen. Die Messungen sind bis zur Temperatur des flüssigen Wasserstoffs geführt worden; ganz im Sinne sowohl der Quantentheorie von Planck und Einstein wie auch des vom Vortragenden entwickelten Wärmetheorems fallen die Atom- bez. Molecularwärmen aller bisher untersuchten Stoffe bei tiefen Temperaturen sehr stark ab. Beispielsweise beträgt beim Siedepunkt des Wasserstoffs die Atomwärme des Bleis 2.7, diejenige des Kupfers nur mehr 0.2, während das Gesetz von Dulong und Petit bekanntlich den Werth 6 verlangt.

Es ergab sich bei diesen Untersuchungen zugleich eine sehr auffallende Beziehung zwischen dem Energieinhalt der Metalle, wie er aus obigen Messungen folgt, und ihrem galvanischen Widerstand; die theoretische Deutung derselben im Sinne der Elektronentheorie findet sich in einer zweiten von Hrn. Lindemann verfassten Notiz.

2. Hr. Frobenius trug eine Arbeit vor: Über den von L. Bieberbach gefundenen Beweis eines Satzes von C. Jordan.

Der Beweis des Hrn. Bieberbach wird durch Einführung des Begriffs der Spannung einer Matrix, die für unitäre Substitutionen invariant ist, vereinfacht.

3. Hr. Waldeyer legte eine Abhandlung des Hrn. Dr. Neiding in Berlin »Über die Kerne des Diencephalon« vor, deren Aufnahme in den Anhang zu den Abhandlungen der physikalisch-mathematischen Classe von der Akademie genehmigt wurde.

4. Die Akademie hat die Aufnahme einer von Hrn. Conze in der Sitzung der philosophisch-historischen Classe vom 2. Februar vorgelegten Abhandlung des Hrn. Director Dr. Theodor Wiegand in Constantinopel: »Siebenter vorläufiger Bericht über die von den Königlichen Museen in Milet und Didyma unternommenen Ausgrabungen« in den Anhang zu den Abhandlungen dieser Classe genehmigt.

5. Die Akademie hat durch ihre philosophisch-historische Classe Hrn. von Wilamowitz-Moellendorff zur Anfertigung von Photographien Plutarchischer Handschriften weiter 500 Mark bewilligt.

Die Akademie hat in der Sitzung vom 19. Januar den ordentlichen Professor der vergleichenden Sprachwissenschaft an der Universität Göttingen Dr. Jakob Wackernagel und in der Sitzung vom 9. Februar den ordentlichen Professor der vergleichenden Sprachwissenschaft und des Sanskrit an der Universität Bonn Geheimen Regierungsrath Dr. Hermann Jacobi zu correspondirenden Mitgliedern ihrer philosophisch-historischen Classe gewählt.

Über einen Satz des Hrn. C. JORDAN in der Theorie der endlichen Gruppen linearer Substitutionen.

Von Dr. LUDWIG BIEBERBACH
in Königsberg i. Pr.

(Vorgelegt von Hrn. FROBENIUS in der Sitzung der phys.-math. Classe am 16. Februar 1911 [s. oben S. 171].)

In zwei im CRELLEschen Journal (1878) und den Atti di Napoli (1879) erschienenen Abhandlungen hat Herr C. JORDAN den folgenden Satz aufgestellt und bewiesen:

Jede endliche Gruppe in n homogenen Variabeln besitzt eine ausgezeichnete ABELsche Untergruppe derart, daß der Index derselben, d. h. der Quotient der Ordnung der Gruppe dividiert durch die Ordnung der Untergruppe *eine nur von der Zahl n abhängige Grenze nicht überschreitet.*

Weiterhin hat Hr. BLICHFELDT in zwei in den Transactions of the American mathematical society 1904 und 1905 erschienenen Abhandlungen einen neuen Beweis des genannten Satzes geliefert.

Im folgenden möchte ich einen dritten Beweis des JORDANschen Theorems mitteilen. Derselbe geht von der bekannten Tatsache aus, daß jede endliche Gruppe eine positive HERMITEsche Form invariant läßt und beruht in letzter Instanz auf elementaren Abschätzungen. Im § 1 gebe ich zunächst einige Sätze über die Transformation von Gruppen, die ein und dieselbe HERMITEsche Form invariant lassen, ineinander. Unter Benutzung dieser Sätze wird dann im § 2 mit Hilfe einer Methode, die in der Theorie der *un*endlichen Gruppen vielfach Verwendung gefunden hat, eine ausgezeichnete ABELsche Untergruppe konstruiert, der jedenfalls alle die Operationen angehören, deren charakteristische Gleichungen lauter Wurzeln mit hinreichend wenig von Null verschiedenen Argumenten besitzen. Im § 3 wird dann gezeigt, daß der Index dieser ausgezeichneten Untergruppe eine nur von n abhängige Schranke nicht übersteigt.

Der Beweis liefert zugleich eine explizite Angabe einer oberen Grenze für diesen Index, die allerdings viel zu hoch ist. Ich habe auch keinen Wert darauf gelegt, alle Abschätzungen so scharf durchzuführen, als es möglich gewesen wäre. Es lag mir nur daran, den Beweisgang auseinanderzusetzen.

§ 1.

Einige Hilfssätze.

Bekanntlich läßt jede endliche Gruppe homogener linearer Substitutionen in n Variabeln eine positive HERMITEsche Form dieser n Variabeln von nicht verschwindender Determinante invariant. Da man diese durch eine lineare Transformation in die HERMITEsche Hauptform $H = \sum_1^n{}^i\, x_i \bar{x}_i$ ($\bar{x}_i$ konjugiert imaginär zu x_i) überführen kann, so dürfen wir immer annehmen, daß unsere Gruppen gerade diese Form festlassen. Das soll in dieser Arbeit immer geschehen. Dies ist wesentlich für das Gelingen unseres Beweises, da hierbei die Relationen, die in diesem Falle zwischen den Koeffizienten einer Substitution bestehen, und die einfache Form, die infolgedessen die inverse einer gegebenen Substitution annimmt, benutzt werden. Wenn nämlich die Substitution

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = (a_{ik})$$

die Form H in sich überführen soll, so müssen die folgenden beiden Reihen von Relationen bestehen, die gegenseitig aus einander folgen:

$$1. \qquad \sum_1^n{}^k\, a_{ik}\bar{a}_{ik} = 1, \quad (i = 1 \cdots n) \qquad\qquad \sum_1^n{}^i\, a_{ik}\bar{a}_{ik} = 1. \quad (k = 1 \cdots n)$$

$$2. \qquad \sum_1^n{}^k\, a_{hk}\bar{a}_{lk} = 0, \quad (h, l = 1 \cdots n, \; h \gtrless l) \qquad\qquad \sum_1^n{}^i\, a_{ih}\bar{a}_{il} = 0. \quad (l, h = 1 \cdots n, \; h \gtrless l)$$

Infolgedessen hat die inverse Substitution die folgende Form:

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} \bar{a}_{11} & \cdots & \bar{a}_{n1} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \bar{a}_{1n} & \cdots & \bar{a}_{nn} \end{vmatrix}.$$

Man nennt solche Substitutionen unitär. Wesentlich die Relationen 1. werden wir später zu benutzen haben. Zunächst müssen wir uns aber noch etwas näher an die Transformation der HERMITEschen Form, von der wir ausgingen, in die Hauptform, erinnern, um daraus einen Hilfssatz herzuleiten. Man kann nämlich zunächst mit Hilfe einer unitären Substitution die HERMITEsche Form auf die folgende Gestalt bringen, wo die k_i reelle positive Zahlen sind:

$$H' = \sum_1^n{}^i k_i x_i \bar{x}_i .$$

Ist das geschehen, so kann man von hier durch eine nicht unitäre Multiplikation in leicht ersichtlicher Weise zu H übergehen. Hieraus kann man mühelos den folgenden Satz ablesen:

I. *Jede lineare Substitution* S (nicht verschwindender Determinante) *kann in folgender Form geschrieben werden*

$$S = U_1 M U_2 .$$

Dabei sind U_1 und U_2 unitäre Substitutionen. M ist eine Substitution, in der nur die Diagonalglieder von Null verschieden, reell und positiv sind.

Der Beweis folgt so unmittelbar aus den vorigen Bemerkungen, wenn man H zunächst durch S in eine HERMITEsche Form überführt und von dieser auf die angegebene Weise zu H zurückgeht, daß wohl darüber kein Wort weiter zu verlieren ist.

Aus Satz I folgt aber sofort der folgende — und den brauchen wir später:

II. *Wenn zwei Gruppen* G_1 *und* G_2, *die* H *invariant lassen, überhaupt durch eine Substitution* S *ineinander übergeführt werden können, so können sie auch durch eine Substitution* U, *die gleichfalls* H *festläßt, ineinander übergeführt werden, derart, daß* U *immer dieselben beiden Substitutionen ineinander überführt, die* S *ineinander überführt.*

Man übersieht sofort, daß man zum Beweis nur zu zeigen hat, daß eine Multiplikation M mit positiven Koeffizienten, die eine unitäre Substitution wieder in eine unitäre Substitution überführt, notwendig mit derselben vertauschbar sein muß. Dann kann man $U = U_1 U_2$ setzen und Satz II ist bewiesen.

Daß aber die eben aufgestellte Behauptung richtig ist, kann man so einsehen.

Sei

$$M = (m_i) \qquad m_i > 0$$

die Multiplikation und

$$A = (a_{ik})$$

eine unitäre Matrix derart, daß MAM^{-1} unitär ist. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit dürfen wir annehmen, daß A nicht diese Form besitzt:

$$\begin{vmatrix} A_{\nu_1} & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & A_{\nu_2} & & & & . \\ . & & . & & & . \\ . & & & . & & . \\ . & & & & . & . \\ 0 & . & . & . & . & A_{\nu_\mu} \end{vmatrix}$$

wo A_{ν_i} eine unitäre Matrix von ν_i Zeilen ist. Denn sonst könnten wir eben jeden Bestandteil für sich behandeln.

Unter diesen Voraussetzungen ist nun zu zeigen, daß die m_i alle einander gleich sein müssen. Dann bilden wir uns MAM^{-1}. Es ist

$$\left(\frac{m_i}{m_k}\, a_{ik}\right).$$

Nun ist aber

$$1 = \sum_1^n{}_i\, a_{ik}\,\bar{a}_{ik} = \sum_1^n{}_i\, \frac{m_i^2}{m_k^2}\, a_{ik}\,\bar{a}_{ik}.$$

Wir wollen nun annehmen, es seien nicht alle m_i einander gleich und daraus einen Widerspruch ableiten. Wir dürfen dann ruhig annehmen, daß m_1 das größte oder eines der größten sei. Wir bilden die eben angeschriebene Relation für $k = 1$. Diese können wir so schreiben:

$$\sum_1^n{}_i\, (m_1^2 - m_i^2)\, a_{i1}\,\bar{a}_{i1} = 0.$$

Daraus folgt sofort, daß jedesmal, wenn in der ersten Kolonne der Matrix von A ein a_{i1} von Null verschieden ist, für dieses i $m_i = m_1$ sein muß. Es muß dies für mindestens ein m_i zutreffen, da sonst sofort aus dem unitären Charakter von A folgen würde, daß es die Form hätte, die es nach Voraussetzung nicht haben soll. Somit dürfen wir nun annehmen, daß einige m_i einander gleich sind. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit dürfen wir natürlich annehmen, daß dies die ersten ν, und nur diese sind, auf deren Gleichheit wir beim ersten Schritt schließen können. Dann sind also

$$a_{\nu+1,1} = a_{\nu+2,1} \cdots = a_{n,1} = 0.$$

Nun bilden wir dieselbe Relation, die wir eben für $k = 1$ betrachteten, für $k = 2, 3 \ldots \nu$. Dabei muß nun notwendig für mindestens ein weiteres m_i, etwa $m_{\nu+1}$, geschlossen werden können, daß es m_1 gleich ist. Denn andernfalls müßten in den ν ersten Kolonnen alle Koeffizienten vom $(\nu + 1)$ten ab verschwinden, und daraus würde wieder folgen, daß A eine Gestalt hat, die es nach Voraussetzung nicht haben soll. So kann man weiter schließen und erhält schließlich den Beweis des Satzes.

Diese Entwicklungen können auch aus der Arbeit des Hrn. Frobenius »Über die kogredienten Transformationen der bilinearen Formen«, Sitzungsber. 1896, § 3, S. 15, abgelesen werden. Dort wird gezeigt, daß irgend 2 unitäre (es ist dort von orthogonalen Substitutionen die Rede; aber die Betrachtungen übertragen sich sofort auf unitäre) Substitutionen, die durch eine Substitution in einander übergeführt werden, auch durch eine unitäre aus einander hervorgehen, die,

und darauf kommt es an, von der speziellen transformierten Substitution nicht abhängt.

Folgerung 1. Nehmen wir einmal an, es sei uns eine endliche ABELsche Gruppe unitärer Substitutionen vorgelegt. Dann können wir sie bekanntlich so transformieren, daß alle Operationen der Gruppe von der Normalform sind, d. h. nur in der Diagonale von Null verschiedene Koeffizienten besitzen. Da aber derartige Substitutionen selbst unitär sind — alle Diagonalelemente sind ja Einheitswurzeln —, so folgt sofort, daß wir die Transformation durch eine unitäre Substitution vollziehen können. Daraus folgt, daß wir immer annehmen dürfen, daß die Operationen einer in einer unitären Gruppe enthaltenen ABELschen Gruppe von der Normalform sind. Hiervon haben wir im nächsten Paragraphen Gebrauch zu machen.

Folgerung 2. Es war eben davon die Rede, auf welche Form zwei vertauschbare Operationen immer gebracht werden können. Nun müssen wir uns an die Form erinnern, die zwei vertauschbare Operationen A und B notwendig immer besitzen. Für unsere Zwecke genügt es, die eine der beiden, etwa A, in der Normalform anzunehmen. Dabei mögen die ν_1 ersten Multiplikatoren von A einander gleich und von allen anderen verschieden sein. Ebenso die ν_2 folgenden einander gleich und von allen anderen verschieden usw. Dann ist B notwendig, wie bekannt, eine Substitution, die sich in leicht ersichtlicher Weise aus quadratischen Matrizen von ν_1 Zeilen, ν_2 Zeilen usw. zusammensetzt. Wenn aber nun eine Operation C zwar A nicht in sich selbst transformiert, wohl aber in eine andere Substitution überführt, die selbst von der Normalform ist, was kann man dann über C aussagen? Ich behaupte, *dann muß in der Diagonalen von C notwendig mindestens ein Koeffizient verschwinden.* Denn C entsteht aus einer Operation von der Art B durch Multiplikation mit einer Permutation der Variabeln, die ja bekanntlich zu den unitären Substitutionen gehören. Da aber diese Permutation nach Voraussetzung nicht lediglich die ν_1 ersten Variabeln unter sich, die ν_2 folgenden unter sich usw. vertauschen soll, so folgt daraus ohne weiteres die Behauptung.

§ 2.

Konstruktion der ausgezeichneten ABELschen Untergruppe.

An die Spitze stelle ich den folgenden Satz:

III. *Wenn die Koeffizienten zweier Substitutionen einer endlichen Gruppe unitärer Substitutionen dem absoluten Betrage nach um weniger als $\mu = \left(\frac{1}{8n^3}\right)^2$ von den entsprechenden Koeffizienten der identischen Substitution abweichen, so sind die beiden notwendig miteinander vertauschbar.*

Der Bequemlichkeit halber schreibe ich für den Beweis dieses Satzes die Koeffizienten der beiden Substitutionen in der folgenden Form

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1+a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} \cdots & a_{1n}^{(1)} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1}^{(1)} & a_{n2}^{(1)} \cdots & 1+a_{nn}^{(1)} \end{vmatrix}.$$

Analog seien $a_{ik}^{(2)}$ die Koeffizienten von A_2 und $a_{ik}^{(h)}$ die der gleich einzuführenden Substitution A_h. Die Voraussetzungen sind also die: die vorgelegte Gruppe, in der A_1 und A_2 vorkommen, ist endlich, und die $a_{ik}^{(1)}, a_{ik}^{(2)}$ sind dem absoluten Betrag nach kleiner als $\left(\frac{1}{8n^3}\right)^2$. Dann setze ich

$$\begin{aligned} A_3 &= A_1 A_2 \quad A_1^{-1} A_2^{-1}, \\ A_4 &= A_1 A_3 \quad A_1^{-1} A_3^{-1}, \\ &\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ A_h &= A_1 A_{h-1} A_1^{-1} A_{h-1}^{-1}. \\ &\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \end{aligned}$$

Betrachten wir nun die Koeffizienten $a_{ik}^{(3)}$ von A_3. Sie sind ganze rationale Functionen der $a_{ik}^{(1)}, \bar{a}_{ik}^{(1)}$ und $a_{ik}^{(2)}, \bar{a}_{ik}^{(2)}$, aber von der besonderen Art, daß jeder Term dieser ganzen rationalen Funktionen, mit Ausnahme derjenigen, die sich auf Grund der Relationen am Anfang des vorigen Paragraphen wegheben, immer mindestens einen Faktor mit dem oberen Index 1 und zugleich einen Faktor mit dem oberen Index 2 enthält. Denn wenn man einmal die $a_{ik}^{(1)}$ irgendwie in Null übergehen läßt, und ein zweites Mal mit dem $a_{ik}^{(2)}$ ebenso verfährt, so muß in beiden Fällen A_3 nach seiner Definition die identische Substitution werden. Nun ist leicht zu sehen, daß jede der erwähnten ganzen rationalen Funktionen höchstens $8n^3$ Glieder mit dem Koeffizienten 1 enthält. Hieraus und aus der vorigen Bemerkung folgt sofort, daß alle:

$$|a_{ik}^{(3)}| < \mu^2 8n^3 = \left(\frac{1}{8n^3}\right)^3 = \mu^{\frac{3}{2}}.$$

Schließt man ebenso bei A_4, das sich ja aus A_1 und A_3 gerade so aufbaut wie A_3 aus A_1 und A_2, so findet man

$$\left|a_{ik}^{(4)}\right| < \mu\cdot\mu^{\frac{3}{2}}\cdot 8n^3 = \mu^2,$$

und allgemein gilt

$$\left|a_{ik}^{(h)}\right| < \mu\cdot\mu^{\frac{h-1}{2}}\cdot 8n^3 = \mu^{\frac{h}{2}}.$$

Hieraus erkennt man, daß sich A_h mit wachsendem h immer mehr der Identität nähert. Da die Gruppe aber nach Voraussetzung endlich

ist, muß die Identität nach endlich vielen Schritten erreicht werden. Sei etwa A_h die erste Substitution, die der Identität gleich ist. Dann folgt daraus, daß A_{h-1} und A_1 miteinander vertauschbar sind. Wir dürfen also nach Folgerung 1 des § 1 annehmen, daß beide von der Normalform sind. Es ist also

$$1 = A_h = A_1 A_{h-1} A_1^{-1} A_{h-1}^{-1} \quad \text{oder} \quad A_{h-1} = A_1 A_{h-1} A_1^{-1}.$$

Daraus wollen wir nun schließen, daß auch A_1 und A_2 miteinander vertauschbar sind, eben unter Benutzung der Kleinheit der Koeffizienten der Substitutionen. Es war nämlich weiter

$$A_{h-1} = A_1 A_{h-2} A_1^{-1} A_{h-2}^{-1}$$

oder

$$A_1^{-1} A_{h-1} = A_{h-2} A_1^{-1} A_{h-2}^{-1}.$$

Da aber A_{h-1} und A_1 beide von der Normalform sind, so ist auch $A_1^{-1} A_{h-1}$ von der Normalform. Also transformiert A_{h-2} eine Substitution von der Normalform wieder in eine Substitution von der Normalform. Wenn diese von der ersten verschieden ist, so muß nach Folgerung 2 im § 1 mindestens ein Koeffizient in der Diagonalen von A_{h-2} Null sein. Da aber alle diese Koeffizienten in der Diagonalen um weniger als μn^2, also um weniger als 1 von 1 abweichen, so ist dies nicht möglich. (Die Substitutionen, die wir jetzt nach der Transformation von A_1 und A_{h-1} auf die Normalform vorfinden, gehen nämlich aus Substitutionen, deren Koeffizienten um weniger als μ von den entsprechenden der identischen Substitution abweichen, durch eben diese Transformation hervor, und deshalb weichen die genannten Koeffizienten um weniger als μn^2 von 1 ab.) Also muß $A_1^{-1} = A_1^{-1} A_{h-1}$ sein. Daraus folgt aber, daß $A_{h-1} = 1$. Also war A_h nicht, wie wir voraussetzten, die erste der Identität gleiche Substitution. So sind wir auf einen Widerspruch gekommen, der sich nur dann hebt, wenn die erste der Identität gleiche Substitution A_3 ist, denn dann nur können wir die eben eingehaltene Schlußweise nicht wiederholen. Wenn aber $A_3 = 1$, so sind A_1 und A_2 vertauschbar, wie wir beweisen wollten.

Hilfssatz: Seien $e^{\vartheta_h 2 i \pi}$ $(h = 1 \cdots n)$ *die Wurzeln der charakteristischen Gleichung einer unitären Substitution von endlicher Ordnung. Wenn dann für alle h* $|\sin \vartheta_h 2\pi| < \frac{\mu}{32n}$, $-\frac{1}{8} < \vartheta_h < +\frac{1}{8}$, *dann sind sämtliche Koeffizienten der Substitution dem absoluten Betrage nach um weniger als die Zahl* μ *von Satz III von den entsprechenden Koeffizienten der identischen Substitution verschieden.*

Um diesen Satz zu beweisen, ist es zweckmäßig, Reelles und Imaginäres zu trennen; wir erhalten dann eine reelle orthogonale Sub-

stitution, deren Koeffizienten die reellen und imaginären Bestandteile der Koeffizienten der unitären Substitution sind. Wenn wir also wissen, daß die Koeffizienten einer derartigen orthogonalen Substitution dem absoluten Betrage nach um weniger als $\frac{\mu}{2}$ von den Koeffizienten der identischen Substitution abweichen, so sind die Koeffizienten der ursprünglichen unitären Substitution dem absoluten Betrage nach um weniger als μ von den Koeffizienten der identischen Substitution verschieden.

Man sieht nun aber sofort ein, daß der obige Satz bewiesen ist, wenn wir folgendes gezeigt haben: nämlich, daß für alle orthogonalen Substitutionen A in $2n$ Variabeln in der Operation

$$B = A\Lambda A^{-1}, \qquad A = (a_{ik}),$$

$$\text{wo } \Lambda = \begin{vmatrix} \Lambda_1 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & . & . & . & 0 \\ . & & . & & & . \\ . & & & . & & . \\ . & & & & . & . \\ 0 & . & . & . & . & \Lambda_n \end{vmatrix} \quad \text{und } \Lambda_i = \begin{vmatrix} \cos\vartheta_i 2\pi & -\sin\vartheta_i 2\pi \\ \sin\vartheta_i 2\pi & \cos\vartheta_i 2\pi \end{vmatrix},$$

die sämtlichen Koeffizienten um weniger als $\frac{\mu}{2}$ von denjenigen der identischen Substitution abweichen, wofern für alle ϑ_i die Bedingung des Hilfssatzes besteht. Wir wollen das zunächst für Λ beweisen und dann allgemein.

Da $\cos\vartheta_i 2\pi = 1-(1-\cos\vartheta_i 2\pi)$ und $1-\cos\vartheta_i 2\pi < |\sin\vartheta_i 2\pi| < \frac{\mu}{32n}$, wofern nur $-\frac{1}{8} < \vartheta_i < +\frac{1}{8}$, so ist die Behauptung für Λ evident.

Um sie nun allgemein zu beweisen, schließen wir ganz wie schon früher bei ähnlicher Gelegenheit. Die Differenzen zwischen den Koeffizienten der identischen Substitution und den Koeffizienten von B sind ganze rationale Funktionen der a_{ik} und $\bar{a}_{ik}$ sowie der $\sin\vartheta_i 2\pi$ und $1-\cos\vartheta_i 2\pi$, wobei aber in jedem Glied der ganzen rationalen Funktion mindestens einer der beiden letztgenannten Ausdrücke vorkommt, weil durch Nullsetzen derselben die ganzen rationalen Funktionen verschwinden. Jede dieser rationalen Funktionen hat aber höchstens $16n$ Glieder. Also ist jede dem absoluten Betrag nach kleiner als $\frac{\mu}{2}$, und damit ist der Hilfssatz bewiesen.

Folgerung 1. Fassen wir nun alle Operationen $A_1, A_2 \cdots$ der Gruppe ins Auge, für deren sämtliche charakteristischen Wurzeln die Bedingung des Hilfssatzes besteht. Dann enthält ersichtlich das System dieser Operationen zu jeder Operation, die darin vorkommt, auch alle

in unserer Gruppe damit konjugierten Substitutionen. Nach Satz III sind aber mit Rücksicht auf den Hilfssatz alle Operationen des Systems miteinander vertauschbar. *Daraus folgt, daß die Gruppe, die sich durch beliebige Zusammensetzung der A_i untereinander erzeugen läßt, eine Abelsche und, wie aus der letzten Bemerkung folgt, ausgezeichnete Untergruppe unserer endlichen Gruppe ist.*

Diese Gruppe ist es, deren Index, wie wir im nächsten Paragraphen zeigen werden, eine nur von n abhängende Schranke nicht übersteigt. Bevor wir jedoch dazu übergehen, müssen wir zunächst noch eine zweite Folgerung über diese Abelsche Gruppe ziehen.

Folgerung 2. Ich behaupte nämlich: *In dieser Abelschen Gruppe sind insbesondere alle die unitären Substitutionen enthalten, deren sämtliche Koeffizienten um weniger als* $\frac{\mu}{32^2 n^3}$ *von denjenigen der identischen abweichen.*

Wir betrachten zum Beweis die dieser unitären entsprechende orthogonale Substitution, deren Koeffizienten also auch um weniger als $\frac{\mu}{32^2 n^3}$ von denjenigen der Identität abweichen. Wir brauchen dann nur zu zeigen, daß die sämtlichen Transformierten einer solchen Substitution Koeffizienten besitzen, die um weniger als $\frac{\mu}{32 n}$ von denjenigen der identischen Substitution abweichen. Denn unter diesen Koeffizienten sind ja auch die $\sin \vartheta_i 2\pi$ enthalten, und dann folgt unsere Behauptung nach der Schlußweise der ersten Folgerung. Um aber dies zu beweisen, brauchen wir nur einfach die Schlußweise, die zu unserem Hilfssatze führte, zu wiederholen. Die Zahl der in den rationalen Funktionen vorkommenden Glieder ist nämlich jetzt $< 32 n^2$.

§ 3.

Der Index der ausgezeichneten Abelschen Untergruppe.

Um zu beweisen, daß der Index unserer ausgezeichneten Untergruppe eine nur von n abhängige Schranke nicht übersteigen kann, verfahren wir folgendermaßen. Wir fassen das System aller derjenigen Operationen $A_1, A_2 \cdots$ der Abelschen Untergruppe ins Auge, deren sämtliche Koeffizienten um weniger als $\frac{\mu}{32^2 n^3}$ von denjenigen der Identität abweichen. Anderseits bilden wir uns ein System von Operationen $B_1, B_2 \cdots$ der Gesamtgruppe (nicht der Abelschen) derart, daß keine zwei der B_i durch Multiplikation mit einem A_k aus einander hervorgehen. Ich werde dann beweisen, daß die Anzahl der Operationen B_i eines solchen Systems kleiner ist als $\lambda(n) = (1 + 32^4 n^{10})^{2n^2}$. Damit ist aber dann zugleich bewiesen, daß auch der Index der Abelschen Unter-

gruppe kleiner ist als diese Zahl $\lambda(n)$. Denn der Index der Untergruppe ist doch die Maximalzahl von Operationen, die ein System enthalten kann, wenn keine zwei derselben durch Multiplikation mit einer Operation der Untergruppe aus einander hervorgehen sollen. Die A_i gehören aber der Untergruppe an.

Wir gehen also jetzt zu dem in Aussicht gestellten Beweis über. Um mich kürzer ausdrücken zu können, will ich 2 Substitutionen, die durch Multiplikation mit einem A_i (dessen Koeffizienten also um weniger als $\frac{\mu}{32^2 n^3}$ von denjenigen der Identität abweichen) benachbart nennen. Dann gilt zunächst der folgende Satz:

Wenn in 2 Substitutionen entsprechende Koeffizienten dem absoluten Betrag nach um weniger als $\frac{\mu}{32^2 n^4}$ voneinander abweichen, so sind sie benachbart. Das kann, wie wohl ohne weiteres einleuchtet, ganz nach unserer oft angewandten Schlußweise gezeigt werden.

Wir fragen also nun, wieviel Substitutionen ein System höchstens enthalten kann, wenn keine 2 Operationen darin vorkommen sollen, in welchen entsprechende Koeffizienten um weniger als $\frac{\mu}{32^2 n^4}$ voneinander abweichen, d. h. in welchen die absoluten Beträge der Differenzen entsprechender Koeffizienten kleiner sind als diese Zahl.

Dazu bemerke ich zunächst folgendes. Nach den Relationen des § 1 ist die Quadratsumme der absoluten Beträge in einer jeden Zeile gleich 1. Somit sind die Koeffizienten komplexe Zahlen vom absoluten Betrag ≤ 1. Wir haben also nur festzustellen, wieviel verschiedene Punkte wir im Einheitskreis oder auf seiner Peripherie wählen können, wenn keine zwei der Punkte um weniger als $\frac{\mu}{32^2 n^4}$ von einander entfernt sein sollen. Diese Zahl ν ist aber ersichtlich kleiner als $\left(\frac{32^3 n^4}{2\mu}+1\right)^2$. Wenn man diese Überlegung für alle Koeffizienten anstellt, so ist die Maximalzahl von Operationen, die ein System nicht benachbarter enthalten kann, offenbar kleiner als ν^{n^3}. Damit ist aber dann auch bewiesen:

Der Index der ausgezeichneten Abel*schen Untergruppe ist kleiner als* $\nu^{n^2} = \lambda(n) = (1+32^4 n^{10})^{2n^2}$.

Über den von L. BIEBERBACH gefundenen Beweis eines Satzes von C. JORDAN.

Von G. FROBENIUS.

Jede endliche Gruppe von Matrizen nten Grades besitzt eine kommutative invariante Untergruppe, deren Index eine gewisse nur von n abhängige Grenze nicht überschreitet.

Für diesen Satz hat Hr. BIEBERBACH hier einen Beweis entwickelt, der die beiden bisher bekannten Beweise der HH. JORDAN und BLICHFELDT an Einfachheit weit übertrifft, wenn auch der letztere für die wirkliche Bestimmung der Gruppen des Grades n mehr leistet. Dieser neue Beweis läßt sich, ohne an seinem Gedankengange etwas wesentliches zu ändern, formal merklich vereinfachen.

Daß nämlich die Koeffizienten einer Matrix R kleine Werte haben, drücke ich dadurch aus, daß die Summe ϑ ihrer n^2 Normen unter einer gewissen Grenze μ liegt, während Hr. BIEBERBACH dies von dem absoluten Betrage η des größten Koeffizienten aussagt. Die Größe ϑ nun bleibt ungeändert, wenn R durch zwei *unitäre* Substitutionen U, V transformiert, also durch URV ersetzt wird, während η keinerlei Invarianteneigenschaft besitzt. Jene zuerst von Hrn. J. SCHUR in seiner Arbeit *Über die charakteristischen Wurzeln einer linearen Substitution mit einer Anwendung auf die Theorie der Integralgleichungen, Math. Annalen Bd. 66* benutzte Größe ϑ ist daher weit bequemer als η zu verwenden, und zugleich gewinnt die ganze Untersuchung auf diese Weise an Anschaulichkeit. Um den scharfsinnigen Beweis des Hrn. BIEBERBACH leichter zugänglich zu machen, will ich meine Vereinfachung seiner Entwicklung kurz darlegen.

§ 1.

Die Substitutionen einer endlichen Gruppe $\mathfrak{G}$ lassen eine positive HERMITEsche Form ungeändert. Transformiert man diese durch zwei konjugiert komplexe Substitutionen in die Hauptform E, so werden jene *unitär*, genügen also den Bedingungen

$$(1.)\qquad U\bar{U}' = E, \qquad \bar{U}'U = E, \qquad \bar{U}' = U^{-1},$$

wo $\bar{U}$ die zu U konjugiert komplexe Matrix bezeichnet. Jede dieser drei Gleichungen ist eine Folge jeder andern.

Sind $r_1, r_2, \cdots r_n$ die charakteristischen Wurzeln der Matrix der Form $R = \sum r_{\varkappa\lambda} x_\varkappa y_\lambda$, so bezeichne ich mit

$$\chi(R) = \sum r_{\lambda\lambda} = \sum r_\lambda \tag{2.}$$

die *Spur* von R. Dann ist

$$\chi(RS) = \chi(SR) = \sum_{\varkappa,\lambda} r_{\varkappa\lambda} s_{\lambda\varkappa}. \tag{3.}$$

Ferner bezeichne ich mit

$$\mathfrak{S}(R) = \chi(R\bar{R}') = \chi(\bar{R}'R) = \sum_{\varkappa,\lambda} r_{\varkappa\lambda}\bar{r}_{\varkappa\lambda} \tag{4.}$$

die Summe der Normen der n^2 Koeffizienten, die *Spannung* von R. Sind dann U und V unitäre Formen, so ist

$$\mathfrak{S}(UR) = \chi(\bar{R}'\bar{U}'UR) = \chi(\bar{R}'R) = \mathfrak{S}(R)$$

und

$$\mathfrak{S}(R) = \mathfrak{S}(UR) = \mathfrak{S}(RV) = \mathfrak{S}(URV). \tag{5.}$$

Nun ist

$$A - B = (AB^{-1} - E)B = B(B^{-1}A - E).$$

Ist also B unitär, so ist

$$\mathfrak{S}(A-B) = \mathfrak{S}(E - AB^{-1}) = \mathfrak{S}(E - B^{-1}A). \tag{6.}$$

Für je zwei Formen ist nach der Schwarzschen Ungleichheit

$$\sqrt{\mathfrak{S}(P-Q)} \leq \sqrt{\mathfrak{S}(P)} + \sqrt{\mathfrak{S}(Q)}. \tag{7.}$$

Jede unitäre Form A kann durch eine unitäre Substitution P in

$$L = P^{-1}AP = \bar{P}'AP = \sum a_\lambda x_\lambda y_\lambda$$

transformiert werden, worin $a_1, a_2, \cdots a_n$, die charakteristischen Wurzeln von A, den absoluten Betrag 1 haben.

Denn ist a eine Wurzel der Gleichung $|sE - A| = 0$, so kann man die n Größen $q_{11}, q_{21}, \cdots q_{n1}$ so bestimmen, daß sie den Bedingungen

$$\sum_\lambda a_{\varkappa\lambda} q_{\lambda 1} = a q_{\varkappa 1} \quad (\varkappa = 1, 2, \cdots n) \qquad \text{und} \qquad \sum_\varkappa q_{\varkappa 1}\bar{q}_{\varkappa 1} = 1$$

genügen. Zu der Spalte $q_{11}, q_{21}, \cdots q_{n1}$ kann man der Reihe nach eine zweite, dritte, $\cdots$ $n$te Spalte so bestimmen, daß die n^2 Gleichungen

$Q'Q = E$ erfüllt werden (Schur, § 1). Bewegen sich ρ und σ von 2 bis n, so ist dann in der Form $\bar{Q}'AQ = C$

$$c_{11} = \sum_{\varkappa,\lambda} \bar{q}_{\varkappa 1} a_{\varkappa\lambda} q_{\lambda 1} = a \sum_{\varkappa} \bar{q}_{\varkappa 1} q_{\varkappa 1} = a\,. \quad c_{\rho 1} = \sum_{\varkappa,\lambda} \bar{q}_{\varkappa\rho} a_{\varkappa\lambda} q_{\lambda 1} = a \sum_{\varkappa} \bar{q}_{\varkappa\rho} q_{\lambda 1} = 0\,.$$

Da ferner C eine unitäre Form ist, so ist

$$1 = \sum_{\varkappa} \bar{c}_{\varkappa 1} c_{\varkappa 1} = \bar{a} a\,, \qquad 0 = \sum_{\varkappa} \bar{c}_{\varkappa 1} c_{\varkappa\sigma} = \bar{a} c_{1\sigma}\,.$$

Daher zerfällt die Form

$$C = a x_1 y_1 + \sum_{\rho,\sigma} c_{\rho\sigma}\, x_\rho y_\sigma$$

vollständig in zwei Formen, die beide unitär sind. Nimmt man von der zweiten, die nur $n-1$ Variabelnpaare enthält, die Behauptung bereits als bewiesen an, so gilt sie auch von A.

Man kann dabei die charakteristischen Wurzeln $a_1, a_2, \cdots a_n$ in einer solchen Reihenfolge wählen, daß $L = aE_1 + bE_2 + cE_3 + \cdots$ wird, worin $a, b, c, \cdots$ verschieden sind, und

$$E_1 = x_1 y_1 + \cdots + x_r y_r\,, \qquad E_2 = x_{r+1} y_{r+1} + \cdots + x_{r+s} y_{r+s}\,, \cdots$$

ist. Ist nun B eine mit A vertauschbare unitäre Form, so ist auch $P^{-1}AP = L$ mit $P^{-1}BP = M$ vertauschbar, und mithin ist die Form $M = B_1 + B_2 + B_3 + \cdots$, worin B_1 nur von den ersten r Variabelnpaaren abhängt, B_2 nur von den folgenden s usw. Sei Q_1 eine unitäre Substitution für $x_1, \cdots x_r$, die B_1 in die Normalform transformiert usw. Dann transformiert $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots$ die Form M in die Normalform. Ferner transformiert Q_1 die Form aE_1, Q_2 die Form $bE_2, \cdots$, mithin Q die Form L in sich selbst. Die unitäre Substitution $PQ = U$ transformiert also die beiden miteinander vertauschbaren unitären Formen A und B gleichzeitig in die Normalformen

$$U^{-1}AU = \sum a_\lambda x_\lambda y_\lambda\,, \qquad U^{-1}BU = \sum b_\lambda x_\lambda y_\lambda\,.$$

§ 2.

I. Sei $C = ABA^{-1}B^{-1}$ *der Kommutator der beiden unitären Formen* A *und* B, *und sei* $\vartheta(E-B) < 4$. *Ist dann* A *mit* C *vertauschbar, so ist auch* A *mit* B *vertauschbar, also* $C = E$.

Ist A mit $C = A(BAB^{-1})^{-1}$, also auch mit BAB^{-1} vertauschbar, so kann man A und B durch dieselbe unitäre Substitution U so transformieren, daß

$$A = \sum a_\lambda x_\lambda y_\lambda\,, \qquad BAB^{-1} = \sum b_\lambda x_\lambda y_\lambda$$

wird. Die Spannung $\vartheta(E-B)$ bleibt dabei nach (5.) ungeändert, weil $E-U^{-1}BU = U^{-1}(E-B)U$ ist. Da jene beiden Formen ähnlich sind, so müssen $a_1, a_2, \cdots a_n$ mit $b_1, b_2, \cdots b_n$ übereinstimmen, abgesehen von der Reihenfolge, und mithin ist $BAB^{-1} = P^{-1}AP$, wo P eine Permutation ist, also eine Matrix der Determinante $|P| = \pm 1$, worin in jeder Zeile und in jeder Spalte ein Koeffizient gleich 1 ist, die $n-1$ andern verschwinden. Ist z. B. P die Matrix der Substitution $y_\alpha = v_1, y_\beta = v_2, y_\gamma = v_3, \cdots$, so ist $P^{-1}AP = P'AP$ die der Form $a_\alpha u_1 v_1 + a_\beta u_2 v_2 + a_\gamma u_3 v_3 + \cdots$, die durch diese Substitution und die kogrediente $x_\alpha = u_1, x_\beta = u_2, x_\gamma = u_3, \cdots$ aus $A = \Sigma a_\lambda x_\lambda y_\lambda$ hervorgeht.

Ist nun $PB = Q$, so ist $AQ = QA$. Wird dann, wie oben, $A = aE_1 + bE_2 + \cdots$ gesetzt, so sei Q gleich

$$\begin{matrix} Q_{11} & Q_{12} & . \\ Q_{21} & Q_{22} & . \\ . & . & . \end{matrix}$$

wo $Q_{\alpha\beta} = E_\alpha Q E_\beta$ ist, also die Teilmatrix Q_{12} aus den Koeffizienten von Q besteht, welche die Zeilen $1, 2, \cdots r$ mit den Spalten $r+1$, $r+2, \cdots r+s$ gemeinsam haben. Damit Q mit A vertauschbar sei, ist notwendig und hinreichend, daß $Q_{\alpha\beta} = 0$ ist, falls α von β verschieden ist.

Angenommen nun, P sei nicht mit A vertauschbar. Wird dann P in analoger Weise in die Teilmatrizen $P_{\alpha\beta}$ zerlegt, so muß mindestens eine der Matrizen $P_{\alpha\beta}$, worin α von β verschieden ist, einen von Null verschiedenen Koeffizienten $p_{\varkappa\lambda} = 1$ enthalten, etwa eine solche, worin $\alpha < \beta$ ist, so daß auch $\varkappa < \lambda$ ist. Da $Q_{\alpha\beta} = 0$ ist, so ist $q_{\varkappa\lambda} = 0$. Die übrigen Koeffizienten $p_{\varkappa\tau}$ der $\varkappa$ten Zeile von P sind dann 0, also alle Koeffizienten einer Zeile von $P_{\alpha\alpha}$, so daß die Determinante $|P_{\alpha\alpha}| = 0$ ist. Es muß aber auch mindestens eine der Matrizen $P_{\gamma\delta}$, worin $\gamma > \delta$ ist, einen Koeffizienten $p_{\mu\nu} = 1\ (\mu > \nu)$ enthalten. Sonst wäre nämlich $|P| = |P_{11}|\,|P_{22}|\,|P_{33}| \cdots = 0$.

Da P eine (reelle orthogonale) unitäre Matrix ist, so ist nach (6.)

$$\vartheta(E-B) = \vartheta(E-P^{-1}Q) = \vartheta(P-Q)$$
$$\geqq |p_{\varkappa\lambda} - q_{\varkappa\lambda}|^2 + |p_{\mu\nu} - q_{\mu\nu}|^2 + \sum_\rho |p_{\rho\lambda} - q_{\rho\lambda}|^2 + \sum_\sigma |p_{\varkappa\sigma} - q_{\varkappa\sigma}|^2,$$

wo ρ die Zahlen $1, 2, \cdots n$ mit Ausschluß von $\varkappa$, und wo σ diese Zahlen mit Ausschluß von λ durchläuft. Denn da $p_{\varkappa\lambda} = 1$ ist, so ist $p_{\rho\lambda} = p_{\varkappa\sigma} = 0$, und da $p_{\mu\nu} = 1$ ist, so können die Indizes μ, ν weder mit ρ, λ noch mit $\varkappa, \sigma$ übereinstimmen. Nun ist $Q\bar{Q}' = E$, mithin

$$1 = |q_{\varkappa\lambda}|^2 + \sum_\sigma |q_{\varkappa\sigma}|^2 = 0 + \sum_\sigma |p_{\varkappa\sigma} - q_{\varkappa\sigma}|^2,$$

und folglich ist

$$\vartheta(E-B) \geqq 4.$$

Ist also $\mathfrak{S}(E-B) < 4$ oder allgemeiner $\mathfrak{S}(L-B) < 4$, wo L irgendeine mit A vertauschbare Form ist, so ist A mit B vertauschbar.

II. *Ist C der Kommutator der beiden unitären Formen A und B, so ist*

$$\mathfrak{S}(E-C) \leq 2\,\mathfrak{S}(E-A)\,\mathfrak{S}(E-B)\,. \tag{8.}$$

Transformiert man A und B durch eine unitäre Substitution U in $U^{-1}AU$ und $U^{-1}BU$, so geht auch C in $U^{-1}CU$ über. Die Spannungen

$$\mathfrak{S}(E-A) = a\,, \qquad \mathfrak{S}(E-B) = b\,, \qquad \mathfrak{S}(E-C) = c$$

bleiben dabei ungeändert. Daher können wir annehmen, daß A die Normalform hat. Dann ist nach (6.)

$$c = \mathfrak{S}(E-AB(BA)^{-1}) = \mathfrak{S}(BA-AB) = \mathfrak{S}(A(E-B)-(E-B)A)$$
$$= \sum |a_\varkappa(e_{\varkappa\lambda}-b_{\varkappa\lambda})-(e_{\varkappa\lambda}-b_{\varkappa\lambda})a_\lambda|^2\,,$$

demnach

$$\mathfrak{S}(E-ABA^{-1}B^{-1}) = \sum_{\varkappa,\lambda} |a_\varkappa-a_\lambda|^2|e_{\varkappa\lambda}-b_{\varkappa\lambda}|^2 = \sum_{\varkappa<\lambda} |a_\varkappa-a_\lambda|^2(|b_{\varkappa\lambda}|^2+|b_{\lambda\varkappa}|^2)\,. \tag{9.}$$

Nun ist $|a_\varkappa-a_\lambda| \leq |1-a_\varkappa|+|1-a_\lambda|$. Bezeichnet man diese beiden positiven Summanden mit p und q, so ist

$$a = \sum |1-a_\varkappa|^2 \geq p^2+q^2 = \frac{1}{2}(p+q)^2+\frac{1}{2}(p-q)^2 \geq \frac{1}{2}(p+q)^2\,,$$

also $|a_\varkappa-a_\lambda|^2 \leq 2a$ und mithin

$$c \leq 2a\sum |e_{\varkappa\lambda}-b_{\varkappa\lambda}|^2 = 2ab\,.$$

Ist R unitär, so ist

$$\mathfrak{S}(E-R) = \chi((E-R)(E-R')) = \chi(2E-R-\bar{R})\,,$$

weil $\chi(S) = \chi(S')$ ist, und wenn $e^{i\varphi_1}, \dots e^{i\varphi_n}$ die charakteristischen Wurzeln von R sind, also

$$\sum e^{i\varphi_\lambda}\, x_\lambda y_\lambda$$

die Normalform von R ist, so ist

$$\mathfrak{S}(E-R) = \sum (1-e^{i\varphi_\lambda})(1-e^{-i\varphi_\lambda}) = 4\sum \sin^2\left(\frac{1}{2}\varphi_\lambda\right) \leq 4n\,. \tag{10.}$$

Ist z. B.

$$A = \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 \\ 0 & e^{-i\alpha} \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix},$$

so ist

$$a = 8\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right), \qquad b = 8\sin^2\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

und nach (9.)

$$c = 2\,|e^{i\alpha}-e^{-i\alpha}|^2 \sin^2(\beta) = 8\sin^2(\alpha)\sin^2(\beta) = 2ab\cos^2\left(\frac{a}{2}\right)\cos^2\left(\frac{b}{2}\right).$$

Dies Beispiel, das ich Hrn. Schur verdanke, zeigt, daß in der Formel (8.) der Zahlenfaktor 2 nicht durch einen kleineren, konstanten oder von n abhängigen, ersetzt werden kann. Der folgende Satz III ist auf diese beiden Matrizen nicht anwendbar, weil sie nicht eine endliche Gruppe erzeugen. Übrigens ist in (8.) stets $c < 2ab$ und nur dann $c = 2ab$, wenn a oder $b = 0$ ist.

III. *Sind A und B zwei unitäre Formen einer endlichen Gruppe, und ist*

$$\mathfrak{S}(E-A) < \frac{1}{2}, \qquad \mathfrak{S}(E-B) < 4,$$

so ist A mit B vertauschbar.

Sei C der Kommutator von A und B, D der von A und $C, \cdots N$ der von A und M. Dann ist

$$\mathfrak{S}(E-C) < 2a\,\mathfrak{S}(E-B) = 2ab, \qquad \mathfrak{S}(E-D) < 2a\,\mathfrak{S}(E-C) < (2a)^2 b,$$

allgemein

$$\mathfrak{S}(E-N) < (2a)^\nu b,$$

falls N die νte der Formen $C, D, \cdots K, L, M, N$ ist. Ist nun die Größe $2a < 1$ (nicht $= 1$), so nehmen ihre Potenzen unbeschränkt ab, und da die Gruppe $\mathfrak{G}$ *endlich* ist, so muß einmal $\mathfrak{S}(E-N) = 0$, also $N = AMA^{-1}M^{-1} = E$ werden. Demnach ist A mit M, dem Kommutator von A und L, vertauschbar. Da außerdem $\mathfrak{S}(E-L) \leq b < 4$ ist, so ist A auch mit L vertauschbar, dem Kommutator von A und K, also auch mit K und jeder vorhergehenden Form, mithin auch mit B.

Insbesondere sind je zwei unitäre Formen einer endlichen Gruppe vertauschbar, für die $2\mathfrak{S}(E-S) < 1$ ist.

Sind A und B zwei vertauschbare unitäre Matrizen, so sind es auch $e^{i\alpha}A$ und $e^{i\beta}B$. Daher sind nach (10.) zwei Matrizen stets vertauschbar, wenn in jeder die Sinus der halben *Differenzen* der Phasen $\varphi_1, \varphi_2, \cdots \varphi_n$ absolut $< \frac{1}{\sqrt{8n}}$ sind.

§ 3.

Seien $E, S, T, U, \cdots$ die sämtlichen Formen der Gruppe $\mathfrak{G}$, welche der Bedingung $2\mathfrak{S}(E-S) < 1$ genügen. Mit S genügt ihr auch S^{-1}, weil $E-S^{-1} = -S^{-1}(E-S)$ ist, und $R^{-1}SR$, falls R irgendeine Form von $\mathfrak{G}$ ist. Daher ist

$$\mathfrak{S} = E+S+T+U+\cdots = R^{-1}\mathfrak{S}R$$

ein in $\mathfrak{G}$ invarianter Komplex. Je zwei der Formen von $\mathfrak{S}$ sind miteinander vertauschbar. Die von ihnen erzeugte Gruppe $\mathfrak{R}$ ist also eine kommutative invariante Untergruppe von $\mathfrak{G}$. Von ihrem Index $r = (\mathfrak{G} : \mathfrak{R})$ gilt der Satz von JORDAN.

Sei A ein Element von $\mathfrak{G}$, das nicht in $\mathfrak{S}$ enthalten ist, B ein Element, das weder in $\mathfrak{S}$ noch in $\mathfrak{S}A = A\mathfrak{S}$ enthalten ist, C ein Element, das weder in $\mathfrak{S}$, noch in $\mathfrak{S}A$, noch in $\mathfrak{S}B$ enthalten ist, bis schließlich

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{S} + \mathfrak{S}A + \mathfrak{S}B + \cdots + \mathfrak{S}P + \cdots + \mathfrak{S}Q + \cdots$$

ist. Die Anzahl dieser Komplexe sei s. Da $\mathfrak{S}$ in der Gruppe $\mathfrak{R}$ enthalten ist, so ist auch

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{R} + \mathfrak{R}A + \mathfrak{R}B + \cdots + \mathfrak{R}P + \cdots + \mathfrak{R}Q + \cdots.$$

Die Anzahl der verschiedenen unter diesen Komplexen ist $r = (\mathfrak{G} : \mathfrak{R})$. Daher ist $r \leq s$.

Zwei Komplexe $\mathfrak{S}P$ und $\mathfrak{S}Q$ können Elemente gemeinsam haben. Aber Q ist nicht in $\mathfrak{S}P$ enthalten, und P nicht in $\mathfrak{S}Q$. Denn wäre $P = SQ$, so wäre $Q = S^{-1}P$, wo S^{-1} in $\mathfrak{S}$ enthalten ist. Für jedes Element SP des Komplexes $\mathfrak{S}P$ ist

$$2\mathfrak{Z}(P-SP) = 2\mathfrak{Z}(E-S) < 1 .$$

Ist umgekehrt für irgendein Element R von $\mathfrak{G}$

$$2\mathfrak{Z}(P-R) = 2\mathfrak{Z}(E-RP^{-1}) < 1 ,$$

so ist $RP^{-1} = S$ in $\mathfrak{S}$, also $R = SP$ in $\mathfrak{S}P$ enthalten. Da Q nicht in $\mathfrak{S}P$ enthalten ist, so ist demnach

$$2\mathfrak{Z}(P-Q) \geq 1 .$$

Ist $p_{\varkappa\lambda} = x_{\varkappa\lambda} + ix'_{\varkappa\lambda}$, so ist

$$1 = \sum_{\lambda} p_{\varkappa\lambda}\bar{p}_{\varkappa\lambda} = \sum_{\lambda} (x^2_{\varkappa\lambda} + x'^2_{\varkappa\lambda}) .$$

Die $m = 2n^2$ reellen Größen $x_{\varkappa\lambda}, x'_{\varkappa\lambda}$, deren absolute Werte daher ≤ 1 sind, bezeichne ich in einer bestimmten Reihenfolge mit $x_1, x_2, \cdots x_m$, ich nenne sie die Koordinaten von P. Sind dann $y_1, y_2, \cdots y_m$ die Koordinaten von Q, so ist

$$(11.)\qquad 2\sum (x_\mu - y_\mu)^2 \geq 1 .$$

Für jede unitäre Matrix P ist

$$(12.)\qquad -1 \leq x_1 \leq +1, \quad -1 \leq x_2 \leq +1, \cdots, \quad -1 \leq x_m \leq +1 .$$

Ich wähle nun eine positive Größe h und zerlege das Intervall $-1 \leq x \leq +1$ in die Teilintervalle

$$-1 \leq x < -1+h, \qquad -1+h \leq x < -1+2h, \cdots$$

Das ganze Intervall hat die Ausdehnung 2, jedes Teilintervall die Ausdehnung h, nur das letzte hat eine kleinere Ausdehnung und kann unter Umständen aus der Zahl $+1$ allein bestehen. Die Anzahl der Teilintervalle ist daher $\leqq \frac{2}{h}+1$. Wird diese Einteilung für jede der m Koordinaten ausgeführt, so zerfällt das Gebiet (12.) in

$$s' \leqq \left(\frac{2}{h}+1\right)^m$$

Teilgebiete. Liegen zwei Stellen $x_1, x_2, \cdots x_m$ und $y_1, y_2, \cdots y_m$ in demselben Teilgebiet, so ist

$$|x_\alpha - y_\alpha| < h, \qquad 2\sum (x_\alpha - y_\alpha)^2 < 2mh^2 = 1,$$

falls

$$\frac{1}{h} = \sqrt{2m} = 2n$$

gesetzt wird. Nach (11.) kann daher in keinem der s' Teilgebiete mehr als eine der s Stellen $E, A, B, C, \cdots$ liegen. Mithin ist $s' \geqq s \geqq r$ und folglich

(13.) $$r \leqq (4n+1)^{2n^2}.$$

Diese Grenze kann man mit Hilfe bestimmter Integrale leicht verschärfen. Die Punkte $E, A, B, \cdots$ liegen nämlich auf der Kugel $\mathfrak{S}(P) = \sum x_\alpha^2 = n$, die mit dem Radius $\rho = \sqrt{n}$ um den Anfangspunkt beschrieben ist. Je zwei sind um mehr als $2\sigma = \sqrt{\frac{1}{2}}$ voneinander entfernt. Beschreibt man um jeden eine Kugel vom Radius σ, so haben nach (7.) keine zwei dieser s Kugeln einen Punkt gemeinsam. Sie liegen alle zwischen den beiden mit den Radien $\rho+\sigma$ und $\rho-\sigma$ um den Nullpunkt beschriebenen Kugeln.

Ist aber das Volumen einer Kugel vom Radius 1 gleich $\varkappa$, so ist das einer Kugel vom Radius ρ gleich $\varkappa\rho^m$. Daher ist

$$s\sigma^m < (\rho+\sigma)^m - (\rho-\sigma)^m$$

und mithin

(14.) $$r < (\sqrt{8n}+1)^{2n^2} - (\sqrt{8n}-1)^{2n^2}.$$

Ausgegeben am 2. März.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
XI.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

2. März. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Stumpf las »Über die Bedeutung des Ähnlichkeitsverhältnisses bei der mechanischen Reproduction der Vorstellungen«. (Ersch. später.)

Giebt man zu, dass »Reproduction« niemals die Wiederkehr einer individuell identischen, sondern immer nur das Auftreten einer der früheren Vorstellung ähnlichen, im Grenzfalle gleichen, Vorstellung bedeuten kann, so ordnen sich alle Fälle der sogenannten Ähnlichkeitsreproduction unter die richtig verstandene Formel der Berührungsreproduction.

2. Vorgelegt wurde das mit Unterstützung der Akademie erschienene Werk des Prof. Adickes: »Untersuchungen zu Kant's physischer Geographie.« Tübingen 1911.

Ausgegeben am 9. März.

1911.

XII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

2. März. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Waldeyer.

1. Hr. Rubner sprach über »Verlust und Wiedererneuerung im Lebensprocess«. (Ersch. später.)

Der Vortragende entwickelt zunächst historisch, welche Bedeutung der Gedanke der Consumption der lebenden Theile durch das Leben für die Theorie der Ernährung gehabt habe, und geht dann an der Hand neuer Experimente am Menschen dazu über, zu schildern, welche Stellung die moderne Physiologie zu dieser Frage der Consumption einnehmen müsse und welche Grösse der letzteren zukommt und von welchen Bedingungen sie abhängig sei.

2. Vorgelegt wurde Heft 47 des akademischen Unternehmens »Das Pflanzenreich«, enthaltend die *Euphorbiaceae-Cluytieae* von F. Pax und die *Cephalotaceae* von J. M. Macfarlane. Leipzig 1911.

Über die GAUSS'sche Theorie der elliptischen Functionen.

Von F. SCHOTTKY.

(Vorgetragen am 1. December 1910 [s. Jahrg. 1910 S. 989].)

Den Arbeiten von JACOBI und ABEL, hauptsächlich den um 1828 erschienenen »Fundamenta« und den »Recherches«, verdanken wir unsre Kenntniss der elliptischen Functionen. Zu diesen Arbeiten der beiden Entdecker sind Notizen aus dem Nachlass von GAUSS gekommen, die weit später veröffentlicht, aber weit früher niedergeschrieben sind, als ABEL's und JACOBI's Untersuchungen; eine Zeitangabe in dem GAUSS-schen Handbuche lautet: »Functiones Lemniscaticas considerare coeperamus 1797. Januar. 8.« Die GAUSS'schen Notizen, so zahlreich sie sind, geben keine vollständige Theorie. Sie geben die Gedanken eines grossen Mathematikers über einen wichtigen Gegenstand, und es tritt in ihnen gegen das, was ABEL und JACOBI mitgetheilt haben, ein Unterschied hervor, der nicht unwesentlich ist: GAUSS ist nicht, um zur Darstellung der elliptischen und Thetafunctionen zu kommen, durch das complicirte Transformations- und Multiplicationsproblem hindurchgegangen. Auch betrachtet GAUSS die elliptischen Functionen wesentlich als abhängig von zwei Veränderlichen: eine davon ist die eigentliche Variable, die andre der Parameter, an dessen Stelle später der Modul tritt. Mir scheint sogar, dass die Modultheorie für GAUSS die Hauptsache gewesen ist. Die GAUSS'schen Notizen zu ergänzen, so, dass eine abgeschlossene Theorie daraus entsteht, ist bei der Unvollständigkeit des Materials eine schwierige Sache. Was ich hier thun will, ist Folgendes. Ich greife einige der Gedanken von GAUSS auf, um von dem, was GAUSS sowohl wie JACOBI erreicht haben, eine Darstellung zu geben, die auch denen verständlich sein soll, die nicht eigentliche Mathematiker sind. Dazu ist es nöthig, dass ich in dem Haupttheil der Untersuchung von der Benutzung imaginärer Werthe ganz absehe. Ich stelle mir geradezu die Aufgabe: die Theorie der reellen elliptischen Functionen zu entwickeln, und bestrebe mich hier-

bei, nicht möglichst neue, sondern möglichst einfache Vorstellungen zu verwenden. Ich vermeide auch mehrdeutige Ausdrücke. Wenn Wurzelgrössén oder Logarithmen auftreten, so sind es immer positive Wurzeln, reelle Logarithmen positiver Grössen.

§ 1.

Geht man aus von der Gleichung der Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

und betrachtet x und y als abhängig vom Ellipsenbogen s, so ist es vortheilhaft, neben x und y noch eine dritte Coordinate des Ellipsenpunktes einzuführen, eine positive Grösse z, deren Quadrat

$$z^2=\frac{b^2}{a^2}x^2+\frac{a^2}{b^2}y^2$$

ist. x, y und z sind periodische Functionen von s. Ihre Periode ist der Umfang der Ellipse, den wir mit $2\pi R$ bezeichnen, so dass R der Radius der Ellipse ist. Vermehrt man s um den halben Umfang, so gehen x und y in $-x$ und $-y$, z aber in sich selbst über.

Es ist, bis auf constante Factoren, $\frac{dx}{ds}$ mit $\frac{y}{z}$, $\frac{dy}{ds}$ mit $\frac{x}{z}$, $\frac{dz}{ds}$ mit $\frac{xy}{z^2}$ identisch. Wir fügen eine fünfte Veränderliche u hinzu, und zwar so, dass

$$\frac{du}{ds}=\frac{1}{z^2}$$

ist. Diese Grösse u durchläuft, da z beständig zwischen a und b bleibt, gleichzeitig mit s das ganze Zahlenintervall von $-\infty$ bis $+\infty$; wir können sie deshalb zur unabhängigen Veränderlichen machen. Das hat den offenbaren Vortheil, dass wir einfachere und gleichmässigere Differentialbeziehungen erhalten. Der Differentialquotient jeder der drei Coordinaten nach u ist bis auf einen constanten Factor gleich dem Product der beiden andern Coordinaten; es ist ausserdem $\frac{ds}{du}=z^2$. Dass damit der Anfang einer Theorie gemacht ist, muss sich erst zeigen, indem man weiter schliesst.

Zunächst ergänzen wir die Voraussetzungen. Wir nehmen an, dass der Bogen vom höchsten Punkte der Ellipse gerechnet wird, und zwar positiv nach rechts. Wir nehmen ferner an, dass u gleichzeitig mit s verschwindet. Dann sind x und u ungerade, y und z gerade Functionen von s, und wenn wir u als unabhängige Veränderliche

ansehen, so sind x und s ungerade, y und z gerade Functionen von u. — Es ist ferner $\frac{du}{ds} = \frac{1}{z^2}$ eine Function von s, die ungeändert bleibt, wenn man die Veränderliche s um den constanten Werth $R\pi$ vermehrt. u selbst muss sich hierbei um eine positive Grösse vermehren. Aber diese muss, da $\frac{du}{ds}$ ungeändert bleibt, eine Constante sein; wir nennen sie $A\pi$. Dann folgt, wenn wir umgekehrt x, y, z und s als abhängig von u betrachten, dass die beiden ersten Grössen in $-x$, $-y$ übergehen, z in sich selbst, und s in $s+R\pi$, wenn man u um $A\pi$ vermehrt. Die wichtige Differenz $As-Ru$ ist ebenso wie x^2, y^2, z^2 und z selbst eine periodische Function von u mit der Periode $A\pi$.

Auf der oberen Hälfte der Ellipse sind x, s und u Grössen, die gleichzeitig zunehmen; es ist

$$u = \int_0^x \frac{dx}{z\sqrt{a^2-x^2}}, \qquad s = \int_0^x \frac{z\,dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$z = \sqrt{a^2-\varkappa x^2}, \qquad \varkappa = 1 - \frac{b^2}{a^2}.$$

Die Grösse $\varkappa$, die wir hier einführen, wäre nach Legendre und Jacobi als k^2 zu bezeichnen: aber wir wollen den Fall, wo b grösser als a und demnach $\varkappa$ negativ ist, nicht ausschliessen. Daher kann $\varkappa$ jeden Werth haben, der kleiner als 1 ist, auch den Werth 0.

Die aufgestellten Integrale, erstreckt von $-a$ bis $+a$, geben $A\pi$ und $R\pi$; erstrecken wir sie von 0 bis a, so erhalten wir $\frac{A\pi}{2}$ und $\frac{R\pi}{2}$. Es ist demnach

$$\frac{\pi}{2}A = \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}\sqrt{a^2-\varkappa x^2}}, \qquad \frac{\pi}{2}R = \int_0^a \frac{\sqrt{a^2-\varkappa x^2}\,dx}{\sqrt{a^2-x^2}},$$

$$\left(\varkappa = 1 - \frac{b^2}{a^2}\right).$$

Nehmen wir y als Integrationsvariable, so bekommen wir dieselben Ausdrücke, nur mit Vertauschung von a und b; auch $\varkappa$ ist durch $1-\frac{a^2}{b^2}$ zu ersetzen. Daher sind A und R symmetrische Functionen von a und b.

Es sind ausserdem R und $\frac{1}{A}$ Mittelwerthe zwischen a und b. Dies ist leicht zu sehen, da die Grösse $z = \sqrt{a^2 - \varkappa x^2}$ zwischen a und b bleibt, und

$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{\pi}{2}$$

ist. Die Grösse $M = \frac{1}{A}$ ist das GAUSS'sche Mittel zwischen a und b.

R und A sind Functionen von a und b. Aber der Quotient und das Product

$$\frac{R}{a} = \rho, \quad Aa = \alpha$$

hängen bloss von dem Verhältniss der beiden positiven Grössen ab. Es ergiebt sich, wenn man in den Integralen x durch ax ersetzt:

$$\frac{\pi}{2}\alpha = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}\sqrt{1 - \varkappa x^2}}, \quad \frac{\pi}{2}\rho = \int_0^1 \frac{\sqrt{1 - \varkappa x^2}}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$$

Wir fügen endlich noch diejenigen Ausdrücke hinzu, die sich ergeben, wenn man in den Integralen die dritte Coordinate z zur Integrationsvariablen macht. Wir setzen dabei voraus, dass a grösser als b ist, dass somit z abnimmt von a bis b, wenn x von 0 bis a zunimmt. Dann wird:

$$\frac{\pi}{2} A = \int_b^a \frac{dz}{\sqrt{a^2 - z^2}\sqrt{z^2 - b^2}}$$

$$\frac{\pi}{2} R = \int_b^a \frac{z^2\, dz}{\sqrt{a^2 - z^2}\sqrt{z^2 - b^2}}.$$

§ 2.

Wenn wir unter $f(u)$ entweder die Function x, oder y, oder z verstehen, und die Ableitung von $f(u)$ mit $f'(u)$ bezeichnen, so ist

$$(f'(u))^2 = k + lf^2(u) + mf^4(u),$$

wo k, l, m drei Constanten bedeuten. Functionen, die einer solchen Gleichung genügen, haben ein Additionstheorem. Den wichtigen Satz hat EULER bewiesen, aber nicht in dieser Form ausgesprochen; er hat

dadurch die Entdeckung der elliptischen Functionen seinen Nachfolgern überlassen[1]. Ein einfacher Beweis ist folgender:

Aus der angenommenen Gleichung ergiebt sich durch Differentiation

$$f''(u) = lf(u) + 2mf^3(u).$$

Es sei $g(u)$ eine zweite Function, die derselben Differentialgleichung genügt. Dann ist identisch:

$$f^2(u)(g'(u))^2 - g^2(u)(f'(u))^2 = (f^2(u) - g^2(u))(k - mf^2(u)g^2(u)).$$

Von den Factoren auf der rechten Seite nennen wir den ersten L, den zweiten M. Auch die linke Seite zerfällt in zwei Factoren, $f(u)g'(u) - f'(u)g(u)$ und $f(u)g'(u) + g(u)f'(u) = \frac{d}{du}(f(u)g(u))$. Wir nennen den ersten G, den zweiten H. Dann ist $GH = LM$; es ist ferner:

$$\frac{dG}{du} = f(u)g''(u) - f''(u)g(u) = -2mf(u)g(u)(f^2(u) - g^2(u)),$$

also:

$$\frac{dG}{du} = -2mf(u)g(u)L.$$

Es ist aber auch:

$$\frac{dM}{du} = -2mf(u)g(u)\frac{d}{du}(f(u)g(u)) = -2mf(u)g(u)H.$$

Folglich ist:

$$\frac{dG}{du} : \frac{dM}{du} = L : H = G : M.$$

Daraus ergiebt sich, dass der Quotient

$$\frac{G}{M} = \frac{L}{H} = c$$

eine Constante ist. Es besteht also zwischen $f(u)$ und $g(u)$ eine algebraische Gleichung, die hier in zwei Formen: $G = cM$ und $L = cH$ dargestellt ist.

Es sei w irgend ein von u unabhängiger Werth. Dann können wir $g(u) = f(u+w)$ setzen, denn $f(u+w)$ genügt derselben Differentialgleichung wie $f(u)$. Indem wir $u = 0$ setzen, erhalten wir für c einen Ausdruck durch $f(w)$ und $f'(w)$. Wir können demnach sagen: Bei

[1] Genau dasselbe gilt von Niels Henrik Abel. Die »Abel'schen Functionen« sind, ebenso wie die Theta, ganz eine Erfindung deutscher Mathematiker. — Man vergleiche übrigens mit den Entwicklungen dieses Paragraphen: Gauss' Werke, Bd. III, Lemniskatische Functionen II, insbesondere Art. 14, S. 421—423.

willkürlichen Werthen von u und w besteht eine algebraische Gleichung zwischen $f(u)$, $f(w)$ und $f(u+w)$.

Diese Gedanken sind etwas allgemeiner, als wir sie brauchen. Wir verstehen unter $f(u)$ speciell die ungerade Function x; wir setzen ausserdem, da es auf die Wahl der Längeneinheit nicht ankommt, es aber vortheilhaft ist, nur einen Parameter zu haben, mit Legendre und Jacobi, a gleich 1. Wir haben es dann nur mit zwei Functionen x und s zu thun, die den Gleichungen

$$\left(\frac{dx}{du}\right)^2 = (1-x^2)(1-\varkappa x^2), \quad \frac{ds}{du} = 1-\varkappa x^2$$

genügen. Sie sind beide ungerade; ihre Ableitungen werden gleich 1 für $u = 0$.

In diesem besonderen Falle ist, wenn wir unter $g(u)$ die Function $f(u+w)$ verstehen:

$$M = 1-\varkappa f^2(u)f^2(u+w), \qquad G = f(u)f'(u+w)-f'(u)f(u+w)$$

und $c = -f(w)$; denn für $u = 0$ reducirt sich M auf 1, G auf $-f(w)$. Es bestehen also, bei willkürlichen Werthen von u und w, die Gleichungen:

$$\frac{f(u)f'(u+w)-f'(u)f(u+w)}{1-\varkappa f^2(u)f^2(u+w)} = -f(w),$$

$$-f(w)\frac{d}{du}(f(u)f(u+w)) = f^2(u)-f^2(u+w).$$

Daraus folgt zunächst das Additions- und Subtractionstheorem der Function $f(u)$ in der bekannten Gestalt:

$$\frac{f(u)f'(u')+f(u')f'(u)}{1-\varkappa f^2(u)f^2(u')} = f(u+u'),$$

$$\frac{f(u)f'(u')-f(u')f'(u)}{1-\varkappa f^2(u)f^2(u')} = f(u-u');$$

ferner aber die Gleichung:

$$s(u+w)-s(u)-s(w) = -\varkappa f(u)f(w)f(u+w).$$

Denn wenn man die Ausdrücke auf beiden Seiten, die beide für $u = 0$ verschwinden, nach u differenzirt, so erhält man links, da $s'(u) = 1-\varkappa f^2(u)$ ist: $\varkappa(f^2(u)-f^2(u+w))$, und rechts dieselbe Function. Wir setzen hier $w = u'$ und $w = -u'$, und addiren die beiden Gleichungen. Dann folgt:

$$s(u+u')+s(u-u')-2s(u) = -\varkappa f(u)f(u')(f(u+u')-f(u-u')).$$

Der Ausdruck rechts ist, nach dem Additions- und Subtractionstheorem der Function $f(u)$, gleich

$$\frac{-2\varkappa f(u) f'(u) f^2(u')}{1-\varkappa f^2(u) f^2(u')},$$

und dies ist gleich $\frac{1}{N}\frac{dN}{du}$, wenn wir den Nenner mit N bezeichnen. Es ist also:

$$s(u+u')+s(u-u')-2s(u)=\frac{1}{N}\frac{dN}{du}$$

$$N=1-\varkappa f^2(u)\, f^2(u').$$

Diese Gleichung, gewonnen durch Integration aus einer Form des Additionstheorems für $f(u)$, weist darauf hin, dass wir mit dem Integriren noch nicht fertig sind. Am einfachsten wäre es, eine Function einzuführen, deren Ableitung $s(u)$ ist. Aber wir müssen vorsichtig sein. Es handelt sich hier um die erste Einführung der Jacobi'schen Thetafunction, um die Gauss'sche »neue Transcendente«, die so wichtig ist, dass, sobald man ihre Eigenschaften kennt, das Interesse an den Integralen u und s sowie an den elliptischen Functionen selbst dagegen zurücktritt.

u und s waren aufs Gerathewohl so definirt, wie sich diese Grössen zunächst darbieten, wenn man an nichts Anderes denkt. Aber, was bis jetzt bewiesen ist, bleibt im Wesentlichen bestehen, wenn man zu u noch einen constanten Factor hinzufügt und wenn man s durch eine lineare Function von u und s ersetzt. s ändert sich um $\rho\pi$, wenn sich u um $\alpha\pi$ ändert; die Differenz

$$\alpha s-\rho u=t$$

bleibt ungeändert. Wir können demnach die elliptische Bogenfunction s in zwei Theile zerlegen, von denen der eine, $\frac{\rho}{\alpha}u$, proportional u ist und somit positiv wie negativ beliebig gross werden kann, während der Rest, $\frac{t}{\alpha}$, periodisch ist mit der Periode $\alpha\pi$ und daher zwischen endlichen Grenzen schwankt.

Mit den Eigenschaften der Function t und der sich an t anschliessenden ϑ hat die Zahl α, die in complicirter Weise von $\varkappa$ abhängig ist, wenig zu thun. Wir setzen deshalb zweitens:

$$u=\alpha v.$$

Dann ist t eine ungerade Function von v, die ungeändert bleibt, wenn man v um π vermehrt.

Das Integral von t, $\int_0^v t\,dv$, muss eine gerade Function von v sein, und sie könnte sich höchstens um eine Constante ändern, wenn man v um π vermehrt. Diese Constante muss o sein. Denn ist:

$$\phi(v+\pi) = \phi(v) + C, \quad \phi(-v) = \phi(v),$$

so folgt daraus, indem man v durch $-v-\pi$ ersetzt:

$$\phi(v) = \phi(v+\pi) + C;$$

es ist also $C = 0$.

Nun bilden wir, indem wir unter c einen vorläufig willkürlich bleibenden constanten Factor verstehen,

$$\vartheta(v) = c e^{\int_0^v t\,dv}.$$

Dann haben wir eine gerade Function von v, mit der Periode π, die nicht verschwinden, also auch nicht ihr Zeichen ändern kann; sie genügt der Gleichung

$$t\vartheta = \frac{d\vartheta}{dv},$$

und c ist der Werth, den sie für $v = 0$ annimmt. Das einfachste wäre, $c = 1$ zu setzen. Aber man wird von vornherein vermuthen, dass wir diese Bestimmung später ändern müssten.

Neben $\vartheta(v)$ führen wir, mit Jacobi, eine zweite Function $\vartheta_1(v)$ ein, wiederum mit einem vorläufig willkürlich bleibenden constanten Factor C, indem wir

$$Cx = \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta(v)}$$

setzen. x ist ungerade und ändert auch sein Vorzeichen, wenn man u um $\alpha\pi$, also v um π vermehrt. Dieselben Eigenschaften hat demnach $\vartheta_1(v)$. Es ist

$$\vartheta_1(v+\pi) = -\vartheta_1(v); \quad \vartheta_1(-v) = -\vartheta(v),$$

während:

$$\vartheta(v+\pi) = \vartheta(v); \quad \vartheta(-v) = \vartheta(v)$$

ist. — Nun gehen wir zurück zur letzten Additionsformel, die wir mit α multipliciren. Es ist

$$\alpha s(u) = \rho u + \frac{1}{\vartheta(v)} \frac{d\vartheta(v)}{dv}.$$

Entsprechende Ausdrücke haben wir für $\alpha s(u+u')$, $\alpha s(u-u')$, wenn wir neben $u=\alpha v$ auch $u'=\alpha v'$ einführen. Es wird ausserdem

$$N = 1 - \frac{\varkappa}{C^4}\left(\frac{\vartheta_1(v)\ \vartheta_1(v')}{\vartheta(v)\ \vartheta(v')}\right)^2.$$

Wir haben also, wenn wir die Ableitung von $\vartheta(v)$ mit $\vartheta'(v)$ bezeichnen:

$$\frac{\vartheta'(v+v')}{\vartheta(v+v')} + \frac{\vartheta'(v-v')}{\vartheta(v-v')} - 2\frac{\vartheta'(v)}{\vartheta(v)} = \frac{1}{N}\frac{dN}{dv}.$$

Diese Gleichung können wir integriren; es folgt aus ihr, dass

$$\frac{\vartheta(v+v')\ \vartheta(v-v')}{\vartheta^2(v)\ \vartheta^2(v')}$$

sich von N nur um einen constanten Factor unterscheidet. Dieser Factor ist auch von v' unabhängig, da beide Ausdrücke in Bezug auf v und v' symmetrisch sind. Aber es kommt auf den constanten Factor weniger an, als darauf, dass hier bewiesen ist:

Das Product $\vartheta(v+v')\ \vartheta(v-v')$ lässt sich linear und homogen, mit Coefficienten, die von v unabhängig sind, durch $\vartheta^2(v)$ und $\vartheta_1^2(v)$ ausdrücken.

Von $\vartheta_1(v+v')\ \vartheta_1(v-v')$ gilt dasselbe.

Denn bilden wir das Product $f(u+u')\ f(u-u')$, so ist dies einerseits, bis auf einen constanten Factor, mit

$$\frac{\vartheta_1(v+v')\ \vartheta_1(v-v')}{\vartheta(v+v')\ \vartheta(v-v')}$$

andrerseits, nach dem Additions- und Subtractionstheorem, mit

$$\frac{f^2(u)-f^2(u')}{1-\varkappa f^2(u)\ f^2(u')}$$

identisch. Der Nenner des letzteren Ausdrucks ist proportional

$$\frac{\vartheta(v+v')\ \vartheta(v-v')}{\vartheta^2(v)\ \vartheta^2(v')}.$$

Demnach ist $\vartheta_1(v+v')\ \vartheta_1(v-v')$ proportional

$$\vartheta^2(v)\ \vartheta^2(v')\ (f^2(u)-f^2(u')),$$

also proportional

$$\vartheta^2(v)\ \vartheta_1^2(v')-\vartheta_1^2(v)\ \vartheta^2(v').$$

Wir kommen so zu dem Satz:

Die beiden Functionen $\vartheta(v)$ und $\vartheta_1(v)$ haben die Functionaleigenschaft, dass alle Functionen, die sich ergeben, wenn man in den Producten $\vartheta(v+v')\ \vartheta(v-v')$ und $\vartheta_1(v+v')\ \vartheta_1(v-v')$ für v' verschiedene

constante Werthe setzt, sich linear und homogen durch zwei unter ihnen ausdrücken lassen.

Der Satz bedarf noch einer Ergänzung. Betrachten wir das Additionstheorem für $f(u+u')$. $f(u+u')$ selbst ist proportional

$$\frac{\vartheta_1(v+v')}{\vartheta(v+v')}.$$

In dem Ausdruck, der $f(u+u')$ darstellt, ist der Nenner proportional

$$\frac{\vartheta(v+v')\,\vartheta(v+v')}{\vartheta^2(v)\,\vartheta^2(v')}.$$

Es ist daher

$$\vartheta_1(v+v')\,\vartheta(v-v') \text{ mit } \vartheta^2(v)\,\vartheta^2(v')\left(f(u)f'(u')+f(u)f'(u)\right)$$

bis auf einen constanten Factor identisch. Setzt man für den Augenblick $\vartheta^2(v)f(u) = L(v)$, $\vartheta^2(v)f'(u) = M(v)$, so hat man:

$$\vartheta_1(v+v')\,\vartheta(v-v') = \lambda L(v) + \mu M(v),$$

wo λ, μ von v unabhängig sind. Die Producte $\vartheta(v-v')\,\vartheta_1(v+v')$ bilden daher ebenfalls eine Schaar von Functionen der Variabeln v, in der sich nur zwei linear unabhängige befinden.

§ 3.

Wir haben bei der Definition von ϑ und ϑ_1 zwei constante Factoren willkürlich gelassen. Der eine, c, ist der Werth von ϑ für $v = 0$, der andre, C, kommt in der aufgestellten Gleichung

$$C \cdot x = \frac{\vartheta_1}{\vartheta}$$

vor. c und C können Functionen von $\varkappa$ sein; wenn wir sie zweckmässig bestimmen wollen, müssen wir ϑ und ϑ_1 als Functionen von v und $\varkappa$ betrachten. Das Entscheidende sind die partiellen Differentialgleichungen, denen ϑ und ϑ_1 genügen. Sie sind deshalb etwas umständlich aufzustellen, weil man es zuerst mit den Grössen u und s zu thun hat, von diesen aber zu v und t übergehen muss. Da ϑ, und, bis auf den Vorzeichenwechsel, auch ϑ_1, ungeändert bleibt, wenn man v um π vermehrt, so können wir uns auf die Werthe von v zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$, auf die von u zwischen $-\frac{\pi}{2}\alpha$ und $+\frac{\pi}{2}\alpha$ beschränken. Dann sind u und s durch die Integrale gegeben:

$$u = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\,\sqrt{1-\varkappa x^2}}, \quad s = \int_0^x \frac{\sqrt{1-\varkappa x^2}}{\sqrt{1-x^2}}\,dx.$$

Sie sind hiermit gegeben als Functionen von x und $\varkappa$. Ihre partiellen Ableitungen nach $\varkappa$ bezeichnen wir mit u' und s'. Es ist dann:

$$u' = \frac{1}{2}\int_0^x \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{(1-\varkappa x^2)^3}}, \quad s' = -\frac{1}{2}\int_0^x \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-\varkappa x^2}}.$$

Die letzten beiden Integrale lassen sich auf u und s zurückführen. Es ist, wenn

$$(1-x^2)(1-\varkappa x^2) = R$$

gesetzt wird:

$$2\varkappa(1-\varkappa)u' = s-(1-\varkappa)u - \frac{\varkappa x(1-x^2)}{\sqrt{R}}$$

$$2\varkappa s' = s-u,$$

wie sich sofort ergiebt, wenn man die rechtsstehenden Ausdrücke nach x differenzirt.

Die Gleichungen müssen auch bestehen bleiben für $x = 1$, wo $u = \frac{\pi}{2}\alpha$, $s = \frac{\pi}{2}\rho$ wird; für α und ρ gelten daher die Gleichungen:

$$2\varkappa(1-\varkappa)\frac{d\alpha}{d\varkappa} = \rho-(1-\varkappa)\alpha$$

$$2\varkappa\frac{d\rho}{d\varkappa} = \rho-\alpha.$$

Wenn man hier ρ eliminirt, kommt man zu dem bekannten Satz:

α genügt der linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung $D(\phi) = 0$, wobei $D(\phi)$ den Differentialausdruck

$$4\frac{d}{d\varkappa}\left(\varkappa(1-\varkappa)\frac{d\phi}{d\varkappa}\right) - \phi = D(\phi)$$

bedeutet.

Da wir jetzt die Differentialquotienten von u, s, α, ρ nach $\varkappa$ haben, so können wir auch die von

$$\frac{u}{\alpha} = v, \quad t = \alpha s - \rho u$$

bilden, die wir mit v' und t' bezeichnen. Es ist, wenn wir zur Abkürzung

$$4\varkappa(1-\varkappa)\alpha^2 = N$$

setzen:

$$Nv' = 2t - \frac{2\alpha\varkappa x(1-x^2)}{\sqrt{R}}$$

$$Nt' = \frac{2\rho\alpha^2\varkappa x(1-x^2)}{\sqrt{R}}.$$

Denken wir uns die Beziehungen zwischen v, t, x und $\varkappa$ in der Form gegeben: $x = F(v, \varkappa)$, $t = G(v, \varkappa)$. Dann erhalten wir, indem wir diese Gleichungen nach $\varkappa$ differenziren und dabei immer noch v und t als Functionen von x und $\varkappa$ ansehen:

$$0 = \frac{\partial F}{\partial v} v' + \frac{\partial F}{\partial \varkappa}, \quad t' = \frac{\partial G}{\partial v} v' + \frac{\partial G}{\partial \varkappa}.$$

Aber wir betrachten jetzt v und $\varkappa$ als unabhängige Veränderliche, x und t als Functionen davon. Dann ist

$$0 = \frac{\partial x}{\partial v} v' + \frac{\partial x}{\partial \varkappa}, \quad t' = \frac{\partial t}{\partial v} v' + \frac{\partial t}{\partial \varkappa};$$

und wenn wir für v', t' die gefundenen Ausdrücke einsetzen:

$$N \frac{\partial x}{\partial \varkappa} = \frac{\partial x}{\partial v} \left(\frac{2 \alpha \varkappa x (1 - x^2)}{\sqrt{R}} - 2t \right)$$

$$N \frac{\partial t}{\partial \varkappa} = \frac{2 \alpha \varkappa (1 - x^2)}{\sqrt{R}} \left(\alpha \rho + \frac{\partial t}{\partial v} \right) - 2t \frac{\partial t}{\partial v}.$$

Die Ableitungen von x und t nach v sind so zu bilden, als ob $\varkappa$ constant wäre. Da $\frac{dx}{du} = \sqrt{R}$, $\frac{dt}{du} = \alpha(1 - \varkappa x^2) - \rho$ ist, so ist

$$\frac{\partial x}{\partial v} = \alpha \sqrt{R}, \quad \frac{\partial t}{\partial v} = \alpha^2 (1 - \varkappa x^2) - \alpha \rho;$$

man hat also:

$$N \frac{\partial x}{\partial \varkappa} = 2 \alpha^2 \varkappa x (1 - x^2) - 2t \frac{\partial x}{\partial v},$$

$$N \frac{\partial t}{\partial \varkappa} = 2 \alpha^3 \varkappa x \sqrt{R} - 2t \frac{\partial t}{\partial v};$$

man hat ferner:

$$t = \frac{1}{\vartheta} \frac{\partial \vartheta}{\partial v}, \quad \frac{\partial t}{\partial \varkappa} = \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{\vartheta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \varkappa} \right)$$

und wenn man weiter nach v differenzirt,

$$\frac{\partial^2 t}{\partial v^2} = -2 \alpha^3 \varkappa x \sqrt{R}$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} = \alpha^2 (-(1 + \varkappa) x + 2 \varkappa x^3)$$

$$= -2 \alpha^2 \varkappa x (1 - x^2) - \frac{N}{4 \varkappa} x.$$

Dadurch gehen die Gleichungen über in folgende:

$$N\frac{\partial x}{\partial \varkappa}+\frac{N}{4\varkappa}x+\frac{\partial^2 x}{\partial v^2}+\frac{2}{\vartheta}\frac{\partial \vartheta}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial v}=0$$

$$N\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\vartheta}\frac{\partial \vartheta}{\partial \varkappa}\right)+\frac{\partial^2 t}{\partial v^2}+2t\frac{\partial t}{\partial v}=0$$

Die letzte Gleichung lässt sich unmittelbar integriren. Es folgt aus ihr, dass

$$\frac{1}{\vartheta}\frac{\partial \vartheta}{\partial \varkappa}+\frac{1}{N}\left(\frac{\partial t}{\partial v}+t^2\right)$$

oder, was dasselbe ist,

$$\frac{1}{\vartheta}\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \varkappa}+\frac{1}{N}\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial v^2}\right)=m$$

eine von v unabhängige Grösse ist. Die vorangehende Gleichung aber wird, wenn man dieses Resultat hinzunimmt, mit der folgenden identisch:

$$\frac{1}{x\vartheta}\left(\frac{\partial (x\vartheta)}{\partial \varkappa}+\frac{1}{N}\frac{\partial^2 (x\vartheta)}{\partial v^2}\right)=m-\frac{1}{4\varkappa}.$$

Nun ist $Cx\vartheta=\vartheta_1$. Wir erhalten daher:

$$\frac{1}{\vartheta_1}\left(\frac{\partial \vartheta_1}{\partial \varkappa}+\frac{1}{N}\frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial v^2}\right)=m_1,$$

wo

$$m_1=m-\frac{1}{4\varkappa}+\frac{1}{C}\frac{dC}{d\varkappa}$$

ist. m können wir bestimmen, indem wir $v=0$ setzen. Dann wird

$$\vartheta=c,\ \frac{1}{\vartheta}\frac{\partial \vartheta}{\partial \varkappa}=\frac{1}{c}\frac{dc}{d\varkappa}.$$

Da ferner

$$\frac{1}{\vartheta}\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial v^2}=t^2+\frac{\partial t}{\partial v}=t^2+\alpha^2(1-\varkappa x^2)-\alpha\rho$$

ist, und da für $v=0$ die Grössen t und x verschwinden, so ist für $v=0$:

$$\frac{1}{N}\frac{1}{\vartheta}\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial v^2}=\frac{\alpha(\alpha-\rho)}{N}=\frac{1-\frac{\rho}{\alpha}}{4\varkappa(1-\varkappa)}.$$

Der letzte Ausdruck ist identisch mit

$$\frac{1}{4(1-\varkappa)}-\frac{1}{2\alpha}\frac{d\alpha}{d\varkappa};$$

denn nach den Differentialgleichungen, die für α und ρ aufgestellt worden sind, ist

$$1 - \frac{\rho}{\alpha} = x - \frac{2x(1-x)}{\alpha}\frac{d\alpha}{dx}.$$

Wir erhalten somit:

$$m = \frac{1}{c}\frac{dc}{dx} + \frac{1}{4(1-x)} - \frac{1}{2\alpha}\frac{d\alpha}{dx}.$$

Wir haben nun die Differentialgleichungen:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \frac{1}{N}\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial v^2} = m\vartheta,$$

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial x} + \frac{1}{N}\frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial v^2} = m_1\vartheta_1,$$

und wenn wir wollen, dass diese Differentialbeziehungen so einfach wie möglich werden, müssen wir c und C so wählen, dass m und m_1 gleich 0 werden. Dies erreichen wir, allerdings mit einem Opfer, indem wir

$$c = \sqrt{\alpha}\sqrt[4]{1-x}$$
$$C = \sqrt[4]{x}$$

setzen. Die erste Bestimmung können wir ohne Weiteres treffen; die Function ϑ hat eine reelle Existenz für alle Werthe des Parameters x zwischen $-\infty$ und 1. Die zweite aber ist nur möglich, wenn wir x auf das kleinere Intervall von 0 bis 1 beschränken, so dass wir mit beiden Functionen zugleich nur dann operiren können, wenn wir x zwischen 0 und 1 annehmen.

Beide Functionen ϑ und ϑ_1 genügen jetzt derselben Differentialgleichung

$$4x(1-x)\alpha^2\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial v^2} = 0;$$

ihre constanten Factoren sind so bestimmt, dass

$$\vartheta(0) = \sqrt{\alpha}\sqrt[4]{1-x}$$
$$\frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta(v)} = x\sqrt[4]{x}$$

ist. Es versteht sich von selbst, dass wir die Wurzelgrössen als positiv annehmen.

§ 4.

Es ist klar, dass die partielle Differentialgleichung wichtig werden muss, sobald man sich die Aufgabe stellt, ϑ und ϑ_1 durch Fourier'sche Reihen auszudrücken. Aber es ist zweckmässig, zuvor die Abhängigkeit der Grösse α und einiger noch hinzutretender Grössen vom Parameter $\varkappa$ genauer zu untersuchen. Durch die Gleichung

$$\alpha\pi = 2\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-\varkappa x^2}}$$

ist α definirt als Function von $\varkappa$, und zwar für alle Werthe von $\varkappa$ zwischen 1 und $-\infty$. Sie hat einen positiven Werth, von dem man ohne Weiteres sieht, dass er zunimmt mit zunehmendem $\varkappa$. Denn die Function unter dem Integralzeichen wird durch eine andre mit durchweg grösseren Werthen ersetzt, wenn man $\varkappa$ vergrössert. Bei der Annäherung von $\varkappa$ an den Punkt 1 wird $\alpha\pi$ unendlich, und zwar logarithmisch; die Differenz $\alpha\pi - \log\left(\frac{16}{1-\varkappa}\right)$ wird für $\varkappa = 1$ nicht unendlich, sondern 0. Es ist dies ein Satz, der unscheinbar aussieht. Aber an ihm sind Euler, Legendre, Jacobi betheiligt, und zwar so, dass es schwer ist, zu sagen, wer von den dreien an seiner Entdeckung und an seiner sichern Begründung den grössten Antheil hat. Euler stellt eine richtige Überlegung an, die sich aber nicht auf das Integral $\pi\alpha$ bezieht, sondern auf $\pi\rho$, den halben Umfang der Ellipse mit den Halbachsen 1 und $\sqrt{1-\varkappa}$; Legendre stellt den Satz auf für $\pi\alpha$, aber mit nicht ausreichender Begründung; Jacobi beweist ihn für $\pi\alpha$, mit absichtlicher Anlehnung an die Euler'sche Methode. Seitdem sind mehrere Beweise gegeben worden. Es schadet nichts, wenn zu ihnen noch ein einfacher hinzutritt.

Ich vergleiche $\pi\alpha$ mit einem andern Integral, indem ich bilde:

$$\pi\alpha - \int_0^1 \frac{2\,dx}{1-\varkappa x^2} = 2\int_0^1 \frac{\sqrt{1-\varkappa x^2}-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}\,(1-\varkappa x^2)}\,dx.$$

Ich führe statt x die Variable ein

$$t = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-\varkappa x^2}},$$

die von 1 bis 0 abnimmt, wenn x von 0 bis 1 zunimmt. Dann ist

$$\frac{\sqrt{1-\varkappa x^2}-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}\,(1-\varkappa x^2)} = \frac{-x}{1+t}\,\frac{dt}{dx};$$

daher:

$$\pi\alpha - 2\int_0^1 \frac{dx}{1-\varkappa x^2} = 2\int_0^1 \frac{x\,dt}{1+t},$$

$$2\log(2) - \pi\alpha + 2\int_0^1 \frac{dx}{1-\varkappa x^2} = 2\int_0^1 \frac{(1-x)\,dt}{1+t}.$$

Der Werth des Integrals auf der rechten Seite ist positiv, wird aber unendlich klein, wenn sich $\varkappa$ der Eins nähert. Denn er ist kleiner als $2\int_0^1 (1-x)\,dt$, noch kleiner als $2\int_0^1 (1-x^2)\,dt$. Es ist aber

$$1 - x^2 = \frac{(1-\varkappa)t^2}{1-\varkappa t^2} < \frac{(1-\varkappa)t}{1-\varkappa t^2}.$$

Somit ist der Werth des Integrals auf der rechten Seite der aufgestellten Gleichung positiv, aber kleiner als

$$2\int_0^1 \frac{(1-\varkappa)\,t\,dt}{1-\varkappa t^2} = \frac{1-\varkappa}{\varkappa}\log\left(\frac{1}{1-\varkappa}\right).$$

Dies wird offenbar unendlich klein gleichzeitig mit $1-\varkappa$. Es ist ferner

$$\int_0^1 \frac{2\,dx}{1-\varkappa x^2} = \frac{1}{\sqrt{\varkappa}}\log\left(\frac{1+\sqrt{\varkappa}}{1-\sqrt{\varkappa}}\right),$$

und die Differenz

$$\frac{1}{\sqrt{\varkappa}}\log\left(\frac{1+\sqrt{\varkappa}}{1-\sqrt{\varkappa}}\right) - \log\left(\frac{4}{1-\varkappa}\right)$$

wird ebenfalls, wie man leicht sieht, unendlich klein gleichzeitig mit $1-\varkappa$. Folglich ist $\log\left(\frac{16}{1-\varkappa}\right) - \pi\alpha$ eine Function von $\varkappa$, die sich bei der Annäherung von $\varkappa$ an den Werth 1 dem Werthe 0 unbegrenzt nähert.

Damit ist der Satz bewiesen. α wird bei der Annäherung an den Werth $\varkappa = 1$ unendlich, aber nur logarithmisch; das Product $\alpha\sqrt{1-\varkappa}$ wird demnach für $\varkappa = 1$ nicht unendlich, sondern 0.

Nun ist aber $\alpha\sqrt{1-\varkappa}$ diejenige Function von $\varkappa$, in die α übergeht, wenn man $\varkappa$ durch

$$\varkappa' = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}$$

ersetzt. Denn führt man zwei positive Grössen a, b ein, die mit $\varkappa$ in der Beziehung stehen: $1-\varkappa = \frac{b^2}{a^2}$, so ist $\frac{a}{\alpha}$ eine symmetrische Function von a und b. Bei der Vertauschung von a mit b geht $\varkappa$ in $\varkappa'$ über. Nennt man α' die Function, in die hierdurch α übergeht, so ist demnach $\frac{a}{\alpha} = \frac{b}{\alpha'}$, mithin $\alpha' = \alpha\sqrt{1-\varkappa}$.

Lässt man nun $\varkappa$ sich dem Werthe 1 nähern, so nähert sich $\varkappa'$ dem Werthe $-\infty$, α' dem Werthe 0. Damit ist bewiesen:

α wächst beständig, und zwar von 0 bis ∞, wenn $\varkappa$ das ganze Intervall von $-\infty$ bis 1 durchläuft. Speciell ist $\alpha = 1$ für $\varkappa = 0$.

Da $\frac{a}{\alpha}$ ein Mittelwerth zwischen a und b ist, so liegt $\frac{1}{\alpha}$ zwischen 1 und $\sqrt{1-\varkappa}$, $1-\frac{1}{\alpha}$ zwischen 0 und

$$1-\sqrt{1-\varkappa} = \frac{\varkappa}{1+\sqrt{1-\varkappa}}.$$

Um so mehr liegt $1-\frac{1}{\alpha}$ zwischen 0 und $\varkappa$.

Der Satz der drei Mathematiker lässt sich schärfer fassen, indem man die Function α direct ausdrückt durch den Logarithmus von $\frac{2^4}{1-\varkappa}$ und durch zwei Functionen, die nicht nur bis zum Punkte $\varkappa = 1$, sondern darüber hinaus für alle positiven Werthe von $\varkappa$ definirt sind und die sich an der Stelle $\varkappa = 1$ regulär verhalten. Die Grundidee einer solchen Darstellung geht ebenfalls auf Euler und Legendre zurück.

Eine der beiden Functionen, die wir zu Hülfe nehmen, ist diejenige β, die aus α hervorgeht, indem man $\varkappa$ durch $1-\varkappa$ ersetzt. Sie ist damit definirt für alle positiven Werthe von $\varkappa$. Sie wird 1 für $\varkappa = 1$, unendlich für $\varkappa = 0$, aber $\pi\beta - \log\left(\frac{2^4}{\varkappa}\right)$ wird unendlich klein, wenn $\varkappa$ abnehmend sich dem Werthe 0 nähert. Es wird daher auch

$$\pi\frac{\beta}{\alpha} - \frac{1}{\alpha}\log\left(\frac{2^4}{\varkappa}\right),$$

und, da $1-\frac{1}{\alpha}$ zwischen 0 und $\varkappa$ liegt, $\varkappa\log\left(\frac{1}{\varkappa}\right)$ aber für $\varkappa = 0$ verschwindet,

$$\pi\frac{\beta}{\alpha} - \log\left(\frac{2^4}{\varkappa}\right)$$

unendlich klein bei der Annäherung von $\varkappa$ an den Werth 0.

Wir setzen

$$-\pi\frac{\beta}{\alpha}=\omega\,.$$

Diese Function von x existirt nur in dem Intervall von 0 bis 1, wo α und β gemeinsam existiren. In diesem Intervall nimmt α zu von 1 bis ∞, β nimmt ab von ∞ bis 1; also ist ω negativ und nimmt beständig zu, von $-\infty$ bis 0, wenn x von 0 bis 1 wächst. Die Differenz $\omega-\log\left(\frac{x}{2^4}\right)$ wird unendlich klein bei der Annäherung von x an den Nullpunkt. Wir bezeichnen sie mit 4γ:

$$\omega=\log\left(\frac{x}{2^4}\right)+4\gamma\,.$$

Nun lässt sich der Differentialquotient von ω angeben. α genügt der Differentialgleichung $D(\phi)=0$, wo $D(\phi)$ den Differentialausdruck

$$D(\phi)=4\frac{d}{dx}\left(x(1-x)\frac{d\phi}{dx}\right)-\phi$$

bedeutet. Dieser bleibt ungeändert, wenn man x durch $1-x$ ersetzt.

Daraus folgt, dass β derselben Differentialgleichung genügt wie α, und daraus weiter, dass

$$x(1-x)\left(\alpha\frac{d\beta}{dx}-\beta\frac{d\alpha}{dx}\right)$$

eine Constante ist. Es ist daher:

$$\frac{d\omega}{dx}=\frac{\varepsilon}{x(1-x)\alpha^2}\,,$$

wo ε einen constanten Factor bedeutet. Dieser Factor ist gleich 1. Denn es ist

$$\frac{d\omega}{dx}=\frac{1}{x}+4\frac{d\gamma}{dx}\,.$$

Wäre ε von 1 verschieden, so würde $\frac{d\gamma}{dx}$ für $x=0$ von der ersten Ordnung, γ selbst dort logarithmisch unendlich werden. Da das nicht der Fall ist, so muss $\varepsilon=1$ sein. Da ferner γ für $x=0$ verschwindet, so ist

$$4\gamma=\int_0^x\left(\frac{1}{x(1-x)\alpha^2}-\frac{1}{x}\right)dx\,.$$

Hier steht unter dem Integralzeichen eine Function von x, die sich auf der ganzen Strecke von $-\infty$ bis 1 regulär verhält. Wir ver-

stehen jetzt unter 4γ dieses Integral. Dann ist γ, ebenso wie α, für das ganze Intervall von $-\infty$ bis 1 als reguläre Function von $\varkappa$ definirt; sie verschwindet für $\varkappa = 0$. In dem Theilintervall von 0 bis 1 aber haben wir:

$$\omega = \frac{-\pi\beta}{\alpha} = \log\left(\frac{\varkappa}{2^4}\right) + 4\gamma.$$

Wir vertauschen jetzt $\varkappa$ mit $1-\varkappa$. Dadurch geht γ über in eine Function γ_1, die für $\varkappa = 1$ verschwindet, und die sich an der Stelle $\varkappa = 1$ regulär verhält. Wir erhalten so:

$$\pi\alpha = \beta \log\left(\frac{2^4}{1-\varkappa}\right) - 4\beta\gamma_1.$$

Die Gleichung gilt zwar nur bis zu dem Werthe $\varkappa = 1$. Aber die in ihr auftretenden Grössen β und γ_1 sind Functionen, die über den Punkt $\varkappa = 1$ hinaus definirt sind und die sich in diesem Punkte regulär verhalten.

Wir setzen:

$$q = \frac{\varkappa}{2^4} e^{4\gamma}.$$

Damit ist eine Grösse q definirt, der JACOBI'sche Modul der elliptischen Functionen, ebenfalls so, wie α und γ, für die ganze Strecke von $-\infty$ bis 1; sie ist positiv für die positiven, negativ für die negativen Punkte der Strecke und verschwindet für $\varkappa = 0$ von der ersten Ordnung. In dem Intervall von 0 bis 1 aber ist

$$\omega = \log(q), \qquad q = e^{\omega};$$

und da in diesem Intervall ω bei zunehmendem $\varkappa$ die Werthe von $-\infty$ bis 0 durchläuft, so durchläuft q, beständig wachsend, die Werthe von 0 bis 1.

Aus der Gleichung $\omega = \frac{-\pi\beta}{\alpha}$ folgt durch Vertauschung von $\varkappa$ mit $1-\varkappa$ die Eigenschaft der Function ω:

$$\omega(\varkappa)\,\omega(1-\varkappa) = \pi^2.$$

Eine ähnliche Eigenschaft besitzt q. q genügt, längs der ganzen Strecke von $-\infty$ bis 1, der Gleichung:

$$\frac{dq}{q} = \frac{d\varkappa}{\varkappa(1-\varkappa)\alpha^2}.$$

Nennen wir α' und q' die Functionen von $\varkappa$, in die α und q übergehen, wenn man $\varkappa$ durch $\varkappa' = \frac{\varkappa}{1-\varkappa}$ ersetzt, so ist

$$(1-\varkappa)\alpha^2 = (\alpha')^2\,, \qquad \frac{d\varkappa}{\varkappa} = \frac{d\varkappa'}{\varkappa'(1-\varkappa')}\,;$$

daher

$$\frac{dq}{q} = \frac{dq'}{q'}\,.$$

Mithin ist $q' = cq$, wo c einen constanten Factor bedeutet. Vertauschen wir $\varkappa$ mit $\varkappa'$, so folgt: $q = cq'$; es ist also $c^2 = 1$. Es muss aber c negativ sein; denn wenn $\varkappa$ in dem Theilintervall von 0 bis 1 liegt, so liegt $\varkappa'$ in dem von 0 bis $-\infty$; es ist daher q positiv, q' negativ. Folglich ist $q' = -q$. Demnach besteht die Gleichung:

$$q\left(\frac{\varkappa}{\varkappa-1}\right) = -q(\varkappa)\,.$$

Lassen wir nun $\varkappa$ die Werthe von 0 bis $-\infty$ durchlaufen, so durchläuft $\varkappa'$ die von 0 bis 1, q' ebenfalls die von 0 bis 1, und q die von 0 bis -1. Damit ist bewiesen:

Wenn $\varkappa$ das ganze Intervall von $-\infty$ bis 1 durchläuft, so nimmt q beständig zu, und zwar von -1 bis $+1$. Es nimmt also q nur Werthe an, die zwischen -1 und $+1$ liegen, und jedem dieser Werthe entspricht ein bestimmter von $\varkappa$. Wir können deshalb den Parameter $\varkappa$ als Function des Moduls q auffassen. Die partielle Differentialgleichung, der ϑ und ϑ_1 genügen, vereinfacht sich dadurch wesentlich. Sie wird

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial v^2} + 4q\frac{\partial\phi}{\partial q} = 0\,.$$

Da wir ohnedies, wenigstens bei ϑ_1, uns beschränken müssen auf die Werthe von $\varkappa$, die zwischen 0 und 1 liegen, so können wir auch statt q die Grösse $\omega = \log(q)$, den logarithmischen Modul, einführen. Die Differentialgleichung wird dann noch einfacher:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial v^2} + 4\frac{\partial\phi}{\partial\omega} = 0\,.$$

Von Interesse ist es, den Modul q und das GAUSS'sche Mittel

$$\frac{a}{\alpha} = M$$

als Functionen der beiden positiven Grössen a, b zu betrachten, die mit $\varkappa$ durch die Gleichung $1-\varkappa = \frac{b^2}{a^2}$ verbunden sind. M ist eine symmetrische, q aber eine alternirende Function von a und b; denn der Vertauschung von a mit b entspricht die Vertauschung von $\varkappa$ mit

$\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}$. q ist positiv, wenn $a > b$, negativ, wenn $a < b$ ist. Der Hauptsatz aber ist folgender:

M geht in sich selbst, q in q^2 über, wenn man a durch das arithmetische, b durch das geometrische Mittel zwischen a und b ersetzt.

Am directesten wird der Satz bewiesen, indem man die Definition von α, β, ω durch die Integrale zu Grunde legt.

Wir nehmen $a > b$ an und setzen:

$$a' = \frac{a+b}{2}, \quad b' = \sqrt{ab}.$$

Wir setzen ferner:

$$A = \frac{\alpha}{a}, \quad B = \frac{\beta}{a}.$$

also $\omega = -\frac{\pi B}{A}$; und es seien A', B', ω' diejenigen Werthe, die aus A, B, ω hervorgehen, indem man a durch a', b durch b' ersetzt.

Es war $\frac{\pi}{2}A$ durch das Integral ausgedrückt

$$\frac{\pi}{2}A = \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}\sqrt{a^2 - \varkappa x^2}},$$

wo $\varkappa = 1 - \frac{b^2}{a^2}$ ist; aber auch durch das folgende:

$$\frac{\pi}{2}A = \int_b^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}\sqrt{x^2 - b^2}}.$$

B entsteht aus A, indem man a ungeändert lässt, aber $\varkappa$ durch $1 - \varkappa = \frac{b^2}{a^2}$ ersetzt. Wir führen $\frac{bx}{a}$ als Integrationsveränderliche ein, bezeichnen diese aber dann wieder mit x. Dadurch ergiebt sich, analog dem zweiten Ausdruck von A:

$$\frac{\pi}{2}B = \int_0^b \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}\sqrt{b^2 - x^2}}.$$

Wir reduciren noch den zweiten Ausdruck für A, indem wir das Integral in zwei Theile theilen: in das von b bis b' und das von b' bis a. Bei dem ersten führen wir die Grösse $y = \frac{ab}{x}$ als Integrationsvariable ein, die von a bis b' abnimmt, wenn x von b bis b' zunimmt. Da alsdann

$$\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}\sqrt{x^2-b^2}} = -\frac{dy}{\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{y^2-b^2}},$$

so sind die beiden Theile einander gleich, und man erhält:

$$\frac{\pi}{2}A = 2\int_{b'}^{a} \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}\sqrt{x^2-b^2}}.$$

Nun sei t das arithmetische Mittel zwischen x und $\frac{ab}{x}$, also:

$$2t = x + \frac{ab}{x}.$$

Diese Grösse t nimmt zu von b' bis a', wenn x von b' bis a zunimmt, und sie nimmt ab von $+\infty$ bis a', wenn x von 0 bis b zunimmt. Da ausserdem

$$(x^2-a^2)(x^2-b^2) = 4x^2(t^2-(a')^2),$$

$$\frac{dt}{dx} = \pm\frac{1}{x}\sqrt{t^2-b'^2}$$

ist, so ergiebt sich:

$$\frac{\pi}{2}A = \int_{b'}^{a'} \frac{dt}{\sqrt{a'^2-t^2}\sqrt{t^2-b'^2}},$$

$$\frac{\pi}{2}B = \frac{1}{2}\int_{a'}^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{(t^2-a'^2)(t^2-b'^2)}}.$$

Die erste Gleichung sagt direct aus, dass $A = A'$ ist. Bei der zweiten müssen wir noch statt t die Grösse $\frac{a'b'}{t}$ als Integrationsvariable einführen, die von b' bis 0 abnimmt, wenn t von a' bis ∞ zunimmt. Dann ergiebt sich: $B = \frac{1}{2}B'$. Demnach ist $\omega' = 2\omega$, und da $\omega = \log(q)$ ist: $q' = q^2$.

Damit ist dieser Satz der Gauss'schen Theorie des arithmetisch-geometrischen Mittels bewiesen; M ist nicht nur ein Mittelwerth zwischen a und b, sondern auch zwischen a' und b', ferner zwischen $\frac{a'+b'}{2}$ und $\sqrt{a'b'}$. Die Grösse $\frac{a'+b'}{2}$, das Quadrat von

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}$$

kann schon als starker Näherungswerth von M bezeichnet werden[1].

[1] Ebenso ist das Quadrat von $\frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ ein starker Annäherungswerth für den Ellipsenradius.

§ 5.

Dass man für die Werthe von $\varkappa$ zwischen o und 1 die Grösse α in eine Potenzreihe von $\varkappa$ entwickeln kann:

$$\alpha = A(\varkappa) = a_0 + a_1 + a_2\varkappa^2 + \text{etc.},$$

geht unmittelbar aus dem Ausdruck von $\frac{\pi}{2}\alpha$ durch das Integral hervor; aber einfacher bestimmen sich die Coefficienten durch die Differentialgleichung $D(\alpha) = 0$, der α genügt; a_0 ist gleich 1, da $\alpha = 1$ wird für $\varkappa = 0$.

Setzt man $\phi = \varkappa^n$, so wird

$$D(\phi) = (2n)^2\varkappa^{n-1} - (2n+1)^2\varkappa^n;$$

setzt man $\alpha = \sum_0^\infty a_n\varkappa^n$, so wird demnach:

$$D(\alpha) = \sum_0^\infty ((2n+2)^2 a_{n+1} - (2n+1)^2 a_n)\varkappa^n.$$

Da $D(\alpha) = 0$ ist, so muss

$$(2n+2)^2 a_{n+1} = (2n+1)^2 a_n$$

sein; die Reihe $A(\varkappa)$ ist folgende

$$1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\varkappa + \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\right)^2\varkappa^2 + \text{etc.}$$

Es ist dies eine Potenzreihe mit positiven Coefficienten, convergent bis zum Punkte $\varkappa = 1$ hin, aber nicht mehr für $\varkappa = 1$, wo α unendlich wird.

Die Function γ, die in der ganzen Strecke von $-\infty$ bis 1 regulär ist, und die für $\varkappa = 0$ verschwindet, lässt sich nun ebenfalls für kleine Werthe von $\varkappa$ in eine Potenzreihe $\mathfrak{P}(\varkappa)$ entwickeln. Die Coefficienten, abgesehen von dem constanten Gliede, welches o ist, sind ebenfalls positiv, und die Reihe convergirt ebenfalls bis zu $\varkappa = 1$ hin, sogar noch für $\varkappa = 1$. Es ist dies ein Weierstrass'scher Satz, bewiesen mit Hülfe der Thetareihen im zweiten Band der Werke von Weierstrass, S. 266. Ich brauche hier nothwendig einen elementaren Beweis und stütze mich auf folgenden Hülfssatz:

Wenn A und B Potenzreihen von $\varkappa$ mit positiven Coefficienten sind:

$$A = \sum_0^\infty (a_n\varkappa^n), \qquad B = \sum_0^\infty (b_n\varkappa^n),$$

so ist der Quotient beider ebenfalls als Potenzreihe mit positiven Coefficienten darstellbar

$$\frac{B}{A} = C = \sum_{0}^{\infty}(c_n x^n),$$

convergent, mindestens soweit der Zähler convergirt, falls $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ mit wachsendem n zunimmt und kleiner ist als $\frac{b_{n+1}}{b_n}$.

Denn aus diesen Voraussetzungen folgt, dass, für $m \leqq n$,

$$a_m b_{n+1} - a_{m+1} b_n$$

positiv ist. Nun ist nach den Gleichungen, durch welche die Coefficienten c bestimmt werden,

$$\sum_{m=0}^{n} a_m c_{n-m} = b_n ,$$

$$a_0 c_{n+1} + \sum_{m=0}^{n}(a_{m+1} c_{n-m}) = b_{n+1} .$$

Daraus folgt:

$$a_0 b_n c_{n+1} = \sum_{m=0}^{n}(a_m b_{n+1} - a_{m+1} b_n) c_{n-m} .$$

Wenn daher alle Coefficienten bis zu c_n positiv sind, so ist auch c_{n+1} positiv.

Daraus folgt, dass alle Coefficienten c positiv sind; es folgt ferner, dass $b_{n+1} > a_0 c_{n+1}$ ist, dass also die Reihe C convergirt, wenn B convergent ist.

Setzen wir für A die Reihenentwicklung von α, für B die Binomialentwicklung von $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$, so ist

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(\frac{2n+1}{2n+2}\right)^2, \qquad \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{2n+1}{2n+2} .$$

Die Bedingungen des Hülfssatzes sind hier offenbar erfüllt. Folglich ist $\frac{1}{\alpha\sqrt{1-x}}$ für die Werthe von x zwischen 0 und 1 in eine convergente Potenzreihe mit positiven Coefficienten entwickelbar.

Dasselbe muss gelten von dem Quadrat des Ausdrucks, ferner von

$$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x(1-x)\alpha^2} - \frac{1}{x}\right)$$

und von dem Integral dieser Function, also von γ.

Die Reihenentwicklung $y = \mathfrak{P}(x)$ convergirt auch noch für $x = 1$ und es ist $\mathfrak{P}(1) = \log(2)$. Denn innerhalb des Intervalls von 0 bis 1 besteht die Gleichung

$$\omega = \log\left(\frac{x}{2^4}\right) + 4\mathfrak{P}(x).$$

Bei der Annäherung von x an 1 wird ω unendlich klein, und der Logarithmus wird gleich $-4\log(2)$; es nähert sich daher $\mathfrak{P}(x)$ dem Werthe $\log(2)$. Da nun $\mathfrak{P}(x)$, als Potenzreihe mit positiven Coefficienten, eine zunehmende Function ist, so muss, vor dem Endpunkte 1, $\mathfrak{P}(x)$ kleiner als $\log(2)$ sein. Um so mehr muss, für $0 < x < 1$, die Summe der ersten n Glieder von $\mathfrak{P}(x)$ kleiner als $\log(2)$ sein. Dann kann diese ganze Function von x wegen ihrer Stetigkeit auch für $x = 1$ nicht grösser als $\log(2)$ sein. Es ist daher die Summe der ersten n Glieder von $\mathfrak{P}(1)$, wie gross man auch n nehmen mag, kleiner als $\log(2)$; das heisst: es ist $\mathfrak{P}(1)$ convergent und $\leqq \log(2)$.

Andrerseits ist, wenn x vor dem Werth 1 liegt, $\mathfrak{P}(1) > \mathfrak{P}(x)$. $\mathfrak{P}(x)$ kann aber dem Werthe $\log(2)$ beliebig nahe gebracht werden; daher ist $\mathfrak{P}(1) \geqq \log 2$. Daraus folgt: $\mathfrak{P}(1) = \log(2)$.

Betrachten wir q als abhängig von a, b. Wir haben dann

$$q = \frac{x}{2^4} e^{4\mathfrak{P}(x)},$$

wo $x = \dfrac{a^2 - b^2}{a^2}$ ist. Aber diese Darstellung gilt nur, wenn $b^2 < 2a^2$ ist; ist b^2 grösser, so wird x kleiner als -1 und die Reihe divergirt.

Ersetzen wir a durch $\dfrac{a+b}{2}$, b durch $\sqrt{ab}$, und demnach

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2} \text{ durch } \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2,$$

so erhalten wir nicht q, sondern q^2. q selbst ist demnach:

$$q = \frac{\lambda}{2^2} e^{2\mathfrak{P}(\lambda^2)},$$

wo λ die Grösse

$$\lambda = \frac{a-b}{a+b} = \frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1+x}}$$

bedeutet. Diese zweite Form ist bei beliebigen positiven Werthen von a und b, also in Bezug auf x innerhalb der ganzen Strecke von $-\infty$ bis $+1$, convergent.

Wir können dieselbe Transformation noch einmal vornehmen. Dann geht λ in das Quadrat von

$$\mu = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1-\sqrt[4]{1-x}}{1+\sqrt[4]{1-x}}$$

über, und es wird

$$q = \frac{1}{2}\mu e^{\mathfrak{P}(\mu^4)}.$$

$\mathfrak{P}$ ist eine Potenzreihe ohne constantes Glied, im übrigen mit positiven Coefficienten, und es ist $\mathfrak{P}(1) = \log 2$, also kleiner als 1. Da hiernach $\mathfrak{P}(\mu^4) < \mu^4$ ist, so ist der Exponentialfactor zwar grösser als 1, aber kleiner als

$$\frac{1}{1-\mu^4}$$

ist. μ^4 selbst ist kleiner als $\frac{1}{1000}$, wenn das Verhältniss von a zu b zwischen 2 und $\frac{1}{2}$ liegt. Demnach stellt

$$\frac{1}{2}\mu = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

einen Näherungswerth von q dar, der sich von dem wirklichen Werth um weniger als den tausendsten Theil desselben unterscheidet, wenn die grössere der beiden Zahlen a, b kleiner ist als das Doppelte der kleineren.

§ 7.

Es handelt sich jetzt um die Darstellung von ϑ und ϑ_1 durch FOURIER'sche Reihen. Wir nehmen dabei x zwischen 0 und 1 an, so dass auch q eine positive Grösse zwischen 0 und 1 ist. ϑ ist gerade, ϑ_1 ungerade; ϑ bleibt ungeändert, ϑ_1 geht in $-\vartheta_1$ über, wenn man v um π vermehrt. Die Form der Reihen ist daher diese:

$$\vartheta(v) = A_0 + 2A_2\cos(2v) + 2A_4\cos(4v) + \text{etc.}$$
$$\vartheta_1(v) = 2B_1\sin(v) + 2B_3\sin(3v) + \text{etc.}$$

Setzt man die Reihen in die Differentialgleichung $\frac{\partial^2\phi}{\partial v^2} + 4q\frac{\partial\phi}{\partial q} = 0$ ein, der beide Functionen genügen, so erhält man für A_m die Bestimmung

$$4q\frac{dA_m}{dq} = m^2 A_m.$$

Derselben Gleichung genügt B_m; es unterscheidet sich daher A_m, und ebenso B_m, von $q^{\frac{m^2}{4}}$ nur um einen Factor, der unabhängig von q ist:

$$A_m = \mathfrak{A}_m q^{\frac{m^2}{4}}, \quad B_m = \mathfrak{B}_m q^{\frac{m^2}{4}}.$$

$\mathfrak{A}_0$, $\mathfrak{A}_2$ und $\mathfrak{B}_1$ lassen sich leicht bestimmen. Es ist $\vartheta(0) = \sqrt{\alpha}\sqrt[4]{1-\varkappa}$, und die Entwicklung von α nach Potenzen von $\varkappa$ fängt mit $1+\frac{1}{4}\varkappa$ an, also die von $\vartheta(0)$ mit $1-\frac{1}{8}\varkappa$, die von q aber mit $\frac{\varkappa}{16}$. Folglich ist bis auf einen Rest, der von höherer Ordnung unendlich klein wird, $\vartheta(0)$ mit $1-2q$ identisch. Da nun $\vartheta(0) = \mathfrak{A}_0 + 2\mathfrak{A}_2 q + \text{etc.}$ ist, so ist $\mathfrak{A}_0 = 1$, $\mathfrak{A}_2 = -1$.

Ferner geht aus der Differentialgleichung, der x als Function von u genügt, hervor, dass x in $\sin(u)$ übergeht, wenn man $\varkappa = 0$ setzt. Statt $\sin(u)$ können wir schreiben: $\sin(v)$: denn der Factor α, um den sich u von v unterscheidet, wird 1 für $\varkappa = 0$. Da nun

$$\frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta(v)} = x\sqrt[4]{\varkappa}$$

ist, da ferner

$$\vartheta(v) = 1, \qquad \frac{2q^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[4]{\varkappa}} = 1 \text{ für } \varkappa = 0$$

ist, so folgt:

$$\frac{\vartheta_1(v)}{2q^{\frac{1}{4}}} = \sin(v) \text{ für } \varkappa = 0.$$

Mithin ist $\mathfrak{B}_1 = 1$. Von den beiden Fourier'schen Reihen fängt also die eine an mit $1-2q\cos(2v)$, die andere mit $2q^{\frac{1}{4}}\sin(v)$.

Um die Factoren $\mathfrak{A}_m$ und $\mathfrak{B}_m$ sämmtlich zu bestimmen, benutzen wir die Functionaleigenschaft von ϑ und ϑ_1. Wir schreiben, indem wir unter A_{-m} dasselbe verstehen wie unter A_m, unter B_{-m} den zu B_m entgegengesetzten Werth $-B_m$:

$$\vartheta(v) = \sum_{(m \text{ ger.})} A_m \cos(mv),$$

$$\vartheta_1(v) = \sum_{(m \text{ unger.})} B_m \sin(mv);$$

die erste Summe ist über alle geraden, die zweite über alle ungeraden Zahlen m zu erstrecken. Wir bilden

$$P = \vartheta(v+v')\vartheta(v-v').$$

Dann ist

$$P = \sum_{(m,\,n \text{ ger})} A_m A_n \cos m(v+v') \cos n(v-v').$$

Wir können dafür schreiben:

$$P = \sum_{m,\,n \text{ ger}} A_m A_n \cos\left((m+n)v + (m-n)v'\right),$$

und hierfür:

$$P = \sum_{m,\,n \text{ ger.}} A_m A_n \cos\left((m+n)v\right) \cos\left((m-n)v'\right).$$

Denn die Differenz des ersten und zweiten Ausdrucks

$$\sum_{(m,\,n \text{ ger.})} A_m A_n \sin m(v+v') \sin n(v-v')$$

ist gleich o, wie man erkennt, indem man n mit $-n$ vertauscht; die des zweiten und dritten

$$\sum_{(m,\,n \text{ ger.})} A_m A_n \sin\left((m+n)v\right) \sin\left((m-n)v'\right)$$

ebenfalls, wie sich ergiebt, wenn man m mit n vertauscht. — Demnach ist, wenn man $m = \lambda+\mu$, $n = \lambda-\mu$ setzt:

$$P = \sum_{\lambda,\,\mu} A_{\lambda+\mu} A_{\lambda-\mu} \cos(2\lambda v) \cos(2\mu v'),$$

und die Summation ist zu erstrecken erstens über alle Paare gerader, zweitens über alle Paare ungerader Zahlen λ, μ. Danach zerfällt die Summe in zwei Theile; den ersten, wo λ, μ gerade Zahlen sind, bezeichnen wir mit L, den zweiten mit M:

$$P = L + M.$$

L bleibt ungeändert, M geht in $-M$ über, wenn man v um $\frac{\pi}{2}$, und auch, wenn man v' um $\frac{\pi}{2}$ vermehrt.

Betrachten wir P, L, M als Functionen von v allein: $P = P(v)$, $L = L(v)$, $M = M(v)$. $L(v)$ und $M(v)$ lassen sich linear ausdrücken durch das Product $P(v)$, und ein zweites, das aus $P(v)$ entsteht, indem man v' durch einen andern Werth ersetzt. Unter den Functionen, die sich so ausdrücken lassen, sind nur zwei linear unabhängige. Nun haben aber $L(v)$ und $M(v)$ die besonderen Eigenschaften: $L\left(v+\frac{\pi}{2}\right) = L(v)$, $M\left(v+\frac{\pi}{2}\right) = -M(v)$; dadurch sind sie bestimmt, jede bis auf einen von v unabhängigen Factor. Da ausserdem L und M symmetrisch sind in Bezug auf v und v', so können wir setzen:

$$L = r\eta(v)\eta(v'),$$
$$M = s\eta_1(v)\eta_1(v'),$$

wo r und s Factoren bedeuten, die von v und v' unabhängig sind, $\eta(v)$ und $\eta_1(v)$ Functionen, die in der Form

$$\eta(v) = \sum_{(\lambda\ \text{ger.})} C_\lambda \cos(2\lambda v),$$
$$\eta_1(v) = \sum_{(\lambda\ \text{unger.})} D_\lambda \cos(2\lambda v)$$

ausdrückbar sind. Wir nehmen hierbei wieder $C_{-\lambda} = C_\lambda$, $D_{-\lambda} = D_\lambda$ an. Wir haben demnach

$$P = r\sum_{(\lambda,\mu\ \text{ger.})} C_\lambda C_\mu \cos(2\lambda v) co(2\mu v') + s\sum_{(\lambda,\mu\ \text{unger.})} D_\lambda D_\mu \cos(2\lambda v) co(2\mu v').$$

Die Vergleichung dieser Form mit der früheren führt zu den Beziehungen:

$$A_{\lambda+\mu}A_{\lambda-\mu} = rC_\lambda C_\mu \text{ für gerade,}$$
$$A_{\lambda+\mu}A_{\lambda-\mu} = sD_\lambda D_\mu \text{ für ungerade Zahlen } \lambda, \mu.$$

Speciell folgt hieraus, dass für gerade Zahlen λ: $A_\lambda^2 = rC_\lambda C_0$, dass $A_0^2 = rC_0^2$ und $A_2^2 = rC_0 C_2$ ist. Nun ist $A_0 = 1$, $A_2 = -q$ und C_0 können wir gleich 1 annehmen. Dann ist $r = 1$, $C_2 = q^2$, $C_\lambda = A_\lambda^2$. Wenn wir $\mu = 2$ setzen, so folgt:

$$A_{\lambda+2}A_{\lambda-2} = q^2 A_\lambda^2.$$

Diese Formel zeigt, dass der Quotient

$$\frac{A_{\lambda+2}}{A_\lambda q^\lambda}$$

von λ unabhängig ist; setzen wir $\lambda = 0$, so erhalten wir $-q$; es ist daher

$$A_{\lambda+2} = -q^{\lambda+1}A_\lambda.$$

Dies wiederum zeigt, dass

$$(-1)^{\frac{\lambda}{2}}\frac{A_\lambda}{q^{\frac{\lambda^2}{4}}}$$

von λ unabhängig ist. Für $\lambda = 0$ erhalten wir 1; es ist also

$$A_\lambda = (-1)^{\frac{\lambda}{2}} q^{\frac{\lambda^2}{4}}.$$

Damit sind die Coefficienten der ersten Jacobi'schen Thetareihe vollständig bestimmt; es ist:

$$\vartheta(v) = \sum_{(\lambda\ \text{ger.})} (-1)^{\frac{\lambda}{2}} q^{\frac{\lambda^2}{4}} \cos(\lambda v)$$
$$= 1 - 2q\cos(2v) + 2q^4\cos(4v) - \text{ etc.},$$
$$\vartheta(0) = 1 - 2q + 2q^4 - 2q^9 + \text{ etc.}$$

Zugleich ist damit gefunden, dass $C_\lambda = q^{\frac{\lambda^2}{2}}$, und dass, wenn λ, μ ungerade Zahlen sind,

$$sD_\lambda D_\mu = -q^{\frac{\lambda^2+\mu^2}{2}}$$

ist. Hiernach ist es erlaubt, $D_\lambda = q^{\frac{\lambda^2}{2}}$ zu setzen. Dann ist $s = -1$, und es besteht die Gleichung:

$$\vartheta(v+v')\vartheta(v-v') = \eta(v)\eta(v') - \eta_1(v)\eta_1(v'),$$

wo $\eta(v)$ die Summe $\sum q^{\frac{\lambda^2}{2}} \cos(2\lambda v)$ ist, erstreckt über alle geraden Zahlen λ, $\eta_1(v)$ dieselbe Summe, erstreckt über die ungeraden Zahlen.

Es bleibt noch die Entwicklung von $\vartheta_1(v)$ zu finden. Das Product $\vartheta_1(v+v')\vartheta_1(v-v')$ lässt sich ebenfalls linear durch $\eta(v), \eta_1(v)$ ausdrücken; da es aber für $v = v'$ verschwindet, so muss

$$\vartheta_1(v+v')\vartheta_1(v-v') \text{ mit } \eta(v)\eta_1(v') - \eta_1(v)\eta(v')$$

identisch sein — abgesehen höchstens von einem Factor, der von v und offenbar auch von v' unabhängig ist.

Nun ist nach der Definition von η und η_1:

$$\eta(v)\eta_1(v') - \eta_1(v)\eta(v') = \sum (-1)^\lambda q^{\frac{\lambda^2+\mu^2}{2}} \cos(2\lambda v)\cos(2\mu v'),$$

die Summe erstreckt über alle Zahlenpaare λ, μ, bei denen die eine gerade, die andere ungerade ist. Setzen wir $\lambda+\mu = m$, $\lambda-\mu = n$, so sind m, n ungerade Zahlen, und wir erhalten:

$$\eta(v)\eta_1(v') - \eta_1(v)\eta(v') = \sum_{m,\,n \text{ unger.}} (-1)^{\frac{m+n}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \cos((m+n)v)\cos((m-n)v').$$

Dafür können wir setzen:

$$\sum_{m,\,n \text{ unger.}} (-1)^{\frac{m+n}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \cos((m+n)v + (m-n)v'),$$

und dafür:

$$\sum_{m,\,n \text{ unger}} (-1)^{\frac{m-1}{2}} (-1)^{\frac{n-1}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \sin(m(v+v'))\sin(n(v-v')).$$

Hier haben wir direct

$$\eta(v)\eta_1(v') - \eta_1(v)\eta(v') = \vartheta_1(v+v')\vartheta_1(v-v');$$

$\vartheta_1(v)$ ist die Summe

$$\vartheta_1(v) = \sum_{m \text{ unger.}} (-1)^{\frac{m-1}{2}} q^{\frac{m^2}{4}} \sin(mv)$$

$$= 2q^{\frac{1}{4}} \sin(v) - 2q^{\frac{9}{4}} \sin(3v) + \text{etc.},$$

auch der constante Factor ist richtig bestimmt, da $2q^{\frac{1}{4}}\sin(v)$ das Anfangsglied in der Entwicklung von $\vartheta_1(v)$ sein muss.

Wir fügen zu ϑ und ϑ_1 noch die beiden Functionen

$$\vartheta_1\left(v+\frac{\pi}{2}\right)=\vartheta_2(v)\,,\qquad \vartheta\left(v+\frac{\pi}{2}\right)=\vartheta_3(v)$$

hinzu, sodass wir das elegante System der vier Jacobi'schen Reihen haben:

$$\begin{aligned}\vartheta_1(v)&=2q^{\frac{1}{4}}\sin(v)-2q^{\frac{9}{4}}\sin(3v)+\cdots\\ \vartheta_2(v)&=2q^{\frac{1}{4}}\cos(v)+2q^{\frac{9}{4}}\cos(3v)+\cdots\\ \vartheta_3(v)&=1+2q\cos(2v)+2q^4\cos(4v)+\cdots\\ \vartheta(v)&=1-2q\cos(2v)+2q^4\cos(4v)-\cdots,\end{aligned}$$

mit den Nullwerthen:

$$\begin{aligned}\vartheta_2(0)&=2q^{\frac{1}{4}}+2q^{\frac{9}{4}}+2q^{\frac{25}{4}}+\cdots\\ \vartheta_3(0)&=1+2q+2q^4+2q^9+\cdots\\ \vartheta(0)&=1-2q+2q^4-\cdots,\end{aligned}$$

die ihrerseits wichtige Functionen von q darstellen.

Die Function $\vartheta(v)$, die ebenso wie ϑ_2 und ϑ_3 gerade ist, habe ich zuletzt hingeschrieben. Ich würde ihr den Index 4 geben, wenn ich mich für berechtigt hielte, an diesen von Jacobi eingeführten Bezeichnungen irgend etwas zu ändern. Immerhin, wenn man die Thetarelationen übersichtlich und vollständig aufstellen will — eine Aufgabe, der wir uns hier nicht zu unterziehen brauchen —, ist es sehr vortheilhaft, die Reihenfolge ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 und ϑ der vier Functionen festzuhalten und die zuerst definirte Function ϑ als die letzte in der Reihe zu betrachten.

In den »Fundamenta« hat Jacobi nur die beiden Functionen ϑ und ϑ_1, die dort als

$$\Theta\left(\frac{2Kv}{\pi}\right),\qquad \mathrm{H}\left(\frac{2Kv}{\pi}\right)$$

bezeichnet sind.

Nach dem, was zu Anfang bewiesen war, ist

$$\frac{\vartheta(v+v')\vartheta(v-v')}{\vartheta^2(v)\vartheta^2(v')}\quad\text{von } 1-\varkappa f^2(u)f^2(u')\,,$$

$$\frac{\vartheta_1(v+v')\vartheta_1(v-v')}{\vartheta^2(v)\vartheta^2(v')}\quad\text{von } f^2(u)-f^2(u')$$

nur um einen Factor verschieden, der von v und v' unabhängig ist. Setzen wir $v' = \frac{\pi}{2}$, so wird $f(u') = 1$. Daraus folgt, dass sich

$$\frac{\vartheta_3^2(v)}{\vartheta^2(v)} \text{ von } 1 - \varkappa x^2, \quad \frac{\vartheta_2^2(v)}{\vartheta^2(v)} \text{ von } 1 - x^2$$

nur um Factoren unterscheiden, die von v unabhängig sind. Nun sind $x, \sqrt{1-x^2}, \sqrt{1-\varkappa x^2}$ im Wesentlichen nichts Anderes als die drei Coordinaten des Ellipsenpunktes. Diese drei Coordinaten sind demnach, bis auf constante Factoren, den drei Thetaquotienten $\frac{\vartheta_1}{\vartheta}, \frac{\vartheta_2}{\vartheta}, \frac{\vartheta_3}{\vartheta}$ gleich.

Setzt man in der Gleichung

$$\frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta(v)} = x\sqrt[4]{\varkappa}$$

$v = \frac{\pi}{2}$, so wird $x = 1$; man erhält daher:

$$\frac{\vartheta_2(0)}{\vartheta_3(0)} = \sqrt[4]{\varkappa};$$

damit wird $\varkappa$ selbst als Function von q dargestellt. Da ferner

$$\text{Const.} \frac{\vartheta_3^2(v)}{\vartheta^2(v)} = 1 - \varkappa x^2$$

ist, so ergiebt sich, indem man erst $v = \frac{\pi}{2}$, dann $v = 0$ setzt:

$$\frac{\vartheta^4(0)}{\vartheta_3^4(0)} = 1 - \varkappa.$$

Nun ist $\vartheta^4(0) = \alpha^2(1-\varkappa)$; es ist also $\vartheta_3^4(0) = \alpha^2$, und, da $\vartheta_3(0)$ eine positive Grösse ist: $\vartheta_3(0) = \sqrt{\alpha}$. Es bestehen demnach die drei Gleichungen:

$$\vartheta_2(0) = \sqrt{\alpha}\sqrt[4]{\varkappa}; \quad \vartheta_3(0) = \sqrt{\alpha}; \quad \vartheta(0) = \sqrt{\alpha}\sqrt[4]{1-\varkappa}.$$

Aus ihnen folgt:

$$\vartheta_2^4(0) - \vartheta_3^4(0) + \vartheta^4(0) = 0.$$

Wir können noch eine andere Constantenbestimmung hinzufügen. Es sei $\vartheta_1'(v)$ die Ableitung der ungeraden Function $\vartheta_1(v)$. Aus der Gleichung

$$\frac{\vartheta_1}{\vartheta} = x\sqrt[4]{\varkappa} = x\frac{\vartheta_2(0)\vartheta_3(0)}{\alpha}$$

ergiebt sich, wenn man durch v dividirt und dann $v = 0$ setzt:

$$\vartheta_1'(0) = \vartheta_2(0)\vartheta_3(0)\vartheta(0).$$

In einer der nachgelassenen Arbeiten von Gauss (Zur Theorie der neuen Transcendenten II, Werke, Bd. III; der Herausgeber Schering verlegt sie in das Jahr 1808, dasselbe Jahr, in dem die Summatio serierum erschienen ist) findet sich auf S. 445 folgende Bemerkung:

»Die Reihen

$$p = 1 + 2x + 2x^4 + \text{etc.}, \quad \frac{1}{pp} = t$$

$$q = 1 - 2x + 2x^4 - \text{etc.}, \quad \frac{1}{qq} = u$$

werden durch Differentialgleichungen am einfachsten auf folgende Art ausgedrückt:

$$x\frac{dt}{dx} = t', \quad x\frac{dt'}{dx} = t'', \quad x\frac{dt''}{dx} = t''',$$

$$x\frac{du}{dx} = u', \quad x\frac{du'}{dx} = u'', \quad x\frac{du''}{dx} = u''',$$

$$\frac{u}{t} - \frac{t}{u} = 2(tu - ut') = -4u^3t'' = +4t^3u'',$$

$$\frac{t'''}{t''} + 3\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{1}{t^4} + 16\frac{t''}{t}}.«$$

Aber die Differentialbeziehungen werden meiner Ansicht nach einfacher, wenn man statt der beiden Hülfsgrössen t und u das Product und den Quotienten von p und q einführt, und noch einfacher, wenn man

$$p^2 = \alpha, \qquad \left(\frac{q}{p}\right)^4 = 1 - \varkappa$$

setzt; sie werden dann:

$$4\frac{d}{d\varkappa}\left(\varkappa(1-\varkappa)\frac{d\alpha}{d\varkappa}\right) = \alpha, \qquad \frac{dx}{x} = \frac{d\varkappa}{\varkappa(1-\varkappa)\alpha^2}.$$

Dennoch zeigt sich hier, wie tief Gauss in die Beziehungen zwischen den Functionen, die man gewöhnlich als Constanten der Theorie ansieht, eingedrungen ist.

§ 8.

In einer seiner Arbeiten stellt sich Jacobi die Aufgabe: »Den historischen Gang der Entdeckung der elliptischen Functionen umkehrend«, die Theorie der elliptischen Functionen aus den Eigenschaften der Thetareihen abzuleiten (Jacobi, Werke, Bd. I, S. 499—538). Sie ist in mehrfacher Beziehung von Interesse. Erstens deshalb, weil

man, die schönen Reihen zum Ausgangspunkt nehmend, durch ein consequentes, fast allzu schematisches Verfahren, zu den Grundformeln der Theorie der elliptischen Functionen zurückkehrt. Für uns kommt noch ein zweiter Punkt hinzu. Die Entwicklung von ϑ und ϑ_1 beruhte — bei der hier durchgeführten Untersuchung — auf dem Fourier'schen Satz, der nicht zu den elementaren Hülfsmitteln der Analysis gehört. Die Lösung des Jacobi'schen Problems aber hat die Kraft, die erhaltenen Resultate zu verificiren.

Wir wollen, indem wir die alte Aufgabe von Neuem vornehmen, von Jacobi in zweifacher Weise abweichen; erstens dadurch, dass wir uns auch hierbei ganz auf reelle Grössen beschränken, und zweitens dadurch, dass wir alle Grundgleichungen, z. B. auch die Gleichung $D(\alpha) = 0$, direct als Folgen bestimmter Thetarelationen nachweisen. Dabei benutzen wir allerdings auch die partielle Differentialgleichung $\frac{\partial^2 \phi}{\partial v^2} + 4q\frac{\partial \phi}{\partial q} = 0$, der, wie man ohne Weiteres sieht, alle vier Thetareihen, und auch ihre sämmtlichen Ableitungen nach v, genügen.

Wir gehen aus von den definirenden Gleichungen

$$\vartheta(v) = \sum_{m \text{ ger.}} (-1)^{\frac{m}{2}} q^{\frac{m^2}{4}} \cos(mv),$$

$$\vartheta_1(v) = \sum_{m \text{ unger.}} (-1)^{\frac{m-1}{2}} q^{\frac{m^2}{4}} \sin(mv),$$

und bilden $\vartheta(v+v')\vartheta(v-v')$. Den ursprünglichen Ausdruck

$$\sum_{(m,\, n \text{ ger.})} (-1)^{\frac{m+n}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \cos(m(v+v')) \cos(n(v-v'))$$

können wir ersetzen durch

$$\sum_{(m,\, n \text{ ger.})} (-1)^{\frac{m+n}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \cos((m+n)v + (m-n)v')$$

und diesen durch

$$\sum_{(m,\, n \text{ ger.})} (-1)^{\frac{m+n}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \cos(m+n)v \cos(m-n)v';$$

denn es zeigt sich beide Mal, dass die Differenz gleich 0 ist. Es sei nun $m = \lambda + \mu$, $n = \lambda - \mu$. Dann sind λ, μ ganze Zahlen, und zwar beide gerade oder beide ungerade. Wir erhalten somit für $\vartheta(v+v')\vartheta(v-v')$ einen Summenausdruck, der aus zwei Theilen besteht; jeder der beiden Theile hat die Form

$$\sum_{\lambda,\, \mu} (-1)^{\lambda} q^{\frac{\lambda^2+\mu^2}{2}} \cos(2\lambda v) \cos(2\mu v'),$$

aber der eine ist zu erstrecken über alle Paare gerader Zahlen, der andere über alle Paare ungerader. Jeder der beiden Theile ist ein Product zweier Factoren; wir erhalten:

$$\vartheta(v+v')\vartheta(v-v') = \eta(v)\eta(v') - \eta_1(v)\eta_1(v'),$$

wo

$$\eta(v) = \sum_{(\lambda\ \text{ger.})} q^{\frac{\lambda^2}{2}} \cos(2\lambda v)$$

$$\eta_1(v) = \sum_{(\lambda\ \text{unger.})} q^{\frac{\lambda^2}{2}} \cos(2\lambda v)$$

ist. Genau so verfahren wir mit $\vartheta_1(v+v')\vartheta_1(v-v')$. Wir erhalten zuerst:

$$-\sum_{(m,\,n\ \text{unger.})} (-1)^{\frac{m+n}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \sin(m(v+v')) \sin(n(v-v'));$$

dann:

$$\sum_{(m,\,n\ \text{unger.})} (-1)^{\frac{m+n}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \cos((m+n)v+(m-n)v'),$$

schliesslich:

$$\sum_{(m,\,n\ \text{unger.})} (-1)^{\frac{m+n}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \cos((m+n)v) \cos((m-n)v').$$

Nun sei wieder $m = \lambda+\mu$, $n = \lambda-\mu$. Dann sind λ, μ ganze Zahlen, und entweder λ gerade, μ ungerade, oder umgekehrt. Hiernach zerfällt die Summe in zwei Theile. Der eine ist

$$\sum_{(\lambda\ \text{ger.},\ \mu\ \text{unger.})} q^{\frac{\lambda^2+\mu^2}{2}} \cos(2\lambda v) \cos(2\mu v') = \eta(v)\eta_1(v'),$$

der andere ist $-\eta_1(v)\eta(v')$. Es ist daher:

$$\vartheta_1(v+v')\vartheta_1(v-v') = \eta(v)\eta_1(v') - \eta_1(v)\eta(v').$$

Endlich werde noch $\vartheta(v+v')\vartheta_1(v-v')$ gebildet, also:

$$\sum_{m\ \text{ger.},\ n\ \text{unger.}} (-1)^{\frac{m+n-1}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \cos(m(v+v')) \sin(n(v-v'))$$

$$= \sum_{m\ \text{ger.},\ n\ \text{unger.}} (-1)^{\frac{m+n-1}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \sin((m+n)v+(m-n)v').$$

Wir können dies zerlegen in eine gerade und eine ungerade Function von v; und zwar ist der erste Bestandtheil

$$= \frac{1}{2} \sum (-1)^{\frac{-m+n-1}{2}} q^{\frac{m^2+n^2}{4}} \cos((m+n)v) \sin((m-n)v'),$$

die Summation erstreckt über alle Zahlenpaare m, n, deren Differenz ungerade ist. Man sieht sofort, indem man $m+n=\lambda$, $m-n=\mu$ setzt, dass dies zerfällt in das Product einer Function von v mit einer von v'. Von dem zweiten Bestandtheil gilt dasselbe. Es ist daher auch $\vartheta(v+v')\vartheta_1(v-v')$ linear und homogen ausdrückbar durch zwei Functionen von v allein, mit Coefficienten, die von v' abhängen.

Um die Hülfsfunctionen η, η_1, die in den Gleichungen

$$\vartheta(v+v')\vartheta(v-v') = \eta(v)\eta(v')-\eta_1(v)\eta_1(v')$$
$$\vartheta_1(v+v')\vartheta_1(v-v') = \eta(v)\eta_1(v')-\eta_1(v)\eta(v')$$

vorkommen, zu eliminiren, setzen wir erst eine, dann beide Veränderlichen gleich 0. Aus den Formeln, die wir so erhalten:

$$\vartheta^2(v) = \eta(0)\eta(v)-\eta_1(0)\eta_1(v),$$
$$\vartheta_1^2(v) = \eta_1(0)\eta(v)-\eta(0)\eta_1(v),$$
$$\vartheta^2(0) = \eta^2(0)-\eta_1^2(0)$$

folgt, dass

$$\text{I.} \quad \vartheta^2(0)\vartheta(v+v')\vartheta(v-v') = \vartheta^2(v)\vartheta^2(v')-\vartheta_1^2(v)\vartheta_1^2(v')$$
$$\text{II.} \quad \vartheta^2(0)\vartheta_1(v+v')\vartheta_1(v-v') = \vartheta_1^2(v)\vartheta^2(v')-\vartheta^2(v)\vartheta_1^2(v')$$

ist. Dazu tritt noch eine dritte Gleichung. Zwischen $\vartheta(v+v')\vartheta_1(v-v')$, $\vartheta(v)\vartheta_1(v)$ und $\vartheta\left(v+\frac{\pi}{2}\right)\vartheta_1\left(v-\frac{\pi}{2}\right) = -\vartheta_2(v)\vartheta_3(v)$ muss eine lineare Gleichung bestehen, da alle drei Producte sich durch dieselben beiden Functionen von v allein ausdrücken lassen; die Coefficienten bestimmen sich, indem man $v=0$ und $v=v'$ setzt; man erhält:

$$\text{III.} \quad \vartheta_2(0)\vartheta_3(0)\vartheta(v+v')\vartheta_1(v-v') = \vartheta(v)\vartheta_1(v)\vartheta_2(v')\vartheta_3(v')-\vartheta_2(v)\vartheta_3(v)\vartheta(v')\vartheta_1(v').$$

Zu den drei Hauptgleichungen treten nun eine Anzahl von speciellen; zunächst die folgenden:

$$\text{IV.} \quad \vartheta^2(0)\vartheta_3^2(v) = \vartheta_3^2(0)\vartheta^2(v)-\vartheta_2^2(0)\vartheta_1^2(v),$$
$$\text{V.} \quad \vartheta^2(0)\vartheta_2^2(v) = \vartheta_2^2(0)\vartheta^2(v)-\vartheta_3^2(0)\vartheta_1^2(v),$$
$$\text{VI.} \quad \vartheta^4(0) = \vartheta_3^4(0)-\vartheta_2^4(0),$$

die sich aus I und II ergeben, wenn man erst v', dann auch noch v gleich $\frac{\pi}{2}$ setzt. Ferner folgt aus III, indem man $v'=-v$ annimmt:

$$\frac{\vartheta_1(2v)}{2\vartheta_1(v)} = \frac{\vartheta_2(v)}{\vartheta_2(0)}\cdot\frac{\vartheta_3(v)}{\vartheta_3(0)}\cdot\frac{\vartheta(v)}{\vartheta(0)}.$$

Wenn man den Ausdruck auf der rechten Seite nach Potenzen von v entwickelt, so ist der Coefficient von v^2:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\vartheta_2''(0)}{\vartheta_2(0)}+\frac{\vartheta_3''(0)}{\vartheta_3(0)}+\frac{\vartheta''(0)}{\vartheta(0)}\right).$$

Aber es ist auch

$$\frac{\vartheta_1(2v)}{2\vartheta_1(v)} = 1 + \frac{1}{2}\frac{\vartheta_1'''(0)}{\vartheta_1'(0)} v^2 + \text{ etc.}$$

Nun ist, der partiellen Differentialgleichung zufolge, der $\vartheta_2(v), \vartheta_3(v), \vartheta(v)$ und auch $\vartheta_1'(v)$ genügen:

$$\vartheta_2''(0) = -4q\frac{d\vartheta_2(0)}{dq}, \qquad \vartheta_3''(0) = -4q\frac{d\vartheta_3(0)}{dq},$$

$$\vartheta''(0) = -4q\frac{d\vartheta(0)}{dq}, \qquad \vartheta_1'''(0) = -4q\frac{d\vartheta_1'(0)}{dq};$$

es ist daher

$$\frac{1}{\vartheta_1'(0)}\frac{d\vartheta_1'(0)}{dq} = \frac{1}{\vartheta_2(0)}\frac{d\vartheta_2(0)}{dq} + \frac{1}{\vartheta_3(0)}\frac{d\vartheta_3(0)}{dq} + \frac{1}{\vartheta(0)}\frac{d\vartheta(0)}{dq},$$

und hieraus folgt, dass sich $\vartheta_1'(0)$ von $\vartheta_2(0)\vartheta_3(0)\vartheta(0)$ höchstens um einen von q unabhängigen Factor unterscheiden kann. Aber dieser Factor ist 1, denn

$$\frac{\vartheta_1'(0)}{2q^{\frac{1}{4}}} \text{ und } \frac{\vartheta_2(0)}{2q^{\frac{1}{4}}}$$

erhalten für $q = 0$ den Werth 1, und $\vartheta_3(0), \vartheta(0)$ werden gleichfalls 1 für $q = 0$. Es ist also:

VII. $$\vartheta_1'(0) = \vartheta_2(0)\vartheta_3(0)\vartheta(0).$$

Wir differenziren die Gleichung III nach v' und setzen dann v' gleich 0. Dadurch ergiebt sich, mit Benutzung der Formel VII:

VIII. $$\vartheta(v)\frac{d\vartheta_1(v)}{dv} - \vartheta_1(v)\frac{d\vartheta(v)}{dv} = \vartheta^2(0)\vartheta_2(v)\vartheta_3(v).$$

$\vartheta_2(0), \vartheta_3(0)$ und $\vartheta(0)$ sind in dem Intervall von 0 bis 1, das wir hier nur in Betracht ziehen, Functionen von q, die positive Werthe haben. Die beiden ersten sind durch die Reihen direct als positive Grössen gegeben. $\vartheta(0)$ kann für keinen der Werthe von q verschwinden, was unter Anderem aus der zuletzt aufgestellten Gleichung VIII deutlich hervorgeht. Demnach kann die Function $\vartheta(0) = 1 - 2q +$ etc., die für kleine Werthe von q offenbar positiv ist, nicht ihr Vorzeichen wechseln.

Wir führen nun

IX. $$\alpha = \vartheta_3^2(0), \qquad \varkappa = \left(\frac{\vartheta_2(0)}{\vartheta_3(0)}\right)^4$$

ein. Zufolge dieser Definition und der zwischen $\vartheta_2(0), \vartheta_3(0), \vartheta(0)$ bestehenden Gleichung VI ist:

X. $$\vartheta_2(0) = \sqrt{\alpha}\sqrt[4]{\varkappa}, \qquad \vartheta_3(0) = \sqrt{\alpha}, \qquad \vartheta(0) = \sqrt{\alpha}\sqrt[4]{1-\varkappa}.$$

Jetzt führen wir die elliptische Function $x = f(u)$ ein, indem wir setzen:

$$\text{XI.} \qquad \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta(v)} = x\sqrt[4]{\varkappa}, \qquad u = \alpha v.$$

Dann führt die Formel VIII zu der Differentialgleichung

$$\text{XII.} \qquad \left(\frac{dx}{du}\right)^2 = (1-x^2)(1-\varkappa x^2).$$

Aber das Verfahren ist damit noch nicht abgeschlossen. Wir differenziren die Gleichung IV zweimal nach v und setzen dann $v = 0$. Wir erhalten dann zunächst:

$$\vartheta^2(0)\vartheta_3(0)\vartheta_3''(0) = \vartheta_3^2(0)\vartheta(0)\vartheta''(0) - \vartheta_2^2(0)(\vartheta_1'(0))^2$$

und daraus, indem wir

$$\vartheta_3''(0) \text{ durch } -4q\frac{d\vartheta_3(0)}{dq}, \qquad \vartheta''(0) \text{ durch } -4q\frac{d\vartheta(0)}{dq},$$
$$\vartheta_1'(0) \text{ durch } \vartheta_2(0)\vartheta_3(0)\vartheta(0)$$

ersetzen:

$$q\frac{d}{dq}\log\left(\frac{\vartheta_3(0)}{\vartheta(0)}\right)^4 = \vartheta_2^4(0).$$

Da

$$\vartheta_2^4(0) = \varkappa\alpha^2, \ \vartheta_3^4(0) = \alpha^2, \ \vartheta^4(0) = (1-\varkappa)\alpha^2$$

ist, so erhalten wir

$$q\frac{d}{dq}\log\left(\frac{1}{1-\varkappa}\right) = \varkappa\alpha^2,$$

oder:

$$\text{XIII.} \qquad \frac{dq}{q} = \frac{d\varkappa}{\varkappa(1-\varkappa)\alpha^2}.$$

Dazu treten zwei Folgerungen aus der Gleichung I. Wir differenziren sie zweimal nach v und setzen dann $v = 0$; wir erhalten so:

$$\vartheta^2(0)\left(\vartheta(v)\vartheta''(v) - (\vartheta'(v))^2\right) = \vartheta(0)\vartheta''(0)\vartheta^2(v) - (\vartheta_1'(0))^2\vartheta_1^2(v).$$

Wir differenziren auch diese zweimal nach v, setzen $v = 0$ und erhalten:

$$\vartheta^2(0)\left(\vartheta(0)\vartheta''''(0) - 3(\vartheta''(0))^2\right) = -2(\vartheta_1'(0))^4.$$

Die eine dieser Gleichungen giebt die Beziehung der Function ϑ zur Bogenfunction s, die andere liefert die Differentialgleichung für α, beides in sehr versteckter Form. Es ist

$$\vartheta''(0) = -4q\frac{d\vartheta(0)}{dq}, \quad \vartheta''''(0) = -4q\frac{d\vartheta''(0)}{dq}.$$

Der Gleichung XIII zufolge ist aber $q\dfrac{d\varkappa}{dq} = \varkappa\vartheta^4(0)$. Es ist demnach auch:

$$\vartheta''(0) = -4\varkappa\vartheta^4(0)\frac{d\vartheta(0)}{d\varkappa},\quad \vartheta''''(0) = -4\varkappa\vartheta^4(0)\frac{d\vartheta''(0)}{d\varkappa}.$$

Da ausserdem

$$(\vartheta_1'(0))^2 = (\vartheta(0))^6\frac{\sqrt{\varkappa}}{1-\varkappa}$$

ist, so haben wir eine erste Reduction:

$$\vartheta(v)\vartheta''(v) - (\vartheta'(v))^2 = -4\varkappa\vartheta^3(0)\frac{d\vartheta(0)}{d\varkappa}\vartheta^2(v) - \frac{\vartheta^4(0)\sqrt{\varkappa}}{1-\varkappa}\vartheta_1^2(v),$$

$$-4\left(\vartheta(0)\frac{d\vartheta''(0)}{d\varkappa} - 3\vartheta''(0)\frac{d\vartheta(0)}{d\varkappa}\right) = -2\vartheta^6(0)\frac{1}{(1-\varkappa)^2}.$$

In der ersten Gleichung setzen wir

$$\frac{\vartheta_1^2(v)}{\vartheta^2(v)} = x^2\sqrt{\varkappa}.$$

Dann wird:

$$\frac{d^2\log\vartheta(v)}{dv^2} = -4\varkappa\vartheta^3(0)\frac{d\vartheta(0)}{d\varkappa} - \frac{\vartheta^4(0)}{1-\varkappa}\varkappa x^2.$$

Die zweite lässt sich so schreiben:

$$2\frac{d}{d\varkappa}\left(\frac{\vartheta''(0)}{(\vartheta(0))^3}\right) = \frac{\vartheta^2(0)}{(1-\varkappa)^2}.$$

Die erste Gleichung dividiren wir durch

$$\alpha^2 = \frac{\vartheta^4(0)}{1-\varkappa}$$

und erhalten so:

$$\frac{d^2\log(\vartheta)}{du^2} = -4\varkappa(1-\varkappa)\frac{1}{\vartheta(0)}\frac{d\vartheta(0)}{d\varkappa} - \varkappa x^2.$$

In der zweiten ersetzen wir

$$\frac{\vartheta''(0)}{(\vartheta(0))^3} \text{ durch } -4\varkappa\vartheta(0)\frac{d\vartheta(0)}{d\varkappa}.$$

Dadurch entsteht:

$$\text{XIV.}\qquad 4\frac{d}{d\varkappa}\left(\varkappa\frac{d\vartheta^2(0)}{d\varkappa}\right) = -\frac{\vartheta^2(0)}{(1-\varkappa)^2}.$$

Dies ist nicht geradezu die Gleichung $D(\alpha) = 0$, aber sie lässt sich unmittelbar in diese überführen, wenn man $\vartheta^2(0) = \alpha\sqrt{1-\varkappa}$ setzt.

Die erste Gleichung aber können wir so schreiben:

$$\frac{d^2 \log(\vartheta)}{du^2} = -\frac{\rho}{\alpha} + 1 - \varkappa x^2$$

und indem wir integriren:

XV. $$s = \frac{\rho}{\alpha} u + \frac{1}{\vartheta} \frac{d\vartheta}{du}.$$

Dabei ist:

$$\frac{\rho}{\alpha} = 1 + 4\varkappa(1-\varkappa) \frac{1}{\vartheta(0)} \frac{d\vartheta(0)}{d\varkappa},$$

$$= 1 + 2\varkappa(1-\varkappa) \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{d\varkappa} - \varkappa,$$

somit

XVI. $$\rho = 2\varkappa(1-\varkappa) \frac{d\alpha}{d\varkappa} + (1-\varkappa)\alpha.$$

Es fragt sich jetzt, was durch alle diese Rechnungen erreicht ist. Wir haben die Differentialgleichung $D(\alpha) = 0$, die in der Formel XIV enthalten ist, und zwar ist $\alpha = \dfrac{\vartheta^2(0)}{\sqrt{1-\varkappa}}$ diejenige Lösung derselben, die gleich 1 wird für $\varkappa = 0$. Es ist ferner q diejenige Lösung der Gleichung

$$\frac{dq}{q} = \frac{d\varkappa}{\varkappa(1-\varkappa)\alpha^2},$$

die der Bedingung

$$\frac{2q^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[4]{\varkappa}} = 1 \text{ für } \varkappa = 0$$

genügt. Es sind demnach α und q genau dieselben Functionen von $\varkappa$, x genau dieselbe von u und $\varkappa$, die vor der Aufstellung der Thetareihen betrachtet wurden. Damit ist die Darstellung der Function $x = f(u)$ durch Thetareihen von der Anwendung des FOURIER'schen Satzes unabhängig gemacht. —

Wenn man imaginäre Werthe zulässt, kann man schreiben:

$$\vartheta(v) = \sum_{n \text{ ger.}} (-1)^{\frac{n}{2}} q^{\frac{n^2}{4}} e^{inv},$$

$$i\vartheta_1(v) = \sum_{n \text{ unger.}} (-1)^{\frac{n-1}{2}} q^{\frac{n^2}{4}} e^{inv}.$$

Diese Summen werden in die ursprünglichen Ausdrücke übergeführt, indem man je zwei Glieder, die zu entgegengesetzten Zahlen gehören, zusammenfasst. Es ist leicht zu erkennen, dass sie auch bei

imaginären Werthen von v und q convergent sind, mit der einzigen Beschränkung, dass der absolute Werth von q kleiner als 1 sein muss. Die neuen Ausdrücke zeigen ausserdem, dass die elliptische Function $f(u)$ eine doppelte Periodicität hat. Ersetzt man n durch $n+2$, so erhält man:

$$\vartheta(v) = -qe^{2iv}\sum_{n \text{ ger.}} (-1)^{\frac{n}{2}} q^{\frac{n^2}{4}} (qe^{iv})^n .$$

Daher ist, für $q = e^{\omega}$:

$$\vartheta(v) = -qe^{2iv}\vartheta(v - i\omega) .$$

Dieselbe Gleichung gilt für $\vartheta_1(v)$. Daraus geht hervor, dass der Quotient der beiden Theta ungeändert bleibt, wenn man v um $i\omega$ vermindert oder vermehrt. Führt man eine Grösse β ein durch die Gleichung $\omega = -\frac{\pi\beta}{\alpha}$, so bleibt das Quadrat des Thetaquotienten ungeändert, sowohl wenn man v um π, als auch wenn man v um $\frac{\pi i\beta}{\alpha}$ vermehrt; $x^2 = f^2(u)$ bleibt ungeändert, wenn man $\pi\alpha$, aber auch wenn man $\pi i\beta$ zu u hinzufügt.

Ersetzt man in den beiden Reihen n durch $n+1$, so erhält man die nothwendig imaginäre Transformation, durch welche die beiden Theta in einander übergeführt werden:

$$i\vartheta(v) = q^{\frac{1}{4}} e^{iv}\vartheta_1\left(v - \frac{i\omega}{2}\right),$$

$$i\vartheta_1(v) = q^{\frac{1}{4}} e^{iv}\vartheta\left(v - \frac{i\omega}{2}\right).$$

§ 9.

Die logarithmische Modulfunction $\omega = -\pi\frac{\beta}{\alpha}$, die mit dem Jacobischen Modul durch die Gleichung $q = e^{\omega}$ verbunden ist, ist nächst der Thetareihe das Wichtigste, was durch die Arbeiten Jacobi's sowie durch die von Gauss über elliptische Functionen zur Analysis hinzugekommen ist; sie ist noch wichtiger geworden durch ihren Zusammenhang mit einer neueren Entdeckung, der des Picard'schen Satzes. Ähnlich wie es bei der Thetareihe der Fall ist, bleiben die Eigenschaften der Modulfunction im Wesentlichen bestehen, wenn man ihr einen constanten Factor hinzufügt. Dieser Factor ist verschieden gewählt worden. Gauss setzt: $q = e^{-\pi t}$: Weierstrass $q = e^{\pi i\tau}$. Der letzteren Bestimmung des constanten Factors können wir uns deshalb

nicht anschliessen, weil wir auch die Eigenschaften der Modulfunction auf Beziehungen zwischen reellen Veränderlichen gründen, die Grösse τ aber nicht existirt, wenn man sich auf reelle Grössen beschränkt. Aber auch die Gauss'sche Definition hat den Nachtheil, dass durch sie der Factor π in die Differentialbeziehungen zwischen den Hülfsgrössen eingeführt würde. Wir haben dies bisher vermieden, indem wir die Legendre'schen K und E von dem Factor $\frac{\pi}{2}$ befreiten. Allerdings tritt, wenn man $q = e^{\omega}$ setzt — was der Sache nach mit der Riemann'schen Darstellung der Thetareihe übereinstimmt —, die Grösse πi in den Relationen zwischen den verschiedenen Zweigen der vieldeutigen Function ω auf. Das ist natürlich und braucht nicht geändert zu werden.

ω ist definirt als reelle, und zwar negative Grösse für die reellen Werthe von x zwischen 0 und 1, sie wächst beständig, von $-\infty$ bis 0, wenn die Variable das Intervall in der Richtung von 0 nach 1 durchläuft. Diese negative Grösse ist, bis auf den Factor $-\pi$, als Quotient zweier Integrale gegeben, von denen das eine aus dem andern hervorgeht, wenn man x durch $1-x$ ersetzt. Es ist daher $\frac{\pi^2}{\omega}$ dieselbe Function von $1-x$, die ω von x ist. Zur Werthbestimmung von ω haben wir den Summenausdruck

$$\omega = \log\left(\frac{\lambda}{2^2}\right) + 2\mathfrak{P}(\lambda^2)\,,$$

wobei

$$\lambda = \frac{1-\sqrt{1-x}}{1+\sqrt{1-x}}$$

ist; $\mathfrak{P}(\lambda^2)$ ist eine Potenzreihe von λ^2 ohne constantes Glied, sonst mit positiven Coefficienten, die noch für $\lambda = 1$ convergirt, und zwar ist $\mathfrak{P}(1) = \log(2)$.

Wir betrachten jetzt x als complexe Veränderliche: wir lassen alle imaginären Werthe zu und schliessen nur diejenigen reellen aus, die grösser als 1 sind. Innerhalb des so definirten Gebiets, dessen Grenze ein Theil der reellen Linie ist, kann $1-x$ nicht negativ, $\sqrt{1-x}$ nicht rein imaginär, der reelle Theil von $\sqrt{1-x}$ nicht 0 werden. Der reelle Theil von $\sqrt{1-x}$ ist demnach beständig positiv; daraus folgt, dass λ, absolut genommen, kleiner als 1 und $\mathfrak{P}(\lambda^2)$ convergent bleibt.

Demnach wird durch den Summenausdruck ein Zweig der Function ω definirt für die ganze Ebene mit Ausschluss der reellen Strecke von 1 bis ∞. Dieser Zweig ist selbst nicht eindeutig. Er wird singu-

lär im Punkte $x = 0$, und zwar wie $\log(x)$, denn die Differenz zwischen $\log(x)$ und $\log(\lambda)$ bleibt regulär im ganzen Gebiet; auf einer geschlossenen Linie, die den Nullpunkt umkreist, ändert sich ω um $2\pi i$. Um die Function in einem beschränkteren Bereich eindeutig zu definiren, schliessen wir noch ein zweites Stück der reellen Linie, das von 0 bis $-\infty$, aus. Wir erhalten so einen Bereich R, der doppelt symmetrisch ist; die eine Symmetrieachse ist die reelle Linie, die andere steht senkrecht darauf und halbirt das Intervall von 0 bis 1. Innerhalb R ist ein Zweig der Function ω eindeutig definirt, wenn wir festsetzen, dass ω auf der Geraden zwischen 0 und 1 reell sein soll; wir nennen ihn den Zweig der directen Werthe. Auf den beiden Strecken, die die Grenze von R bilden, hat dieser Zweig verschiedene Werthe, je nachdem man sich der Grenze von oben oder von unten nähert: man hat deshalb bei jeder der beiden Strecken eine obere und eine untere Seite zu unterscheiden. Auf der oberen Seite der linken Strecke ist offenbar der imaginäre Theil von ω gleich $+\pi i$, auf der unteren $-\pi i$; es ist daher $\omega = \pm\pi i + t$, wo t eine reelle Grösse bedeutet. Diese ist nichts Anderes als der directe Werth der Modulfunction im Punkte $\frac{x}{x-1}$, der auf der Strecke zwischen 0 und 1 liegt, wenn x selbst zwischen 0 und $-\infty$ angenommen wird. Denn vertauscht man x mit $\frac{x}{x-1}$, so geht λ in $-\lambda$ und somit e^{ω} in $-e^{\omega}$ über. t ist demnach negativ und nimmt beständig zu von $-\infty$ bis 0, wenn x vom Nullpunkt aus die linke Strecke durchläuft.

Ähnlich verhält es sich auf der rechten Strecke. Die Gleichung $\omega(x)\omega(1-x) = \pi^2$ ist aufgestellt unter der Voraussetzung, dass x einer der reellen Punkte innerhalb R ist; sie besteht demnach für das ganze Gebiet. Es ist daher, wenn ω den directen Zweig bedeutet, $\frac{\pi^2}{\omega}$ innerhalb R genau dieselbe Function von $1-x$, wie ω selbst von x. Die Substitution von $1-x$ für x bedeutet eine Drehung der Ebene um den Schnittpunkt der beiden Symmetrieachsen, und zwar um einen Winkel von 180°. Das Innere von R geht dadurch in sich selbst über, die beiden Strecken vertauschen sich, und zwar wird die untere Seite der linken Strecke zur oberen der rechten. Es ist daher auf der rechten Strecke

$$\frac{\pi^2}{\omega} = \mp\pi i + \tau,$$

wo das obere oder untere Zeichen gilt, je nachdem man sich einem Punkte der rechten Strecke von oben oder von unten nähert, und

wo τ eine reelle Grösse bedeutet, die beständig zunimmt, von $-\infty$ bis 0, wenn x vom Punkte 1 aus die rechte Strecke durchläuft.

Damit sind die Werthfolgen des directen Zweiges der Modulfunction an der Grenze von R festgestellt. Aber wir übersehen jetzt auch die volle Vieldeutigkeit der Function. Denn einerseits ist ω gleich einer analytischen Function, definirt für alle Punkte der Ebene, mit Ausnahme der rechten Strecke, die singulär und vieldeutig wird wie $\log(x)$; andererseits ist $\frac{\pi^2}{\omega}$ gleich einer analytischen Function, definirt für die ganze Ebene, mit Ausnahme der linken Strecke, die singulär und vieldeutig wird wie $\log(1-x)$. Denken wir uns eine Linie, die nicht durch die Punkte 0 und 1 hindurchgeht, die sich auch nicht in's Unendliche erstreckt; sie möge zuerst, beliebig oft, die linke Strecke durchschneiden, dann die rechte, dann wieder die linke u. s. f. Dann wird zuerst der directe Zweig ω in $2m\pi i+\omega$ übergehen; wir schreiben dafür

$$2m\pi i+\frac{\pi^2}{\omega'},$$

wo $\omega'=\frac{\pi^2}{\omega}$ ist. Durch die nun folgenden Durchkreuzungen der Linie mit der andern Strecke geht

$$\omega' \text{ in } 2n\pi i+\omega'=2n\pi i+\frac{\pi^2}{\omega}$$

über u. s. f. Wir sehen auf diese Weise: ω ist eine unendlich vielwerthige Function, die sich in der ganzen Ebene, mit Ausschluss der Punkte $0, 1, \infty$, zum mindesten wie eine rationale verhält, und deren Zweige aus dem directen durch Transformationen von der Form

$$\omega'=\pi i\cdot\frac{\alpha\omega+\beta\pi i}{\gamma\omega+\delta\pi i}$$

hervorgehen; dabei sind $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ganze Zahlen, die der Bedingung $\alpha\delta-\beta\gamma=1$ genügen. Wir nennen eine Grösse ω', die mit ω durch eine solche Gleichung verbunden ist, congruent ω; zwei Grössen, die congruent ω sind, sind auch einander congruent.

Es kommt hinzu, dass die Modulfunction, abgesehen von den drei singulären Punkten, nie unendlich wird und auch nie verschwindet, dass auch ihr reeller Theil nie verschwindet und somit stets negativ bleibt. In Bezug auf den directen Zweig geht dies für die Punkte innerhalb R deutlich aus der Gleichung $\omega=\log\left(\frac{\lambda}{2^2}\right)+2\mathfrak{P}(\lambda^2)$ hervor. Denn da die Coefficienten von $\mathfrak{P}(\lambda^2)$ positiv sind, so ist der

absolute Werth von $\mathfrak{P}(\lambda^2)$ kleiner oder gleich $\mathfrak{P}(\rho)$, wo $\rho = |\lambda^2|$ ist; da $\rho < 1$ ist, so ist $\mathfrak{P}(\rho) < \mathfrak{P}(1)$, also kleiner als $\log(2)$. Daraus folgt, dass der reelle Theil von $\mathfrak{P}(\lambda^2)$ zwischen $\log(2)$ und $-\log(2)$, der von ω zwischen $\log|\lambda|$ und $\log\left|\frac{\lambda}{2^4}\right|$ liegt. Für die Punkte an der Grenze muss, schon wegen der Stetigkeit der Function, dasselbe gelten.

Die beiden Logarithmen sind offenbar negativ. Es hat daher der reelle Theil des directen Zweiges von ω in jedem Punkte innerhalb und auf der Grenze von R einen endlichen von 0 verschiedenen negativen Werth. Nehmen wir aber einen andern Zweig ω', so ist dieser mit ω durch eine Gleichung von der angegebenen Form verbunden. Daraus folgt, wenn wir mit $-D$ den reellen Theil von ω, mit $-D'$ den von ω' bezeichnen: $D' = D\varepsilon^2$, wo

$$\varepsilon = \left|\frac{\pi i}{\gamma\omega + \delta\pi i}\right|$$

ist. Diese Grösse ε kann, wenn wir von den drei singulären Punkten absehen, weder 0 noch ∞ sein.

Nehmen wir irgend einen Punkt $\varkappa$ und den zugehörigen directen Werth ω. Zu den Grössen, die congruent ω sind, gehören nicht nur die sämmtlichen Werthe der Modulfunction im Punkte $\varkappa$, sondern auch die, welche sie in den Punkten

$$1-\varkappa, \qquad \frac{\varkappa}{\varkappa-1}, \qquad \frac{1}{\varkappa}, \qquad \frac{1}{1-\varkappa}, \qquad \frac{\varkappa-1}{\varkappa}$$

annimmt. Denn erstens gehört $\frac{\pi^2}{\omega} = \omega(1-\varkappa)$ auch zu den Werthen, die congruent ω sind. Ferner gehört dazu $\omega + \pi i$, und dies ist ein Werth der Modulfunction im Punkte $\frac{\varkappa}{\varkappa-1}$. Für die übrigen Punkte der aufgestellten Reihe ergiebt sich dasselbe durch Zusammensetzung der beiden Substitutionen.

Fügen wir zu den aufgestellten fünf Werthen noch $\varkappa$ selbst hinzu, so bekommen wir eine Gruppe von sechs Punkten, die wir als Gruppe $(\varkappa)$ bezeichnen wollen. Das Resultat dieser ersten Untersuchung lässt sich dann so aussprechen:

Die Modulfunction ist eine unendlich-vieldeutige, die aber nur drei singuläre Punkte: $\varkappa = 0, 1, \infty$ besitzt. Ihr reeller Theil bleibt beständig negativ. Die sämmtlichen Werthe, die sie in den sechs Punkten einer Gruppe annehmen kann, sind in dem definirten Sinne einander congruent.

§ 10.

Wir betrachten jetzt nur die directen Werthe der Modulfunction. Dann ist die Function im beschränkten Gebiet R, sogar an der Grenze, eine eindeutig definirte, wenn wir, wie es geschehen muss, die Grenzstrecken als zweiseitig annehmen. Singulär wird sie nur in den Eckpunkten $0, 1, \infty$. Da sie reell ist auf der reellen Linie, soweit diese innerhalb R verläuft, so hat sie in conjugirten Punkten conjugirte Werthe. Nun ist, wenn wir mit ω den Werth der Function im Punkte x bezeichnen, $\frac{\pi^2}{\omega}$ ihr Werth im Punkte $1-x$. Auf der zweiten Symmetrieachse, wo $|x| = |1-x|$ ist, sind x und $1-x$ conjugirte Werthe, also auch ω und $\frac{\pi^2}{\omega}$. Daraus folgt, dass auf dieser Linie der absolute Werth von ω gleich π ist.

Ist ferner x ein Punkt der oberen Halbebene, so ist $\omega - \pi i$ der Werth der Function im Punkte $\frac{x}{x-1}$. Dies ist bewiesen für den Grenzfall, wo x der oberen Seite der linken Strecke angehört; es muss offenbar bestehen bleiben, wenn sich x von dieser Strecke nach oben entfernt. Ganz ebenso ist, wenn wir unter x einen Punkt der unteren Halbebene verstehen, $\omega + \pi i$ der Werth der Function im Punkte $\frac{x}{x-1}$.

Beschränken wir nun x auf den Kreis $|x-1| = 1$, so ist hier $\frac{x}{x-1}$ der conjugirte Werth von x. Infolgedessen ist $|\omega - \pi i| = |\omega|$, wenn x der oberen, $|\omega + \pi i| = |\omega|$, wenn x der unteren Hälfte dieser Kreislinie angehört.

Lassen wir x die ganze Begrenzung von R durchlaufen, und zwar so, dass das Innere von R durchweg zur Linken bleibt; zuerst, nach dem Nullpunkt zu, die obere Seite der linken Grenze, dann, in entgegengesetzter Richtung, die untere Seite derselben. Alsdann folgt die untere Seite der rechten Strecke bis zum Punkte 1, und von 1 aus die obere Seite der rechten Strecke. Wir haben demnach vier auf einander folgende Theile der Begrenzung zu unterscheiden. Auf dem ersten ist $\omega = \pi i + t$, und t nimmt ab von 0 bis $-\infty$; auf dem zweiten ist $\omega = -\pi i + t$, t nimmt zu von $-\infty$ bis 0; auf dem dritten ist $\frac{\pi^2}{\omega} = \pi i + \tau$, τ nimmt ab von 0 bis $-\infty$; auf dem vierten: $\frac{\pi^2}{\omega} = -\pi i + \tau$, τ nimmt wieder zu von $-\infty$ bis 0.

Das heisst, wenn man ω als variabeln Punkt einer zweiten Ebene betrachtet:

Der Punkt ω beschreibt vier sich an einander anschliessende Linien, die sich links von der Ordinatenachse hinziehen: Zuerst eine Gerade, von πi aus, parallel der negativen Abscissenlinie bis in's Unendliche, dann eine zweite Gerade, ebenfalls parallel der negativen Abscissenlinie, aber unterhalb derselben im Abstand π, vom Unendlichen bis $-\pi i$; alsdann einen Halbkreis von $-\pi i$ bis 0, und einen zweiten Halbkreis von 0 bis πi.

Dass die beiden letzten Linien Halbkreise sind, ist leicht zu erkennen, indem man z. B. die Gleichung der letzten Linie auf die Form bringt:

$$\frac{\pi i - \omega}{0 - \omega} = i\left(\frac{-\tau}{\pi}\right).$$

Hier ist $-\frac{\tau}{\pi}$ ein positiver Factor, der abnimmt von ∞ bis 0. Es schliesst demnach die Gerade von ω nach πi mit der von ω nach 0 denselben Winkel ein, wie i mit 1.

Das Gebiet zwischen den beiden Parallelen zur Abscissenlinie mit den Endpunkten $+\pi i$ und $-\pi i$, das nach rechts abgeschlossen wird durch die beiden Halbkreise, welche die Punkte $+\pi i$ und $-\pi i$ mit dem Nullpunkt verbinden, ein Gebiet ganz links von der Ordinatenlinie, nennen wir G[1]. Dann entspricht vermöge des directen Zweiges der Modulfunction jedem Punkte der Begrenzung von R ein bestimmter Punkt der Begrenzung von G, und umgekehrt. Dass auch jedem Punkte $\varkappa$ im Innern von R ein bestimmter Punkt des Innern von G entspricht, und umgekehrt, ist leicht zu erkennen. Denn es sei ω_0 irgend ein Punkt der ω-Ebene, der nicht auf der Grenze von G liegt. Der Punkt 1 liegt ausserhalb; die Änderung, die der Logarithmus von $\frac{\omega - \omega_0}{\omega - 1}$ erfährt, wenn ω den ganzen Umfang von G im positiven Sinn durchläuft, ist daher $2\pi i$ oder 0, je nachdem ω_0 innerhalb oder ausserhalb G liegt. Man kann diese Änderung auch erhalten, indem man den Logarithmus als Function von $\varkappa$ ansieht, definirt für das Gebiet R, und $\varkappa$ die Begrenzung von R durchlaufen lässt. Da $\omega - 1$ nicht 0 wird, so ist die vollständige Änderung von $\log\left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega - 1}\right)$ gleich

[1] Man vergleiche die Figuren bei Gauss, Bd. III, S. 477 und 478. Besonders charakteristisch erscheint mir, dass unter diese Fragmente von Gauss über die Modulfunction auch Bemerkungen über die Potentialtheorie eingestreut sind (S. 479 und 480). Für mich geht daraus hervor, dass Gauss von Riemann'schen Gedanken beseelt gewesen ist.

$2n\pi i$, wo n die Anzahl der Punkte innerhalb R bedeutet, in denen $\omega = \omega_0$ wird. Die Vergleichung zeigt, dass $n = 1$ oder 0 ist, je nachdem ω_0 im Innern von G oder ausserhalb liegt. Der directe Zweig der Modulfunction nimmt demnach innerhalb R keinen Werth an, der ausserhalb G liegt, und jeden innerhalb G gelegenen einmal. Dass die Function innerhalb R keinen Werth ω_0 annehmen kann, der an der Grenze von G liegt, ist klar; denn dann müsste sie innerhalb R *alle* Werthe annehmen, die in einer bestimmten Umgebung von ω_0 liegen, also auch Werthe, die ausserhalb des Bereiches G liegen.

Damit ist der Satz gewonnen:

Der Bereich der Werthe des directen Zweiges der Modulfunction ist ein Theil der ω-Ebene links von der Ordinatenachse; er ist begrenzt durch zwei von πi und $-\pi i$ ausgehende Parallelen zur Abscissenlinie und durch zwei Halbkreise, die den Nullpunkt mit $+\pi i$ und $-\pi i$ verbinden. Jeden dieser Werthe, gleichviel ob er im Innern oder auf der Grenze liegt, nimmt der directe Zweig der Function ein und nur einmal an.

Die zwischen R und G festgestellte Beziehung ist demnach die der conformen Abbildung.

Jetzt beschränken wir $\varkappa$ auf einen Theilbereich von R. Es sei zunächst $(\varkappa)$ eine beliebige Gruppe von sechs zusammengehörigen Punkten; mit $\varkappa$ selbst bezeichnen wir denjenigen Werth der Gruppe, der, absolut genommen, der kleinste ist. Dann ist

$$|\varkappa| < |1-\varkappa| \text{ und } |\varkappa| < \left|\frac{\varkappa}{\varkappa-1}\right|,$$

daher: $|\varkappa| < |1-\varkappa| < 1$. Dies ist ein bestimmtes Gebiet S, und zwar ein Segment; nach rechts begrenzt durch einen Theil der zweiten Symmetrieachse von R, nach links durch einen Bogen des Kreises $|\varkappa - 1| = 1$, der durch den Nullpunkt in zwei gleiche Theile zerfällt. Es kann zwar vorkommen, dass mehrere der sechs Grössen $(\varkappa)$ den kleinsten Werth erreichen, so dass wir zwischen mehreren freie Wahl haben. Dann liegt $\varkappa$ auf der Grenze von S. Aber es handelt sich im Folgenden um Ungleichheitsbeziehungen zwischen continuirlichen Grössen, die nicht vollständig aufhören, wenn man zur Grenze übergeht. Wir erlauben uns deshalb, $\varkappa$ im Innern von S anzunehmen.

Es ist leicht zu sehen, dass, wenn $|\varkappa| < |1-\varkappa| < 1$ ist, $\varkappa$ die kleinste Grösse ihrer Gruppe ist; die beiden Bedingungen sind demnach gleichwerthig.

Der Bereich S reicht nur in dem einen Punkte $\varkappa = 0$, wo $\omega = \infty$ ist, bis zur Grenze von R. Es muss ihm demnach ein Theilbereich H von G entsprechen, dessen Begrenzung sich zwar in's Unendliche er-

streckt, sonst aber vollständig innerhalb G verläuft. Auf der Sehne ist $|\omega| = \pi$, auf dem oberen Theil des Kreisbogens: $|\omega - \pi i| = |\omega|$, auf dem unteren: $|\omega + \pi i| = |\omega|$. Der Bereich H ist demnach begrenzt durch zwei zur Abscissenlinie parallele Gerade, $|\omega - \pi i| = |\omega|$ und $|\omega + \pi i| = |\omega|$, und durch einen Bogen des Kreises $|\omega| = \pi$.

Wenn $\varkappa$ im Innern von S liegt, so liegt ω im Innern von H. Es ist daher

$$|\omega| < |\omega - \pi i|, \quad |\omega| < |\omega + \pi i|, \quad |\omega| > \pi,$$

wenn $|\varkappa| < |1 - \varkappa| < 1$ ist[1]. Was diese Ungleichheiten bedeuten, lässt sich in zwei ganz verschiedenen Formen aussprechen.

Denken wir uns die Punkte der arithmetischen Reihe $\omega + m\pi i$, die wir erhalten, wenn wir für m alle ganzen Zahlen setzen. Daraus, dass $\omega + \pi i$ ebenso wie $\omega - \pi i$, absolut genommen, grösser als ω ist, folgt, dass ω die kleinste unter den Grössen $\omega + m\pi i$ ist, und auch, neben $-\omega$, die kleinste unter den Grössen $n\omega + m\pi i$, wenn $n = \pm 1$ ist. Nehmen wir aber für n eine positive oder negative ganze Zahl, die absolut genommen grösser als 1 ist, so ist *a fortiori* $n\omega + m\pi i$ grösser als ω. Um dies zu beweisen, bezeichnen wir den reellen Theil von ω, welcher negativ ist, mit $-D$, mit $\pm Ei$ den imaginären, wobei wir annehmen, dass auch E nicht negativ ist. Da $|\omega| < |\omega \pm \pi i|$ ist, so ist $D^2 + (E - \pi)^2 > D^2 + E^2$, also $E < \frac{\pi}{2}$. Da ferner $D^2 + E^2 > \pi^2$ und um so mehr $D + E > \pi$ ist, so ist $D > \frac{\pi}{2} > E$; folglich $2D > D + E > |\omega|$. Hiernach ist, wenn n eine der Zahlen $\pm 2, \pm 3$ etc. bedeutet, $n\omega + m\pi i$ grösser als ω. Denn schon der reelle Theil von $n\omega + m\pi i$ ist, absolut genommen, grösser als ω. Wir sehen hieraus: Unter den Grössen $n\omega + m\pi i$, die wir erhalten, wenn wir für n und m beliebige ganze Zahlen setzen, und nur den Werth $n = 0$ ausschliessen, ist ω die kleinste. πi aber ist noch kleiner als ω, und es ist nicht ausgeschlossen, dass auch einige der Vielfachen von πi kleiner als ω sind. Damit ist der Satz gewonnen:

Wenn die Linie von 0 nach $\varkappa$ die kleinste, die von 1 nach $\varkappa$ die zweitkleinste Seite des durch die Punkte $0, 1, \varkappa$ gebildeten Dreiecks ist, so ist der zugehörige directe Werth ω der Modulfunction so beschaffen, dass πi, neben $-\pi i$, die kleinste aller Grössen ist, die sich ganzzahlig aus ω und πi zusammensetzen lassen; ω aber wird die kleinste, wenn man $\pm \pi i$ und die Vielfachen von $\pm \pi i$ aus dem System $n\omega + m\pi i$ fortlässt.

[1] Vgl. Dedekind, Über die elliptischen Modulfunctionen, Journ. f. Math. Bd. 83, S. 270.

Nehmen wir irgend einen Werth ω', der dem directen congruent ist,

$$\omega' = \pi i \frac{\alpha\omega + \beta\pi i}{\gamma\omega + \delta\pi i}\,.$$

und bezeichnen mit $-D$ den reellen Theil von ω, mit $-D'$ den von ω'. Dann ist

$$D' = D\left|\frac{\pi i}{\gamma\omega + \delta\pi i}\right|^2.$$

Aber der Factor, der hier mit D multiplicirt ist, kann höchstens gleich 1 sein, wenn πi die kleinste der Grössen $\gamma\omega + \delta\pi i$ ist; er kann nur den Werth 1 erreichen, wenn $\gamma = 0$, $\delta = \pm 1$, $\alpha = \pm 1$ ist, also wenn $\omega' = \omega + \beta\pi i$ ist. Die Punkte $\omega + \beta\pi i$ bilden daher in der Gruppe der congruenten die Reihe derer, die den grössten Abstand von der imaginären Achse haben; ω selbst ist in dieser Reihe derjenige Punkt, der dem Nullpunkt am nächsten liegt. Dadurch entsteht der zweite Satz:

Wenn $\varkappa$ der kleinste Werth seiner Gruppe ist, so liefert der zugehörige directe Werth ω der Modulfunction einen Punkt der Gruppe (ω), in dem das Maximum des Abstandes von der imaginären Achse erreicht wird; und zwar ist ω derjenige unter den Punkten größten Abstandes von der imaginären Linie, dessen Entfernung vom Nullpunkt die kleinste ist.

An den zweiten Satz ist noch eine Bemerkung zu knüpfen. Wenn $|\varkappa| < |\varkappa - 1| < 1$, und demnach $|\varkappa| < 1$ ist, kann man zur Bestimmung des directen Werthes der Modulfunction die einfachere Formel

$$\omega = \log\left(\frac{\varkappa}{2^4}\right) + 4\mathfrak{P}(\varkappa)$$

anwenden. Nun liegt der reelle Theil von $\mathfrak{P}(\varkappa)$ zwischen $\log(2)$ und $-\log(2)$; der reelle Theil von ω also, den wir mit $-D$ bezeichnet haben, zwischen $\log|\varkappa|$ und $\log\left|\frac{\varkappa}{2^8}\right|$. Wir bezeichnen mit K den grössten unter den absoluten Beträgen der Gruppe $(\varkappa)$. Dann ist $|\varkappa| = \frac{1}{K}$ und daher

$$\log(K) < D < \log(2^8 K)\,.$$

D stellt das Maximum dar unter den Abständen der zur Gruppe $(\varkappa)$ gehörigen Punktgruppe (ω) von der imaginären Linie. Dieses Maximum ist grösser als $\log(K)$, aber kleiner als $\log(2^8 K)$. Um so mehr sind die Entfernungen aller übrigen Punkte der Gruppe (ω) von der imaginären Geraden kleiner als $\log(2^8 K)$[1].

---

[1] Dieser kleine Satz ist deshalb von Interesse, weil auf ihm einer der Beweise des allgemeinen Picard'schen Theorems beruht. An sich braucht dieses wundervolle

Der directe Zweig der Modulfunction wurde durch eine Potenzentwicklung mit einem hinzutretenden logarithmischen Gliede definirt.

Man kann aber auch die directe Definition $\omega = -\pi\frac{\beta}{\alpha}$ dadurch erweitern, dass man bei den Integralen $\frac{\pi}{2}\alpha$ und $\frac{\pi}{2}\beta$, neben den reellen Werthen von $\varkappa$ zwischen $-\infty$ und 1, bezüglich zwischen 0 und $+\infty$, beliebige imaginäre zulässt. Schliesst man die reellen Werthe von $\varkappa$ zwischen 1 und ∞ aus, und lässt alle imaginären zu, so kann, da x eine reelle Grösse zwischen 0 und 1 ist, der reelle Theil von $\sqrt{1-\varkappa x^2}$ nicht verschwinden; wir dürfen ihn als positiv annehmen. Ebenso lässt sich das Integral $\frac{\pi}{2}\beta$ eindeutig definiren, wenn man die linke Strecke der reellen Linie ausschliesst. Innerhalb R sind auf diese Weise beide Integrale definirt. Ihr Quotient, multiplicirt mit $-\pi$, ist offenbar innerhalb R eine analytische Function, und da diese für die reellen Werthe von $\varkappa$ zwischen 0 und 1 mit dem directen Zweige der Modulfunction übereinstimmt, so ist sie überhaupt mit diesem Zweige identisch.

Wir führen nun bei dem Integral $\frac{\pi}{2}\alpha$ die Grösse $\varkappa x^2 = t$ als Integrationsvariable ein. Wir erhalten so:

$$\pi\alpha = \int_0^{\varkappa}\frac{dt}{\sqrt{R(t)}},$$

wo:

$$R(t) = t(t-1)(t-\varkappa)$$

ist. Das Vorzeichen des Integrals lassen wir unbeachtet, da es uns hier mehr auf die absoluten Werthe der Grössen ankommt.

Theorem keinen andern Beweis neben dem, den sein Autor selbst gegeben hat. Aber ich glaube, dass durch die Untersuchungen Anderer (Borel, Landau, Carathéodory), die schliesslich auch zum Picard'schen Satz führen, unsere Vorstellungen über die singulären Punkte der Functionen, und auch unsere Auffassungen der Modulfunction vertieft worden sind. In einer Arbeit, durch die ich mich an jenen Untersuchungen betheilige (Über zwei Beweise des allgemeinen Picard'schen Satzes, Sitzungsber. 1907, S. 823 bis 840), steht, durch ein Versehen von mir, auf S. 831, $\log(32\varkappa)$ statt $\log(2^8\varkappa)$, und dieser Fehler zieht sich durch die Formeln von § 2 und 3. Die dort auftretenden Potenzen von 2 sind daher durch höhere zu ersetzen. Es ist ziemlich gleichgültig, wie gross diese Exponenten sind. Dass man auf hohe Potenzen von 2 gefasst sein muss, wenn man entweder die in der Borel'schen Arbeit unbestimmt ausgesprochenen Sätze zu bestimmten macht, oder wenn man die Formel $\log(K) < D < \log(2^8 K)$ als Ausgangspunkt zu weiteren Schlüssen benutzt, ist klar. Ich gedenke übrigens bei anderer Gelegenheit auf die Beweise des Picard'schen Satzes zurückzukommen; es soll für diesen Satz kein Beweis vorhanden sein, in dem sich ein dauernd uncorrigirter Flüchtigkeitsfehler befindet.

$\pi\beta$ entsteht aus $\pi\alpha$, indem man $\varkappa$ durch $1-\varkappa$ ersetzt. Wir ersetzen gleichzeitig t durch $1-t$. Dadurch ergiebt sich:

$$\pi\beta = \int_1^\varkappa \frac{dt}{\sqrt{-R(t)}}.$$

Wir schreiben dafür

$$\pi i\beta = \int_1^\varkappa \frac{dt}{\sqrt{R(t)}}$$

und setzen: $2\pi\alpha = A$, $2\pi i\beta = B$, so dass

$$\omega = \pi i \cdot \frac{B}{A}$$

ist, und A, B zwei Fundamentalperioden des elliptischen Integrals $\int \frac{dt}{\sqrt{R(t)}}$ darstellen. $\frac{1}{2}A$ und $\frac{1}{2}B$ sind Halbperioden, gewonnen auf geradlinigem Wege, die eine auf der Linie von 0 nach $\varkappa$, die andere auf der von 1 nach $\varkappa$.

Nun nehmen wir $\varkappa$ im Segment S an, das heisst: wir nehmen an, dass die Linie von 0 nach $\varkappa$ die kleinste, die von 1 nach $\varkappa$ die zweitkleinste Seite des Dreiecks $(0, 1, \varkappa)$ ist. Dann ist πi die kleinste der Grössen $n\omega + m\pi i$, also die kleinste der Grössen

$$\frac{\pi i}{A}(mA + nB),$$

folglich A die kleinste der Grössen $mA + nB$, und ebenso ist B die kleinste der Grössen $mA + nB$, die übrig bleiben, wenn man für m den Werth 0 ausschliesst. Die kleinste Periode A des elliptischen Integrals ist demnach die, deren Hälfte durch Integration längs der kleinsten Seite des Dreiecks $(0, 1, \varkappa)$ erhalten wird. Das Integral über die zweitkleinste Seite, multiplicirt mit 2, liefert diejenige Periode B, die nächst A und den Vielfachen von A die kleinste ist.

Das lässt sich noch etwas erweitern, indem man t durch eine ganze lineare Function von t ersetzt und damit eine gewöhnliche Ähnlichkeitstransformation vornimmt. Es gilt der Satz:

Unter den Halbperioden des elliptischen Integrals

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(x-b)(x-c)}}$$

ist diejenige die kleinste, die sich durch Integration auf der kürzesten Seite des Dreiecks a, b, c ergiebt; nächst dieser und ihren Vielfachen ist diejenige die kleinste, die auf der zweitkürzesten Seite erhalten wird.

Hiermit ist jedenfalls das, was die merkwürdigen Ungleichheiten für ω und x sagen, auf die klarste und einfachste Weise ausgedrückt.

Dass, wenn man dieser Bestimmung nach

$$q = e^{\pi i \frac{B}{A}}$$

setzt, der Jacobi'sche Modul q seinen kleinsten Werth erhält, unter den unendlich vielen, die zulässig sind; dass somit die Thetareihen am stärksten convergent werden, geht ebenfalls unmittelbar aus den aufgestellten Sätzen hervor.

Ausgegeben am 9. März.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
XIII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

9. März. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

*1. Hr. Schmidt las über »Dramatische Entwürfe Ludwig Uhlands«.

Nach einer Gruppirung, wobei die Nibelungenskizze gestreift wurde, erörterte er den ersten, schwächlichen und den letzten, bedeutenden Versuch an Stoffen aus der romanischen Poesie: Francesca da Rimini, Bernardo del Carpio.

2. Vorgelegt wurden zwei neu erschienene Theile der Ergebnisse der Plankton-Expedition der Humboldt-Stiftung: Bd. II Fc enthaltend die Heteropoden von P. Schiemenz und Bd. III Lc enthaltend die Foraminiferen (Thalamophoren) von L. Rhumbler. Tl. 1. Kiel und Leipzig 1911.

Die Akademie hat das ordentliche Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe Jakob Heinrich van't Hoff am 1. März durch den Tod verloren.

Untersuchungen über die spezifische Wärme bei tiefen Temperaturen. III.

Von W. Nernst.

(Aus dem Physikalisch-Chemischen Institut der Universität Berlin.)

(Vorgetragen am 23. Februar 1911 [s. oben S. 229].)

Die in meiner früheren Mitteilung mitgeteilten Messungen[1] habe ich nunmehr bis nahe zur Temperatur des siedenden Wasserstoffs hinunter fortführen können.

An der Versuchsanordnung selber war nichts zu ändern, indem die bereits beschriebene Methode wie zu erwarten auch bei diesen Temperaturen jede nur irgend wünschenswerte Präzision lieferte. Schwierigkeiten machte allerdings die Eichung des benutzten Platindrahtes, doch gelang es schließlich, eine Anzahl Temperaturpunkte sicher festzulegen und durch eine so brauchbare Formel zu vereinigen, daß daraus der in dem Gebiet von 20 bis 40° abs. sehr stark variable Temperaturkoeffizient, auf den es wesentlich ankommt, mit ausreichender Genauigkeit abgeleitet werden konnte (vgl. auch weiter unten).

Die Versuche mit Zink stellte ich mit durch einen kleinen käuflichen Apparat aus Bombenwasserstoff gewonnenem flüssigen Wasserstoff an; für die Messungen am Blei und Kupfer benutzte ich flüssigen Wasserstoff, der zugleich für eine andere Gelegenheit von Hrn. Prof. Wiener in Leipzig in seiner großen Anlage in einer Quantität von etwa 4 l hergestellt und uns freundlich zur Verfügung gestellt wurde; gerade diese Versuche waren mir wegen der relativ großen Mengen flüssigen Wasserstoffs, mit denen ich hier arbeiten konnte, sehr lehrreich, und ich möchte auch hier Hrn. Prof. Wiener und Hrn. Dr. Lilienfeld für ihr großes Entgegenkommen vielmals danken.

Die Mehrzahl der Versuche stellte ich mit Wasserstoff an, der in kleinen selbstgebauten Apparaten verflüssigt wurde; auf die Konstruktion dieser Apparate, die an anderer Stelle beschrieben werden sollen, will

[1] Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1910. 262.

ich hier nicht eingehen und nur bemerken, daß ich bei diesen die Einrichtung getroffen habe, das evakuierte Glasgefäß, welches die zu untersuchende Substanz enthält, unmittelbar in den Verflüssigungsraum selber zu bringen; indem so ein Umfüllen des Wasserstoffes vermieden wurde, gelang es, mit wenigen Gramm flüssigen Wasserstoffs auszukommen; die Versuche mit diesem Apparat gehen so einfach und glatt, daß ich fast täglich Messungen ohne besondere Mühewaltung und Kosten auszuführen in der Lage bin. Natürlich läßt sich, wie es im Wesen der von mir benutzten Methode liegt, durch sukzessive Erwärmung von der tiefsten Temperatur aufwärts der Verlauf der wahren spezifischen Wärme ohne weiteres bis zu viel höheren Temperaturen ermitteln.

Indem ich also, wie schon bemerkt, wegen aller sonstigen Einzelheiten auf meine frühere Arbeit verweisen kann, seien im folgenden zunächst als Beispiel die Versuche mit Blei mit ihren Einzelheiten wiedergegeben; was die übrigen Messungen anlangt, werde ich mich hier auf eine graphische Wiedergabe meiner hauptsächlichsten Versuchsresultate beschränken.

Blei, Block von 392.25 g.

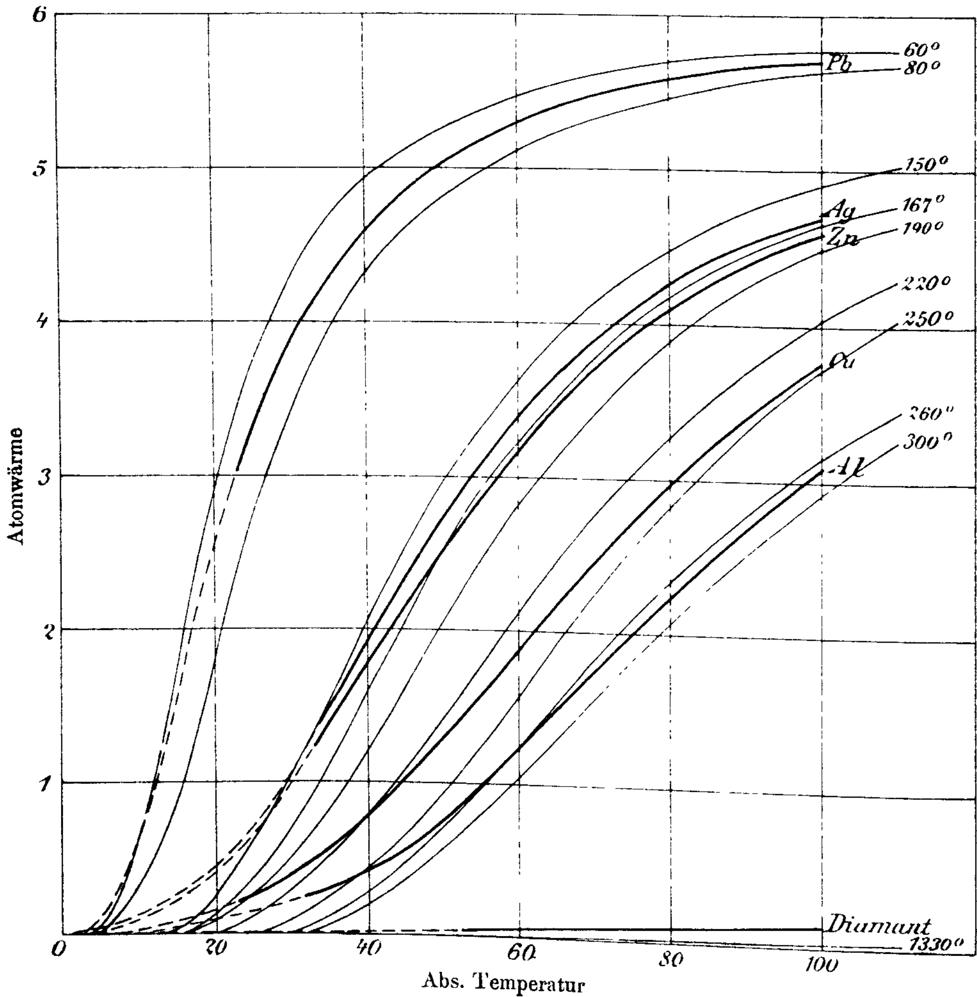
T	Δt	E	WC	WC korr.	Atomwärme	Kurve	Diff. in Prozenten
23.0	2.47	13.96	5.66	5.60	2.96	3.00	+1
28.3	7.04	53.0	7.53	7.45	3.93	3.71	−5
36.5	1.39	11.03	7.94	7.83	4.13	4.38	+4
37.9	10.55	94.5	8.96	8.84	4.67	4.48	−4
38.1	2.45	20.9	8.55	8.43	4.45	4.50	+1
42.7 bis 66.2	23.5	241.0	10.25	10.04	5.30	—	—
85.5	5.48	60.3	11.00	10.65	5.62	5.63	0
90.2	5.15	56.5	10.98	10.61	5.61	5.67	+1

Es bedeuten Δt die durch die Energie E (g. cal.) hervorgerufene Temperatursteigerung, und zwar bei der Mitteltemperatur T; WC den Wasserwert des Blocks, WC korr. denjenigen nach Abzug des Wasserwerts der außer Blei benutzen Substanzen (hier lediglich etwas Paraffin zur Einhüllung des Platindrahtes; in andern Fällen die Silberumhüllung und dergleichen).

Ferner wurden bisher in ähnlicher Weise bei einer größeren Anzahl von Temperaturen Silber, Zink, Kupfer, Aluminium, Chlorkalium, Merkurochlorid gemessen; die entsprechenden Kurven für die Metalle finden sich in der Figur eingetragen. Beim Chlorkalium liegen die beobachteten Werte in der Mitte zwischen der Silber- und der

Zinkkurve, und zwar wurden hier 9 Messungen von $T = 23$ bis $T = 86$ gemacht; Jod lieferte eine wenig unterhalb Blei liegende Kurve.

Bei den einzelnen Messungen können zuweilen wegen Veränderungen des Vakuums und wegen des häufig erforderlichen raschen Arbeitens Fehler bis zu mehreren Prozenten unterlaufen; die den ausgeglichenen Kurven zu entnehmenden Werte aber dürften kaum Fehler enthalten, die 1—2 Prozent übersteigen.



Der Umstand, daß bei der nachträglichen graphischen Zusammenstellung sich eine so harmonisch verlaufende Kurvenschar ergab, bestätigt wohl indirekt die Genauigkeit meiner Messungen, die sich übrigens, wenn es darauf ankäme, sicherlich mit größeren Mitteln auf das zehnfache steigern ließe.

An die bisherigen Beobachtungen lassen sich folgende Schlußfolgerungen knüpfen:

1. Der Verlauf der Atomwärmen ist bei tiefen Temperaturen für die sechs untersuchten Metalle übereinstimmend, indem jene gleich $f\left(\frac{T}{T_0}\right)$ gesetzt werden können, wobei die betreffende Funktion von der Natur des betreffenden Stoffes unabhängig und T_0 eine demselben charakteristische Konstante ist. Das gleiche gilt für Chlorkalium und auch für den Diamant (dessen Werte von DEWAR[1] gemessen wurden), nicht aber für Merkurochlorid (vgl. w. u.).

2. Die dünn gezeichneten Kurven sind nach EINSTEINS[2] Formel berechnet, wonach die Atomwärme

$$3R\frac{e^{\frac{\beta\nu}{T}}\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}}-1\right)^2}$$

zu setzen ist; dieselbe stimmt (wie übrigens schon EINSTEIN beim Diamant a. a. O. konstatierte) in allen Fällen dort gut, wo es sich um eine Abnahme der Atomwärme von etwa 5.6 bis auf 2—3 handelt; bei tieferen Temperaturen aber fällt letztere merklich langsamer ab, als die Formel verlangt. Bei der Betrachtung der Kurven wird man aber, zumal wenn man ihren übereinstimmenden Verlauf berücksichtigt, nicht bezweifeln können, daß bei sehr tiefen Temperaturen die Atomwärme in allen Fällen nicht nur sehr kleine Werte annimmt, sondern daß sogar ein Tangieren der Temperaturachse eintritt, wie es die punktierte Verlängerung der beobachteten Kurven andeutet.

3. Damit ist aber das von mir aufgestellte Wärmetheorem, wenigstens was seinen einen Teil anlangt, bestätigt, indem für $T = 0$

$$\lim. \frac{dU}{dT} = 0$$

wird; vermutlich konvergieren nach Vorstehendem sogar auch die höheren Differentialquotienten gegen sehr kleine Werte.

4. Der Umstand, daß sich Chlorkalium bezüglich des Verlaufs seiner Atomwärme genau wie ein Element verhält, dessen Atome gleichartig gebunden sind, wäre nach EINSTEINS Anschauungen so zu deuten, daß beide Atome wenig verschiedene Eigenfrequenz besitzen, was gerade in diesem Falle an sich plausibel erscheint, weil Chlor und Kalium

[1] Proc. Royal Soc. A. 76, 325 (1905).

[2] Ann. d. Phys. [4] 22, 184 (1907); die zu $\beta\nu = 1330°$ gehörige Kurve sollte nach EINSTEINS Berechnung für Diamant gelten.

auch im freien (kristallisierten) Zustande nach LINDEMANNS Formel nicht sehr verschiedene Eigenfrequenzen haben (1.69 bzw. $1.75 \cdot 10^{12}$). Anders beim Merkurochlorid; hier sind die Eigenfrequenzen der Elemente sehr verschieden, und die Verbindung verlangt, wie schon POLLITZER[1] fand, dessen Formel sich gut den neuen Beobachtungen anschließt, entsprechend die Einführung zweier $\beta\nu$-Werte (80 und 236), so daß ein ganz anderer (weniger gegen die Temperaturachse geneigter) Verlauf resultiert. — Ähnlich verhält sich nach den früheren Beobachtungen (a. a. O.) übrigens auch Schwefel, so daß auch hier im Molekül verschiedenartig gebundene Atome anzunehmen sind.

5. Daß in ihrer Gesamtheit die Beobachtungen eine glänzende Bestätigung der Quantentheorie von PLANCK und EINSTEIN erbringen, liegt auf der Hand; der bei den tiefsten Temperaturen langsamer erfolgende Abfall der Atomwärme ließe sich im Sinne jener Theorie einfach etwa in der Weise deuten, daß die Eigenfrequenzen nicht scharfen Linien, sondern nach kleinen Schwingungszahlen zu langsam abfallenden Banden entsprechen.

6. Der Umstand, daß die untersuchten Metalle einerseits und die nichtmetallischen Substanzen (Diamant, Chlorkalium) anderseits keinen Unterschied im Verlauf der Atomwärme erkennen lassen, muß gegen die Elektronentheorie des galvanischen Widerstandes insofern Bedenken erregen, als nach letzterer die Elektronen einen keineswegs unbedeutenden Beitrag zur Atomwärme der Metalle liefern müßten, der aber gewiß nicht vorhanden ist. Will man daher daran festhalten, daß die Elektronen die gleiche lebendige Kraft und somit auch die gleiche Atomwärme wie ein einatomiges Gas (2.98) besitzen, so müßte jedenfalls die Zahl der Elektronen viel kleiner sein, als meistens geschätzt wird. Nimmt man ferner noch an, daß die Konzentration der Elektronen durch die Temperatur geändert wird, so wird der Widerspruch noch vergrößert, weil jede Änderung eines Gleichgewichts durch Temperaturerhöhung mit Wärmeabsorption verbunden ist.

7. Der Vergleich der Formel von LINDEMANN[2]

$$\nu = 2.12 \cdot 10^{12} \sqrt{\frac{T_s}{M V^{\frac{2}{3}}}}$$

(T_s Schmelzpunkt, M Atomgewicht, V Atomvolumen) mit den Ergebnissen meiner Messungen liefert folgende Tabelle:

[1] Zeitschr. f. Elektroch. 17, 5 (1911).

[2] Phys. Zeitschr. 11, 609 (1910).

Tabelle I.

Element	M	T_s	V	$\nu = 2.12 \cdot 10^{12} \sqrt{\frac{T_s}{MV^{\frac{2}{3}}}}$	ν aus Kurve
Pb	208	600	18.3	$1.4 \cdot 10^{12}$	$1.44 \cdot 10^{12}$
Ag	108	1234	10.3	3.3 "	3.3 "
Zn	65.4	691	9.2	3.3 "	3.6 "
Cu	63.6	1357	7.1	5.1 "	4.9 "
Al	27.1	930	10.0	5.8 "	6.0 "
J	126.9	386	25.6	1.4 "	1.5 "
½KCl	37.2	1051	18.9	4.2 "	3.5 "

Die Formel von LINDEMANN bewährt sich also an dem neuen genaueren Beobachtungsmaterial viel besser als früher (LINDEMANN a. a. O.); mindestens für die Metalle wird man nunmehr den Verlauf der Atomwärme bei tiefen Temperaturen mit ziemlicher Sicherheit aus Schmelzpunkt, Dichte und Atomgewicht ableiten können, was besonders für die Verwendung meines Wärmetheorems von Bedeutung ist.

Schließlich sei noch auf eine, wie mir scheint, sehr auffallende und von der bisherigen Elektronentheorie nicht vorgesehene Beziehung zwischen Atomwärme und elektrischem Widerstand hingewiesen, die ich empirisch auffand.

Für die obigen Messungen mußte der Temperaturkoeffizient der von mir benutzten Platinsorte im Intervall von 20 bis 80° abs. mit möglichster Genauigkeit festgestellt werden; hierzu benutzte ich außer der Eichung mit Hilfe der Dampfspannungskurve von Sauerstoff (KAMERLINGH-ONNES)[1] und Wasserstoff (TRAVERS)[2] — wobei mir übrigens das von STOCK[3] angegebene Thermometer ganz vortreffliche Dienste leistete — luftthermometrische Messungen und vor allem ein Bleiwiderstandsthermometer. Wie nämlich KAMERLINGH-ONNES fand, weicht die Widerstandskurve des Bleies von Zimmertemperatur bis zum Siedepunkt des Wasserstoffs hinab viel weniger von einer geraden Linie ab, als es Platin tut.

Nun zeigt sich, daß der Temperaturkoeffizient des Platins, der von Zimmertemperatur bis etwa $T = 65$ immerhin nicht beträchtlich variiert, bei noch tieferen Temperaturen überaus rasch abfällt, ganz

[1] Communications of the Physic. Lab. of Leiden Nr. 107 (1908).

[2] Exp. Unters. von Gasen, Braunschweig 1905, S. 266.

[3] Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. 39, 2066 (1906).

ähnlich, wie es die Einsteinschen Kurven in obiger Figur tun. Es tritt so der Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstands in eine gewisse Parallele zur Atomwärme, und weiterhin fällt auf, daß beide Größen bei höheren Temperaturen einem gleichen von der Natur des Metalls unabhängigen Wert zustreben; es tritt mit andern Worten das Gesetz von Dulong-Petit und die Regel von Clausius, wonach der Temperaturkoeffizient des Widerstandes dem Ausdehnungskoeffizienten der Gase naheliegt, in eine deutliche Analogie. Es ergab sich sogar auch darin Ähnlichkeit, daß der Temperaturkoeffizient gerade wie die Atomwärme bei den tiefsten Temperaturen merklich langsamer abfällt, als es der Formel von Einstein entspricht.

Die obigen Erwägungen führen zunächst zur Planckschen Strahlungsgleichung als einer einfachen Formel[1] für den elektrischen Widerstand, die sich im Gebiete des raschen Abfalls des Temperaturkoeffizienten, also gerade dort, wo ich dringend eine solche gebrauchte, gut bewährt, wie aus Tabelle II und III zu ersehen ist:

Tabelle II.

Widerstand des Bleis nach Kamerlingh-Onnes[2].

$$w = \frac{0.1626}{e^{\frac{38}{T}} - 1} + 0.00070.$$

T	w (beob.)	w (ber.)
14.39	0.01311	0.01315
18.02	0.02314	0.02312
20.31	0.03032	0.03030
56.48	0 17129	0.1703
68.57	0.21742	0 2204
273.09	1.0000	(1.091)

Unterhalb 20° sollte nach obiger Interpolationsformel der Widerstand gegen 0.0211 konvergieren und somit der Temperaturkoeffizient sehr klein werden; in Wirklichkeit fällt, wie schon oben bemerkt, letzterer nicht so rasch ab. Bei 15.1 betrug der Widerstand z. B. 0.202, während er nach obiger Formel nur auf 0.0215 gesunken sein sollte.

[1] Die nachfolgende Mitteilung bringt eine etwas modifizierte, innerhalb noch weiterer Grenzen brauchbare Formel.

[2] Ibid. Nr. 99. Übrigens lieferte mir von Kahlbaum als »rein« bezogenes Blei genau die gleichen Werte, so daß mir das Blei einen vortrefflichen Anschluß an die luftthermometrischen Messungen von Kamerlingh-Onnes vermittelte.

Tabelle III.

Widerstandskurve des von mir benutzten Platins nach eigenen Messungen.

$$w = \frac{0.583}{e^{\frac{110}{T}} - 1} + 0.0021.$$

T	w (beob.)	w (ber.)
20.45	0.0237	0.0238
22.6	0.02585	0.0256
28.2	0.0333	0.0331
34.1	0.0443	0.0452
56.9	0.1200	0.1197
273.09	1.0000	(1.196)

Daß die PLANCKsche Strahlungsformel eine brauchbare Interpolationsformel für gewisse Gebiete der elektrischen Leitfähigkeit liefert, könnte nun ja allerdings ein zufälliges Zusammentreffen sein, obwohl dies nach den obigen Bemerkungen kaum mehr anzunehmen sein wird. Es stellte sich nun aber weiter heraus, daß die darin als Exponent vorkommende Konstante für mehr oder weniger (aber immer nur schwach) verunreinigte Metalle konstant bleibt, während die additive Konstante mit der Verunreinigung wächst; es hat den Anschein, als ob sich hierauf eine scharfe Prüfung auf Reinheit eines Metalles (und vielleicht auch auf gewisse Strukturveränderungen) wird gründen lassen. Ob diese Konstante bei ganz reinen Metallen gegen Null oder nur gegen einen kleinen, aber bestimmbaren Wert konvergiert, können erst weitere Untersuchungen entscheiden.

Es liegt nun nahe, den aus der Leitfähigkeit abzuleitenden $\beta\nu$-Wert mit demjenigen zu vergleichen, den die spezifische Wärme liefert; dies ist in Tab. IV geschehen; die $\beta\nu$-Werte in der dritten Kolumne sind, wo erforderlich, nach LINDEMANNS Formel berechnet:

Tabelle IV.

$\beta\nu$

Metall	aus Widerstand	aus spez. Wärme
Hg	< 28°	48°
Pb	38	70
Au	93.5	122
Pt	110	151
Ag	116	161

Ein Parallelismus zwischen beiden Zahlenreihen ist unverkennbar; wenn also z. B. Blei verglichen mit fast allen andern Metallen bis zu relativ tiefen Temperaturen dem Gesetz von Dulong-Petit gehorcht, so ist dies nunmehr in einen, allerdings zunächst rein empirischen[1] Zusammenhang damit gebracht, daß Blei ebenfalls im Gegensatz zu fast allen anderen Metallen auch bis zu sehr tiefen Temperaturen einen (nahe) konstanten Temperaturkoeffizienten des elektrischen Widerstandes besitzt. Kupfer und Aluminium hingegen, die ich auf ihre Leitfähigkeit untersucht habe, zeigen bei tiefen Temperaturen, ebenfalls in Analogie zur spezifischen Wärme, einen der Reihe nach stärkeren Abfall des Temperaturkoeffizienten.

Die obenerwähnte Tatsache, daß sich der Einfluß von geringfügigen Verunreinigungen in einem von der Temperatur unabhängigen Zusatzwiderstand dokumentiert, ist nicht auf das Gültigkeitsbereich der S. 312 besprochenen Interpolationsformel beschränkt, sondern gilt, soweit ich sie bisher habe prüfen können, allgemein. Setzen wir, wie üblich, den Widerstand beim gewöhnlichen Nullpunkt gleich 1, so läßt sich der Widerstand w_1 der einen Platinsorte aus dem Widerstand w_2 einer zweiten Platinsorte berechnen, nach der aus obigem sich ergebenden Gleichung

$$w_1 = \frac{w_2 - \alpha}{1 - \alpha},$$

worin α sehr klein gegen 1 sein muß. Als beliebig herausgegriffenes Beispiel wollen wir den Widerstand von Pt_{III} (Kamerlingh-Onnes) auf den von Pt_I reduzieren, indem wir $\alpha = -0.00182$ setzen (s. Tabelle V).

Auch das Platin *d* von Kammerlingh-Onnes läßt sich mit $\alpha = +0.02614$ mit ziemlicher Annäherung auf Pt_I reduzieren, obwohl hier bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs der Widerstand etwa dreimal so groß ist, als er reinem Platin entspricht. Interessantes Material in dieser Hinsicht bieten auch die verschiedenen von Kamerlingh-Onnes untersuchten Goldsorten.

Ähnlich läßt sich die von mir benutzte Platinsorte auf Pt_I von Kamerlingh-Onnes reduzieren, indem $\alpha = +0.0092$ gesetzt wird.

Man braucht also nur den Widerstand eines möglichst reinen Platindrahtes bei 0° und z. B. bei der Temperatur flüssiger Luft unter Verwendung des Stockschen Thermometers zu bestimmen, um dann sofort die Widerstandskurve dieses Drahtes aus der sehr genau bestimmten von Pt_I (Kamerlingh-Onnes) berechnen zu können. Für das Temperaturgebiet von $T = 56$ bis $T = 20°$, in welchem keine Eichungen für Pt_I vorliegen, benutze man die oben angegebene Interpolations-

[1] Vgl. jedoch die nachfolgende Notiz von Lindemann.

Tabelle V.

T	w_I	w_{III}	$(w_I - w_{III}) \cdot 10^5$	$\frac{w_{III} + 0.00182}{1.00182}$	$\left(w_I - \frac{w_{III} + 0.00182}{1.00182}\right) \cdot 10^5$
273.09	1.00000	1.00000	0	1.00000	0
242.56	0.87890	0.87860	30	0.87882	8
214.53	0.76693	0.76652	41	0.76694	—1
195.55	0.64984	0.64923	61	0.64987	—3
169.26	0.58346	—	—	—	—
164.00	0.56204	0.56034 (?)	170	0.56114	90
132.28	0.43313	0.43201	112	0.43304	9
113.98	0.35370	0.35245	125	0.35363	7
90.30	0.25283	0.25154	129	0.25290	—7
77.98	0.20043	0.19900	143	0.20045	—2
68.41	0.15974	0.15819	155	0.15973	1
60.91	0.12814	0.12653	161	0.12812	2
56.44	0.11016	0.10854	162	0.11016	0
(34.1)	(0.0354)	—		—	
(28.2)	(0.0243)	—		—	
20.27	0.01421	—		—	
17.91	0.01244	—		—	
14.23	0.01072	—		—	

formel oder interpoliere direkt (unter Beachtung des α-Wertes meines Platins) nach Tab. III, wie für die zwei in Klammern befindlichen Temperaturen in Tab. V geschehen; im übrigen Gebiete reichen einfache Interpolationsformeln der üblichen Art aus. Es ist so ermöglicht, von Zimmertemperatur bis etwa —253° jede Temperatur bis auf etwa 0.2° genau zu messen und meistens noch genauer; dies scheint mir einen beachtenswerten Fortschritt in der Thermometrie tiefer Temperaturen zu bedeuten.

Bei den vorstehend mitgeteilten häufig recht schwierigen experimentellen Arbeiten wurde ich von meinem Privatassistenten Hrn. Dr. Pollitzer wiederum aufs eifrigste unterstützt; ebenso verdanke ich ihm bei der Konstruktion der Kalorimetergefäße und der Apparate zur Wasserstoffverflüssigung manche nützliche Anregungen und originellen Vorschläge.

Untersuchungen über die spezifische Wärme bei tiefen Temperaturen. IV.

Von F. A. Lindemann.

(Aus dem Physikalisch-Chemischen Institut der Universität Berlin.)

(Vorgelegt von Hrn. Nernst am 23. Februar 1911 [s. oben S. 229].)

Hr. Prof. Nernst teilte mir schon vor der Publikation die oben bebeschriebenen interessanten Beziehungen zwischen der elektrischen Leitfähigkeit der Metalle und ihrem Energieinhalte mit; auf seine Anregung befaßte ich mich daraufhin mit der Deutung dieser Gesetze im Sinne der Elektronentheorie, und es sollen meine Betrachtungen in dieser Richtung im folgenden kurz mitgeteilt werden.

Es soll im wesentlichen hierbei an der Elektronentheorie von Riecke, Drude und J. J. Thomson[1] festgehalten werden, deren unleugbares Verdienst in der Aufklärung des Wiedemann-Franzschen Gesetzes dazu mahnt, vorläufig möglichst wenig an ihr zu ändern.

Da es sich im folgenden nicht darum handelt, die Konstanten im absoluten Maße zu bestimmen, so kann man davon absehen, mit der Geschwindigkeitsverteilung zu rechnen, und kann sich mit den einfachen Mittelwerten begnügen. Der Grundgedanke der Drudeschen Auffassung besteht darin, daß die freien Elektronen im Metall an der Wärmebewegung der Materie nach den Gesetzen der statistischen Mechanik teilnehmen, in anderen Worten, daß ein Gramm-Molekül Elektronen bei der Temperatur T die Energie $\frac{3}{2} RT$ enthält. Da man nun bisher immer mit verhältnismäßig großen Zahlen freier Elektronen pro Atom gerechnet hat, diese schwanken von etwa 0.6 bis 20-

[1] E. Riecke, Zur Theorie des Galvanismus und der Wärme, Ann. Phys. Chem. 66 (1898) 353, 545, 1199. Über das Verhältnis der Leitfähigkeiten der Metalle für Wärme und für Elektrizität, Ann. Phys. 2 (1900) 835. P. Drude, Zur Elektronentheorie der Metalle, Ann. Phys. 1 (1900) 566, 3 (1900) 369. J. J. Thomson, The Corpuscular Theory of Matter (1907).

so kommt man hier gleich zu einem Widerspruch mit der Erfahrung. Es müßten nämlich die Atomwärmen der Metalle um ein konstantes additives Glied größer sein als die Atomwärmen der Nichtmetalle, nämlich um $\rho \cdot \frac{3}{2} R$, wobei ρ die Anzahl freier Elektronen pro Atom bedeutet. Nach den neuesten oben mitgeteilten Messungen hat nun Kupfer bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs die Atomwärme 0.22. Nach dem allgemeinen Verlauf der Kurve zu urteilen, sinkt auch dieser Wert beträchtlich tiefer, er gibt aber jedenfalls die obere Grenze an für die Anzahl der freien Elektronen pro Atom. Diese muß also weniger als 0.074 pro Atom bei 23° absolut betragen. Nimmt man nun mit J. J. THOMSON an, daß die Anzahl der freien Elektronen ungefähr proportional $\sqrt{T}$ wächst[1], was sich aus einer Betrachtung des THOMSON-Effektes ableiten läßt, so beträgt die Anzahl Elektronen pro Atom bei Zimmertemperatur etwa 0.26. Es läßt sich leicht zeigen, daß die Leitfähigkeit gegeben ist durch die Gleichung[2]

$$l = \frac{ne^2 \lambda u}{4 \cdot \frac{3}{2} kT},$$

wobei n die Anzahl freier Elektronen pro cm³, e die Ladungen des Elektrons im elektromagnetischen Maße, λ die mittlere freie Weglänge des Elektrons, u die mittlere Geschwindigkeit bedeutet und $k = \frac{R}{N}$ ist, wobei N die Anzahl Moleküle pro Mol darstellt. Hierbei ist natürlich l gleich dem reziproken spezifischen Widerstand in elektromagnetischen Einheiten. Es ist also

$$\lambda = \frac{6kTl}{ne^2 u};$$

n ist $\frac{\rho}{a} N$, wenn a das Atomvolumen bedeutet. Für Kupfer kann man, da es hier nur auf die Größenordnung ankommt, $k = 1.35 \cdot 10^{-16}$, $T = 273°$, $l = 5.9 \cdot 10^{-4}$, $n < N \frac{0.255 \cdot 8.7}{63.6} < 0.035\, N < 2.1 \cdot 10^{22}$, $e = 1.56 \cdot 10^{-20}$, $u = 1.5 \cdot 10^7$ setzen, woraus folgt $\lambda > 1.7 \cdot 10^{-6}$. Da der Abstand zweier benachbarter Atommittelpunkte etwa $2.28 \cdot 10^{-8}$ cm beträgt, so erleidet ein Elektron im Kupfer im allgemeinen erst nach Passieren von über 75 Atomen einen Zusammenstoß.

Zu ähnlichen, wenn auch nicht ganz so hohen Werten von λ gelangt man durch eine andere Betrachtungsweise. Wenn man mit

---

[1] J. J. THOMSON, a. a. O. S. 76.
[2] P. DRUDE, J. J. THOMSON, a. a. O.

Lorentz die Wärmestrahlen als hervorgerufen durch den Zusammenstoß der freien in ungeordneter Wärmebewegung befindlichen Elektronen mit den Atomen betrachtet, so ist die mittlere freie Weglänge gegeben durch den Weg, den ein Elektron, dessen Geschwindigkeit durch die Gleichung

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

bestimmt ist, in der Zeit zurücklegt, welche einer halben Periode der Strahlung im Intensitätsmaximum entspricht. Es ist dies bei Zimmertemperatur etwa

$$\frac{10^{-3}}{2 \cdot 3 \cdot 10^{10}} = 1.67 \cdot 10^{-14},$$

also beträgt λ rund $2.5 \cdot 10^{-7}$ cm, immerhin noch 10 Atomabstände.

Es ist einleuchtend, daß diese Zusammenstöße nicht zwischen Elektron und Wirkungssphäre des Atomes im gewöhnlichen Sinne stattfinden können, da der Durchmesser dieser Wirkungssphären etwa 85 Prozent des Abstandes der Atommittelpunkte zu betragen scheint[1], so daß eine mittlere freie Weglänge größer als der Atomabstand undenkbar wäre. Es bleibt also nur noch die Annahme übrig, daß die Elektronen durch die Wirkungssphären, die sich gegenseitig nicht durchdringen können, hindurchfliegen können, daß aber ein sogenannter Zusammenstoß bzw. eine große Beschleunigung nur dann in Erscheinung tritt, wenn das Elektron auf einen im Innern der Wirkungssphäre befindlichen Kern trifft. Man kann sich auch in einem jeden Atome mehrere Kerne denken, wobei sich einem die Vorstellung eines dem Thomsonschen Atommodelle ähnlichen Gebildes aufdrängt. Es soll aber hier davon Abstand genommen werden, hierauf näher einzugehen. Für die weitere Rechnung ist es völlig belanglos, ob man sich einen oder mehrere Kerne denkt. Es soll also der Einfachheit halber im folgenden von einem Kerne die Rede sein.

Der Kern selbst nimmt selbstverständlich an der Wärmebewegung des Atoms teil, wahrscheinlich kann man ihn sogar als Träger der Masse und Energie betrachten. Nimmt man nun an, daß ein freies Elektron nur dann eine heftige Beschleunigung oder, wie man sich gewöhnlich ausdrückt, einen Zusammenstoß erleidet, wenn es seinen Weg durch die Kugel führt, welche der Kern mit seinen Schwingungen erfüllt, oder, anders ausgedrückt, wenn man die Annahme macht, daß die Wirkungssphäre des Kernes dieser Kugel proportional ist, so kann man auf einfachem Wege zu Formeln gelangen, welche der Erfahrung

[1] F. A. Lindemann, Über die Berechnung molekularer Eigenfrequenzen, Phys. Zeitschrift 11 (1910) S. 509.

entsprechen. Ob man diese Veränderlichkeit der Wirkungssphäre mit der Schwingungsamplitude vielleicht auf die Entstehung eines magnetischen Kraftfeldes zurückführen will oder ob man sie sich rein mechanisch vorstellen will, mag dahingestellt bleiben.

Wenn der Radius des Kernes σ ist, so beträgt die mittlere freie Weglänge am absoluten Nullpunkt $\lambda = \frac{d^3}{2\pi\sigma^2}$, wobei d den mittleren Abstand zweier benachbarter Atommittelpunkte bedeutet. Enthält das Atom der Eigenfrequenz ν die Energie $E = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$, was nach Planck[1] und Einstein[2] der Fall sein muß, und durch die neueren Messungen von Nernst[3] und seinen Schülern sich zu bestätigen scheint, so schwingt der Kern mit der Amplitude

$$r = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{h}{2\nu m\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)}} = K_1\sqrt{\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}}.$$

Er bedeckt also mit seiner Wirkungssphäre einen Kreis der Fläche $\pi(r+\sigma)^2$ und es folgt $\lambda = \frac{d^3}{2\pi(r+\sigma)^2}$. Für den Widerstand folgt also die Beziehung:

$$W = \frac{2\pi K_1 T(r+\sigma)^2}{ne^2 u d^3}.$$

Da sich n und u proportional $\sqrt{T}$ ändern, so folgt, daß $W = K_2(r+\sigma)^2$, oder, wenn man den Wert für r einsetzt,

$$W = K_2\left\{K_1\sqrt{\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}} + \sigma\right\}^2$$

$$= K_2\left\{\frac{K_1^2}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} + \frac{2K_1\sigma}{\sqrt{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}} + \sigma^2\right\}.$$

Der Widerstand läßt sich hiernach durch die Formel

$$W = \frac{A^2}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1} + \frac{2AB}{\sqrt{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1}} + B^2$$

wiedergeben. Wie man sieht, reduziert sich dies für kleine Werte von T auf die Form

[1] Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung (1906).

[2] Ann. d. Phys. Bd. 22, 180 (1907).

[3] W. Nernst, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 12, S. 287. A. Magnus und F. A. Lindemann, Zeitschr. f. Elektrochemie 8 (1910), S. 269.

$$W = \frac{A^2}{e^{\frac{\beta\nu}{T}}} + \frac{2AB}{e^{\frac{\beta\nu}{2T}}} + B^2,$$

in der das Glied $\frac{2AB}{e^{\frac{\beta\nu}{2T}}}$ überwiegt. In der Tat hat auch Hr. Prof. Nernst gefunden (s. o.), daß die Widerstandskurve früher aufbiegt wie die Energiekurve $\frac{A^2}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1}$, daß aber eine bestimmte Beziehung zu der Eigenfrequenz ν der Metallatome unverkennbar ist. Wenn dagegen bei höherer Temperatur die Amplitude groß geworden ist, gegen den Durchmesser des Kernes, so überwiegt das erste Glied und es wird

$$W = \frac{A^2}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1} + B^2 = \frac{A^2}{\beta\nu} T - \text{konst.},$$

welches der bekannten Widerstandskurve bei hoher Temperatur im allgemeinen entspricht. Daß sich durch diese Formel die von Kamerlingh-Onnes (vgl. S. 312 der vorhergehenden Mitteilung) gemessenen Widerstände darstellen lassen, zeigen folgende Tabellen:

Widerstand w eines Bleidrahtes bei der absoluten Temperatur T.

T	w beob.	w ber.
14.39	0.01311	0.01312
18.02	0.02314	0.02309
20.31	0.03032	0.03032
56.41	0.17129	0.1714
68.57	0.21742	0.2198
77.94	0.25257	0.2571
89.44	0.29439	0.3029
169.46	0.59548	0.6114
273.09	1.0000	0.9951
289.42	1.0652	1.0601

Widerstand w eines Silberdrahtes bei der absoluten Temperatur T.

T	w beob.	w ber.
13.9	0 00694	0.0028
20.2	0.008913	0.00894
68.4	0.15528	0.1571
77.9	0.19703	0.1962
133.2	0.43282	0.4309
273.1	1 0000	1.0141

Hierbei ist der Widerstand des Bleidrahtes durch die Formel

$$W = 0.415\left\{\frac{0.54}{e^{\frac{70}{T}}-1}+\frac{0.3}{\sqrt{e^{\frac{70}{T}}-1}}+0.0004\right\},$$

der des Silberdrahtes durch die Formel

$$W = \frac{0.54}{e^{\frac{160}{T}}-1}+\frac{0.3}{\sqrt{e^{\frac{160}{T}}-1}}+0.0018\,,$$

wobei für $\beta\nu$ 70 bzw. 160 die aus den spezifischen Wärmen ermittelten Werte der Eigenfrequenzen eingesetzt sind. In gleicher Weise lassen sich die Widerstände von Pt, Cu und Al darstellen. Man sieht, daß bei ganz tiefen Temperaturen, wo $T < 0.15\,\beta\nu$ ist, die Formel versagt, offenbar darum, weil die tatsächlich vorhandene Energie erheblich größer ist, wie es der oben vorausgesetzten PLANCKschen Funktion entspricht (vgl. auch die vorhergehende Arbeit). Ferner ist es auffällig, daß die konstante 0.3 nicht den oben berechneten Wert $2\,A\,B$ hat, was als ein Mangel der Theorie empfunden werden muß, der sich vielleicht dadurch aufklärt, daß die Wirkungssphäre nicht streng proportional dem durch die Wärmeschwingungen erfüllten Raume verhält. Es hat sich rein empirisch die Tatsache herausgestellt, daß das Verhältnis beider Konstanten für die verschiedensten Metalle konstant ist, und zwar etwa 1.8.

Es läßt sich also durch die Annahme, die die bekannte Schwierigkeit mit der Atomwärme beseitigt und übrigens auch den Bestimmungen aus der Dispersion[1] entspricht, nämlich daß im Metall verhältnismäßig wenige freie Elektronen vorhanden sind, und durch die weitere Voraussetzung, daß die Wirkungssphäre der Atomkerne, mit denen die freien Elektronen zusammenstoßen, mit der Amplitude ihre Wärmeschwingungen anwachsen, eine mit der Erfahrung in großen Zügen übereinstimmende Formel für den elektrischen Widerstand ableiten. Es erklärt diese Betrachtungsweise auch die von Prof. NERNST neu aufgefundenen bemerkenswerten Beziehungen zu der Eigenfrequenz der Metallatome, und ferner die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur, ohne die komplizierten ad hoc gemachten Annahmen über die Veränderlichkeit der freien Weglänge mit der Temperatur, auf die man bisher angewiesen war. Die andern bekannten Schwierigkeiten der Theorie der freien Elektronen in Metallen bleiben aber bestehen und lassen es zweifelhaft erscheinen, ob man nicht die jetzige Theorie in ihren Grundvorstellungen wird abändern müssen.

[1] P. DRUDE a. a. O., Ber. d. Spence Review (1909), XXVIII, 5, S. 387.

Ausgegeben am 16. März.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
XIV.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

16. März. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Waldeyer.

1. Hr. Orth las über Atrophie der Harnkanälchen.

Es wurden verschiedene Formen der Inactivitätsatrophie, der Atrophien in Folge ungenügender Ernährung der Epithelzellen, in Folge directer Schädigung der Epithelzellen und in Folge Einwirkung seitens des interstitiellen Gewebes erörtert und durch einzelne Beispiele erläutert.

2. Hr. Rubens berichtet über eine in Gemeinschaft mit Hrn. Prof. Dr. O. von Baeyer ausgeführte Untersuchung »Über eine äusserst langwellige Strahlung des Quecksilberdampfs«.

Durch Anwendung der früher beschriebenen Quarzlinsenanordnung lässt sich aus der Gesammtemission einer Quarzquecksilberlampe eine Strahlung aussondern, von welcher ein beträchtlicher Antheil durch schwarzen Carton hindurchgeht. Die durchtretende Strahlung zeigt eine mittlere Wellenlänge von etwa 300 μ. Die Eigenschaften dieser Strahlung, welche einem bisher völlig unbekannten Theile des Spectrums angehört, werden näher untersucht.

Über Atrophie der Harnkanälchen.

Von J. Orth.

Es ist lange bekannt, daß man häufig in den Nieren atrophische Harnkanälchen findet, d. h. Kanälchen, deren Gesamtumfang kleiner ist als derjenige normaler Kanälchen und deren einzelne Epithelzellen gleichfalls nicht die ihnen normal zukommende Größe besitzen. Der Grad der Atrophie kann ein verschieden hoher sein; aus der Atrophie kann schließlich ein völliger Schwund entstehen. Bei dem Vorkommen zu kleiner Kanälchen und Zellen kann es sich um solche handeln, welche überhaupt nicht ihre normale Ausbildung erlangt, also eine Entwicklungsstörung erfahren haben (Hypoplasie); häufiger ist es, daß Kanälchen, welche bereits ihre volle Ausbildung erlangt hatten, mitsamt ihren Zellen wieder kleiner geworden sind (eigentliche Atrophie). Die Tunica propria ist dabei geschrumpft, die Epithelzellen sind entdifferenziert, d. h. sie zeigen in denjenigen Kanälchen, welche sonst ein kompliziert gebautes Epithel besaßen, nur kleine Formen und einfachen Bau. Man darf sich die Entdifferenzierung nicht so vorstellen, als wären die Zellen mit dem Verlust ihrer feineren Ausbildung wieder zu Embryonalzellen geworden, sondern es sind pathologische Nierenzellen, die zwar noch Stoffwechsel haben und teilweise auch noch ein Sekret liefern können, aber nicht mehr normal funktionieren. Es ist anzunehmen, daß diesen Zellen die Fähigkeit, wieder zu normal differenzierten sich zu entwickeln, nicht verloren gegangen ist, aber in den meisten Fällen sind sie sicherlich für eine normale Tätigkeit dauernd ausgefallen.

Ich habe nicht die Absicht, auf die erste Gruppe (hypoplastische Kanälchen) im ganzen einzugehen, sondern werde sie nur insoweit berücksichtigen, als sie mit der zweiten Gruppe Berührungspunkte darbietet, d. h. soweit die Differenzialdiagnose mit der eigentlichen Atrophie in Betracht kommt. Auf diese habe ich seit längerer Zeit besonders geachtet, und ich will hier meine hauptsächlichsten eigenen Erfahrungen zusammenstellen.

Die Atrophie kann in allen Lebenszeiten entstehen und zerfällt zunächst in zwei Untergruppen: A. Atrophie infolge Funktionswegfalls, Inaktivitätsatrophie, B. Atrophie aus anderen Ursachen.

A. Atrophie infolge Funktionswegfalls.

Eine Inaktivitätsatrophie spielt vor allem bei den mit besonderen Funktionen begabten Organen (Muskeln, Drüsen, Nerven) eine hervorragende Rolle; sie betrifft nur das funktionierende Parenchym, nicht das Stützgewebe. Die Bedingungen, unter welchen sie eintritt, sind aber keineswegs überall gleich. Während z. B. an den Skelettmuskeln durch Stillstellen, also völligen Wegfall der Funktion und damit auch der Funktionsreize, Atrophie herbeigeführt werden kann, wird im Herzen nie Wegfall, sondern nur Verminderung der Funktion und der Funktionsreize in Betracht kommen können. Bei den Nieren dagegen kann es sich niemals um Wegfall oder auch nur Abnahme jener Funktionsreize handeln, welche von den sogenannten harnfähigen Stoffen des Blutes ausgehen, denn je weniger die Nieren tätig sind, um so mehr müssen diese Stoffe im Blute zunehmen und durch die interstitiellen Capillaren den Epithelzellen zugeführt werden. Und diese sind es, welche in bestimmten Abschnitten der Kanälchen die spezifischen Bestandteile des Harnes sezernieren, während im übrigen die Niere bekanntlich die Eigentümlichkeit zeigt, daß verschiedene Bestandteile ihres Sekretes an ganz verschiedenen Stellen abgesondert werden, und das Harnwasser eine ganz andere Quelle hat als die spezifischen Harnbestandteile, indem es und die Salze — vielleicht auch noch einzelne andere Stoffe — von den Gefäßknäueln der Nierenkörperchen herkommen. Es ist nun auch für die Physiologie der Nierensekretion sicherlich von dem größten Interesse, daß die Inaktivitätsatrophie der Harnkanälchen dann eintritt, wenn die Absonderung der Gefäßknäuel versiegt. Das abgesonderte Harnwasser kann offenbar nicht Schwemmaterial allein sein, bestimmt, das besondere Sekret der Epithelzellen nach den abführenden Harnwegen zu befördern, sondern es muß von ihm aus eine bestimmende Einwirkung auch auf die Tätigkeit der Epithelzellen ausgeübt werden. Diese Einwirkung kann nicht eine bloß ernährende sein, denn zur Ernährung ist das Glomerulussekret offenbar ungeeignet, vielmehr muß die Ernährung auch nach dem histologischen Bau der Niere den interstitiellen Capillaren obliegen. Die Wichtigkeit der Gefäßknäuel für das Gesundbleiben der Nierenkanälchen bringt es nun mit sich, daß in keinem anderen drüsigen Organ so häufig Inaktivitätsatrophien vorkommen als wie in den Nieren, da Veränderungen an den Knäueln ungemein häufig sind, vor allem in den höheren Lebensaltern.

Wenn ein Gefäßknäuel seine Tätigkeit erheblich verringert oder ganz eingestellt hat, so atrophiert das ganze von ihm ausgehende Harnkanälchen bis zu der Stelle, wo es sich mit einem noch voll tätigen

verbindet, d. h. bis zu einer gewissen Stelle der Sammelröhren. Die gewundenen Kanalabschnitte und die Schleifenabschnitte verfallen gleichmäßig der Atrophie. Je nachdem nun nur vereinzelte Knäuel oder ganze Gruppen von ihnen funktionsunfähig werden, wird die Atrophie nur an einzelnen Kanälchen, die mitten zwischen normalen liegen, oder an vielen oder gar allen Kanälchen kleinerer oder größerer Nierenabschnitte hervortreten.

Diese Form der Inaktivitätsatrophie ist schon lange bekannt und wird in allen Lehrbüchern erwähnt; sie findet sich besonders im Anschluß an Arteriosklerose der Nierenarterien (arteriosklerotische Schrumpfniere), kann aber auch ohne allgemeine Arteriosklerose durch Veränderungen der Knäuel allein herbeigeführt werden (glomeruläre oder corpusculäre Schrumpfniere); beide Formen können unter der Bezeichnung vasculäre Schrumpfniere zusammengefaßt werden. Die vasculäre Schrumpfung beginnt mit Vorliebe in den subcapsulären Schichten und setzt sich von da nach der Tiefe zu fort. Es kann aber auch das Umgekehrte eintreten; so habe ich z. B. bei chronischer Tuberkulose gesehen, daß fast ausschließlich die der Grenzschicht (und den tuberkulösen Käsemassen) benachbarten Gefäßknäuel mit ihren Kanälchen atrophisch geworden waren, während die subcapsulären Schichten durchgängige Knäuel und wohlerhaltene Kanälchen zeigten.

Es ist, wie ich schon vorher andeutete, für das Eintreten einer Inaktivitätsatrophie der Harnkanälchen nicht eine völlige Undurchgängigkeit (sog. Atrophie) der Knäuel nötig, sondern es genügt schon eine hyaline Umwandlung einer größeren Anzahl Schlingen eines Knäuels.

Diese Inaktivitätsatrophie der Kanälchen bietet einen besonders guten Beweis für die Richtigkeit der Angabe, daß die entdifferenzierten Epithelzellen keineswegs einer Sekretionsfähigkeit entbehren, nur ist es nicht normales Sekret, sondern eine colloide Masse, welche sich in so großer Menge anhäufen kann, daß die Kanälchen nicht nur ganz verstopft, sondern noch dazu bis zum makroskopischen Sichtbarwerden erweitert werden. Die Erweiterung erfolgt meist ungleichmäßig, so daß sich sogenannte Colloidcystchen bilden. Ihre Bildung hat also mit einer primären Entzündung der Niere gar nichts zu tun, sondern setzt eine Inaktivitätsatrophie voraus.

Nachdem festgestellt worden ist, daß es kongenital-atrophische Glomeruli gibt, muß natürlich auch angenommen werden, daß es auch kongenital-atrophische Harnkanälchen gibt; es ist aber sehr schwer, hier eine Entscheidung zwischen kongenitalen und nichtkongenitalen Veränderungen zu treffen. Die Anwesenheit von Veränderungen des Zwischengewebes kann meines Erachtens für die nichtkon-

genitale Natur nicht sicher verwertet werden, da auch bei kongenitaler Veränderung, wie überall bei abnormer Beschaffenheit der Kanälchen, sekundär eine Infiltration des Zwischengewebes sich einstellen kann.

Einen Fall habe ich kürzlich beobachtet, bei dem die kongenitale Natur im höchsten Grade wahrscheinlich ist (Sekt. 1396, 1910).

Es handelte sich um ein tuberkulöses weibliches Individuum von 28 Jahren, bei dem mir an einer Niere eine kleine, unscheinbare Schrumpfstelle auffiel. An einem senkrechten Durchschnitt zeigte sich an der Grenze von Rinde und Mark ein rundlicher, grauer, fast hanfkorngroßer Herd, den ich zunächst für einen tuberkulösen Gefäßherd zu halten geneigt war. Die mikroskopische Untersuchung ergab aber ein sogenanntes Markfibrom, das hier aber sehr reich an glatten Muskelbündeln war, zahlreiche, zum Teil sehr weite Kanälchen enthielt und cortikalwärts von den Arcus vasculosi gelegen war, und genau der Stelle entsprechend fanden sich in der Rinde, obwohl die Arterien im Bereiche des Fibroms völlig frei waren, eine größere Anzahl atrophischer Knäuel mit Atrophie der zugehörigen Kanälchen. Da einzelne Nierenkörperchen gut gebildet waren, so lagen atrophische und nichtatrophische Kanälchen neben- und durcheinander.

Da diese sogenannten Markfibrome wahrscheinlich alle kongenitale, auf Entwicklungsstörungen beruhende Bildungen sind, so ist es sehr wahrscheinlich, daß auch die Atrophie der Glomeruli und der Harnkanälchen eine angeborene ist und daß auch sie einen Bildungsfehler (Hypoplasie) darstellt. Daß an der betreffenden Stelle der Niere überhaupt eine Bildungsanomalie vorlag, wird dadurch bewiesen, daß das typische Rindengewebe nur eine ganz schmale, oberflächliche Zone einnahm, während der meduläre Abschnitt der Rinde nur von gebogen verlaufenden Kanälchen gebildet wurde, welche das Aussehen von Sammelröhren hatten. Hier kann es sich nur um eine Entwicklungsstörung gehandelt haben.

Eine zweite Form von Inaktivitätsatrophie von Nierenkanälchen ist bisher weniger beachtet worden, nämlich die Inaktivitätsatrophie unterer Abschnitte von Kanälchen bei völligem Zugrundegehen oberer Abschnitte. Es handelt sich um die Funktionsausschaltung der im Mark liegenden isolierten Abschnitte von Harnkanälchen, also im wesentlichen von Schleifenkanälchen, bei Nekrose der Rindenabschnitte, wie sie durch anämisch-nekrotische Infarzierung erzeugt wird. Bekanntlich können Infarkte weit in das Mark hineinreichen, und in ihrem Bereiche sind natürlich dann auch die Markkanälchen abgestorben. Wenn aber der Infarkt auf die Rinde beschränkt ist, dann bleiben die im Mark liegenden Teile der in der Rinde abgestorbenen Kanälchen lebendig, aber sie unterliegen einer Inaktivitätsatrophie. Im Gegensatz

zu den Befunden bei vasculärer Inaktivitätsatrophie an Rindenkanälchen habe ich in diesen atrophischen Kanälchen keine colloiden Inhaltsmassen gesehen. Trotzdem kann man ihre Lage unterhalb von älteren Rindeninfarkten, besonders an Präparaten mit Bindegewebsfärbung, leicht erkennen, da das interstitielle Bindegewebe zusammengerückt ist und zuweilen wohl auch noch eine absolute Zunahme erfahren hat: an van Gieson-Präparaten fallen diese Stellen durch ihre rötere Färbung auf. Es gelingt aber gelegentlich auch noch auf andere Weise die atrophischen von den nichtatrophischen Markkanälchen färberisch zu unterscheiden.

Das war der Fall in der Niere eines 32 jährigen Dienstmädchens, welches an einem schweren rheumatischen Herzklappenfehler zugrunde gegangen war (Sekt. 1276. 1910).

An einem Sudanpräparat eines Niereninfarktes mitsamt der zugehörigen Marksubstanz war an zahlreichen geraden Kanälchen der nicht atrophischen Abschnitte des Markes eine äußerst starke Fettablagerung, also Rotfärbung vorhanden, während unter einem alten Infarkt die auch an Umfang deutlich kleineren atrophischen Kanälchen fast nur blaue Kernfärbung, keine oder nur ganz geringfügige Rotfärbung darboten, — ein recht sinnfälliger Beweis dafür, daß die Stoffwechselvorgänge in diesen Kanälchen ganz andere waren als in jenen. Der Gedanke liegt nahe, daß die Ursache für die Verfettung nicht im ernährenden Capillarblute, sondern in dem abgesonderten Harnwasser enthalten war; — den atrophischen Kanälchen wurde kein Harnwasser mehr zugeführt, während ihre interstitiellen Capillaren kein anderes Blut enthielten wie diejenigen der verfetteten Kanälchen. Ausgeschlossen ist natürlich nicht, daß die Verschiedenheit der Stoffwechselvorgänge in den Epithelzellen der atrophischen Kanälchen einerseits und in den nichtatrophischen anderseits die Ursache des verschiedenen Verhaltens abgibt.

Es ist bekannt, daß auch in infarzierten Rindengebieten verschiedene Abschnitte der Kanälchen in bezug auf das Absterben sehr verschieden sich verhalten können, daß insbesondere die geraden Kanalabschnitte sich viel länger lebendig erhalten als die gewundenen, es ist daher sehr wohl denkbar, daß die kleinen indifferenten Kanälchen, welche man so häufig an der Markseite der Rindeninfarkte findet, oft weit zwischen die nekrotischen gewundenen Kanälchen hineinreichend, solchen erhalten gebliebenen, aber infolge von Inaktivität atrophisch gewordenen geraden Kanälchen entsprechen. Der gelegentliche Befund von Karyomitosen an ihrem Epithel würde kein Gegengrund für diese Annahme sein, da, wie schon vorher bemerkt wurde, wohl zugegeben werden darf, daß atrophische Kanälchen, wenn ihnen auch die nor-

male Funktion und Differenzierung der Zellen abgeht, doch einen kräftigen Stoffwechsel haben und dadurch zu formativen Leistungen befähigt sein können.

Nun finden sich aber bei alten Infarkten nicht nur an der Markseite, sondern auch unter der Kapsel und in dem ganzen anstoßenden Nierengewebe häufig ganz ähnlich aussehende atrophische Kanälchen, welche nicht als inaktiv-atrophisch bezeichnet werden können, da die zugehörigen Knäuel funktionstüchtig ausschauen. Es mag in diesen Regionen noch klein und indifferent aussehende Kanälchen geben, welche nichts anderes sind als unfertige, in regeneratorischer Neubildung des Epithels begriffene Kanälchen, aber die Mehrzahl, vor allem die seitlich die Infarkte öfter in nicht unbeträchtlicher Ausdehnung umgebenden indifferenten Kanälchen können ihrer ganzen Lage und Anordnung, ihren Beziehungen zu den Nierenkörperchen nach gar nichts anderes sein als atrophisch gewordene Harnkanälchen, aber solche, bei denen die Atrophie unmöglich aus Inaktivität hervorgegangen sein kann, da eben die Knäuel erhalten und also nicht funktionsuntüchtig sind. Hier muß eine andere Ursache für die Atrophie vorhanden gewesen sein, diese Atrophie gehört also zu der zweiten Gruppe:

B. Atrophie aus anderen als funktionellen Ursachen.

Eine solche Atrophie kann eine dreifach verschiedene Ursache haben:

1. ungenügende Ernährung der Epithelzellen,
2. direkte Schädigung der Epithelzellen,
3. Einwirkung seitens des interstitiellen Gewebes.

In die erste Abteilung

1. Atrophie durch ungenügende Ernährung der Epithelzellen

gehören die eben erwähnten Atrophien, welche man in der Umgebung nekrotischer Infarkte in den Nieren findet, sowohl die zu den Seiten der Infarkte, als auch die in der subcapsulären Schicht vorkommenden. Die schwere Ernährungsstörung im Zentrum des Infarktes kann unmöglich plötzlich am Rande einer vollkräftigen Ernährung Platz machen, sondern zwischen den Gewebsabschnitten mit völligem Mangel und denjenigen mit nicht wesentlich gestörter Ernährung muß ein Abschnitt zwischengeschaltet sein, in dem die Ernährung zwar nicht aufgehoben, aber doch vermindert ist: in ihr tritt die Atrophie ein. Da die Gefäßknäuel durchgängig sind, so ist kein Grund

vorhanden, in ihnen die Ursache für die Ernährungsverschlechterung zu suchen, diese kann vielmehr nur in Störungen der Zirkulation in den interstitiellen Capillaren ihre Quelle haben, an denen man ja auch in Gestalt der collateralen Hyperämie schon makroskopisch eine Zirkulationsstörung erkennt, wie man an den Epithelzellen der collateralen Kanälchen in der so häufig nachweisbaren Verfettung einen optischen Ausdruck der an ihnen eingetretenen Ernährungsstörung sehen kann. Wie aber sowohl die Ausdehnung der collateralen Hyperämie als auch diejenige der Verfettung bei den einzelnen Infarkten sehr wechselnd ist, entsprechend den wechselnden normalen collateralen Zirkulationsverhältnissen, über die neuerdings Zondek interessante Aufschlüsse gegeben hat, ebenso wechselnd und von den normalen Gefäßeinrichtungen an der gegebenen Stelle abhängig müssen auch die mit allgemeiner Atrophie der Kanälchen endenden Ernährungsstörungen sein, woraus sich unschwer das Wechselvolle der Befunde in bezug auf die collaterale atrophische Zone bei den einzelnen Infarkten erklären läßt. Es ist aber auch nicht ausgeschlossen, daß gerade hier mit einer allmählich sich herstellenden besseren Zirkulation und Ernährung die Epithelien sich wieder erholen und, da die Nierenkörperchen nicht gelitten haben, also eine völlige Wiederherstellung der Funktion möglich ist, die ganzen Kanälchen wieder ein normaleres Aussehen annehmen, so daß schließlich von der atrophischen Zone gar nichts mehr zu finden ist. Es würde also in solchem Falle ganz von der Zeit der Untersuchung abhängen, ob man eine collaterale atrophische Zone findet oder nicht.

Vor kurzem habe ich noch eine andere hierhergehörige Form von Atrophie kennen gelernt, nämlich eine keilförmige Atrophie infolge von Arterienwandtuberkulose[1]. Mir waren schon lange zweierlei Folgen von Arterienwandtuberkulose in der Niere bekannt, über die ich schon vor 25 Jahren durch meinen damaligen Assistenten Nasse in Virchows Archiv habe Bericht erstatten lassen. Wenn die Arterie vollständig verlegt ist, sei es durch die tuberkulöse Wucherung direkt, sei es durch einen auf ihr sekundär entstandenen Thrombus, so entsteht wie bei embolischer Verstopfung ein anämisch-nekrotischer Infarkt in der Rinde, gleichgültig, ob es sich um eine akute disseminierte Miliartuberkulose oder um eine chronische lokalisierte Nierentuberkulose mit Beteiligung der Arterien handelt. Wenn aber die Arterie nicht völlig verstopft ist, wenn an der tuberkulösen Wandstelle noch ein Blutstrom vorbeigeht, so kann dieser Tu-

[1] In meinem Jahresbericht über das Jahr 1909 habe ich in den Charitéannalen (Bd. XXXIV) hierüber wie auch über die collateralen Atrophien bei Infarkten kurze Mitteilungen gemacht.

berkelbacillen in das Verbreitungsgebiet des erkrankten Gefäßes mitschleppen und so eine umschriebene, nur auf dieses eine Gefäßgebiet beschränkte disseminierte Miliartuberkulose erzeugen. Selbstverständlich kann, nachdem dieses geschehen ist, nachträglich noch ein Verschluß der Arterie und eine Infarktnekrose sich einstellen, so daß man zweierlei, sozusagen tuberkulöse, Infarkte unterscheiden muß, solche ohne lokalisierte disseminierte Tuberkulose in dem infarzierten Gewebe und solche, bei denen dieses zerstreute miliare Tuberkel enthält; bei jenen ist der Arterienverschluß wahrscheinlich schnell eingetreten, auf jeden Fall eingetreten, ehe es zu einer wirksamen Verschleppung von Tuberkelbacillen aus dem Arterienherd gekommen war, im letzten war diese zuerst eingetreten und dann erst der Verschluß nachgefolgt. Selbstverständlich kann auch in dem tuberkelfreien nekrotischen Infarkt noch nachträglich eine Bacillenansiedlung zustande kommen, aber dann können sich nicht in dem abgestorbenen Gewebe, sondern nur am Rande sekundär-tuberkulöse Gewebswucherungen einstellen.

Nun habe ich also noch eine dritte Folge der Arterientuberkulose in der Niere kennen gelernt: die keilförmige Atrophie, eine Atrophie, welche genau auf das Verzweigungsgebiet der erkrankten Arterie beschränkt ist. Auch diese Atrophie kann für sich allein bestehen oder gleichzeitig mit disseminierter Miliartuberkulose verbunden sein, sie kann in einer dieser Formen für sich allein bestehen oder neben Infarkten zu finden sein. Es kann sich bei dieser Atrophie nicht etwa um eine Inaktivitätsatrophie handeln, denn die übrigen Gefäßabschnitte, und insbesondere die Glomeruli, sind ja nicht krank, durch die Knäuel zirkuliert ja noch Blut, es kann also noch Harnwasser abgesondert werden, dagegen ist der Blutstrom in den interstitiellen Capillaren vermindert und damit auch die Ernährung der Kanalepithelien verschlechtert. Immerhin ist nicht außer acht zu lassen, daß die Absonderungsmenge des Harnwassers sehr wesentlich von dem Blutdruck und der Strömungsgeschwindigkeit abhängig ist, und daß diese beiden unter den angegebenen Verhältnissen herabgesetzt sein müssen. Zu der verminderten Ernährung wird sich also auch noch eine Verminderung der Arbeit hinzugesellen, und die folgende Atrophie der Kanälchen wird auf das gleichsinnige Zusammenwirken der beiden Ursachen zurückzuführen sein. Auch in diesen Kanälchen habe ich bis jetzt keinen colloiden Inhalt gesehen.

Inwieweit es eine nicht auf einzelne Gefäßgebiete beschränkte, sondern über die Niere zerstreute Atrophie der Harnkanälchen infolge von Verminderung der Ernährung gibt, bedarf meines Erachtens noch genauerer Erforschung. Bei allgemeiner Er-

nährungsstörung erscheinen auch die Nieren verkleinert, auch das Alter kann mit einer Atrophie der Nieren (senile Atrophie) verbunden sein, aber in der Mehrzahl dieser Fälle, vor allem bei der senilen Atrophie, findet man nicht nur atrophische Kanälchen, sondern auch atrophische Nierenkörperchen, d. h. die Atrophie der Kanälchen kann eine sekundäre, eine Inaktivitätsatrophie sein. Muß sie es sein?

Die Ansicht findet viele Vertreter, daß zwischen Nierenkörperchen und Harnkanälchen ein derartiges Wechselverhältnis besteht, daß nicht nur das Kanälchen atrophiert, wenn der Glomerulus undurchgängig geworden ist, sondern daß auch umgekehrt der Glomerulus undurchgängig, atrophisch werde, wenn das Harnkanälchen aus irgendeinem Grunde primär atrophisch geworden sei. Ich vermisse für die letzte Behauptung den Beweis; sehe vielmehr den gegenteiligen Beweis dafür erbracht, daß auch bei schwerster und seit langer Zeit bestehender Atrophie der Kanälchen die Glomeruli und die ganzen Nierenkörperchen überhaupt völlig gut erhalten sein können, so daß also jedenfalls das eine feststeht, daß eine Atrophie des Kanälchens nicht notwendig eine Atrophie des Nierenkörperchens im Gefolge haben muß. Darum werde ich immer, wo Atrophie von Nierenkörperchen und Harnkanälchen zugleich vorliegt, so lange annehmen, daß die Atrophie des Körperchens das Erste, diejenige des Kanälchens das Zweite ist, bis mir der unumstößliche Gegenbeweis erbracht wird.

Die Unabhängigkeit der Nierenkörperchen von den Harnkanälchen wird bewiesen durch die Fälle von Nierenschrumpfung, welche durch Stauung des Harnes bedingt werden.

Die bekannteste Form ist diejenige, bei welcher ein Hindernis für die Entleerung des Harnes in den abführenden Wegen vorhanden ist und eine Hydronephrose sich entwickelt hat. Das Nierengewebe kann dabei bis auf ein Minimum reduziert werden, so daß die hydronephrotische Atrophie zu den Atrophien gehört, welche die höchsten Grade erreichen können. Es spielt dabei der Umstand mit, daß gleichzeitig Rinde und Mark dem Schwund anheimfallen.

Bei dieser hydronephrotischen Atrophie wirken verschiedene Umstände zusammen, um ein so großes Resultat zu erzeugen. In erster Linie der Massendruck des angehäuften Sekretes, welcher eine Störung der Zirkulation und damit der allgemeinen Ernährung in der Niere zur Folge haben muß. Aber es werden nicht nur die intrarenalen Gefäße gedrückt werden, sondern auch die großen Hilusgefäße. Wenngleich sie in lockerem, nachgiebigem Binde- und Fettgewebe eingebettet liegen, so kann es doch nicht ausbleiben, daß auch ihr Lumen unter dem Druck des im Nierenbecken und den Nierenkelchen sich

stauenden Sekretes beeinträchtigt wird und daß dadurch die im Nierengewebe so schon vorhandene Zirkulations- und Ernährungsstörung noch erhöht wird. Eine allgemeine Herabsetzung der Ernährung spielt also wohl bei der hydronephrotischen Atrophie eine Rolle.

Aber auch eine Herabsetzung der Funktion ist bei dem Gewebsschwund beteiligt. Schon durch die erwähnte Zirkulationsstörung muß die Absonderung des Harnwassers ungünstig beeinflußt werden, ganz besonders aber wird dies der Fall sein müssen durch die unausbleiblich eintretende Erhöhung des Druckes innerhalb der Harnkanälchen und innerhalb der Kapselräume der Nierenkörperchen. Mag auch die Absonderung des Harnwassers nicht ein einfacher Filtrations-, sondern ein Sekretionsvorgang sein, auf keinen Fall wird die genannte Druckerhöhung ohne Einwirkung auf die Menge des abgegebenen Harnwassers sein; diese muß vermindert sein, und es muß also eine Herabsetzung der Nierentätigkeit ihre Folge sein. Eine solche wird schon durch die verhältnismäßig geringe Menge des angestauten Sekretes, sie wird vor allem aber auch dadurch bewiesen, daß bei einseitiger Hydronephrose die andere Niere stärker arbeitet, also vikariierend die Arbeit der kranken Niere mit übernimmt. Trotz Intaktbleibens der Glomeruli, auf welches ich erst kürzlich in einer kleinen Bemerkung in Virchows Archiv (Bd. 202) hingewiesen habe, muß also auch hier eine Inaktivität vorliegen, und dieser Umstand darf bei der Erklärung der hydronephrotischen Kanälchenatrophie sicherlich nicht vernachlässigt werden, ich bin aber doch der Meinung, daß außer den beiden genannten noch ein anderer Faktor sehr wesentlich mitwirkt, nämlich eine direkte Schädigung der Epithelzellen, so daß diese Atrophie der zweiten Untergruppe, der

2. Atrophie durch direkte Schädigung der Epithelzellen

zugerechnet werden kann.

Die hydronephrotische Atrophie beginnt regelmäßig in der subcapsulären Schicht und schreitet nach der Marksubstanz hin fort, in der aber ebenfalls, und zwar unabhängig von der Rinde, eine Atrophie, insbesondere der Ductus papillares, zur Entwicklung gelangt. Schließlich ist das gesamte Kanalsystem atrophisch, und gerade darin liegt eine der wesentlichen Verschiedenheiten zwischen dieser Form und den anderen Formen der Nierenatrophie. Sehr bemerkenswert ist, daß sich die Kanälchen in den Columnae renales im allgemeinen besser und länger erhalten als in den äußeren, von der Kapsel bedeckten Abschnitten der Rinde, und ich sehe gerade darin eine wichtige Bekräftigung der Annahme, daß eine direkte Einwirkung auf die Epi-

thelzellen bei deren Atrophie eine Rolle spielt. Man sollte denken, daß, wenn ein von dem Inhalt der Kelche ausgehender Druck von außen die Hauptrolle dabei spielte, dann gerade die Columnae, die gewissermaßen zwischen zwei Pressen gefaßt sind, und nicht wie die äußeren Rindenabschnitte wenigstens etwas ausweichen können, eine ganz besonders schwere Schädigung erfahren müßten; aber gerade das Gegenteil ist der Fall. Wenn wir aber annehmen, daß die Schädigung vom eigenen Inhalt herrührt, so kann man wohl verstehen, daß die aus den Columnae kommenden Kanälchen weniger stark geschädigt werden als die von der freien Rinde kommenden, weil jene an den Seiten der Papillen, diese aber auf ihren Spitzen ausmünden. Die erste sichtbare Folge einer Harnstauung in den Kelchen ist die Erniedrigung, die Abplattung der Papillen. Diese muß aber an den hervorragendsten Stellen, also da, wo die Kanälchen der freien Rinde ausmünden, die stärksten Veränderungen hervorrufen, d. h. diese Kanälchen müssen ebenfalls frühzeitiger und stärker geschädigt werden als die an den seitlichen Abflachungen der Papillen ausmündenden, und das sind eben die aus den Columnae Bertini kommenden Kanälchen.

Noch eine andere Erscheinung deutet darauf hin, daß die Atrophie bei Hydronephrose einen anderen Charakter hat als bei Inaktivität, das ist das Fehlen der Colloidsekretion. Geradeso wie in hydronephrotischen Nieren auch atrophische Glomeruli vorkommen können, so wie sie in allen Nieren gefunden werden können, ebenso können auch colloide oder hyaline Inhaltsmassen gelegentlich in hydronephrotischen Nieren gefunden werden, aber dieser Befund ist nur eine Ausnahme, eine Komplikation, an und für sich enthalten die hydronephrotisch-atrophischen Kanälchen kein Sekret.

Eine besondere Stellung nehmen unter den hydronephrotischen Atrophien die tuberkulösen Fälle ein. Mag die Tuberkulose sekundär in einer schon hydronephrotischen Niere entstanden oder mag erst durch eine chronische absteigende Tuberkulose der Ureter undurchgängig geworden und dadurch eine im vollen Sinne des Wortes tuberkulöse Hydronephrose entstanden sein, die allgemeinen Folgezustände an den Nieren müssen dieselben sein wie bei einer nicht mit Tuberkulose komplizierten Hydronephrose.

Es gibt aber bei chronischer Tuberkulose noch eine zweite Form von ausgedehnter Nierenatrophie, welche mit der hydronephrotischen vollkommen übereinstimmt, aber ohne Hydronephrose im engeren Sinne auftritt, bei der aber doch auch eine intrarenale Stauung des Sekretes vorhanden ist, weil durch die chronischen tuberkulösen Vorgänge an den Papillen die ausführenden Harnkanälchen undurchgängig geworden sind. Ich habe schon vorher darauf hingewiesen, daß auch bei der

chronischen Tuberkulose Arterienveränderungen vorkommen, welche zu Atrophie und Infarktbildung Veranlassung geben können, aber dabei handelt es sich um umschriebene, auf einzelne Arteriengebiete beschränkte Atrophie; hier ist die Atrophie in dem von der chronischen Tuberkulose betroffenen Nierenabschnitt eine gleichmäßige und allgemeine und ganz unabhängig von Gefäßwandtuberkulose. Da auch gerade in diesen Fällen eine Beeinträchtigung der großen Nierengefäße, wie ich sie bei der gewöhnlichen Hydronephrose anerkannt habe, fehlen kann, da die Glomeruli völlig normales Aussehen darbieten können, so scheint mir diese Atrophie besonders geeignet zu sein, die Bedeutung der Sekretstauung innerhalb der Kanälchen selbst zu beleuchten, die Atrophie infolge direkter Schädigung der Epithelzellen zu beweisen. Die Tuberkulose steht übrigens in dieser Beziehung nicht allein, denn alle Tumoren im Nierenmark können nach Beneke keilförmige Atrophie in der Rinde durch Sekretstauung erzeugen.

Bei der hydronephrotischen sowohl wie bei allen vorher genannten Nierenatrophien spielt eine Veränderung des interstitiellen Gewebes keine primäre Rolle, aber sekundär tritt sehr häufig eine zellige Infiltration oder eine faserige Verdickung auf. Die erste findet sich vorzugsweise in der Rinde, eine Zunahme des faserigen Zwischengewebes sowohl hier als auch im Mark, aber bei der Bewertung gerade dieses Befundes muß man sehr vorsichtig sein, damit man nicht eine rein passive, nur relative Vermehrung mit einer aktiven, absoluten verwechselt. Es liegt ja auf der Hand, daß mit dem Schwund der eingelagerten Kanälchen die Maschen des interstitiellen Gewebes kleiner werden müssen, daß dies Gewebe ebenso wie die Nierenkörperchen, bei denen das leicht zu erkennen ist, näher zusammenrückt, also eine relative Zunahme erfährt. Eine solche kann man besonders gut in dem durch Inaktivität atrophisch gewordenen Abschnitte des Markes unterhalb von Rindeninfarkten erkennen. Es gibt aber zweifellos außer und neben der zelligen Infiltration eine faserige Verdickung durch Neubildung an dem interstitiellen Gewebe, insbesondere der Rinde, und so erhebt sich die Frage: gibt es eine

3. Atrophie durch Einwirkung des interstitiellen Gewebes.

Nach dem oben Bemerkten ist es ohne weiteres klar, daß, wenn gleichzeitig Atrophie der Kanälchen und Vermehrung des interstitiellen Gewebes vorhanden ist, zunächst nach einer anderen Erklärung für die Atrophie gesucht werden muß, und daß beim Nachweis einer solchen von vornherein die Veränderung des Gerüstes als eine sekun-

däre anzusehen ist. Immerhin ist es auch in solchen Fällen nicht ausgeschlossen, daß durch Wucherung des Bindegewebes nun wieder eine ungünstige Rückwirkung auf die Kanälchen ausgeübt werden kann. Es ist mir freilich durchaus unwahrscheinlich, daß dadurch eine verbreitete Einwirkung herbeigeführt werden kann, sondern ich denke nur an umschriebene, rein lokale Wirkungen, durch die aber wohl Abknickungen, ja völlige Abtrennungen kleinerer Abschnitte von Kanälchen herbeigeführt werden können. Wenn dann das Epithel solcher Kanalstücke sezerniert, kommt es zu Cystenbildungen, wie sie vorher als Kolloidcystchen schon Erwähnung fanden.

Ein anderes ist die Frage, ob von einer primären Veränderung der Gerüstsubstanz eine allgemeine Kanälchenatrophie als Folgezustand erzeugt werden kann. Man spricht in der Medizin noch sehr viel von interstitieller Nephritis in Fällen, wo eine Schrumpfung mit Vermehrung des interstitiellen Gewebes vorhanden ist. Ich vermeide seit Jahren den Ausdruck interstitielle Nephritis ganz, spreche vielmehr nur von Schrumpfnieren, weil ich mich nicht habe überzeugen können, daß in solchen Fällen der Prozeß stets mit einer interstitiellen Veränderung beginnt. Ich bin immer noch so altmodisch, daß ich eine primäre Wucherung des Bindegewebes drüsiger Organe für möglich ansehe, aber in der Niere halte ich ihr Vorkommen doch für sehr beschränkt und glaube nicht, daß sie für die Entstehung einer Kanälchenatrophie eine häufige oder wesentliche Rolle spielt. Bei Nierenschrumpfung nach Scharlach kann man am ehesten noch hierhergehörige Befunde erheben, aber bei der gewöhnlichen, sogenannten chronischen interstitiellen Nephritis fehlen die Atrophien der Nierenkörperchen nicht, und bei ausgeprägter Granularatrophie kann man leicht feststellen, daß die Atrophie der Kanälchen und die Veränderung des interstitiellen Gewebes im wesentlichen da sich finden, wo die Körperchen atrophisch geworden sind, während da, wo die Körperchen noch erhalten sind, sowohl Kanälchen als auch interstitielles Gewebe nicht verändert erscheinen. Daß es aber durch primäre Veränderungen des interstitiellen Gewebes überhaupt zu einer sekundären Atrophie des Drüsengewebes kommen kann, dafür geben die Nieren mit leukämischer Infiltration des Zwischengewebes ein sehr gutes Beispiel. Hierbei kann eine Atrophie der Glomeruli völlig fehlen, und doch sind die Kanälchen mehr oder weniger stark verkleinert, man darf wohl sagen zusammengedrückt. Für gewöhnlich wird die Volumenabnahme der Kanälchen durch die Volumenvergrößerung des interstitiellen Gewebes überkompensiert, d. h. die Nieren oder die betreffenden Nierenabschnitte erscheinen vergrößert, aber es kann auch das Gegenteil der Fall sein, wie ein kürzlich be-

obachteter Fall von Leukämie beweist, der allerdings etwas komplizierte Verhältnisse darbot (Sekt. Nr. 139, 1911, 80jähriger Mann). Infolge einer Prostatahypertrophie war eine ausgesprochene Balkenblase und eine Erweiterung der Nierenbecken (links stärker) vorhanden. Die linke Niere war auffällig kleiner als die rechte, und während diese ein gleichmäßig graurotes Aussehen hatte, zeigte jene an der Oberfläche graurote und blaßgraugelblich gefärbte Abschnitte. Beide Farben waren überall scharf voneinander abgegrenzt, und die gelblichen Teile lagen etwas tiefer als die grauroten. Auch auf der Schnittfläche zeigte sich der gleiche Wechsel der Färbung, aber nur innerhalb der Rindensubstanz; die Markgegend zeigte sich graurot.

Wir wußten zunächst nicht, was wir mit dieser linken Niere diagnostisch anfangen sollten, weil die Stellen mit leukämischer Infiltration, an die wir in bezug auf die blassen gelblichen Stellen dachten, gewöhnlich anders aussehen und nahmen deshalb die mikroskopische Untersuchung zu Hilfe; diese ergab das Resultat, daß an den graugelblichen, atrophischen Stellen eine starke typische leukämische Infiltration des Zwischengewebes vorlag, daß aber trotz dieser beträchtlichen Volumenzunahme des Gerüstes die betreffenden Nierenabschnitte kleiner geworden waren, weil die Zunahme des Gerüstes überkompensiert wurde durch eine Umfangabnahme der Kanälchen. In den nicht leukämisch infiltrierten Abschnitten war eine nennenswerte hydronephrotische Atrophie noch nicht eingetreten. Die leukämischen Infiltrate saßen wesentlich in der Rinde, trotzdem war im Mark sehr deutlich die relative Zunahme des interstitiellen Bindegewebes in dem zu dem Bereich der infiltrierten und atrophischen Rindenteile gehörigen Abschnitte zu bemerken. Woher diese auffällige Atrophie? Die Beantwortung dieser Frage wurde dadurch erschwert, daß auch atrophische Nierenkörperchen vorhanden waren, also eine Inaktivitätsatrophie einer Anzahl von Kanälchen vorhanden sein mußte. Man konnte daran denken, daß die Atrophie vor der Leukämie vorhanden war und daß die leukämische Infiltration gerade hier eintrat, weil bereits eine Veränderung vorhanden war. Ich will durchaus nicht leugnen, daß ein Teil der Veränderungen in dieser Weise zu erklären ist, aber ich bin doch zu der Überzeugung gekommen, daß auf diese Weise nicht alle Veränderungen zu erklären sind.

Wenn auch nicht ausschlaggebend, so doch jedenfalls beachtenswert ist die Tatsache, daß in allen Teilen beider Nieren einzelne atrophische Nierenkörperchen vorhanden waren, ohne daß überall eine leukämische Infiltration an diesen Stellen eingetreten wäre; wichtig und beweiskräftig ist aber die Tatsache, daß in den atrophischen Teilen auch noch viele wohlerhaltene Glomeruli vorhanden und trotzdem alle

Harnkanälchen atrophisch waren. Es muß also jedenfalls ein Teil der Kanälchen atrophisch geworden sein, nicht weil ihnen das Arbeitsmaterial entzogen war, sondern aus einer anderen Ursache, und zwar einer örtlich wirksamen, und da bleibt meines Erachtens nichts anderes übrig als die Einwirkung des durch die leukämische Infiltration veränderten interstitiellen Gewebes. Ich will aber noch einmal hervorheben, daß daneben auch noch eine gewöhnliche partielle vaskuläre Atrophie vorhanden ist und daß deren Vorhandensein doch möglicherweise die Hauptursache dafür ist, daß die leukämisch infiltrierte Niere das ungewöhnliche Aussehen und Verhalten einer leukämischen Atrophie dargeboten hat.

Jedenfalls gibt es eine Atrophie von Harnkanälchen infolge von primären Veränderungen des interstitiellen Gewebes, allein sie kommt gegenüber den anderen vorher geschilderten Atrophien weniger in Betracht.

Über eine äußerst langwellige Strahlung des Quecksilberdampfs.

Von H. Rubens und O. von Baeyer.

Bei Verwendung rein thermaktiner Strahlungsquellen ist das Vordringen im Spektrum nach Seite der langen Wellen äußerst schwierig. Besitzt die Wärmequelle keine selektiven Eigenschaften, so vermindert sich die Strahlungsintensität im langwelligen Spektralgebiet mit der vierten Potenz der Wellenlänge. Zwar wächst diese Strahlungsintensität proportional der Temperatur der Strahlungsquelle, aber in viel höherem Maße, nämlich mit der vierten Potenz der absoluten Temperatur vermehrt sich die Gesamtenergie des strahlenden Körpers, aus welcher jene Teilstrahlung durch bestimmte Prozesse ausgesondert werden muß. Es ist daher mit einer Temperatursteigerung der Lichtquelle meist für den vorliegenden Zweck kaum ein Vorteil verbunden. Im langwelligen Spektrum hat sich als vorteilhafteste Wärmequelle rein thermaktinen Charakters infolge sehr günstiger selektiver Eigenschaften der Auerstrumpf bewährt. Aber auch hier ist es bisher nicht gelungen, Strahlen von wesentlich größerer Wellenlänge als 100 μ auszusondern.

Es soll in dem folgenden über Versuche berichtet werden, welche wir ausgeführt haben, um die Kenntnis des ultraroten Spektralbereichs durch Verwendung von Lichtquellen zu erweitern, bei welchen die Strahlung von glühendem Gas ausgesandt wird. Solche Lichtquellen sind, soweit reine Temperaturstrahlung in Frage kommt, im höchsten Maße selektiv. Ferner ist hier mit der Möglichkeit des Vorhandenseins einer langwelligen ultraroten Luminiszenzstrahlung zu rechnen.

Die von uns benutzte Versuchsanordnung ist mit derjenigen völlig identisch, welche vor kurzem von Hrn. Wood und dem Einen von uns zur Isolierung langwelliger Strahlen verwendet und in diesen Berichten ausführlich beschrieben worden ist[1]. Sie beruht auf der Anwendung von Quarzlinsen, welche infolge der außerordentlichen Verschiedenheit der Brechungsexponenten für Wärmestrahlen diesseits und jenseits

[1] H. Rubens und R. W. Wood, diese Berichte, 1910, S. 1122.

des Absorptionsgebiets im Quarz (1.50 gegen 2.14) derart justiert werden können, daß sie die ausgesendete langwellige Strahlung auf ein gegebenes Diaphragma konzentrieren, während die gewöhnlichen Wärmestrahlen zerstreut werden[1]. Ferner gründet sich die Methode auf die selektive Absorption des Quarzes und auf die Wirkung gewisser zentraler Blenden. Bezüglich aller Einzelheiten des Verfahrens und der angewendeten Instrumente muß auf die genannte Arbeit hingewiesen werden.

Als Lichtquellen dienten uns zunächst kräftige Flaschenfunken zwischen Elektroden von Zink, Cadmium, Aluminium, Eisen, Platin und Wismut; zur Erregung wurde ein 40-cm-Induktor von Boas mit starker Sekundärwickelung verwendet. Die Speisung des Induktoriums geschah durch Wechselstrom. Es ist uns jedoch in keinem Falle gelungen, in dem betrachteten langwelligen Spektralgebiet eine merkliche Strahlung zu erhalten. Ebensowenig Erfolg hatten wir bei Anwendung der Bogenlampe mit Kohlenelektroden sowie mit Bremer-Kohlen und Eisendochtkohlen, wenn die Untersuchung auf den Lichtbogen selbst beschränkt blieb. Zwar erhielten wir in den beiden zuletzt genannten Fällen stets kleine unregelmäßige Ausschläge in unserem Mikroradiometer, welche zweifellos von langwelliger Strahlung herrührten, aber es ist nicht unwahrscheinlich, daß diese Strahlung von festen Teilchen im Lichtbogen ausgesandt wird. Zu einer näheren Untersuchung waren die beobachteten Wirkungen weder genügend regelmäßig noch hinreichend intensiv.

Eine verhältnismäßig sehr starke langwellige Strahlung erhielten wir jedoch mit der Quarzquecksilberlampe, insbesondere bei höherem Energieverbrauch. Bei einer Belastung der Lampe von 4 Ampère bei 100 Volt auf eine Lichtbogenlänge von etwa 80 mm ergab sich ein Ausschlag unseres Mikroradiometers von mehr als 50 mm. Dieser Ausschlag erwies sich nach längerem Brennen der Lampe als so konstant, daß er auf Bruchteile eines Prozents leicht gemessen werden konnte.

Wenige Vorversuche belehrten uns darüber, daß die hier beobachtete langwellige Strahlung der Quecksilberbogenlampe eine wesentlich andere Zusammensetzung besitzen müsse als diejenige des Auerstrumpfs, deren mittlere Wellenlänge sich unter den gleichen Verhältnissen zu etwa 107 μ ergeben hatte. Wir fanden z. B., daß eine Quarzschicht von 14.66 mm Dicke 46.6 Prozent der isolierten Strahlung hindurchließ, wenn die Quecksilberlampe als Lichtquelle diente, und nur 21.7 Prozent, wenn der Auerstrumpf als Strahlungsquelle verwendet wurde.

[1] Zur Aussonderung ultravioletter Strahlen hat Hr. P. Lenard schon früher Quarzlinsen mit Vorteil verwendet (Ann. d. Phys. I. S. 486, 1900).

Substanz	d mm	D_1 Prozent	D_2 Prozent	D_3 Prozent	D_4 Prozent
Quarz ⊥	41.7	12.1	25.4	51.8	58.9
Amorpher Quarz	2.00	12.5	24.2	—	60.0
Fluorit	0.59	5.3	19.4	39.5	42.2
Steinsalz [1]	1.29	0.5	5.7	16.5	22.5
Sylvin	2.10	0	3.6	11.7	16.7
Diamant	1.26	45.3	64.5	—	—
Selen	0.52	6.8	12.9	24.2	—
Glimmer	0.055	16.6	38.8	51.5	55.0
Glas	0.18	2.1	9.0	21.1	25.9
Paraffin	3.03	57.0	72.3	82.5	85.5
Hartgummi	0.40	39.0	51.5	58.8	65.3
Bernstein	1.28	11.2	16.4	32.2	34.8
Nußbaumholz	1.80	0.7	2.9	10.0	—
Schwarzes Papier	0.11	33.5	52.4	78.5	79.0
Pappe (schwarz. Karton)	0.38	2.1	11.7	29.8	36.7
Zelluloid	0.26	16.2	27.6	38.7	43.5
Wasser	0.019	—	55.5	60.3	62.7
Wasser	0.038	20	33.0	38.4	39.8

In der vorstehenden Tabelle ist für eine größere Zahl von Substanzen die Durchlässigkeit der mittels Quarzlinsen isolierten langwelligen Strahlung bei Benutzung beider Lichtquellen (D_1 für den Auerbrenner, D_2 für die Quarzquecksilberlampe) zusammengestellt. Ferner enthält die Tabelle in einer weiteren Spalte unter D_3 die Durchlässigkeit der durch eine 2.0 mm dicke Schicht aus amorphem Quarz filtrierten Strahlung der Quecksilberbogenlampe für die gleichen Substanzen. Es war von vornherein anzunehmen, daß die beobachtete Strahlung der Quecksilberlampe aus zwei Teilen bestehen müsse, von welchen der eine von den heißen Quarzwänden herrührt, während der andere von dem Quecksilberdampf ausgesandt wird. Zur Reindarstellung dieses letzteren Teils erschien uns ein Filter aus geschmolzenem Quarz zunächst am geeignetsten.

Später fanden wir, daß sich ein Strahlenfilter aus schwarzem Karton für die Isolierung der von dem Quecksilberdampf herrührenden Teilstrahlung noch besser bewährte als der amorphe Quarz. Wir haben deshalb in der letzten Spalte der Tabelle unter D_4 die Resultate der Durchlässigkeitsmessungen aufgeführt, welche wir erhielten, wenn als Strahlungsfilter an Stelle des amorphen Quarzes 0.38 mm starker schwarzer Karton verwendet wurde.

Bei Betrachtung der Tabelle fällt zunächst auf, daß für sämtliche Substanzen die Werte von D_1, D_2, D_3 und D_4 eine aufsteigende

[1] Unbearbeitetes Spaltungsstück.

Reihe bilden. Soweit es sich hier um Substanzen handelt, deren Absorptionsgebiet bekanntermaßen bei kürzeren Wellenlängen gelegen ist, wie Quarz, Fluorit, Steinsalz und Sylvin, deutet dieser Gang auf eine Zunahme der mittleren Wellenlängen der entsprechenden Strahlungen hin. Es ist hiernach also anzunehmen, daß die von der Quecksilberlampe herrührende Strahlung eine größere mittlere Wellenlänge besitzt als die vom Auerstrumpf ausgesandte, und daß der durch schwarze Pappe filtrierten Strahlung der Quecksilberlampe eine größere mittlere Wellenlänge zuzuschreiben ist als der durch amorphen Quarz gereinigten. Zu dem gleichen Schlusse berechtigt das Verhalten von schwarzem Papier und schwarzer Pappe in noch höherem Maße, da in solchen Medien, deren hauptsächlichste Schwächung auf diffuser Zerstreuung beruht, die Durchlässigkeit mit wachsender Wellenlänge stark ansteigen muß. Die Erhöhung der mittleren Wellenlänge aber, welche die Strahlung der Quecksilberlampe durch Einschaltung der Strahlungsfilter aus amorphem Quarz bzw. schwarzem Karton erfährt, beruht nach unserer Überzeugung darauf, daß die kurzwelligere Strahlung der Quarzwände, welche wohl im wesentlichen mit der des Auerbrenners übereinstimmt, durch diese Filter sehr viel stärker absorbiert wird als die offenbar viel langwelligere Strahlung des Quecksilberdampfes.

Von besonderem Interesse ist die ungemein hohe Durchlässigkeit des Quarzes für die hier betrachteten Strahlenarten. Berechnet man aus den Durchlässigkeiten für die 41.7 mm dicke, senkrecht zur Achse geschnittene Quarzplatte die Absorptionskonstanten $q_\nu = \frac{1}{d} \log \text{nat.} \frac{100}{D'_\nu}$, worin d die Dicke der Platte in Millimetern, D'_ν die wegen des Reflexionsverlustes korrigierte Durchlässigkeit bedeutet, so ergeben sich für die hier untersuchten Strahlenarten der Reihenfolge nach die folgenden Werte von q_ν:

$$q_1 = 0.044; \quad q_2 = 0.026; \quad q_3 = 0.0089; \quad q_4 = 0.0057.$$

Man sieht, daß die durch schwarze Pappe filtrierten Strahlen der Quecksilberbogenlampe eine etwa 8mal so dicke Quarzschicht durchdringen müssen, um auf denselben Bruchteil ihrer Anfangsintensität geschwächt zu werden, als die von dem Auerstrumpf herrührenden Strahlen. Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse bei dem amorphen Quarz, doch ist hier das Absorptionsvermögen für die vier untersuchten Strahlenarten etwa 20mal so groß wie bei der natürlichen Modifikation.

Zu den Substanzen, deren Hauptabsorptionsgebiet in dem Wellenlängenbereich unterhalb 100 μ gelegen ist, scheint neben Fluorit, Steinsalz und Sylvin auch Glas und Glimmer zu gehören. Die hohe Durchlässigkeit der als gute Isolatoren bekannten Stoffe Paraffin, Hartgummi

und Bernstein bietet nichts Überraschendes, ebensowenig die geringe Absorption der Elemente Diamant und Selen.

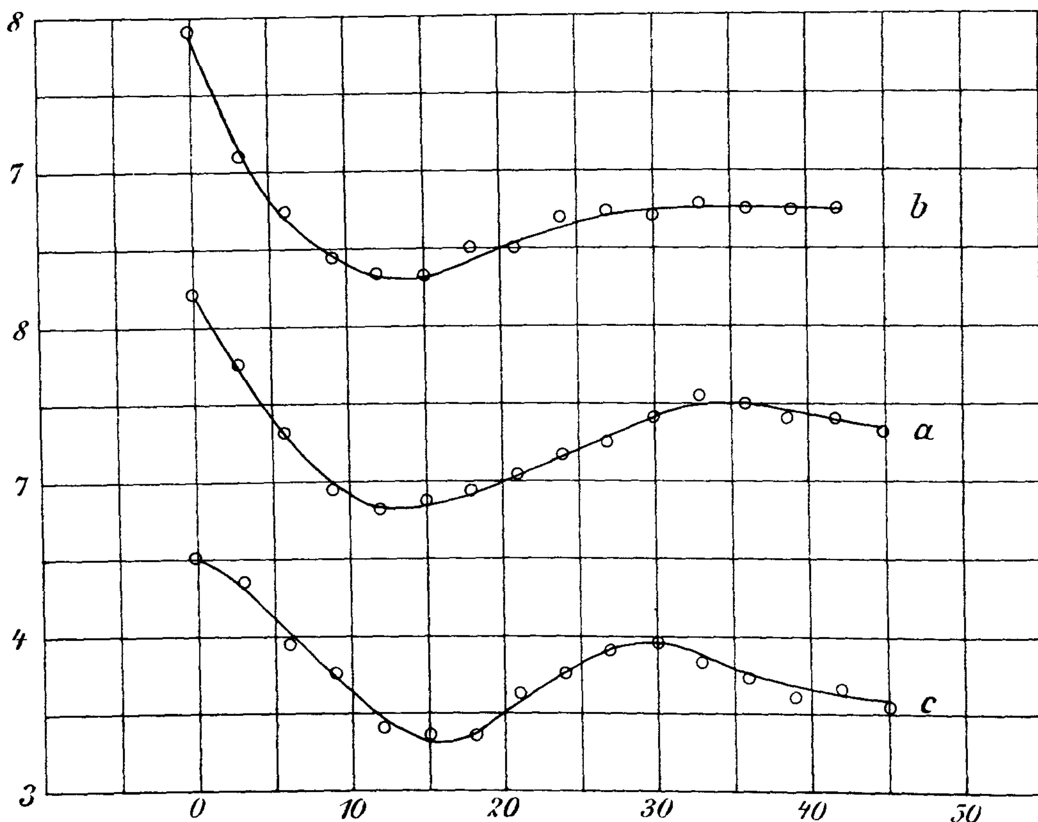
Das Wasser zeigt für die von der Quecksilberbogenlampe ausgesandte Strahlung insbesondere nach ihrer Filtrierung durch amorphen Quarz oder schwarze Pappe ein viel geringeres Absorptionsvermögen als für die von dem Auerstrumpf herrührenden Strahlen. Auch kann die Reflexion an den Wasseroberflächen nicht sehr erheblich sein, da die aus beiden Schichtdicken ohne Berücksichtigung des Reflexionsvermögens berechneten Werte der Absorptionskonstanten q befriedigend übereinstimmen, was nicht der Fall sein könnte, wenn ein erheblicher Reflexionsverlust vorhanden wäre. Es ist daher anzunehmen, daß das Wasser auch in diesen Spektralgebieten noch einen Brechungsexponenten von geringer Größe besitzt, welcher dem im sichtbaren Spektrum beobachteten Wert erheblich näher liegt als der Quadratwurzel aus der Dielektrizitätskonstanten für langsame Schwingungen.

Da die mitgeteilten Absorptionsmessungen keinen quantitativen Anhalt über die mittlere Wellenlänge der untersuchten Strahlenarten geben können, haben wir versucht, mit Hilfe des schon mehrfach verwendeten Interferometers die Wellenlängen zu messen[1]. Die ohne Anwendung eines Strahlungsfilters mit der Quarzquecksilberlampe erhaltenen Interferenzkurven zeigten sehr unregelmäßigen Charakter. Immerhin war zu erkennen, daß eine Strahlung von etwa derselben mittleren Wellenlänge, wie sie der Auerbrenner mit dieser Versuchsanordnung ergibt, den Hauptbestandteil der untersuchten Strahlung ausmachte. Aber schon bei dem Einschalten einer 15 mm dicken Quarzschicht zeigte sich ein wesentlich verändertes Bild. Das erste Minimum, welches bei unfiltrierter Strahlung bei einer Dicke der Luftplatte von ungefähr 5 Trommelteilen[2] (26 μ) beobachtet worden war, zeigte sich jetzt erst bei einer Luftplattendicke von 8 Trommelteilen. Wurde die Dicke der eingeschalteten Quarzschicht auf 42 mm erhöht, so trat das erste Minimum nunmehr erst bei einem Abstand der Interferometerplatten von etwa 13 Trommelteilen (68 μ) ein. Zugleich zeigte die Interferenzkurve einen wesentlich glatteren Verlauf. Die ursprünglich beobachteten unregelmäßigen Maxima und Minima waren fast vollständig verschwunden, und es ergab sich neben dem bereits genannten Minimum bei 13 Trommelteilen in manchen Versuchsreihen noch ein schwach ausgeprägtes Maximum im weiteren Verlauf der Kurve. Eine solche Interferometerkurve ist in der umstehenden Figur (Kurve *a*) dargestellt. Kurve *b* derselben Figur ist bei Ein-

---

[1] H. RUBENS und H. HOLLNAGEL, diese Berichte 1910 S. 26.

[2] Ein Trommelteil des Interferometers entspricht 5.23 μ.



schaltung der 2 mm dicken Platte aus amorphem Quarz, Kurve c bei Einschaltung des 0.4 mm dicken schwarzen Kartons in der gleichen Weise beobachtet. Kurve c zeigt den Wellencharakter am deutlichsten. Hier liegt das Minimum bei 15 Trommelteilen, und das Maximum bei 30 Trommelteilen tritt etwas stärker hervor als in den übrigen Kurven. Eine genaue Festlegung dieser Punkte ist allerdings auch in dieser Kurve nicht möglich. Man darf jedenfalls annehmen, daß in der durch schwarze Pappe filtrierten Strahlung ein größerer Betrag dieses langwelligen Anteils enthalten ist, als er sich bei Anwendung der Quarzfilter ergibt. Diesen Schluß hatten wir bereits aus den Resultaten der Absorptionstabelle gezogen.

Die Frage, ob es sich bei dieser langwelligen Strahlung um mehrere einigermaßen homogene Strahlenarten von verschiedener Wellenlänge handelt, wie man bei Annahme einer Lumineszenzstrahlung des Quecksilberdampfes erwarten sollte, oder um eine continuierliche Strahlung, welche sich über ein größeres Spektralbereich erstreckt, wie sie bei thermaktinen Körpern meist vorkommt, läßt sich nach dem Befunde der Interferometermessungen nicht entscheiden. Dagegen kann man aus unseren Beobachtungen mit Sicherheit den Schluß ziehen, daß ein großer Teil der von dem Quecksilberdampf ausgehenden Strahlung

eine mittlere Wellenlänge von etwa $30 \times 2 \times 5.23\,\mu = 313\,\mu$ oder nahezu $\frac{1}{3}$ mm besitzt.

Zur Begründung unserer Annahme, daß diese äußerst langwellige Strahlung von dem Quecksilberdampf selbst und nicht etwa von dem heißen Quarzrohr der Lampe herrührt, läßt sich noch folgende Überlegung anführen. Da, wie bereits im Anfang betont wurde, die Intensität der Strahlung eines schwarzen Körpers im Gebiet der großen Wellenlängen mit der vierten Potenz der Wellenlänge abnimmt, so dürfte der amorphe Quarz, welcher bei $\lambda = 100\,\mu$ sich nahezu wie ein schwarzer Körper verhält, bei der dreifachen Wellenlänge im Höchstfalle den 81ten Teil der Energie ausstrahlen, welche er bei $100\,\mu$ emittiert. Bei der relativ niedrigen Temperatur der Quarzhülle würde sich aber eine derart schwache Strahlung nicht bemerkbar machen können. Auch auf experimentellem Wege konnten wir zeigen, daß die beobachtete langwellige Strahlung von dem Quecksilberdampf selbst ausgeht, indem wir die Strahlungsintensität kurz vor und nach dem Ausschalten des Lampenstromes maßen. War das Pappfilter eingeschaltet, so fiel unmittelbar nach dem Öffnen des Lampenstromes die beobachtete Strahlungsintensität auf etwa 30 Prozent des Anfangswertes und sank dann langsam weiter herab. Wurde derselbe Versuch ohne Pappfilter angestellt, so war nach dem Öffnen des Lampenstromes nur eine Verminderung der Strahlung um etwa 30 Prozent bemerkbar.

Darf hiernach auch die Tatsache als erwiesen gelten, daß der leuchtende Quecksilberdampf die beobachtete langwellige Strahlung emittiert, so bleibt doch die Frage noch offen, ob es sich um eine Temperaturstrahlung oder eine Lumineszenzstrahlung handelt. Nach Messungen der HH. KÜCH und RETSCHINSKY[1] herrscht in dem Dampf der Quarzquecksilberlampe bei hoher Belastung eine Temperatur, welche auf viele tausend Grade anwachsen kann. In diesem Falle ist die Beobachtung reiner Temperaturstrahlung von so großer Wellenlänge nicht unmöglich, wenn der strahlende Quecksilberdampf in jenem Spektralgebiet stark ausgeprägte selektive Absorption besitzt.

Als Hauptergebnis der vorstehenden Untersuchung kann die Tatsache angesehen werden, daß sich Wärmestrahlen von etwa 0.3 mm Wellenlänge aus der Strahlung der Quecksilberlampe in hinreichender Stärke aussondern lassen, um die Untersuchung ihrer Eigenschaften zu ermöglichen. Das ultrarote Spektrum erfährt dadurch abermals eine Erweiterung um $1\frac{1}{2}$ Oktaven.

---

[1] KÜCH und RETSCHINSKY. Ann. d. Phys. 22, S. 595, 1907.

Über die technische Prüfung des Kautschuks und der Ballonstoffe im Königlichen Materialprüfungsamt zu Groß-Lichterfelde (West).

Von A. Martens.

(Vorgetragen am 16. Februar 1911 [s. oben S. 171].)

In das Tätigkeitsgebiet des Königlichen Materialprüfungsamts sind in den letzten Jahren die Prüfungen des Kautschuks und der Erzeugnisse der Gummiindustrie sowie die Prüfung der Ballonstoffe aufgenommen. Ich will namentlich über die hierfür getroffenen Prüfungseinrichtungen berichten.

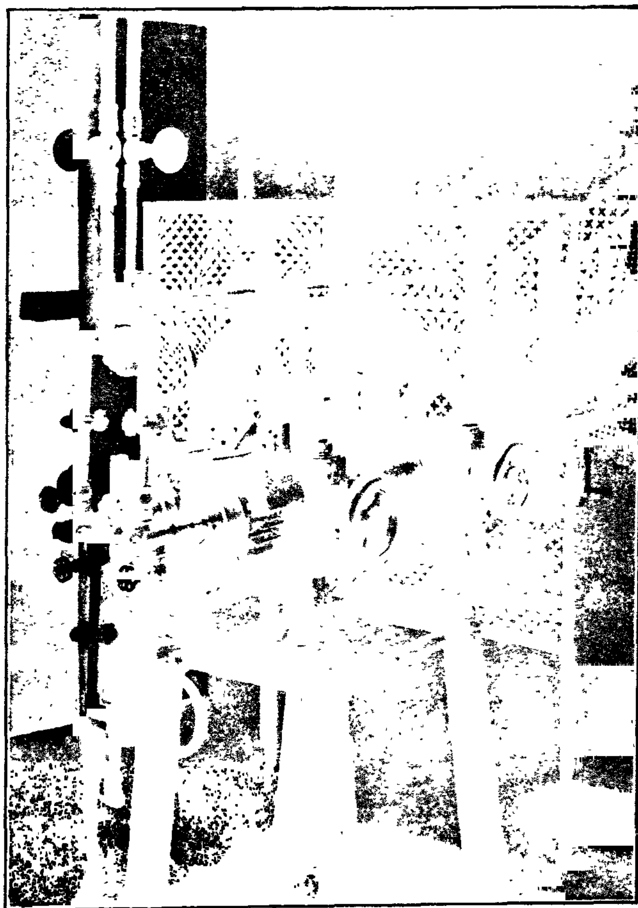
I. Über Kautschukprüfung.

Die technische Prüfung des Kautschuks beruht auf chemischen und physikalischen, insbesondere mechanischen Verfahren.

Es handelt sich in der Technik zumeist darum, den technischen Wert des Rohkautschuks oder der aus ihm erzeugten Waren zu ermitteln. Der Rohkautschuk pflegt schon bei seiner Gewinnung mit fremden wertlosen Stoffen mechanisch verunreinigt und oft absichtlich beschwert zu werden. Es handelt sich alsdann darum, festzustellen, wie groß ist der Wert des angebotenen Rohkautschuks; wie groß ist der Anteil an wertvoller Masse in der zum Verkauf angebotenen Ware und welchen technischen Wert hat die darin enthaltene nutzbare Gummimasse? Der Wert des Kautschuks wird im Handel vorwiegend nach der Erzeugungsart und nach der Herkunft bemessen. Da es noch keine guten Verfahren für die chemische Ermittelung des Gebrauchswertes gibt, so sucht man in den Fabriken durch Waschen des Rohkautschuks zunächst festzustellen, wieviel absichtlich oder unabsichtlich beigemente wertlose Bestandteile die Ware hat. Das geschieht durch Zerkleinern der zu prüfenden Proben und Waschen zwischen kalten oder geheizten Walzen bei reichlichem Wasserzufluß, wobei die

mechanischen Verunreinigungen fortgespült werden und der Kautschuk als rohes Fell (Haut) gewonnen wird. Der Gewichtsverlust beim Waschen (Waschverlust) dient zur Feststellung des Handelswertes, wobei zugleich auch aus der Erfahrung am Aussehen der Häute, am Geruch und an anderen Merkmalen festgestellt wird, welchen Ursprungs er ist und welchen Wert für die Fabrikation der Rohkautschuk vor-

Fig. 1. **Waschwalzwerk.**



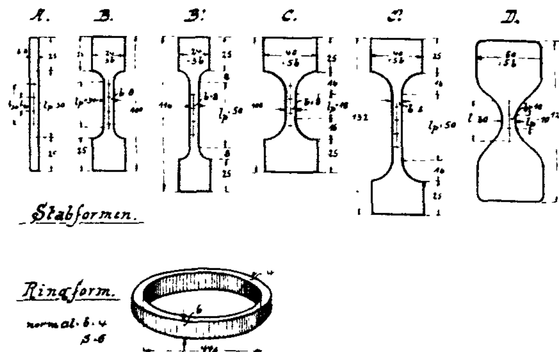
aussichtlich haben wird. Um ein sicheres Urteil abgeben zu können, ist hierzu große Erfahrung erforderlich, und deswegen wird eifrig nach guten Prüfungsverfahren gesucht.

Zur Ermittelung des Waschverlustes habe ich für das Amt die nötigen Walzen und Waschvorrichtungen beschafft. Diese Einrichtungen sind einfacher Natur; sie sind in Fig. 1 gezeigt.

Chemische Prüfungen, insbesondere auch optische Untersuchungen, haben Anhaltspunkte für die Feststellung der Herkunft der Ware geliefert; der technische Wert ist vor allen Dingen an Hand von Vul-

kanisierversuchen zu beurteilen. Deswegen arbeitet das Amt eifrig an der Ausbildung der chemischen Verfahren und ist insbesondere auch mit Vulkanisiereinrichtungen versehen worden, die sich eng an die Einrichtungen der Praxis anschließen, so daß es möglich ist, Kautschukmischungen in gleicher Weise herzustellen, wie es im Fabrikbetriebe geschieht. Man ist also imstande, den Verlauf des Vulkanisierprozesses genau zu verfolgen. Der Kautschuk nimmt in der Wärme und unter Druck Schwefel und andere Körper in sich auf und ändert durch diesen Vorgang seine Eigenschaften ganz erheblich; er erhält auf diese Weise seine große Elastizität und kann durch Formen, Pressen und Zusammenkleben in die Gestalt der Handelsware übergeführt werden (Weichgummi), oder er wird hart, sauber bearbeitbar und politurfähig (Hartgummi). Die Eigenschaften der in der Technik ge-

Fig. 2. **Probeformen für Zerreißversuche.**



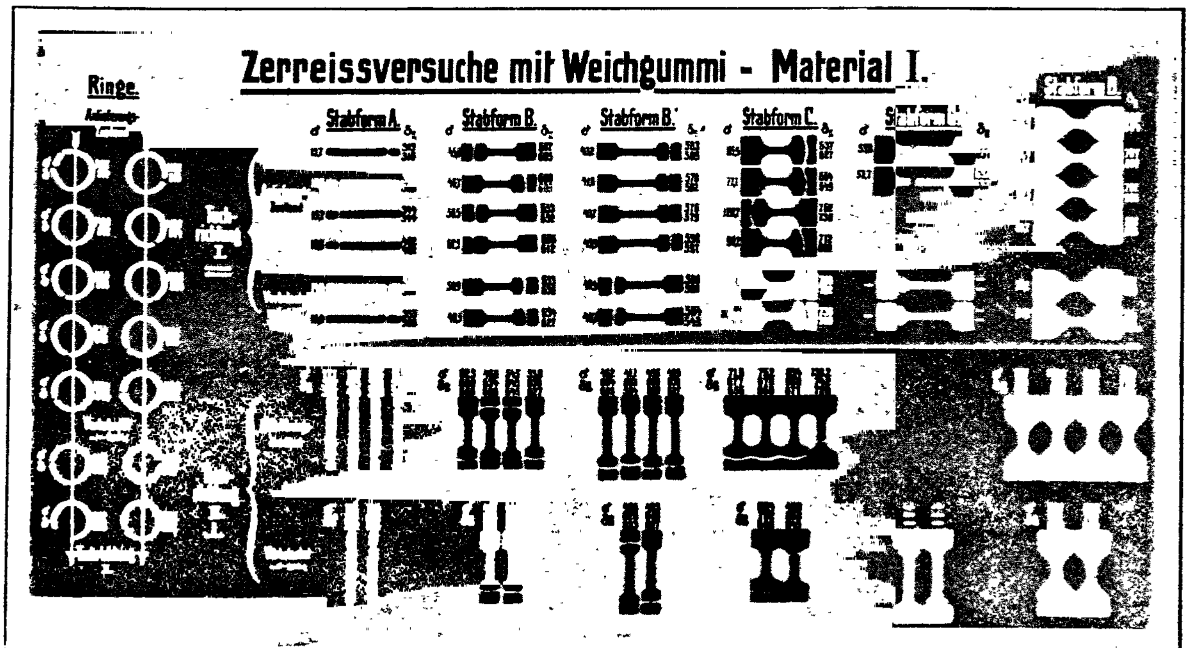
brauchten Gummiwaren sind in hohem Maße von dem Grade und der Art der Vulkanisation abhängig. Der fertige Gummi ändert seine Eigenschaften je nach seiner Zusammensetzung und je nach der Behandlung, die er erfährt, stark und mehr oder weniger schnell. Die Technik hat also ein großes Interesse daran, daß diese Vorgänge eifrig studiert werden und daß man immer mehr die Umstände ergründet, die diese Erscheinungen herbeiführen und sie beherrschen.

Es liegt nahe, hierzu in erster Linie die chemische Untersuchung heranzuziehen, und das ist auch im Materialprüfungsamt geschehen. Da mir persönlich diese Dinge aber ferner liegen, so lege ich hiermit für die Bücherei der Akademie das im Materialprüfungsamt entstandene Werk »Der Kautschuk und seine Prüfung« der ständigen Mitarbeiter Prof. Dr. Hinrichsen und Dipl.-Ing. Memmler vor, in welchem Hr. Hinrichsen die chemische Prüfung und Hr. Memmler die mechanische Prüfung des Kautschuks behandelt hat. Die Herren haben die einschlägige technische Literatur eingehend besprochen. Ich will hier nur kurz vorführen, welche Maßnahmen im Amt besonders für die

mechanischen Prüfungen getroffen sind, weil ich in dieser Richtung mehr persönlichen Anteil genommen habe.

Die Festigkeitseigenschaften interessieren besonders den Verbraucher der Kautschukwaren; sie müssen also in möglichst vollkommener Weise durch die Wahl des Rohmaterials, durch sorgfältige Ausprobung der Mischung und durch bestes Vulkanisieren in die Erscheinung gebracht werden. Man muß dabei darauf Bedacht nehmen, daß die Gummiwaren sich durch die Wirkung des Lichtes und der

Fig. 3.



Luft oder anderer Einflüsse nicht zu schnell verändern und ihre Gebrauchsfähigkeit verlieren.

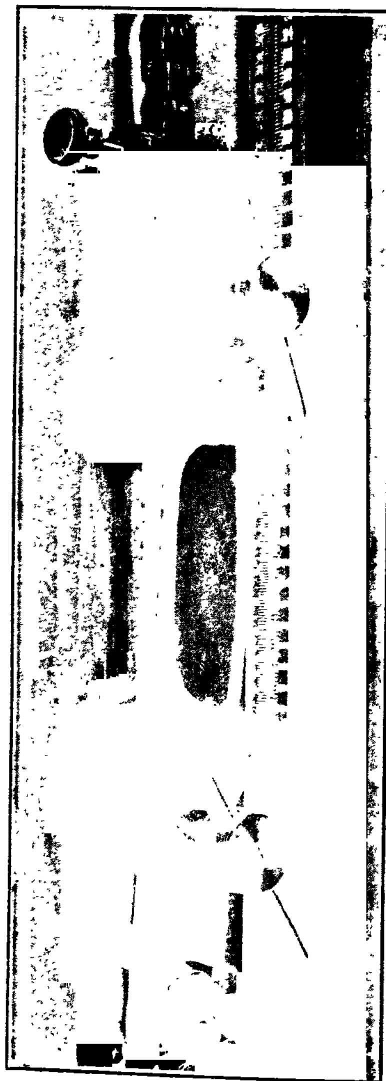
Für die Ermittelung der Festigkeitseigenschaften habe ich eine Maschine nach Art derjenigen beschafft, die ich seinerzeit mit der Firma L. Schopper in Leipzig für die Papier- und Textilstoffprüfung ausbildete. Wie für die Papierprüfung mußte zunächst festgestellt werden, welchen Einfluß die Art der Versuchsausführung, insbesondere die Form der Probestücke, auf das Versuchsergebnis ausübt. Zu dem Zweck wurden Versuche mit den bis dahin gebräuchlichen Probenformen (Fig. 2) vorgenommen. Man erkannte bald die Unzulänglichkeit der von der Praxis zumeist benutzten stabförmigen Proben für den Zugversuch und fand, daß am besten ringförmige Proben zu verwenden seien. Die stabförmigen Proben ohne Köpfe waren am unbrauchbarsten; die Stäbe mit Köpfen führten, namentlich

bei sehr weichem Gummi, zu Brüchen im Kopf, so daß die eigentliche Festigkeit im prismatischen Stabteil nicht zum Ausdruck kam. Fig. 3 zeigt diesen Übelstand bei fast allen Köpfen. Erst die Befolgung des von dem ständigen Mitarbeiter Prof. Dalén gegebenen Ratschlages, Ringproben zu verwenden, die über Rollen wandern, gab befriedigende Resultate. Die Firma L. Schopper in Leipzig

Fig. 4. Festigkeitsprüfer von Schopper.



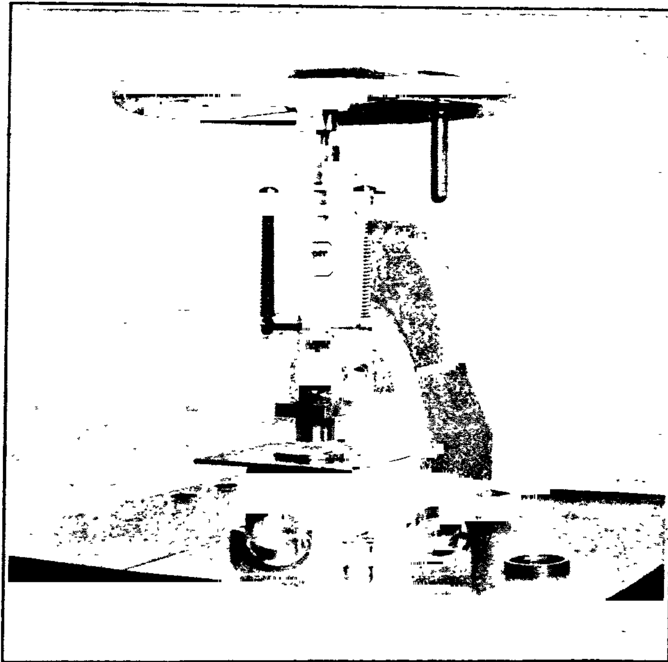
Fig. 5.
Einspannung stabförmiger Proben.



liefert seitdem ihre Maschinen (Fig. 4) mit solchen Vorkehrungen. Für Stäbe mit Köpfen sind Einspannklauen vorgesehen, wie sie Fig. 5 zeigt.

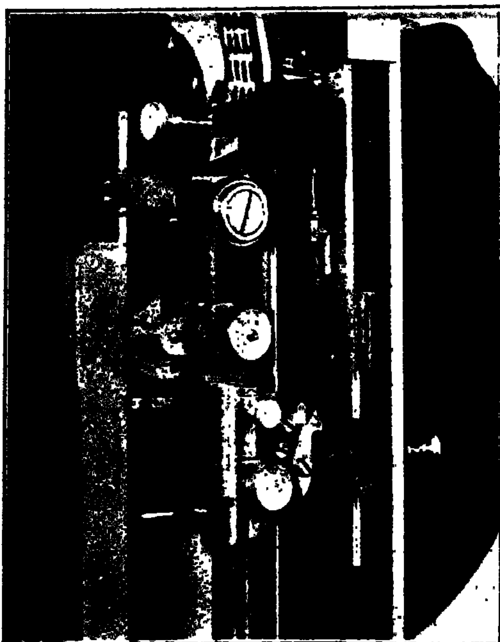
Die Proberinge haben bei 6.4 mm Querschnitt einen inneren Durchmesser von 44.6 mm; sie werden aus besonders für den Versuch aus der zu prüfenden Gummimischung hergestellten Platten mit einer kleinen Stanzmaschine (Fig. 6) hergestellt unter Benutzung von Führungsringen und Ringmessern, für deren Ausbildung sich besonders

Fig. 6. Herstellung der Probenringe.



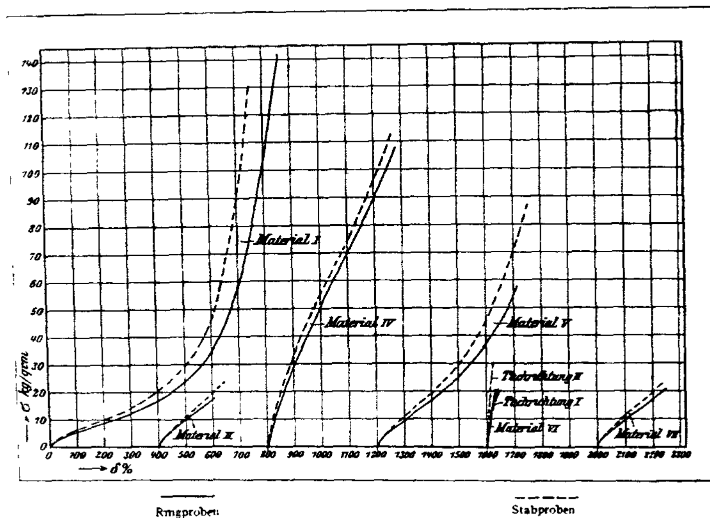
der Assistent Schob verdient gemacht hat. Hr. Schob hat schließlich auch mit gutem Erfolg die Ringe auf der Drehbank mit dem Messer herausgeschnitten. Die Ringe müssen überall tadellos rechteckigen Querschnitt haben.

Fig. 7. Einspannung ringförmiger Proben.



Diese Ringe werden nun über die beiden Rollen (Fig. 7) gelegt, von denen die obere auf Kugellager möglichst reibungsfrei läuft, während die untere, mit einem gezahnten Rand versehen, links in die Zahnstange eingreift und hierdurch zwangsweise in Umdrehung versetzt wird. Der belastete Ring wandert also während des ganzen Versuches über die Rollen, so daß der Gummi in seiner ganzen Länge gleichmäßig beansprucht wird. Bei einer vergleichenden Prüfung haben in der Tat die Ringproben bessere Festigkeit und Dehnung geliefert (Fig. 8) als die Stabproben, und haben vor allen Dingen auch die klein-

Fig. 8. **Vergleich zwischen Ring und Stab.**



sten Abweichungen vom Mittelwert (die kleinsten mittleren Fehler) ergeben (Tabelle a und b). In diesen sind, an Stelle der Einzelwerte, die Verhältniszahlen bezogen auf den Mittelwert der ganzen Reihe, diesen gleich hundert gesetzt, zusammengestellt. Die unter 100 liegenden Werte sind eingeklammert. Aus der Verteilung dieser Felder ersieht man auf den ersten Blick, daß die Festigkeiten und Dehnungen an den Rändern der Gummiplatten vielleicht etwas kleiner sind als in der Mitte; aber wesentliche Unterschiede haben sich nicht ergeben. Die abgeleiteten Mittel und ihre mittleren Fehler sind in die beiden Bilder eingetragen. Das Amt hat sich nach diesen Befunden für die künftige Anwendung der Ringprobe entschieden.

Die Prüfmaschine Fig. 4 ist so eingerichtet, daß die Kraftmessung durch eine Neigungswage geschieht, deren Pendel in seinem größten Ausschlage beim Reißen der Probe in dieser Stellung durch Sperrklinken festgehalten wird, so daß man die Kraftablesung in aller Ruhe nach Beendigung des Versuches machen kann. Ähnliche Einrichtung besteht auch für die Dehnungsablesung, die an einem Maßstab (Fig. 7) geschieht, der sich, von der unteren Rolle mitgenommen, relativ gegen die obere Rolle verschiebt. Die Verbindung zwischen der unteren Rolle und dem Dehnungsmaßstab wird im Augenblick des Bruches unterbrochen.

Wie bei den Metallen, so ist auch beim Kautschuk Erfahrungstatsache, daß bei seiner Inanspruchnahme durch eine äußere Kraft nicht sofort die ganze Formänderung auftritt, sondern, daß ebenso wie dort, eine Nachwirkung stattfindet, d. h., daß beim Versuch die endgültige Dehnung erst nach einiger Zeit abgelesen werden kann;

Tabelle a.

Zugversuche mit ringförmigen Proben aus einer Gummiplatte.

In die mit geraden Zahlen } überschriebenen Spalten { gestanzten } Ringen gewonnenen
In die mit ungeraden Zahlen } sind die mit { geschnittenen } Ergebnisse eingetragen.

Die Zahlen sind Verhältniszahlen der Einzelwerte von σ_B zum Mittelwert $\sigma_{B_{100}}$ aus allen gleichartigen Versuchen.

Material Ic.

$\sigma_{B_{100}} = 131.6 \pm 6.0$ Proz. geschnittene Ringe. $\sigma_{B_{100}} = 130.2 \pm 5.8$ Proz. gestanzte Ringe.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	98	90	103	98	82	107	111	94	112	105	104	102	98	104	104	90	101	98	100	93
2	108	95	98	95	102	101	107	106	98	106	101	100	104	104	89	90	104	104	106	100
3	104	89	100	97	100	102	101	107	106	93	109	105	106	107	90	102	93	98	100	99
4	105	91	101	92	109	89	105	96	105	111	108	102	100	110	103	103	105	96	103	95
5	104	103	101	106	104	111	106	112	105	105	104	104	92	104	92	102	101	101	107	101
6	97	98	107	108	99	98	104	105	106	100	108	102	89	111	110	102	98	97	101	89
7	101	104	101	105	79	93	78	110	92	111	100	85	96	108	96	98	102	102	103	98
8	107	108	101	98	110	102	107	110	110	111	106	102	92	107	94	106	105	99	100	99
9	92	88	105	92	106	103	98	110	113	104	107	111	97	104	95	100	103	96	101	90
10	—	108	102	101	98	88	73	80	87	78	81	89	74	90	90	99	88	98	88	93
Mittel $\sigma_{B_{10}}$ =	134.1	126.9	134.1	129.1	130.2	129.4	130.3	134.2	136.1	133.1	135.4	130.4	124.9	136.5	127.0	129.0	131.8	128.6	132.5	124.4
$\pm \Delta_{m_{10}}$ Proz. =	4.2	6.9	1.6	4.7	7.4	6.2	9.4	7.6	6.4	6.9	4.9	5.3	6.9	3.8	6.0	3.5	4.3	2.3	3.2	3.9

Tabelle b.

Zugversuche mit ringförmigen Proben aus einer Gummiplatte.

In die mit geraden Zahlen } überschriebenen Spalten { gestanzten } Ringen gewonnenen
In die mit ungeraden Zahlen } sind die mit { geschnittenen } Ergebnisse eingetragen.

Die Zahlen sind Verhältniszahlen der Einzelwerte von δ zum Mittelwert δ_{100} aus allen gleichartigen Versuchen.

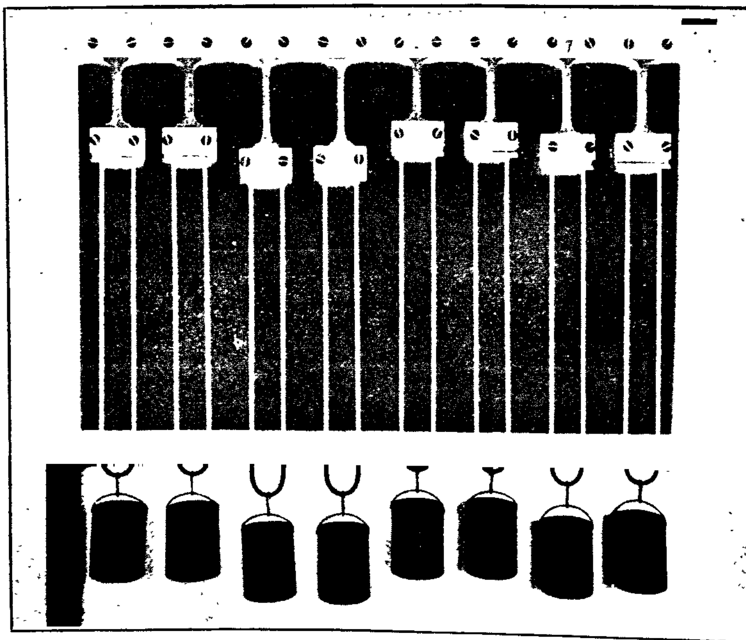
Material Ic.

$\delta_{100} = 795 \pm 2.6$ Proz. geschnittene Ringe. $\delta_{100} = 786 \pm 2.4$ Proz. gestanzte Ringe.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	96	97	99	101	94	103	105	99	103	103	103	104	104	101	99	93	99	99	101	99
2	99	98	97	99	98	101	104	104	100	102	104	103	106	101	96	93	100	101	103	100
3	99	97	98	100	98	100	101	104	101	98	106	105	107	103	97	97	97	99	102	100
4	99	97	97	97	100	96	101	101	100	102	105	104	105	103	100	97	99	99	102	99
5	96	100	98	101	98	101	102	104	100	101	104	104	103	102	98	98	100	99	103	100
6	99	100	99	102	97	99	102	103	101	100	105	101	103	101	103	97	98	98	101	96
7	101	103	100	103	93	98	95	105	96	102	104	100	105	103	99	96	99	98	101	99
8	102	104	100	101	102	102	103	104	101	102	105	104	105	102	97	98	98	98	99	99
9	98	99	101	104	102	102	100	104	102	100	104	104	103	101	97	96	97	97	100	97
10	—	103	100	102	99	97	95	95	94	92	96	98	94	96	95	96	94	98	97	97
Mittel δ_{10} =	785	784	786	794	780	784	801	803	792	787	823	809	823	797	780	754	779	776	802	775
$\pm \Delta_{m_{10}}$ Proz. =	1.4	2.5	1.2	1.3	2.0	1.9	2.5	2.4	1.6	2.2	1.4	1.6	2.5	1.2	1.8	1.4	1.4	1.0	1.4	1.0

ebenso findet auch bei der Entlastung eine ziemlich starke Nachwirkung statt. Da die Größe dieser Nachwirkung von der Zusammensetzung der Masse und von dem Grad der Vulkanisation beeinflußt zu sein scheint, und man hoffen kann, durch das Maß dieser Erscheinungen einen Einblick in die Bedeutung der Vulkanisation für die technische Gebrauchsfähigkeit der Gummiwaren zu erhalten, so hat man diese Vorgänge auch im Amt studiert, indem man nach Fig. 9 Gummistäbe, wie sie anfangs für den Festigkeitsversuch benutzt wurden, nebeneinander aufhängte und sie mit einer angehängten Last

Fig. 9. Dauerbelastung von Gummiproben.



versah; an einer daneben angebrachten Skala las man die Verlängerungen des Stabes so lange ab, bis sie vollständig aufhörte fortzuschreiten. Dann hob man das Belastungsgewicht ab und beobachtete in gleicher Weise, in welchem Maße sich die Stäbe wieder zusammenzogen. Das Verhalten der Stäbe wurde miteinander verglichen. Bei diesen Versuchen hat sich gezeigt, daß die Stäbe aus verschiedenen Mischungen und von verschiedenem Vulkanisationsgrade bei dauernder Belastung, mehr oder weniger schnell, mehr oder weniger zahlreiche und mehr oder weniger tiefe Querrisse bekommen, so daß man hierauf vielleicht eine Einordnung der Ware gründen kann.

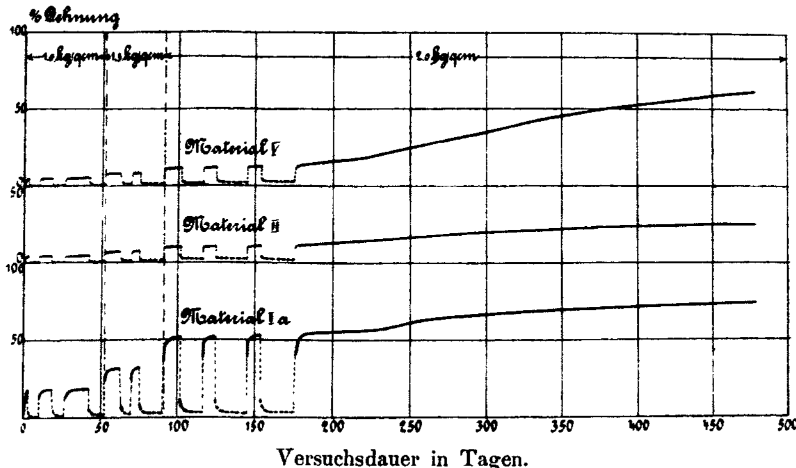
Aus der Aufbewahrung frisch geschnittener Ringe unter verschiedenen äußeren Bedingungen erkennt man leicht, daß namentlich bei der Aufbewahrung in der Wärme zumeist schnelle Änderungen im Ober-

Fig. 10. **Rissige Oberfläche.**



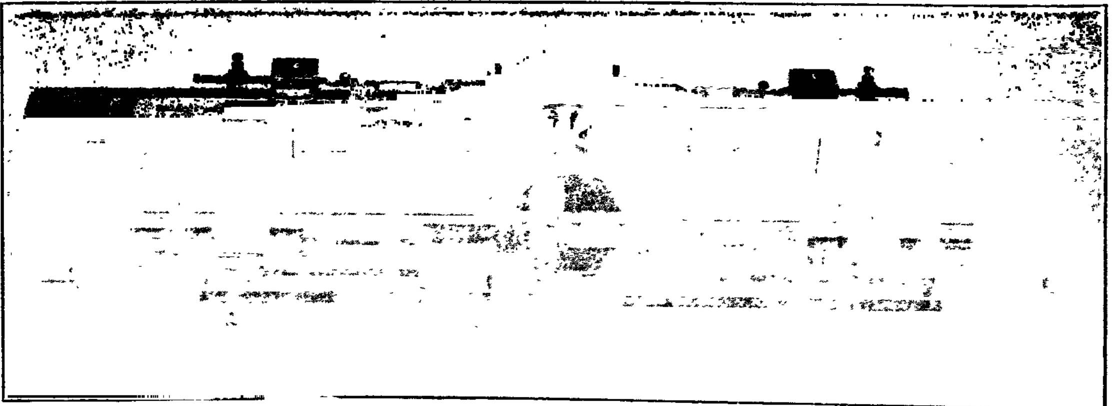
flächenaussehen und im Charakter der Ringe eintreten; sie ändern ihre Farbe, zeigen Ausschwitzungen, verlieren ihre Weichheit, werden hart und spröde. Man erkennt leicht, daß gewissermaßen eine Nachvulkanisation eingetreten ist und hat in der Tat auch chemisch eine Zunahme an gebundenem Schwefel nachweisen können. Ähnliche Änderungen, wenn auch in geringerem Grade, gehen auch unter anderen äußeren Umständen vor sich; ich erinnere an das Brüchigwerden von Schläuchen unter dem Einfluß der Witterung. Diese Vorgänge verlaufen von der Oberfläche aus ins Innere der Gummimasse. Wenn mit der Veränderung also eine Verminderung der Dehnbarkeit des Gummis verbunden ist, so ist das vorher beschriebene Einreißen der Oberfläche einer belasteten Gummiprobe (Fig. 10) leicht zu verstehen; zu verstehen ist dann auch, daß, wie es in der Tat beobachtet worden ist, der Vorgang der Nachdehnung unter der Last nicht kontinuierlich verläuft, sondern daß sich von Zeit zu Zeit Beschleunigungen zeigen (Fig. 11), dann nämlich, wenn die Dehnbarkeit der Außenschicht so klein geworden ist, daß jene Oberflächenrisse sich bilden; die verbleibende gesunde Masse dehnt sich dann stärker, weil in ihr die Spannung größer wird. Man sieht hieraus, daß man diesen Erscheinungen eine große Aufmerksamkeit zuwenden muß, wenn man das Wesen des Gummis in seinem Verhalten im technischen Betriebe ganz erkennen will.

Fig. 11. **Nachstreckung und Nachverkürzung von Weichgummistäben.**



Um auf möglichst einfache Weise diese Vorgänge zu verfolgen, habe ich daher angeordnet, daß Gummiringe auf Glastafeln so nebeneinander aufgezogen werden, daß Ringe aus verschiedenen Mischungen und von verschiedenem Vulkanisationsgrade nebeneinander liegend auf diesen Glastafeln verschiedenen äußeren Bedingungen ausgesetzt werden können. Die Ringe sind hierbei, entsprechend der Breite der Glastafeln, einer bestimmten Dehnung, also auch einer gewissen Spannung, unterworfen; sie befinden sich unter den gleichen Verhältnissen wie bei der Belastung mit einem bestimmten Gewicht, sie werden schneller als im ungespannten Zustande die unter den äußeren Bedingungen eintretenden Wirkungen zeigen, sie werden leicht den Vergleich der verschiedenen Gummisorten untereinander liefern, man wird neben die

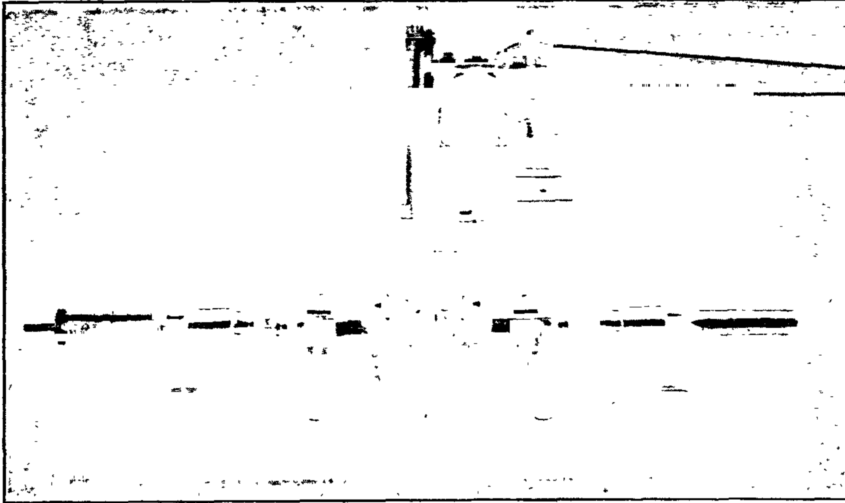
Fig. 12. **Dauerversuchsmaschine von Martens-Schopper.**



subjektive Beobachtung die objektive durch Photographie, Abdruck usw. setzen können; kurz: ich glaube, daß die technische Prüfung durch dieses Verfahren vereinfacht und wesentlich erleichtert werden kann. Deswegen wird seine weitere Ausbildung im Amt verfolgt werden.

Es lag nahe, auch die oft wiederholte Inanspruchnahme der Ringe durch sogenannte Dauerversuche zu erproben, um zu versuchen, ob man auf diese Weise einen Einblick in die Eigenschaften des Gummis von verschiedener Zusammensetzung gewinnen könne. Deswegen habe ich die in Fig. 12 gezeigte Dauerversuchsmaschine für Zugbeanspruchung angegeben, die von L. Schopper in Leipzig für das Amt gebaut wurde. Diese Maschine prüft 4 Ringe gleichmäßig unter oftmaligem Wechsel der Zugspannungen zwischen einem Kleinstwert und einem Höchstwert; jede Beanspruchung wird gezählt, sobald der Ring reißt, steht das Zählwerk der Maschine still. Die im Laufe der Zeit unter den häufigen Beanspruchungen auftretenden bleibenden Verlängerungen werden in

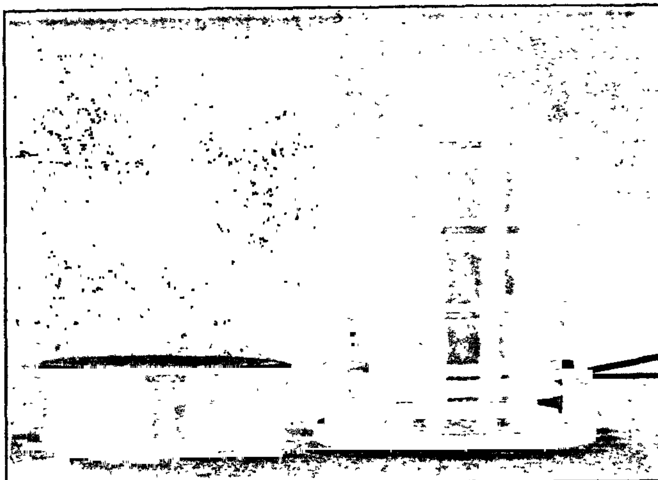
Fig. 13. **Gummifalzer von Schopper.**



einer Vorrichtung stets unter der gleichen Belastung des Ringes gemessen. Sehr wahrscheinlich werden die vorhin geschilderten einfacheren Verfahren diesen Dauerversuch ersetzen können.

Eine andere Art von Dauerversuchen, die bei der Papierprüfung sehr wesentliche Dienste leistet, wird mit der in Fig. 13 dargestellten Maschine ausgeführt. In ihr wird ein Streifen aus einer Gummiplatte oder aus einem Tuch, das aus einzelnen Gummi- und Stofflagen zusammengesetzt ist (Gummireifen für Automobile), durch 2 rechts und links angebrachte Spiralfedern mit einer bestimmten Anfangsspannung versehen und nun mittels des geschlitzten hin und her gehenden Schiebers fortwährend zwischen 2 Walzenpaaren hin und her gezogen.

Fig. 14. **Dauerversuchsmaschine von Martens.**



Die belastete Probe wird hierbei in ihrer Mitte hin und wider gebogen (gefalzt) und dadurch auf Lockerung der Verbindung zwischen ihren einzelnen Lagen und auf Zermürbelung des Kautschuks beansprucht.

Fig. 15. **Abnutzung von Gummikugeln.**

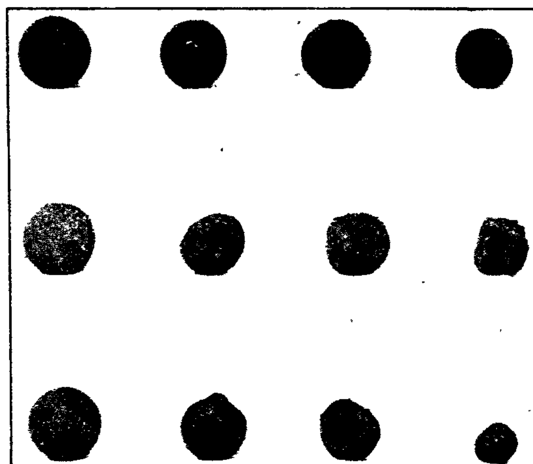
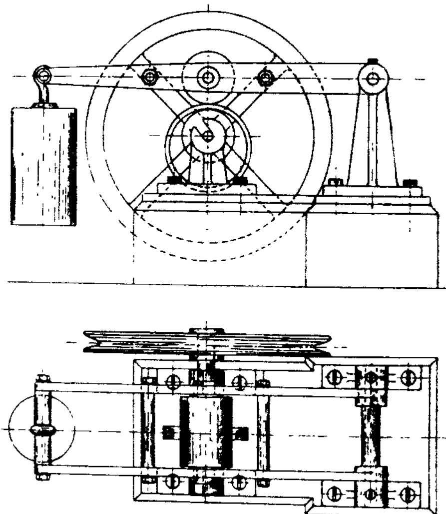


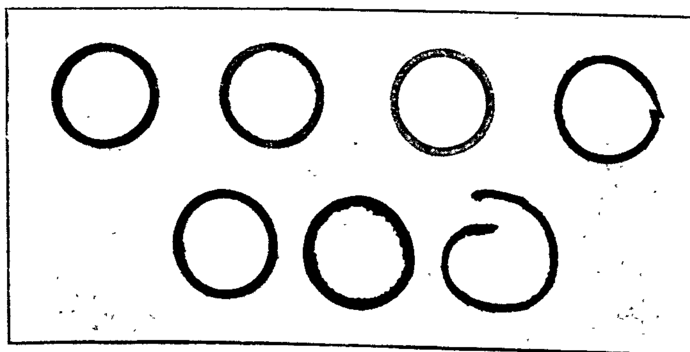
Fig. 16. **Gummiprüfer für Abnutzungsversuche (M. 1 : 1).**



Auch diese Maschine ist, wie die ähnlichen Papierprüfmaschinen, von L. Schopper in Leipzig gebaut worden.

Eine Dauerversuchsmaschine nach eigenem Entwurf (Fig. 14) ließ ich in der Werkstätte des Amtes anfertigen. Sie dient dazu, Kugeln

Fig. 17. **Abnutzung von Gummiringen.**



von 30 mm Durchmesser in einer V-förmigen Rinne unter starker Belastung umlaufen zu lassen; hierbei wird die stark verdrückte Kugel gewissermaßen in sich selbst zerrieben und zugleich oberflächlich abgenutzt. Die Art der Abnutzung und deren Stärke ist außerordentlich charakteristisch für die verschiedenen Gummimischungen. Fig. 15 zeigt die verschiedenen Abnutzungsformen.

Fig. 18.
Abnutzungsversuche mit dem Apparat von May.
Belastung $P = 5$ kg.

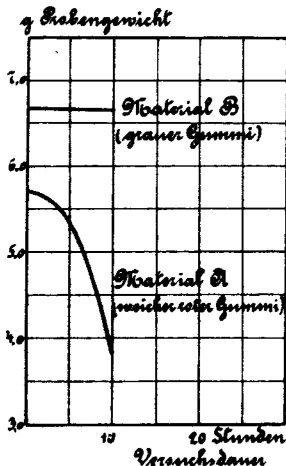
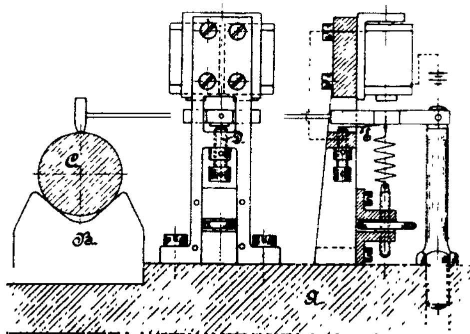


Fig. 16 gibt eine Einrichtung, welche vom Mechaniker May im Amt erdacht und gebaut worden ist: in ihr läuft zwischen zwei Walzen ein Gummiring, wie er für die Zugfestigkeitsversuche benutzt wird, so daß der durchlaufende Probering starke seitliche Zusammenpressung erfährt und dabei zermürbt und abgenutzt wird; der Verlauf der Gewichts- und Festigkeitsabnahme gibt ein Bild von den Eigenschaften verschiedener Gummimischungen. Fig. 17 zeigt charakteristische Abweichungen. Fig. 18 zeigt den Verlauf der Abnutzung bei verschiedenen Gummiarten.

Mehrfachen Anregungen folgend, habe ich noch einen Apparat zur Prüfung eines Industrieerzeugnisses entworfen, der zur Prüfung von Gummiwalzen für Schreibmaschinen dienen soll. Fig. 19 zeigt die Entwurfsskizze. Die Gummiwalze wird auf einer schweren Unterlage gelagert und mit einem kleinen elektromagnetischen Hammer, ähnlich wie in der Schreibmaschine, angeschlagen. Man wird in ähnlicher Weise den Widerstand von kleinen Kugeln oder Zylindern aus verschiedenen Gummimischungen prüfen und so vielleicht auf einfache Art einen Vergleich herbeiführen können.

Fig. 19. **Elektromagnetischer Hammer zur Prüfung von Gummiwalzen für Schreibmaschinen (M. 1 : 1).**



Auf einem schweren Gußstück *A* ist auf schräger Fläche der schwere Amboß *B* gelagert, der das zu prüfende Gummistück *C* (Schreibmaschinenwalze) aufnimmt. Durch Verschieben auf der Stützfläche kann das Probestück in die richtige Höhenlage eingestellt werden. Das Hämmerchen ist an dem Anker des elektromagnetischen Hammers mittels des federnden Stahldrahtes befestigt. Die Hubbegrenzungsschraube *D* regelt gemeinsam mit der Anspannung der Abreißfeder *E* die Schlagstärke.

II. Die Ballonstoffprüfung.

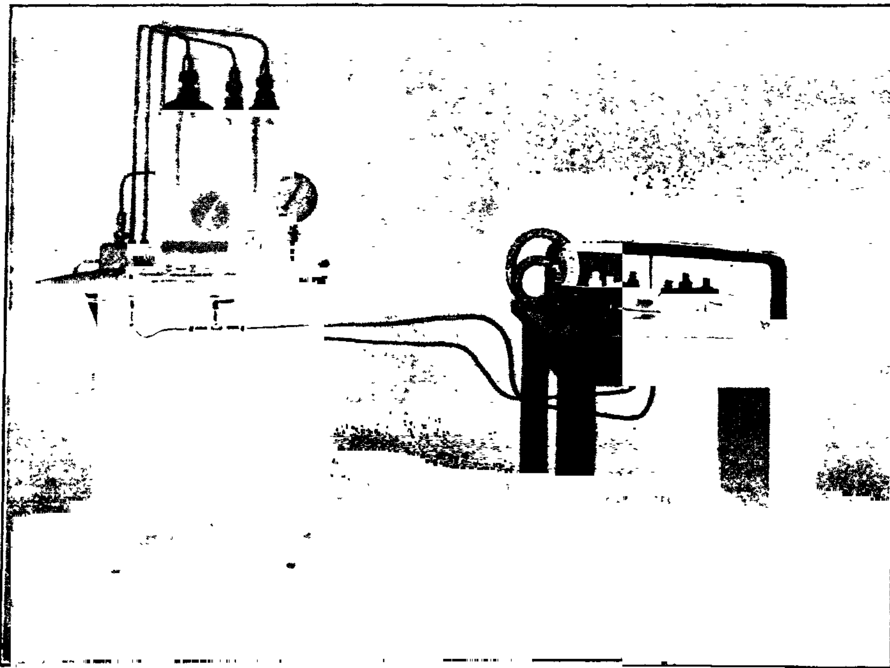
Die technische Prüfung der Luftballonstoffe erstreckt sich auf die Ermittelung der Stoffart, des Dichtungsmittels für den Stoff, der Stofffestigkeit, der Durchlässigkeit für Gas und Wärme sowie seiner Aufnahmefähigkeit für Feuchtigkeit. Die Prüfung auf seinen Reibungswiderstand gegen bewegte Luft, die vielleicht noch in Frage kommen würde, gehört nicht zum Arbeitsgebiet des Materialprüfungsamts. Die Prüfung kann sowohl am neuen unverarbeiteten Stoff als auch am verarbeiteten und bereits benutzten Stoff geschehen, der dem Wind und Wetter sowie allen Einflüssen, wie sie im Luftschiffbetriebe vorkommen, ausgesetzt war. Seine Leistungsfähigkeit im Luftschiffbetriebe kann ganz besonders daraus erkannt und bemessen werden, in welchem Maße die Eigenschaften sich im Betriebe verändern. Die technische Prüfung muß derartig angelegt werden, daß das Verhalten des Stoffes bereits erkannt werden kann, bevor das Geld für den Stoff ausgegeben wird.

Dem Luftschiffbaumeister ist zunächst die Festigkeit und die Ausdauerfähigkeit des Stoffes wissenswert. Diese Eigenschaften sind in erster Linie abhängig von der Faserart und von dem textiltechnischen Geschick, mit dem die Faser im Gewebe verarbeitet ist. Die Faserart wird in der textiltechnischen Abteilung des Amtes durch das Mikroskop festgestellt, die Festigkeit des Stoffes wird in der gleichen Abteilung in Schopperschen Festigkeitsprüfern ermittelt. Diese Prüfungen werden wie bei den Gewebeprüfungen an 50 mm breiten Streifen von 350 mm Länge ausgeführt, die aus dem Stoff in den Fadenrichtungen entnommen werden. Das Ergebnis wird sowohl in Kilogramm auf 1 cm Breite als auch in der im Textilfach üblichen Maßeinheit als Reißlänge *R* in Meter oder in Kilometer ausgedrückt. Die Reißlänge ist die Länge, die ein Stoffstreifen von gleichbleibender Breite haben muß, damit sein Eigengewicht gleich ist der Last, die ihn zu Bruche brachte. Wenn man den Stoff nach der Reißlänge bewertet, so wird der Fabrikant bestrebt sein, bei möglichst hoher Festigkeit dem Stoff ein möglichst geringes Gewicht zu geben, d. h. dem Luftschiffbaumeister in die Hände zu arbeiten. Da der Feuchtigkeitsgehalt der Luft auf das Quadratmetergewicht und außerdem auf die Festigkeit des Stoffes von Einfluß ist, so ist der Festigkeitsversuch, wie beim Papier und den Textilstoffen, auf einen bestimmten Feuchtigkeitsgehalt zu beziehen; man muß also die Stoffe in einem Raum von bestimmter Luftfeuchtigkeit (65 Prozent) lagern und prüfen, wenn man

an verschiedenen Prüfstellen übereinstimmende Festigkeitswerte erhalten will.

Dem Ballonstoff gibt man häufig eine mehrfache Gewebeschicht. Zwischen die Stofflagen wird in der Regel die abdichtende Gummischicht aufgetragen. Um die Festigkeit des Stoffes möglichst vollkommen auszunutzen, werden die Stofflagen meistens so aufeinandergeklebt, daß sich die Gewebefäden der unteren Schicht unter einem Winkel von 45° mit den Fäden der oberen Schicht kreuzen (Diagonalstoff)[1]. Der einfache Stoff wird nach zwei zueinander senkrechten

Fig. 20. **Zerplatzapparat mit Selbstaufzeichnung von Martens.**



Richtungen auf seine Festigkeit geprüft (nach Richtung der Kett- und Schußfäden des Gewebes), während der Diagonalstoff dementsprechend nach den vier Richtungen seiner Fadenlagen zu prüfen ist. Die Kett- und Schußfäden werden häufig verschiedene Festigkeit, Faserbeschaffenheit und Zwirnung haben. Ober- und Unterschicht können verschiedene Beschaffenheit und Festigkeit haben; der geschickte Luftschiffbaumeister wird diesen Umständen, wenn sie sich stark geltend machen, Rechnung tragen und wird die Stofflage im Luftschiff derart anordnen, daß die nach den verschiedenen Richtungen verschiedenen Festigkeiten möglichst vollkommen ausgenutzt werden. Aus dem Ge-

[1] Man hat in jüngster Zeit aber auch Stoffe erzeugt, bei denen der Schußfaden den Kettfaden des Gewebes unter 45° kreuzt.

sagten ergibt sich, daß man gehörig aufpassen muß, wenn man den Ballonstoff so vollkommen wie möglich prüfen und ausnutzen will.

Die Eigenschaften des Stoffes werden durch die geschilderte, zwar etwas umständliche und darum auch kostspielige Prüfungsart, wohl recht vollkommen erschlossen; aber es ist kein Wunder, wenn namentlich die nichttechnischen Kreise der Luftschiffer immer wieder dahin trachten, die Festigkeitsprüfung in einer solchen Form durchgeführt zu sehen, daß sie womöglich in dem Ergebnis der Prüfung unmittelbar einen Ausdruck für die Ballonfestigkeit finden. Aus diesem Bedürfnis heraus sind die sogenannten Zerplatzapparate entworfen und gebaut worden, von denen ich Ihnen hier die von mir entworfene Form des Materialprüfungsamtes vorführe (Fig. 20). Bei den Zerplatzapparaten spannt man ein kreisförmiges Stück des zu prüfenden Stoffes fest ein und bläst dann von einem Behälter aus oder unmittelbar mit der Luftpumpe das kreisförmige Stoffstück bis zum Zerplatzen auf; der zum Zerplatzen erforderliche Luftdruck wird am Manometer abgelesen und zugleich wird die bis zum Zerplatzen eingetretene Wölbhöhe in der Mitte der Stoffscheibe gemessen. Der Zerplatzdruck ist bei Benutzung der gleichen Stoffbahnen für den Versuch abhängig von der Größe des Ringdurchmessers (wobei die Wirkung der Einspannränder zu berücksichtigen ist). Auch bei diesem Versuch wird das Ergebnis von der Luftfeuchtigkeit abhängig sein. Daher ist das bisweilen zum Nachweis von undichten Stellen in der Stoffhülle benutzte Befeuchten mit Seifenwasser ganz unzulässig.

Man kann also auch die Ergebnisse der Zerplatzversuche keineswegs unmittelbar auf die Verhältnisse im Ballon übertragen. Ich habe daher beim Entwurf des im Amt benutzten Apparates dafür Sorge getragen, daß Proben unter möglichst verschiedenen Ringdurchmessern ausgeführt werden können. Die nutzbaren Ringdurchmesser sind: 0.113, 0.160, 0.196, 0.252, 0.357, 0.505 und 0.618 m, entsprechend den umspannten Kreisflächen von 0.01, 0.02, 0.03, 0.05, 0.1 und 0.3 qm. Die Konstruktion ist später vereinfacht worden, indem als Grundlage für die einzuspannenden Ringe ein weiches Gummituch auf gehobelter Gußeisenplatte benutzt wird, auf die die Probestücke mittels Ringen durch Spannschrauben gasdicht angedrückt werden; man ist auf diese Weise in der Auswahl der Spannringgrößen sehr wenig beschränkt und kann ohne wesentliche Umstände auch in der Form der Spannringe wechseln, so daß man neben der Kreisform auch Ellipsen oder Rechtecke benutzen könnte. Damit ist die Möglichkeit gegeben, den Einfluß der Einspannung durch den Versuch mit Proben von gleichen Flächengrößen, aber verschiedenen

Flächenformen auszuführen. Versuche dieser Art werden demnächst in Angriff genommen werden.

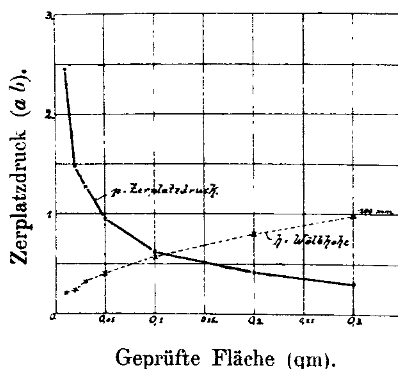
Neuerdings hat man geglaubt, den Verhältnissen im Ballon näher zu kommen, indem man aus den zu prüfenden Stoffen zylindrische kleine Ballons herstellte und diese zum Zerplatzen brachte. Die Kosten der Prüfungen werden hierdurch erheblich vermehrt, und ich fürchte, daß die Sache selbst dadurch nicht einfacher und klarer wird; denn es wird bei kurzen Zylindern immer schwer sein, die Wirkung der Enden auszuschließen, die ähnlicher Art sein werden, wie sie oben bezüglich der Randspannungen an den Ringen besprochen worden ist. Ganz besonders ist dies aber dann zu erwarten, wenn die Enden etwa durch feste Scheiben gebildet werden, an die der Ballonstoff angeschlossen ist. Dazu kommt, daß der Stoffverbrauch größer werden wird als bei der Prüfung mit dem Zerplatzapparat. Die Probenherrichtung und die Versuchsausführung dürften ebenfalls teurer werden.

Von militärischer Seite ist in Vorschlag gebracht worden, die Stoffestigkeit überhaupt nicht an schmalen Streifen, sondern an meterbreiten Stoffproben zu ermitteln, um unmittelbar die Festigkeit auf 1 m Breite zu erhalten. Ich glaube, daß dieser Vorschlag immer nur eine Liebhaberidee bleiben wird, denn abgesehen von dem Stoffverbrauch, dürfte es kaum gelingen, der versuchstechnischen Schwierigkeiten Herr zu werden und den vielen möglichen Einwendungen zu begegnen. Ebenso geringe Aussicht hat m. E. der Vorschlag, an einem wirklichen Ballonmodell die Festigkeit des Stoffes ermitteln zu wollen, für den sein Verfechter geltend machte, daß er vollkommener der Wirklichkeit entsprechen würde, weil er zugleich auch die Festigkeit der Verbindungen (Nähte) ergeben würde. Einzelversuche werden immer das Gefühl der Unsicherheit hinterlassen, und daher wird man nach meiner Überzeugung immer dabei bleiben, auch bei der Ballonstoffprüfung der Mittelbildung aus einer ausreichenden Zahl von Einzelversuchen den Vorzug zu geben. Dies wird sicherer, billiger und zweckmäßiger sein, als alle die vermeintlichen Vereinfachungen. Das Materialprüfungsamt empfiehlt hiernach bis auf weiteres stets, die Stoffprüfungen an 50 mm breiten Streifen nach zwei oder vier Hauptrichtungen sowie Zerplatzversuche mit kreisförmigen Proben vorzunehmen. In letztere können dann auch Proben mit Stoffverbindungen (Nähte, verklebte Überlappungen) eingeschlossen werden. Bei den bisher ausgeführten Versuchen wurde erkannt, daß die Stoffe fast immer im Scheitel der Kalotte platzten und selten am Einspannring.

Nach den Versuchen mit kreisförmigen Proben von verschiedenem Durchmesser habe ich das Schaubild 21 entworfen, das zeigt, in welchem Maße bei gleichem Stoff der Zerplatzdruck von dem Ring-

Fig. 21. **Ballonstoffprüfung.**

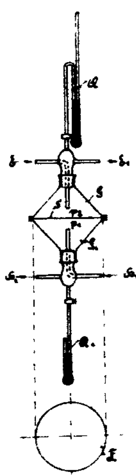
Abhängigkeit des Zerplatzdruckes von der Größe der geprüften Fläche.



durchmesser abhängig ist; wenn erst solche Versuche in großer Zahl vorliegen, wird man die Ergebnisse auf die Verhältnisse im Ballon übertragen können, und dann ist in der Tat die Stoffprüfung auf eine recht einfache Grundlage gestellt, zumal wenn man dann auch noch von den Festigkeitsversuchen an Streifen absehen dürfte; die Erfahrung muß zeigen, wie weit man hier vereinfachen darf.

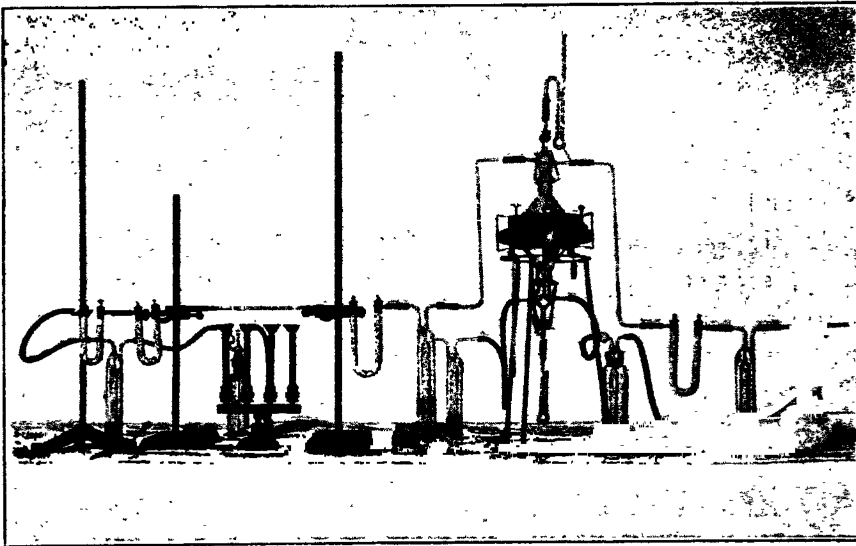
Die Stoffdichtigkeit wird zum Teil noch mit recht verwickelten Einrichtungen geprüft. Grobe Undichtigkeiten, wie sie bei der Feststellung der Luftdurchlässigkeiten von Stoffen zu berücksichtigen sind, werden im Amt, wie bei den Zeugstoffen üblich, ermittelt, indem man durch eine kreisförmige Stoffscheibe unter einem bestimmten Überdruck Luft treibt, deren Menge mittels der Gasuhr gemessen wird. Wenn man mit großen Luftmengen und bei nahezu gleichbleibender

Fig. 22. **Heyns Gasdurchlaßprüfer.**



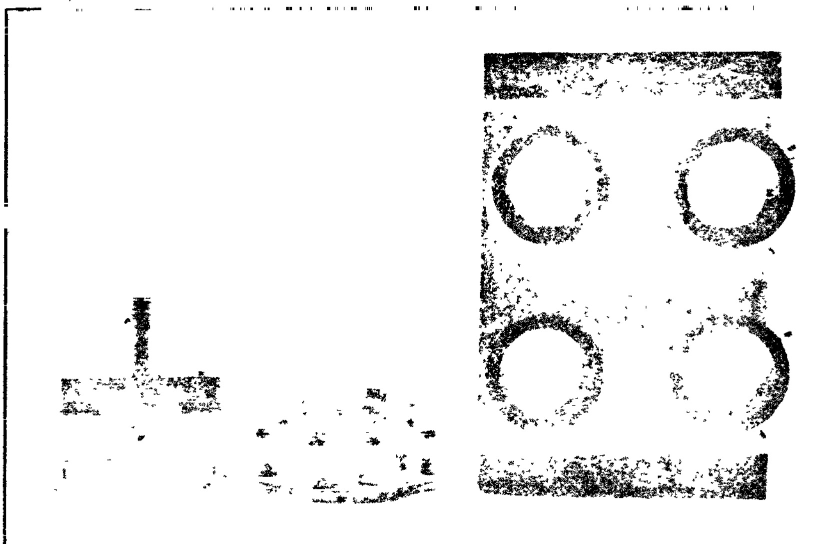
G = oberes Glasgefäß.
G_1 = unteres Glasgefäß.
H = Eintritt von Wasserstoffgas.
H_1 = Austritt von Wasserstoffgas.
L = Eintritt der Luft.
L_1 = Austritt der Luft, einschließlich des durch die Ballonstoffprobe hindurchgegangenen Wasserstoffgases.
S = Ballonstoffprobe, eingespannt zwischen den beiden Glasgefäßen G und G_1.
F = Fläche der Ballonstoffprobe in Quadratzentimetern, durch die das Wasserstoffgas hindurchging.
p_1 = Druck in Millimeter Quecksilbersäule unterhalb der Ballonstoffprobe.
p_2 = Druck in Millimeter Quecksilbersäule oberhalb der Ballonstoffprobe.
Q = oberes Quecksilbermanometer.
Q_1 = unteres Quecksilbermanometer.

Fig. 23. Heyns Gasdurchlaßprüfer.



Zimmerwärme arbeitet, so genügt dieses einfache Verfahren für technische Zwecke vollkommen. Handelt es sich dagegen um die Diffusionsgeschwindigkeit von Gasen, z. B. Wasserstoff, so muß man schon etwas mehr Kunst aufwenden. Für das Amt hat zu dem Zweck Professor HEYN einen Apparat zusammengestellt, den ich Ihnen in Skizze und im Bilde vorführe. Seine Wirkungsweise ist folgende: Die Stoffplatte wird zwischen zwei trichterförmige Glasgefäße (Fig. 22) eingespannt. In das eine Gefäß tritt Luft und Wasserstoff ein, während die durch das andere Gefäß getriebene Luft den diffundierten

Fig. 24. Bauers Wärmedurchlaßprüfer.



Wasserstoff mitnimmt. Dieser wird in dem Apparat (Fig. 23) über Palladiumasbest zu Wasser verbrannt und hierdurch wird die durchgegangene Wasserstoffmenge gemessen.

Will man die Leistungsfähigkeit eines Stoffes erschöpfend darstellen, so muß, wie früher gesagt, neben dem neuen Stoff auch der gleiche Stoff nach einer längeren Betriebszeit geprüft werden oder nachdem er längere Zeit dem Wind und Wetter ausgesetzt gewesen ist.

Für die Wärmedurchlaßprüfung hat Professor Bauer den in Fig. 24 gezeigten Apparat zusammengestellt. Vier Vergleichsproben werden nebeneinander über schwarze Gefäße gespannt, in denen hinter den Proben Thermoelemente angebracht sind, mit denen die Wärmegrade gemessen werden, die sich bei verschiedener Bestrahlung im Gefäß einstellen.

Ausgegeben am 23. März.

1911.
XV.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

16. März. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Erman las über »Denksteine aus der thebanischen Gräberstadt«. (Ersch. später.)

Die Handwerker der thebanischen Weststadt haben im 12. und 13. Jahrhundert v. Chr. in die Tempel volksthümlicher Gottheiten kleine Votivsteine geweiht. Auf einigen derselben bekennen die Weihenden, dass sie von dem Gott für falsches Schwören und andere Sünden mit Krankheit bestraft worden sind; ein Stein, den das Berliner Museum erwarb, war von einem Maler für die Herstellung seines kranken Sohnes gelobt und enthält den Hymnus, in dem der Vater dem Gotte seinen Dank ausspricht.

2. Hr. Lüders legte vor: Das Śāriputraprakaraṇa, ein Drama des Aśvaghoṣa. (Ersch. später.)

Die Entdeckung von Bruchstücken einer centralasiatischen Palmblatthandschrift ermöglicht den Nachweis, dass eines der in den »Bruchstücken buddhistischer Dramen« behandelten Stücke den Titel Śāriputraprakaraṇa trug und von Aśvaghoṣa herrührte.

3. Hr. W. Schulze legte die von Hrn. Dr. Theodor Kluge auf einer Reise im Kaukasus aufgenommenen Photographien aus georgischen Handschriften vor.

Ein unten abgedruckter kurzer Bericht giebt Auskunft über die in Betracht kommenden Codices und den Umfang und Inhalt der photographisch aufgenommenen Stücke.

4. Hr. Lüders überreichte das von ihm bearbeitete erste Heft der Sammlung kleinerer Sanskrit-Texte aus den Ergebnissen der Königlich Preussischen Turfan-Expeditionen: Bruchstücke buddhistischer Dramen. Berlin 1911.

Bericht über photographische Aufnahmen altgeorgischer Handschriften.

Von Dr. phil. Theodor Kluge.

(Vorgelegt von Hrn. Wilhelm Schulze.)

Meine von Tiflis aus im Sommer 1910 mit Unterstützung der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften unternommene Bereisung kaukasischer Klöster wurde veranlaßt durch den Mangel an zusammenhängenden handschriftlichen Texten der altgeorgischen Sprache. Es handelte sich darum, in kurzer Zeit und mit geringem Kostenaufwand eine größere Anzahl guter und alter Texte zu gewinnen, deren Auswahl unter Berücksichtigung aller in Betracht kommenden Umstände und im Zusammenhang mit früheren Arbeiten[1] wesentlich auf das Neue Testament beschränkt werden mußte.

Aus folgenden Handschriften konnten photographische Aufnahmen gewonnen und der Akademie überreicht werden:

1. Tiflis.

Datierte Handschrift auf Pergament des 10. Jahrhunderts, sogenannter »Apostolos«; Ḫutsurimajuskel; 206×246 mm.

Herkunft, Ort der Herstellung, Schreiber usw. fehlen.

Handschrift am Anfang und Schluß stark beschädigt. Sie enthält den Schluß des Lebens des Apostels Paulus, dessen Briefe, die Apostelgeschichte, den Jakobusbrief, Petri 1 und 2 (unvollständig). Das Datum (398/399 n. Chr.) hat der Schreiber bei der Übersetzung aus der griechischen Vorlage übernommen: ... მეოთხესა არკადისსა და მესამესა ონორისა ... ». . . im vierten [Jahr] des Arkadius und im dritten des Honorius . . .«.

Aufbewahrt: Tiflis (Privatbesitz).

Aufgenommen: Mit Ausnahme des Anfanges des Lebens des Apostels Paulus alles. 478 Seiten.

[1] Im Tifliser Kirchenmuseum habe ich folgende Texte kollationiert:

1. Markusevangelium: Nr. 28 (7. Jahrh.); 509 (10. schließt mit Mark. 16, 8); 359 (10.); 98, 484, 845 (11.); 27 (12.); 18 (13.); 99 (14.); 26 (15.); 78 (16.); 443 (17.) [von 27 ab nur größere Stücke].

2. Kodex Nr. 345 sog. »Apostolos«, enthaltend die Briefe des Apostels Paulus; Übersetzung einer griechischen, vom Jahre 399 n. Chr. datierten Handschrift.

2. Gelati in Imerethien (გელათი).

Undatierte Handschrift auf Pergament mit Miniaturen; 11. Jahrhundert; Ḥutsuriminuskel; 192×263 mm.

Schreiber: Blatt 01: Georgi Mt'acmindeli (გეორგი მთაწმინდელი); Ort der Herstellung nicht angegeben (wahrscheinlich Gelati).

Handschrift neuerdings umgebunden.

Aufbewahrt: Klosterkirche von Gelati.

Aufgenommen: Markusevangelium. 98 Seiten.

3. Wani in Imerethien (ვანი).

Undatierte Handschrift auf Pergament; 12. Jahrhundert: auf der Rückseite des Blattes 273 findet sich die Notiz, daß die Handschrift für die Stadt Jerusalem zur Zeit der Königin Tamara (1184—1212) angefertigt ist; Ḥutsuriminuskel; 293×215 mm.

Schreiber, Ort der Herstellung unbekannt (wahrscheinlich Gelati). Handschrift im Originaleinband.

Aufbewahrt: Kirche Mt'avar Angelos (მთავარ ანგელოზის) der »Общества Вани«.

Aufgenommen: Markusevangelium. 96 Seiten.

4. J̌ruǰi in Imerethien (ჯრუჭი).

Handschrift vom Jahre 936 n. Chr. auf Pergament; Ḥutsurimajuskel; 264×217 mm.

Schreiber, Ort der Herstellung unbekannt (wahrscheinlich J̌ruǰi); Originaleinband.

Aufbewahrt: Klosterkirche Cminda Georgi (წმინდა გეორგი) in J̌ruǰi.

Aufgenommen: Markusevangelium. 100 Seiten.

» Lukasevangelium. 20 »

5. J̌ruǰi.

Undatierte Handschrift auf Pergament mit Miniaturen; 12. bis 13. Jahrhundert; Ḥutsuriminuskel; 235×179 mm.

Schreiber unbekannt. Ort der Herstellung wahrscheinlich Gelati.

Kodex umgebunden, Pergament ausgeflickt und stark beschnitten, Schrift zum Teil nachgeschrieben.

Aufgenommen: Matthäusevangelium. 138 Seiten.

6. J̌ruǰi.

Undatierte Handschrift auf Pergament; 11. oder 12. Jahrhundert; Ḥutsuriminuskel; 257×189 mm.

Handschrift unpaginiert, stellenweise ausgeflickt. Werk des »Maximus der Messner« (წიგნი მაქსიმე აღმსარებელისა).

Der Verfasser ist auch wahrscheinlich der Schreiber.

Aufgenommen: Blatt 1 bis 24. 48 Seiten.

7. Artwin (Gouvernement Batum).

Undatierte Handschrift auf Pergament, wahrscheinlich unvollendet; 12 oder 13. Jahrhundert; Ḫutsuriminuskel; 230×293 mm.

Schreiber, Ort der Herstellung usw. völlig unbekannt.

Aufbewahrt in der armenisch-gregorianischen Kirche zu Artwin (aus einem Nachbarort unbekannten Namens nach dort »überführt«).

Aufgenommen: Markusevangelium. 92 Seiten.

Außerdem wurde im Auftrage der Septuagintakommission in Göttingen die einzige Handschrift des 2. Buches der Makkabäer photographiert, dazu konnten noch etwa 60 Probeseiten aus Handschriften und Palimpsesten, hauptsächlich der ältesten Zeit, aufgenommen werden. Ferner etwa 12 Seiten eines Markusevangeliums aus einem griechischen Pergamentkodex (angeblich aus dem 12. Jahrhundert).

Mit diesen Aufnahmen ist das Wichtigste, was sich im Kaukasus an alten Handschriften befindet, eingesammelt; wünschenswert würde allerdings sein eine Durchsicht der Bestände an altgeorgischen Handschriften in den Bibliotheken zu London, des Vatikans, des Athos, in Petersburg, Jerusalem, Sinai und Isfahan.

Der Kaiserlich Russischen Regierung in Tiflis bin ich zu großem Dank verpflichtet durch die Ausstellung eines открытый листъ trotz des Kriegszustandes und für die während meiner Reisen in Transkaukasien und Armenien getroffenen Vorsorge, ferner einer großen Reihe von Zivil- und Militärbeamten, Seiner Exzellenz dem Exarchen von Grusien, den Bischöfen von Baku und Kutaïs, einer Reihe von Kirchenbeamten in Tiflis und den Priestern der von mir aufgesuchten Kirchen und Klöster, der armenischen Geistlichkeit in Artwin, dem K. K. Konsul in Tiflis, Grafen Heinrich Krenneville, dem deutschen Konsul in Tiflis, Dr. Feigel, und den Beamten des Konsulats, Baron von Nasacken und von Bücheler, ferner dem Bibliothekar der »Общества распространенія Грамотности« und dem Vorsteher des »Церковный Музей«; den HH. Dr. A. Dirr, Liauzun, Exzellenz Lopatinski, Dr. Schmidt, Takaišvili, Žordania und J̌anašvili, endlich dem Kais. Deutschen Auswärtigen Amt und dem Kgl. Preußischen Kultusministerium, der Oberzolldirektion in Danzig, der Firma A. Dieskau & Co. für die Besorgung der photographischen Ausrüstung.

Ausgegeben am 23. März.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.

XVI.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

23. März. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Frobenius las Über unitäre Matrizen.

In einer endlichen Gruppe unitärer Matrizen ist jede Matrix. bei der die Differenz von je zwei charakteristischen Wurzeln absolut kleiner als eins ist, mit jeder anderen derselben Art vertauschbar.

2. Die Akademie genehmigte die Aufnahme einer von Hrn. Waldeyer in der Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe vom 16. März vorgelegten Abhandlung des Hrn. Dr. R. Isenschmid zu Frankfurt a. M. »Zur Kenntniss der Grosshirnrinde der Maus« in den Anhang zu den Abhandlungen dieser Classe.

Geschildert wird genau der Bau der Grosshirnrinde der Hausmaus (*mus musculus*), insbesondere die Anordnung der zelligen Elemente.

3. Die Akademie genehmigte ferner die Aufnahme einer von Hrn. Diels in der Sitzung der philosophisch-historischen Classe vom 16. März vorgelegten Abhandlung des Hrn. Dr. C. Thulin in Malmö »Die Handschriften des Corpus agrimensorum Romanorum« in den Anhang zu den Abhandlungen dieser Classe.

In den Prolegomena zu einer vom Verfasser vorbereiteten Ausgabe der Schriften der Feldmesser wird die Überlieferung auf Grund umfassender Vergleichung der Handschriften auf ein wesentlich neues Fundament gestellt. Gegenüber den vier Classen Blume-Lachmann's werden mit Mommsen nur zwei Hauptclassen angenommen: I. Arcerianus A und B (Wolfenbüttel), II. Palatinus P und Gudianus G. Das Verhältniss von A und B zu einander wird neu untersucht und als gemeinsame Vorlage beider eine Uncialhs. saec. VI nachgewiesen. Von den Hss. der Classe II ist nicht G, sondern P die maassgebende; G ist vielmehr nur eine (nicht einmal unmittelbare) Abschrift von P. Auch die Zeichnungen der Hss. werden einer neuen Prüfung unterworfen und einige besonders wichtige, zum Theil unpublicirte, beigegeben.

4. Hr. Waldeyer legte vor eine Abhandlung des Hrn. Dr. P. Röthig in Berlin über »Zellenanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von *Sirena lacertina*«. Ihre Aufnahme in den Anhang der Abhandlungen der physikalisch-mathematischen Classe wurde beschlossen.

Es werden die Anordnung der Zellgruppen, sodann der Verlauf der markhaltigen Faserzüge beschrieben und mit denen der übrigen Amphibien verglichen.

5. Hr. Liebisch legte eine Arbeit des Hrn. Prof. Dr. R. J. Meyer in Berlin vor: Über einen skandiumreichen Orthit aus Finnland und den Vorgang seiner Verwitterung.

Die Analyse des Orthits von Impilaks am Ladogasee ergab den höchsten Gehalt an Skandiumoxyd, der bisher in einem Mineral festgestellt worden ist. Durch Verwitterung wird Wasser und Kohlensäure aufgenommen, das Eisenoxydul vollständig in Eisenoxyd übergeführt, der Kalkgehalt vermindert; schliesslich findet auch eine Fortführung der Kieselsäure statt.

6. Das correspondirende Mitglied der Akademie Hr. Ferdinand Zirkel in Bonn hat am 14. März das fünfzigjährige Doctorjubiläum gefeiert; die Akademie hat ihm eine Adresse gewidmet, welche unten abgedruckt ist.

Die Akademie hat das ordentliche Mitglied der philosophisch-historischen Classe Reinhard Kekule von Stradonitz am 22. März durch den Tod verloren. Der Generalsecretar des Kaiserlich Deutschen Archäologischen Instituts und Vorsitzende der Centraldirection Professor Dr. O. Puchstein ist in der Nacht vom 8. auf den 9. März gestorben.

Über unitäre Matrizen.

Von G. FROBENIUS.

Die folgende Untersuchung ist eine Fortsetzung meiner Arbeit *Über den von L. BIEBERBACH gefundenen Beweis eines Satzes von C. JORDAN*, hier, S. 241. Die (charakteristischen) Wurzeln einer unitären Form liegen auf dem mit dem Radius $r = 1$ um den Nullpunkt beschriebenen Kreise. Dieser, und zwar die Linie, nicht die Fläche, ist hier stets gemeint, wenn von einem Kreise die Rede ist.

Der Beweis des Hrn. BIEBERBACH stützt sich auf eine Entdeckung, die nicht minder merkwürdig ist als der Satz von JORDAN, nämlich daß in einer endlichen Gruppe unitärer Formen jede Form, deren Wurzeln einen hinlänglich kleinen Teil σ des Kreises einnehmen, mit jeder andern derselben Art vertauschbar ist. Da er aber nur die Herleitung des JORDANschen Satzes im Auge hat, macht er keinen Versuch, den Bogen σ genauer zu bestimmen. Auch nach den Ergebnissen meiner Arbeit, S. 246, scheint es noch, als ob σ von n abhängig ist und mit wachsendem n abnimmt. Demgegenüber zeige ich hier, daß für jedes n nur $\sigma < \frac{\pi}{3}$ zu sein braucht:

IV. *In einer* e n d l i c h e n *Gruppe unitärer Formen ist jede Form, deren Wurzeln* n i c h t g a n z *den sechsten Teil des Kreises einnehmen (worin die Differenz von je zwei Wurzeln absolut* k l e i n e r *als 1 ist), mit jeder Form derselben Art vertauschbar.*

Der neue Weg führt zu einer deutlichen Einsicht in die Bedeutung solcher Bedingungen, wie $2\vartheta(E-A) < 1$ oder $\vartheta(E-B) < 4$, die auf den ersten Blick seltsam genug anmuten. Sie werden hier durch die weiteren Bedingungen ersetzt, daß die Wurzeln von A nicht ganz den sechsten Teil, die von B nicht ganz die Hälfte des Kreises einnehmen.

§ 4.

V. *Sei $C = ABA^{-1}B^{-1}$ der Kommutator der beiden unitären Formen A und B. Die Wurzeln von B mögen nicht ganz einen Halbkreis einnehmen. Ist dann A mit C vertauschbar, so ist auch A mit B vertauschbar, also $C = E$.*

Da man A und B derselben unitären Substitution unterwerfen kann, so nehme ich an, daß

$$B = \sum b_\varkappa x_\varkappa y_\varkappa = \sum e^{i\varphi_\varkappa} x_\varkappa y_\varkappa$$

die Normalform hat. Weil A mit $BA^{-1}B^{-1}$ vertauschbar ist, so ergibt sich

$$C = A(BA^{-1}B^{-1}) = (BA^{-1}B^{-1})A = AB\bar{A}'\bar{B} = B\bar{A}'\bar{B}A,$$

demnach

$$c_{\alpha\alpha} = \sum_\varkappa a_{\alpha\varkappa}\, b_\varkappa\, \bar{a}_{\alpha\varkappa}\, \bar{b}_\alpha = \sum_\varkappa b_\alpha\, \bar{a}_{\varkappa\alpha}\, \bar{b}_\varkappa\, a_{\varkappa\alpha},$$

und mithin durch Vergleichung der imaginären Teile

$$\sum_\varkappa (|a_{\alpha\varkappa}|^2 + |a_{\varkappa\alpha}|^2)\sin(\varphi_\varkappa - \varphi_\alpha) = 0.$$

Angenommen, es ist

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \cdots = \varphi_\rho < \varphi_{\rho+1} \leqq \varphi_{\rho+2} \leqq \cdots \leqq \varphi_n < \varphi_1 + \pi;$$

dann sind für $\alpha = 1, 2 \cdots \rho$ alle Glieder der Summe positiv, und demnach ist $a_{\alpha\varkappa} = a_{\varkappa\alpha} = 0$ für $\varkappa = \rho+1, \rho+2, \cdots n$. Die Form A zerfällt also vollständig in zwei Formen $A_1 + A_0$, worin A_1 nur von den ersten ρ Variabelnpaaren abhängt, A_0 nur von den letzten $n-\rho$. Analog ist (vgl. S. 243) $B = b_1 E_1 + B_0$, wo $E_1 = x_1 y_1 + \cdots + x_\rho y_\rho$ ist. Für A_0 und B_0 gelten dieselben Voraussetzungen wie für A und B. Sind also $b_1, b_{\rho+1}, b_{\rho+\sigma+1}, \cdots$ die verschiedenen unter den Wurzeln von B, so ist

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \cdots, \qquad B = b_1 E_1 + b_{\rho+1} E_2 + b_{\rho+\sigma+1} E_3 + \cdots,$$

und mithin ist A mit B vertauschbar.

§ 5.

VI. *Liegen die Wurzeln der unitären Matrix A oder B auf einem Kreisbogen der Größe σ, so liegen die Phasen der Wurzeln ihres Kommutators zwischen $-\sigma$ und $+\sigma$.*

Sei $P = \sum p_{\varkappa\lambda} x_\varkappa \bar{x}_\lambda$ eine unitäre Form und

$$R = \sum p_\varkappa x_\varkappa \bar{x}_\varkappa = \sum (u_\varkappa + iv_\varkappa) x_\varkappa \bar{x}_\varkappa$$

ihre Normalform. Der Quotient

$$\frac{\sum u_\varkappa x_\varkappa \bar{x}_\varkappa}{\sum x_\varkappa \bar{x}_\varkappa} = u$$

liegt zwischen den n reellen Größen $u_1, u_2, \cdots u_n$, d. h. zwischen der größten und der kleinsten von ihnen. Daher ist

$$R = \sum (u_\varkappa + iv_\varkappa) x_\varkappa \bar{x}_\varkappa = (u + iv) \sum x_\varkappa \bar{x}_\varkappa = (u + iv) E,$$

wo v zwischen den n reellen Größen $v_1, v_2, \cdots v_n$ liegt. Durch eine unitäre Substitution S gehen R und E in $S'R\bar{S} = P$ und $S'E\bar{S} = E$ über, und diese Gleichung in

$$(15.)\qquad P = \sum_{\varkappa,\lambda} p_{\varkappa\lambda}\, x_\varkappa \bar{x}_\lambda = p \sum_\varkappa x_\varkappa \bar{x}_\varkappa ,$$

wo die Abszisse von $p = u + iv$ zwischen den Abszissen, die Ordinate zwischen den Ordinaten der Wurzeln von P liegt.

Ist Q eine zweite unitäre Form, so ist auch PQ^{-1} eine solche, und mithin hat jede Wurzel r der Gleichung

$$|PQ^{-1} - sE| = 0 \qquad \text{oder} \qquad |P - sQ| = 0$$

den absoluten Betrag 1. Nun kann man $x_1, x_2, \cdots x_n$ so bestimmen, daß

$$\sum_\varkappa p_{\varkappa\lambda}\, x_\varkappa = r \sum_\varkappa q_{\varkappa\lambda}\, x_\varkappa \quad (\lambda = 1, 2, \cdots n) \qquad \text{und} \qquad \sum_\varkappa x_\varkappa \bar{x}_\varkappa = 1$$

wird. Dann ist

$$p = \sum_{\varkappa,\lambda} p_{\varkappa\lambda}\, x_\varkappa \bar{x}_\lambda = r \sum_{\varkappa,\lambda} q_{\varkappa\lambda}\, x_\varkappa \bar{x}_\lambda = rq .$$

Wenn nun die Phasen der Wurzeln von P und Q alle zwischen $-\tau$ und $+\tau$ liegen, wo $0 < \tau < \frac{\pi}{2}$ ist, so liegen die Abszissen von p und q zwischen 1 und $\cos(\tau)$, sind also von 0 verschieden, und die Ordinaten zwischen $-\sin\tau$ und $+\sin(\tau)$, und daher die Phasen zwischen $-\tau$ und $+\tau$. Folglich liegt die Phase von $r = p : q$ zwischen -2τ und $+2\tau$.

Wenn nun die Wurzeln von A auf einem Kreisbogen der Größe $\sigma = 2\tau$ liegen, so bestimme man φ so, daß die Phasen der Wurzeln von $P = e^{i\varphi}A$ zwischen $-\tau$ und $+\tau$ liegen. Die Form $Q = BPB^{-1}$ hat dieselben Wurzeln. Daher liegen die Phasen der Wurzeln von

$$PQ^{-1} = ABA^{-1}B^{-1} = C$$

zwischen $-\sigma$ und $+\sigma$. Dabei ist $\sigma < \pi$ angenommen, denn nur dann hat die Aussage eine Bedeutung.

§ 6.

VII. *In einer endlichen Gruppe unitärer Formen ist jede Form, deren Wurzeln nicht ganz den sechsten Teil des Kreises einnehmen, mit jeder Form vertauschbar, deren Wurzeln nicht ganz den halben Kreis einnehmen.*

Sei $A = \sum a_\varkappa x_\varkappa \bar{x}_\varkappa$ eine unitäre Form, deren Wurzeln $a_1, a_2, \cdots a_n$ nicht ganz den sechsten Teil des Kreises einnehmen, und B irgendeine andere. Dann liegen die Phasen der Wurzeln der Formen

$$ABA^{-1}B^{-1} = C, \quad ACA^{-1}C^{-1} = D, \cdots ALA^{-1}L^{-1} = M, \quad AMA^{-1}M^{-1} = N, \cdots$$

alle zwischen $-\frac{\pi}{3}$ und $+\frac{\pi}{3}$. Nun ist

$$(9.) \qquad \mathfrak{S}(E-C) = \sum_{\varkappa,\lambda} |a_\varkappa - a_\lambda|^2 \, |e_{\varkappa\lambda} - b_{\varkappa\lambda}|^2 .$$

Hier ist $|a_\varkappa - a_\lambda|$ kleiner als die Seite des regulären Sechsecks. Ist also k der größte der Werte $|a_\varkappa - a_\lambda|^2$, so ist $k < 1$. Ferner ist (S. 246)

$$\mathfrak{S}(E-C) < k\,\mathfrak{S}(E-B) = bk, \qquad \mathfrak{S}(E-D) < k\,\mathfrak{S}(E-C) < bk^2, \cdots$$

allgemein

$$\mathfrak{S}(E-N) < bk^\nu .$$

Erzeugen nun A und B eine endliche Gruppe, so muß einmal $\mathfrak{S}(E-N) = 0$, demnach $N = E$, $AM = MA$, werden. Nach Satz V ist daher A mit $L, K, \cdots D, C$ vertauschbar und, wenn die Wurzeln von B nicht ganz einen Halbkreis einnehmen, auch mit B.

§ 7.

Ich habe S. 245 gezeigt, daß die Größe $k \leq 2a = 2\mathfrak{S}(E-A)$ ist. Ist also $2a < 1$, so ist auch $k < 1$, aber nicht umgekehrt. In ähnlicher Art hat die Voraussetzung $\mathfrak{S}(E-B) < 4$ des Satzes I zur Folge, daß die Wurzeln von B alle auf einer Seite eines Durchmessers liegen; es braucht aber nicht notwendig $\mathfrak{S}(E-B) < 4$ zu sein, wenn diese in Satz V gemachte Annahme erfüllt ist.

Wenn die n Wurzelpunkte der unitären Form R mehr als einen Halbkreis einnehmen, so kann man drei unter ihnen A, B, C so auswählen, daß sie ein spitzwinkliges Dreieck bilden. Ich schließe den Fall $n = 2$ aus, der kein Interesse bietet, und die leicht zu erledigenden Grenzfälle, wo zwei der n Wurzeln von R gleich oder entgegengesetzt gleich sind.

Man wähle A und B so, daß ihr Abstand möglichst groß ist. Sei A' (B') das Spiegelbild von A (B) in bezug auf den durch B (A) gehenden Durchmesser b (a). Dann befindet sich zwischen A und A' (B und B') kein Wurzelpunkt P, weil sonst $BP > BA = BA'$ wäre. Nun liegen A und B beide auf derselben Seite eines Durchmessers, in den a durch eine unendlich kleine Drehung übergeht. Folglich muß es auf seiner andern Seite einen Wurzelpunkt C geben, dieser

muß zwischen A' und B' liegen, und daher ist ABC ein spitzwinkliges Dreieck. Sind dann 2α, 2β, 2γ die Phasen der Punkte A, B, C, so ist

$$(16.)\qquad \sin^2(\alpha)+\sin^2(\beta)+\sin^2(\gamma)>1,$$

also um so mehr (vgl. (10.))

$$\mathfrak{S}(E-R)=4\sum \sin^2\left(\frac{1}{2}\varphi_\lambda\right)>4.$$

Mit andern Worten, es genügt, die Behauptung für $n=3$ zu beweisen. Allgemeiner ist sogar, wenn nur die vier Punkte A, B, C, D nicht auf einem Halbkreise liegen,

$$(17.)\qquad \sin^2(\alpha-\delta)+\sin^2(\beta-\delta)+\sin^2(\gamma-\delta)>1,$$

wo 2δ die Phase von D ist. Liegen sie nämlich alle auf einem Halbkreise, so sind die vier Dreiecke $ABC, ABD, \cdots$ sämtlich stumpfwinklig. Liegen sie aber anders, so sind immer zwei von ihnen spitzwinklig, die beiden andern stumpfwinklig. Denn ist E der Schnittpunkt der beiden inneren Diagonalen des Vierecks, so liegt das Kreiszentrum O in einem der vier Dreiecke $EAB, EBC, \cdots$, und mithin in genau zwei der vier Dreiecke $ABC, ABD, \cdots$. Unter den drei Dreiecken DAB, DAC, DBC ist also mindestens eins spitzwinklig.

Sind aber $\varkappa, \lambda, \mu$ die Winkel eines solchen Dreiecks, so ist

$$\mu<\frac{\pi}{2},\qquad \varkappa+\lambda>\frac{\pi}{2},\qquad \frac{\pi}{2}>\varkappa>\frac{\pi}{2}-\lambda>0,\qquad \sin(\varkappa)>\cos(\lambda),$$

demnach

$$\sin^2(\varkappa)+\sin^2(\lambda)>1.$$

Folglich ist, wenn das Dreieck DAB spitzwinklig ist,

$$\sin^2(\alpha-\delta)+\sin^2(\beta-\delta)>1,$$

und daher besteht in jedem Falle die Ungleichheit (17.).

Ist das Dreieck ABC spitzwinklig, so kann man D beliebig wählen, niemals liegen die vier Punkte auf einem Halbkreise. Folglich gilt die Ungleichheit (17.) für jeden Wert von δ und geht für $\delta=0$ in (16.) über.

Bei veränderlichem δ ist das Minimum der linken Seite von (17.)

$$1+\frac{1}{2}(1-\varepsilon)=\frac{3}{2r}GD,$$

wo G der Schwerpunkt des Dreiecks ABC ist. Ist

$$h=e^{2\alpha i}+e^{2\beta i}+e^{2\gamma i}$$

die komplexe Größe, die den Höhenpunkt H darstellt, so ist $\varepsilon=\frac{1}{r}OH$ die positive Quadratwurzel aus

$$(18.) \qquad \varepsilon^2 = h\bar{h} = 1 + 8\cos(\alpha-\beta)\cos(\alpha-\gamma)\cos(\beta-\gamma).$$

Je nachdem das Dreieck spitzwinklig oder stumpfwinklig ist, ist aber das Produkt

$$\frac{\rho'}{2r} = -\cos(\alpha-\beta)\,\cos(\alpha-\gamma)\,\cos(\beta-\gamma).$$

positiv $\left(\text{und} < \frac{1}{8}\right)$ oder negativ, ist $\varepsilon < 1$ oder $\varepsilon > 1$, liegt H innerhalb des Dreiecks oder außerhalb des ihm umbeschriebenen Kreises. Nach FEUERBACH ist ρ' der Radius des Kreises um H, der dem Dreieck einbeschrieben ist, dessen Ecken die Fußpunkte der Höhen von ABC sind.

VIII. *Durchläuft ein Punkt den einem Dreieck umbeschriebenen Kreis, so ist das Minimum der Summe der Quadrate seiner Abstände von den drei Ecken größer oder kleiner als das Quadrat des Durchmessers, je nachdem das Dreieck spitzwinklig oder stumpfwinklig ist.*

Entsprechend ist das Maximum der Quadratsumme kleiner oder größer als das doppelte Quadrat des Durchmessers. Die beiden Punkte des Kreises, in denen das Minimum oder das Maximum erreicht wird, liegen auf der EULERschen Geraden HGO des Dreiecks, auf der Seite von G, wo H oder O liegt.

Über einen skandiumreichen Orthit aus Finnland und den Vorgang seiner Verwitterung.

Von R. J. Meyer
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. Liebisch.)

Von Hrn. Prof. G. Eberhard (Potsdam) wurde mir vor einiger Zeit eine Probe eines ihm aus Finnland zugegangenen Minerals überlassen, das sich nach der spektrographischen Prüfung als ungewöhnlich reich an Skandium erwiesen hatte. Da nur einige kleinere Fragmente zur Verfügung standen, so wandte ich mich an Hrn. A. H. Petra in Helsingfors, den Entdecker des Minerals, mit der Bitte um Übersendung einer größeren charakteristischen Probe. Dieser Bitte wurde in bereitwilligster Weise entsprochen, so daß ich in den Besitz von etwa 900 g des Minerals gelangte. Nach der schriftlichen Mitteilung des Hrn. Petra wurde dasselbe von ihm »als eine Seltenheit« in Impilaks am Ladogasee zusammen mit Euxenit und anderen Mineralien in einem Feldspatbruche aufgefunden. Es sei bisher noch nicht untersucht worden; weitere Proben davon könnten nicht mehr beschafft werden, da die betreffende Grube unter Wasser stehe und seit mehreren Jahren nicht bearbeitet werde.

Die mir übersandten Proben bestehen aus derben großen Stücken von verschiedenem Aussehen. Teils sind sie schwarz mit Pechglanz von ziemlich großer Härte und Festigkeit, teils schokoladenbraun bis rotbraun glänzend mit geringerer Festigkeit, teils stumpfbraun und bröcklig. Die Stücke haften zum Teil am Ganggestein, schön ausgebildetem, fleischfarbenem Feldspat. Andeutungen von Kristallflächen sind nirgends vorhanden. Das feine Pulver der dunkeln Stücke ist olivgrau, das der helleren rotbraun. Schon der Augenschein zeigt, daß es sich um ein stark verändertes Produkt handelt. Unter der Lupe oder im Dünnschliff unter dem Mikroskop sieht man überall an der Oberfläche ausgeschiedene Partikel von Eisenoxyd, an den dunkeln Stücken mehr vereinzelt, an den helleren über die ganze Oberfläche verteilt. Vor dem Lötrohr schmelzen kleine Splitter leicht unter Aufschäumen, beim Erhitzen im Röhrchen wird viel Wasser abgegeben. Durch Salz-

säure wird das feine Pulver des Minerals schon in der Kälte unter Abscheidung von gelatinöser Kieselsäure zersetzt. Das Filtrat von der Kieselsäureabscheidung gibt die Reaktionen des Cers mit großer Intensität und zeigt das Absorptionsspektrum des Neodyms und Praseodyms, während die Banden der Yttererden kaum zu erkennen sind.

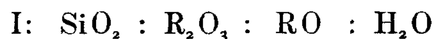
Dieses Gesamtverhalten ließ es fast sicher erscheinen, daß die verschiedenen Stücke mehr oder weniger weitgehend zersetzte Orthite seinen. Die quantitative Analyse bestätigte diese Auffassung. Es wurden zwei möglichst gut ausgesuchte Proben von annähernd homogener Beschaffenheit analysiert, von denen die eine (I) — schwarz, pechglänzend, hart — ziemlich frisch aussah, während die zweite — braun und ziemlich bröcklig — weitgehend verändert erschien. Der Analysengang war bis auf geringe Modifikationen der übliche, so daß von seiner Darlegung hier abgesehen werden kann. Nur die quantitative Abscheidung und Trennung des Thoriums und Skandiums geschah nach einer im wesentlichen neuen Methode, auf die an anderer Stelle näher eingegangen werden soll[1]. Das Wasser wurde direkt durch Auffangen und Wägen im Chlorkalziumrohr bestimmt, der Eisenoxydulgehalt durch Titrieren der schwefelsauren Lösung mit Kaliumpermanganat im Kohlensäurestrome. Die Kohlensäure wurde durch direkte Wägung im Kaliapparat bestimmt.

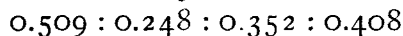
	I.			II.			III.
	Zieml. frisch; spez. Gew. 3.20	Mol. Quot.		Stark veränd.; spez. Gew. 2.84	Mol. Quot.		Vergleichsanal. (Hitterö)[2]
SiO_2	30.52	0 509		23.53	0.392		31.63
Fe_2O_3	10.01	0.062		12.05	0.075		8.39
Al_2O_3	12.88	0.125		15.21	0.149		13.21
Ce_2O_3 usw.	16.45	0.050	0.248	16 80	0.051	0.286	21.12
Sc_2O_3	0.80	0.006		1.00	0.007		—
ThO_2	1.32	0.005		1.10	0.004		0.87
FeO	6.02	0.084		—	—		7.86
CaO	10.25	0.183	0.352	4.72	0.084		10.48
MnO	Spur	—		Spur	—	0.194	1.66
MgO	3.80	0.085		4.39	0.110		0.08
K_2O	0.22	—		0.51	—		0.28
H_2O	7.34	0.408		14 01	0.780		3.49
CO_2	0.90	0.020		6.90	0.157		—
	100.51			100.22			99.7

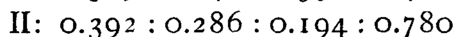
[1] Die Trennung von Thorium und Skandium wurde durch Jodsäure in salpetersaurer Lösung ausgeführt; die Grundlage für dieses Verfahren siehe bei R. J. Meyer und M. Speter, Chemikerzeitung 1910 Nr. 35.

[2] Analyse von Engström, Zeitschr. f. Kristallogr. 3, 191. (1879.)

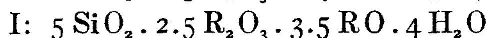
Molekularverhältnis.

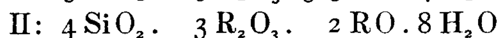

I: SiO_2 : R_2O_3 : RO : H_2O


0.509 : 0.248 : 0.352 : 0.408


II: 0.392 : 0.286 : 0.194 : 0.780

Frischer Orthit: 6 SiO_2 . 3 R_2O_3 . 4 RO . H_2O (2 H_2O) (Epidot-Formel)


I: 5 SiO_2 . 2.5 R_2O_3 . 3.5 RO . 4 H_2O


II: 4 SiO_2 . 3 R_2O_3 . 2 RO . 8 H_2O

Ein Vergleich der beiden Analysen läßt den Gang der Verwitterung deutlich erkennen. Die Probe I entspricht in ihrer Zusammensetzung noch mit ziemlicher Annäherung dem Typus eines normalen Orthits, wie die zum Vergleich herangezogene Analyse eines norwegischen Orthits von Hitterö (III) zeigt. Als Hauptmerkmal der Zersetzung fällt zunächst die Aufnahme von Wasser in die Augen. Schon der Wassergehalt des wenig zersetzen Materials I ist abnorm hoch (7 Prozent) — bei frischen Orthiten beträgt er selten mehr als 3 bis 4 Prozent —, in der stark veränderten Probe II steigt er auf das Doppelte (14 Prozent). Hiermit geht Hand in Hand die Aufnahme von Kohlensäure, deren Anwesenheit wohl als sicherstes Kennzeichen der Veränderung gelten darf[1]. Weiterhin ist charakteristisch das Verhältnis von Eisenoxydul zu Eisenoxyd. Während in frischen Orthiten der Ferrogehalt den Ferrigehalt stets überwiegt, findet man in Probe I bereits das normale Verhältnis umgekehrt, und in der stark verwitterten Probe II ist der Eisenoxydulgehalt vollständig verschwunden. Dieser analytische Befund entspricht der oben erwähnten schon makroskopisch feststellbaren Ausscheidung von hydratischem Eisenoxyd. Gleichzeitig mit dem Verschwinden des zweiwertigen Eisens findet ein starker Rückgang im Kalkgehalte statt, eine Erscheinung, die, wie auch sonst in analogen Fällen, auf Hydratisierung bzw. Karbonatisierung und nachfolgende Extraktion mit Wasser zurückzuführen ist. Tatsächlich ist ein hoher Wassergehalt bei Orthiten stets mit einem niedrigen Kalkgehalt verbunden, wie ein Vergleich der bekanntgewordenen Analysen zeigt[2]. Hiermit ist notwendigerweise ein An-

---

[1] Vergleicht man in der Zusammenstellung der Orthitanalysen im Handbuch von HINTZE (Bd. II S. 272 ff.) die wenigen Analysen, in denen ein Gehalt an CO_2 angegeben wird, so zeigt sich mit aller Deutlichkeit, daß mit der Aufnahme derselben ohne Ausnahme ein abnorm hoher Wassergehalt des Minerals Hand in Hand geht, z. B. Analyse XXI: 6.71 Prozent CO_2 und 11.46 Prozent H_2O; XXXV: 2.93 Prozent CO_2 und 12.25 Prozent H_2O.

[2] Siehe HINTZES Handbuch a. a. O. Analyse LVI: 26.5 Prozent H_2O und 1.81 Prozent CaO; XXXIV: 21.11 Prozent H_2O und 3.34 Prozent CaO; XLIV: 14.63 Prozent H_2O und 4.97 Prozent CaO usw., während frische Orthite im Durchschnitt 10—12 Prozent CaO enthalten.

wachsen des relativen Gehaltes an den schwerer löslichen und mit der Kieselsäure wahrscheinlich in festerer Bindung stehenden Sesquioxyden (Al_2O_3, Fe_2O_3, seltene Erden) verbunden. Schließlich findet, wenn das Silikatmolekül weitgehend gelockert ist, eine Fortführung von Kieselsäure statt, wie der abnorm niedrige Gehalt von 23.5 Prozent SiO_2 der Probe II zeigt. Charakteristisch ist noch das abnorm niedrige spezifische Gewicht der Probe II: 2.84, während es bei frischen Orthiten niemals unter 3.0 sinkt.

Der Fortschritt dieser Zersetzung findet in den aus den Analysen berechneten Molekularverhältnissen $SiO_2 : R_2O_3 : RO : H_2O$ ihren Ausdruck. Vergleicht man das Verhältnis der Bestandteile des »normalen Orthits« von der allgemein angenommenen Epidotformel:



$$6SiO_2 . 3R_2O_3 . 4RO . H_2O(2H_2O)$$

mit den Molekularverhältnissen der beiden analysierten Proben, so zeigt sich, daß bei der Verwitterung zunächst im wesentlichen nur Wasser angelagert oder eingelagert wird. Das Verhältnis der basischen Bestandteile bleibt dabei annähernd dasselbe (Probe I), dann aber findet im weiteren Verlauf der Zersetzung eine starke Abnahme der zweiwertigen zugunsten der dreiwertigen Basen statt, zugleich mit einem Sinken des Kieselsäuregehalts. Der Gang der Zersetzung dieses Orthits zielt also hin auf die Bildung wasserhaltiger basischer Silikate der Sesquioxyde bzw. auf die Abscheidung der hydratischen Sesquioxyde selbst. Solche Endprodukte der Verwitterung dürften die erdigen Zersetzungskrusten darstellen, die vielfach auf Orthitkristallen beobachtet werden. Analysen derartiger Produkte finden sich bei Mallet[1]:

a. Frischer Orthit von Amherst County (Kristall):

	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	Ce_2O_3	FeO	CaO	H_2O
	31.23	16.45	3.49	21.14	13.67	8.69	2.28
b. Zersetzungskrusten an der Oberfläche der Kristalle a:							
1.	21.37	20.66	12.24	21.90	—	—	21.73
2.	8.05	16.83	37.14	7.13	—	—	29.55

ferner bei Brown[2]

a. Frischer Orthit von Nelson County.

30.04	16.10	5.06	18.99	9.89	13.02	2.56

b. Zersetzungsprodukt von a:

18.66	23.28	34.48	5.22	—	—	17.16

[1] Mallet, Chem. News 38. 94 (1878).
[2] Brown, Amer. Chem. Journ. 7. 178. (1885.)

Ein Vergleich der Analysen der frischen Produkte mit ihren Zersetzungsprodukten zeigt, daß auch hier die Verwitterung in dem bezeichneten Sinne erfolgt ist, nur daß sie noch wesentlich weiter, nämlich bis zur vollständigen Eliminierung des Kalks, fortgeschritten ist[1].

Die Veranlassung zu der chemischen Untersuchung der Orthitproben gab zunächst der spektrographische Befund, der einen ungewöhnlich reichen Gehalt des Minerals an Skandium voraussehen ließ. Die Analyse ergibt nun mit etwa 1 Prozent tatsächlich den höchsten Gehalt an Skandiumoxyd, der überhaupt bisher in einem Mineral festgestellt worden ist. Nur der »Wiikit«, der wohl als eine Varietät des Euxenits aufzufassen ist, birgt nach der Angabe von Sir WILLIAM CROOKES[2] in gewissen Vorkommen einen ungefähr gleich hohen Skandiumgehalt. Mit Bezug hierauf ist es von Interesse, daß die beiden Mineralien Orthit und Euxenit an der finnländischen Fundstelle im Granitpegmatit nebeneinander vorkommen[3]. In schwedischen und norwegischen Orthiten hat dagegen EBERHARD spektrographisch kein Skandium feststellen können[4]. Also auch in diesem Falle ist die Anreicherung dieser seltnen Erde, die auch chemisch eine Sonderstellung einnimmt, an einen bestimmten engbegrenzten Bezirk gebunden, ähnlich wie im Falle des Vorkommens im Wolframit und Zinnstein des Erzgebirges[5]. Es wäre von Interesse, den orthitführenden Gangfeldspat auf einen Skandiumgehalt zu untersuchen. Es sei noch darauf hingewiesen, daß man bisher Skandium nur in vorwiegend Yttererden führenden Mineralien hat auffinden können; dieser Umstand hat seit der Entdeckung des Elements im Gadolinit, Euxenit und Yttrotitanit die Auffassung begünstigt, daß die Skandinerde der Yttererdenreihe angehöre. Wenn nun festgestellt wurde, daß die Erde im Orthit, einem typischen Ceriterdenmineral, stark an-

---

[1] Es ist nicht uninteressant, daß, wie die Analysen zeigen, die seltenen Erden diesem Verwitterungsprozesse weniger gut widerstehen, wie Al_2O_3 und Fe_2O_3, was im Hinblick auf ihre viel stärker basische Natur verständlich erscheint.

[2] CROOKES, Z. f. anorgan. Chem. **61**, 349 (1909).

[3] An anderen Lokalitäten ist diese Vergesellschaftung von Euxenit und Orthit in Granitpegmatitgängen häufig; so im südwestlichen Norwegen, s. bei W. C. BRÖGGER: Die Mineralien der südnorwegischen Granitpegmatitgänge, Christiania 1906. Die Nachbarschaft von titansäurehaltigen Yttererdenmineralien scheint manchmal die Veranlassung dazu zu geben, daß die Titansäure in den Orthit einwandert, der dann auch neben Ceriterden erhebliche Mengen Yttererden enthalten kann. Siehe den interessanten Titanorthit von Falun bei TSCHERNIK, Verh. Russ. Kais. Min.-Ges. (II) 45 (1907) S. 289, der 10.41 Prozent TiO_2 und 10 Prozent Yttererden enthält, im übrigen aber in seiner Zusammensetzung und in seinem Verhalten einem normalen Orthit entspricht.

[4] G. EBERHARD, Über die weite Verbreitung des Skandiums auf der Erde. I. Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. **38**, 862 (1908).

[5] G. EBERHARD, a. a. O. und II. ebenda **22**, 404 (1910). R. J. MEYER, Z. f. anorgan. Chem. **60**, 134 (1908). R. J. MEYER und HERBERT WINTER, Z. f. anorgan. Chem. **67**, 398 (1910).

gereichert vorkommt, so wird damit die Ansicht von Eberhard gestützt, daß wir es im Skandium gewissermaßen mit einem akzessorischen Bestandteile der Mineralien zu tun haben, der lokal da auftritt, wo Skandium durch pneumatolytische Prozesse eingewandert ist.

Das Vorkommen von Orthit ist hiermit zum erstenmal in den Pegmatitgängen von Impilaks festgestellt, wenigstens ist in der ausgezeichneten Monographie von Trüstedt: »Die Erzlagerstätten von Pitkäranta am Ladogasee«[1], die ein Verzeichnis der in diesem Gebiete nachgewiesenen Mineralien enthält, das Vorkommen von Orthit nicht erwähnt.

---

[1] Bull. Commiss. Geolog. de Finlande Nr. 19 (1907).

Adresse an Hrn. Ferdinand Zirkel zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 14. März 1911.

Hochgeehrter Herr Kollege!

An dem Gedenktage, den Sie heute feiern, bringt Ihnen auch die Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften herzliche Glückwünsche dar. Für Ihre Arbeitsrichtung war entscheidend der Sommer des Jahres 1860, den Sie mit William Preyer auf der nordischen Vulkaninsel zubrachten. In der Untersuchung der chemischen Vorgänge, welche die gewaltige Tätigkeit der isländischen Vulkane begleiten, hatte Robert Bunsen ein für alle Zeiten denkwürdiges Beispiel für die Vertiefung der Einsicht geschaffen, die aus der Verbindung von Beobachtung und Experiment entspringt. Gleichwohl ließen sich gegen die eigenartigen petrographischen Auffassungen des genialen Chemikers begründete Einwände erheben. Indem Sie sich dem hierdurch eröffneten reizvollen Forschungsgebiete zuwandten, leisteten Sie schon mit den in Ihrer Doktordissertation niedergelegten Beobachtungen über die geognostischen Verhältnisse Islands einen erheblichen Dienst dem Wissenszweige, dem Sie fortan Ihre erfolgreiche Lebensarbeit gewidmet haben.

Unmittelbar darauf empfingen Sie Anregungen von tiefgreifender Wirkung im persönlichen Verkehr mit Henry Clifton Sorby, dessen bewunderungswürdige Untersuchung über die mikroskopische Struktur der gesteinsbildenden Mineralien wohl unbeachtet geblieben wäre, wenn Sie nicht sofort die volle Tragweite der neuen Arbeitsmethode richtig bemessen hätten, deren Ergebnisse den so lange vermißten unbestechlichen Schiedsrichter in dem Kampfe der Meinungen auf dem Gebiet der genetischen Petrographie darboten. Mit ebenso großem Eifer als Geschick und Erfolg begannen Sie nun die weitere Ausbildung der mikroskopischen Gesteinsuntersuchung. Schon nach kurzer Frist konnten Sie es unternehmen, die Zusammensetzung und Struktur ausgewählter Gesteinsreihen in Repräsentanten von möglichst verschiedenen Fundorten monographisch darzustellen. Von hervorragender Bedeutung für die Entwickelung der Petrographie wurde vor allem die Ihrem Freunde Sorby gewidmete Schrift über die mannigfache Schar der Basaltgesteine, deren Zusammensetzung den Gegenstand zahlreicher, aber wenig befriedigender Deutungen gebildet hatte, bis es Ihrer Analyse vergönnt war, die Natur, die diagnostischen Eigentümlichkeiten und das Gefüge ihrer Gemeng-

teile aufzuhellen. Als Sie bald darauf dazu schritten, die Schätze Ihrer Erfahrungen über die mikroskopische Beschaffenheit der Mineralien und Gesteine in einem Lehrbuche zu vereinigen, war das Feld gepflügt und die Saat ausgestreut, die im regen Wetteifer einer großen Reihe von Forschern eine reiche Ernte hervorbringen sollte.

Noch vor dem Wendepunkt in der Entwickelung der Gesteinskunde hatten Sie in einem Lehrbuche, das die ältere Periode der Petrographie abschließt, mit der Ihnen eigenen Kunst der Darstellung alles zusammengefaßt, was über die mineralogische Zusammensetzung und die Struktur, über Systematik, Vorkommen und Entstehung der Gesteine bekannt war. Ein Vierteljahrhundert später gestalteten Sie die neue Auflage zu einem auf breiter Basis angelegten Fundamentwerk von dauerndem Wert. Mit einer schwer zu übertreffenden Klarheit der Beschreibung und einer erstaunlichen Beherrschung der Literatur, die inzwischen einen internationalen Charakter angenommen hatte, wurden von Ihnen die eruptiven, schieferigen und sedimentären Gesteine in umfassender Weise gleichmäßig berücksichtigt. Besonderes Gewicht legten Sie in diesem Werk langer Jahre auf die historische Entwickelung unserer Kenntnisse. Wo Sie der Kritik das Wort gaben, geschah es in besonnener Vorsicht, die jeden Gesichtspunkt in das gebührende Recht treten ließ.

Ihre vielseitig angelegte Natur hielt sich fern von einer Überschätzung der beschreibenden Petrographie. Mit lebhaftem Interesse begleiteten Sie die in den beiden letzten Jahrzehnten mit wachsenden Erfolgen durchgeführten Bemühungen, das in der Gesteinskunde angehäufte Tatsachenmaterial in Verbindung zu bringen auf der einen Seite mit den neuen Ergebnissen der tektonischen Geologie, auf der anderen mit den systematisch fortschreitenden Anwendungen der Thermodynamik auf die Gleichgewichte in heterogenen Systemen, und in dem fesselnden Vortrage, den Sie in St. Louis gehalten haben, legten Sie überzeugend dar, wie durch die Wiederherstellung der Beziehungen zwischen der Petrographie und den benachbarten Wissenszweigen auf verschiedenen Wegen gewonnene Erkenntnisse in wechselseitiger Förderung zusammenfließen.

Möge es Ihnen, hochgeehrter Herr Kollege, noch lange vergönnt sein, sich in körperlicher Rüstigkeit und geistiger Vollkraft zu erfreuen an dem frischen Schaffen auf dem Wissensgebiete, in dem Sie Ihre Lebensaufgabe fanden, und an dem Blühen der geliebten Stadt, in der Sie Ihre Studien begonnen und die Reform der Petrographie vorbereitet haben.

Die Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften.

Ausgegeben am 30. März.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei

1911.

XVII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

30. März. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

*Hr. Koser las über die politische Haltung des Grafen Adam Schwarzenberg im ersten Regierungsjahrzehnt des Kurfürsten Georg Wilhelm von Brandenburg.

Nach einem Rückblick auf die Anfänge der staatsmännischen Thätigkeit Schwarzenberg's wird eingehender an der Hand der Acten des Geheimen Staatsarchivs sein erster, im Jahre 1626 noch ergebnisslos unternommener Versuch, den Kurfürsten zum Anschluss an die Partei des Wiener Hofes zu bestimmen, besprochen, weiter Schwarzenberg's Stellung zu dem Restitutionsedict von 1629 im Zusammenhang seiner Bewerbungen um ein norddeutsches Bisthum gekennzeichnet.

Das Śāriputraprakaraṇa, ein Drama des Aśvaghoṣa.

Von Heinrich Lüders.

(Vorgetragen am 16. März 1911 [s. oben S. 367].)

Hierzu Taf. II und III.

Auf Grund verschiedener Erwägungen habe ich am Schlusse meiner Abhandlung über die Bruchstücke buddhistischer Dramen[1] (S. 65) die Ansicht ausgesprochen, daß wir ihren Verfasser in dem Dichterkreise suchen müßten, dessen Mittelpunkt Aśvaghoṣa war. Schneller als es zu hoffen war, ist das bestätigt worden. Ich kann jetzt nachweisen, daß wenigstens eines der uns in jenen Bruchstücken vorliegenden Dramen von Aśvaghoṣa selbst herrührt.

Ich habe auf S. 12 meiner Abhandlung bemerkt, daß das Fragment 116 in zentralasiatischen Charakteren geschrieben sei, und daran die Vermutung geknüpft, daß ein ganzes Blatt der ursprünglichen Handschrift verloren gegangen und von dem späteren Restaurator durch ein neues ersetzt worden sei. Diese Vermutung war nicht richtig; es hat sich vielmehr gezeigt, daß das Fragment 116 einer anderen Handschrift angehört. Meine Frau hat unsern ganzen Bestand an Palmblattbruchstücken noch einmal durchgesehen und dabei ein größeres und 17 kleinere Stücke gefunden, die in derselben Schrift wie jenes Fragment geschrieben sind. Einige dieser Stücke paßten direkt aneinander, so daß sich die Zahl der einzelnen Fragmente auf 9 verringerte. Diese 9 und das früher gefundene Fragment 116 ließen sich weiter auf Grund des Textes und der äußeren Beschaffenheit zu drei Blättern zusammenordnen. Von dem ersten Blatte sind uns vier, von dem zweiten und dritten Blatte je drei Stücke erhalten. Keines der drei Blätter ist also vollständig, doch fehlt von dem dritten Blatte nicht allzuviel. Der erhaltene Teil dieses Blattes mißt ungefähr 34.5 cm. In der dritten Zeile der Rückseite steht eine Vaṃśastha-Strophe, von der 6 Akṣaras fehlen. Dahinter muß außerdem noch *niṣkrāntāḥ* oder

[1] Königlich Preußische Turfan-Expeditionen. Kleinere Sanskrit-Texte. Heft 1. Bruchstücke buddhistischer Dramen. Herausgegeben von Heinrich Lüders. Berlin 1911.

iti niṣkrāntāḥ gestanden haben. 9 Akṣaras erfordern ungefähr 5 cm, 11 ungefähr 5.5 cm. Als Gesamtlänge des Blattes ergibt sich also 39.5—40 cm. Auf dieselbe Zahl führt die Berechnung der Länge der beiden anderen Blätter. Das erste Blatt enthält in Z. 2 und 3 der Vorderseite eine Upajāti-Strophe, in Z. 1 und 2 der Rückseite eine Śārdūlavikrīḍita-Strophe und in Z. 2 und 3 der Rückseite einen Śloka, die eine Bestimmung der fehlenden Akṣaras und dadurch die Berechnung des Abstandes zwischen den einzelnen vier Stücken ermöglichen[1]. Das ganze Blatt muß danach 39.5—40 cm lang gewesen sein. Von den drei Stücken des zweiten Blattes, dessen Schrift leider stark abgerieben ist, gehören zwei dicht aneinander. Sie messen zusammen ungefähr 15 cm. Auf der Rückseite stehen Reste einer Śārdūlavikrīḍita-Strophe. Es fehlen am Ende der zweiten und am Anfang der dritten Zeile 45 Akṣaras, die ungefähr 25 cm erfordern. Die Länge des ganzen Blattes muß also 40 cm betragen haben.

Die Schrift ist im wesentlichen identisch mit der Schrift des Revisors der alten Dramenhandschrift, wie ich sie in meiner Abhandlung S. 12 ff. beschrieben habe. Nur das *ya* zeigt hier rundere Formen. Die a. a. O. ausgesprochene Ansicht, daß diese Schrift nicht in Indien selbst entstanden, sondern die älteste Repräsentantin der zentralasiatischen Brāhmī sei, wird durch die neuen Fragmente, wie mir scheint, vollständig sichergestellt. Deutlicher noch als in der Schrift des Revisors tritt hier der zentralasiatische Charakter in der Ähnlichkeit des *ta* und des *na*, des *va* und des *ca* hervor. Diese Buchstaben sind hier bisweilen schon ebenso schwer zu unterscheiden wie in der späteren zentralasiatischen Brāhmī. Besonderes Interesse bietet das Zeichen des Jihvāmūlīya (in *nauḫkarṇṇadhārāya* 1, *duḫkhaṃ* 3), das mit dem späteren Guptazeichen identisch ist, und das Zeichen des Upadhmānīya (in *śiṣyaiḫ pari*° 1), das hier wie in der Kuṣanaschrift aus einem Kreise mit eingesetztem Kreuze zu bestehen scheint.

Daß man in Zentralasien Palmblätter als Schreibmaterial verwendete, ist zunächst auffallend. Ich will nicht bestreiten, daß man besonders in den ersten Jahrhunderten n. Chr. auch präparierte Palmblätter aus Indien importiert hat; in unserm Falle aber liegt die Sache anders. Die Handschrift, der die drei uns vorliegenden Blätter angehören, ist ein Palimpsest. Die alte Schrift ist an verschiedenen Stellen noch sichtbar, am besten auf der Rückseite des ersten und auf der Vorderseite des letzten Blattes. Sie war bedeutend größer als die neue Schrift und scheint aus der Kuṣanazeit zu stammen. Wir haben

[1] Die Tafel gibt den Abstand zwischen den einzelnen Stücken nicht genau wieder. Um eine zu starke Verkleinerung zu vermeiden, sind die Stücke etwas näher aneinandergerückt.

hier also ein tatsächliches Beispiel für das Vorkommen von Palimpsesten, das für Indien, wie ich a. a. O. S. 12 bemerkt habe, durch Aśvaghoṣa bezeugt wird.

Der Inhalt der neuen Blätter ist von großem literargeschichtlichem Werte: diese drei Blätter sind die Reste einer Handschrift, die wenigstens eines der von mir behandelten buddhistischen Dramen enthielt. Ich gebe im folgenden zunächst den Text der neuen Fragmente in zentralasiatischer Schrift (C) und dann den entsprechenden Text der Fragmente der Handschrift aus der Kuṣanazeit (K). Der Vergleich mit C zeigt, daß K 26, 64, 68, 75, 101 und zwei kleine noch nicht veröffentlichte Fragmente und K 23, 50, 89, 112 zu je einem Blatte gehören. Ein kleines noch nicht veröffentlichtes Fragment läßt sich ferner wegen der äußern Beschaffenheit mit großer Wahrscheinlichkeit zu dem zweiten Blatte stellen. In den Noten zum Texte von C habe ich auch die Ergänzungen angeführt, die sich mit Hilfe von K machen lassen.

C I.

Vorderseite.

1 . . . . .y. . . . . c = [ā]nnyadṛ[ṣ]ṭi[to] de[h]. . . . .[dh]. [u][1]. . . . .

2 . . bhāvaḥ a[tha] . . . .[ṣa]yā buddhitapasāṃ = ṛddhayaḥ || . . . .[ā]tme . . . . .yānabalena[2] kuryyur = na yoginā[m]

3 duṣkaram = asti .i . . .[3] [Ś]āri — tasmād = ātmasaṃ.ā . . sya[4] ka . . . . [|| U] . . . . .y.[5] . . . . [ry]yam = utta . . .āryyaṃ[6] municaryyam = avinivāryyavī-

4 ryyam = āryam [v]iga[ta] . . . . bhayadaṃ śaraṇam = a . . . . [ma]ti — Buddha — svāga[ta]ṃ . . . . nauḥkarṇ[ṇ]adhārāya[7] bhaviṣyate dharmasenapata[ye][8]

Rückseite.

1 Maudga || mohāndhasya . . . . [r]śanakaraṃ[9] naṣṭasya sa . . . . [s]ya saṃvi[t]karam[10] mṛ . . . . kṣ. . . . . .ñ.n.ppr.t.ṣṭh.k.r.. v.nd.[11] . . . . . . [rī] —

[1] Ergänze *Buddha — Upatishya* (?). [2] Ergänze nach K *°ñ = ca vāyoḥ ātmeśvaraddhyāna°*. [3] Ergänze *kiñcit —*. [4] Ergänze *°saṃsārasya.* [5] Ergänze *Buddhaḥ || Upatiṣya.* [6] Ergänze *uttamavāryyaṃ.* [7] Lies *naukarṇṇa°* (?). [8] Lies *°senāpataye.* [9] Ergänze, teilweise nach K, *janasya darśana°*. [10] Ich habe dies früher fragend *bhyāsāṃdiccharam* gelesen. Die falsche Lesung erklärt sich daraus, daß die Buchstaben zum Teil abgerieben und verstümmelt sind und bei dem Fehlen des Zusammenhanges der Sinn nicht zu erkennen war. [11] Ergänze *jñānapratiṣṭhākaraṃ vande*.

2 [ka]bodhanakaraṃ ś[r]eya . . . . ram — Buddha — svāgataṃ [bha] . . . .[ṛ]d[dh]ivikalpeśvarāya. . . . . ṣa — tṛ[bh]iś[1] = śiṣyaiḥ = parivṛtaḥ śobhate municandramāḥ

3 . . . . . . [n]. tr[i] . . . . [y]ukta iva candramāḥ Bu.[dh]. Upati[ṣ]..[2] . . . . [n]āma j. . . . . bbhyantaraṃ varṣaśatān = na bhaviṣyat = ity = e-

4 . . . . .[pr]. bbhya etān = tāvad = viśuddhasya manaso rā[3] . . . . nāsaṃ..e . . . . kṣāt = parāṃmukhībhūtaḥ[4] pratipadyate śre-

5 . . . . y[uvābhyā]ṃ . . . .

C 2.

Vorderseite.

1 . . . . khi . .

2 . . [nīla]dru[ma] . . [ganata] . . vipp[ra] . . [tasya][5] śakuner = ādīptaṃ trai . . ky.m[6] . . . . . .y. .o . . kva . . . . riniṣpa . . [s]. . .

3 . . reva . . . . [khā] . . [m[7] = atṛptikara]ṇām[8] = paridāhā-[tmakānām = ā] . . . . caritaḥ — . .

4 . . . . . . madhughṛtā[meddhyapay]. . . . . spṛṣṭaṃ [yat = tat = priya]m = api dahaty = apriya . . . . [h].tty = eva viṣa . .

5 . . [na] eva viṣa[y]. . . . . [śar]ī[r]e . . [pradahati madāji] . . [ma] . . . . .āṃ. . .

Rückseite.

1 . . .y. . . . .

2 . . [ya].[ena] samya[g = a]bhihitam . . . . [h]. Bhṛgu[sa]ttam[o] . . [nibhṛtair = yattā] . . . . .ai . . . .

3 . . . [k]ṛ[ta]m = bhṛśaviṣai spṛ.ṭ. . . . . śīviṣaiḥ[9] — Buddha — . . . .

4 . . . . . . ddhi .ṛ . . [etad] = api pū . . [karmmasaṃ]skṛta[yor[10] = anahaṅkṛta]yor = yuvayor = a . . . . ā . . . .

5 . . [tpa]tti . . . . no . . . .

C 4.

Vorderseite.

1 va . . . . nno bhāvāt so . . [kṣi] . . y. . . nopā . . . . . . e[vaṃ hi] sati [i] . . [n] = tu[11] yat[n]ena jñā[yatāṃ] . . . . heki . . . . yy. . . . . na[hi] . . . .

[1] Lies *tribhiś.* [2] Ergänze *Buddha — Upatiṣya.* [3] Ergänze nach K *rāgam = alpena yatnena.* [4] Lies *parāṅmukhī°.* [5] Ergänze, größtenteils nach K, *r = davāgniparigatam = iva nīladrumaṅ = gaganatalaviprasthitasya.* [6] Ergänze *trailokyam.* [7] Ergänze *sukhānām.* [8] Lies *°karāṇām.* [9] Ergänze etwa *spṛṣṭaṃ yath = āśīviṣaiḥ.* [10] Ergänze *pūrvakarmma°.* [11] Ergänze *idan = tu.*

2 rī[ra]nirmuktam[1] = ā[tma]sa[ṃ]jñakam = buddhis[au]kṣmyaṃ tat — sūkṣmatvāc = c = aiva doṣāṇām = avyāpārāc = ca cetasaḥ .[ī] . . . . [d[2] = ā]yuṣaś = c = aiva mokṣa . . [pa]rikalpyate[3] — Śāri — . . . . van[4] asya dharmasya . .

3 . . . . . . thātmagrāhe sata[5] na naiṣṭhikī nirvṛttir[6] = bhavati nairātmyādarśanāc[7] = ca bhavati tadyathā [nadī]srotaso varttamāna[sya] pra[t]yu . . [śya].e[8] . . . . ddhya . . .̌ sminn[9] = uparate = sy = o . .

4 . . prāptaṃ tac = ca yathā nimnagataṃ = bhavati tatr = ādau srota uparataṃ vinaṣ[ṭ]am = iti [bhava]ti [evam = a]s. . . .ā . .ṃ śarī[r]endriy. . . buddhisrotaso varttamā[na] . .[10] bhagavat = ādhi[ga] . .

5 ve kalyaṃ kriyata[11] tatkṛto = hetukasya n = otpadyate bījadakap[ṛ]thiv..r..ṃ[12] .ai . . . . . [eva]ṅ =. . . . [ḥ] tasmin = na . . . . .[ya]mān. . . . . [a]smiṃ[13] vi[14] . .

Rückseite.

1 karmmā[15] kṣetram = bījam = utpatticetas = tṛṣṇā kledacchādanañ = c = ā[p]y = [ava] . ya[ṃ][16] =. . . . . [k]. [s]..y.[v].j[17] = j[ā]yamāno jñānāditye . . . . t. — [B].[18] . . . .

2 vinītayor[19] = ya[t]idharmmeṇa kṛtaparikarmmaṇoḥ asmāt siddhāntaprativedhād = uddhṛtavividhadṛṣ[ṭ]i[śa]lyayo[ḥ] ś[u]d[dha]manasor = yuva . . ḥ[20] yad = e . . ṃ . . dhavādijñā[nasy[21] = ā] . .

3 śiṣṭaṃ duḫkhaṃ srotasi nirvvāṇasya varttate tat — ataḥ paraṃ jñānam = idaṃ yatendriyau nirantaram = bhāvayatuṃ[22] vimuktaye śi . . su bhikṣam[23] = akhilām = aka . . . . nirāmay[au pā]tu . .

4 sarvve ∍ ‖ Śāriputraprakaraṇe navamo = ṅkaḥ 9 āryya-Suvarṇṇākṣiputrasy = āryy-Āśvaghoṣasya kṛtiś = Śāradvatīputrapprakaraṇaṃ samāptaṃ [sa]māptāni c = āṅkāni nava . . . . gyam = anu[ṣṭubhe]ccha . .

K I.

Vorderseite.

1 . . . . [k]ṛt.sv. — M. . . . . tr.[23] . . .m. . . . .

2 . . . . .y.k. . . . . ñ = ca vāyoḥ ātmeśvaradh[y]ānabalena kuryyur = nna[24] [y]. . . . .

[1] Ergänze *śarīra°*. [2] Ergänze *dīrghatvād*. [3] Ergänze *mokṣas = tu pari°*. [4] Ergänze *bhagavan*. [5] Lies *sati*. [6] Lies *nirvṛtir*. [7] Lies *nairātmyada°*. [8] Das *śa* ist unsicher. [9] Lies *asminn*. [10] Ergänze nach K *°mānasya*. [11] Lies *kriyate*(?). [12] Lies nach K *bījodakaṃ pṛthivyart . . ṃ*. [13] Lies *asmin*. [14] Ergänze, größtenteils nach K, *vinaṣṭe mukta iti niścayaḥ kṛtaḥ*. [15] Lies *karmma*. [16] Ergänze *avandhyam*. [17] Ergänze nach K *evaṃ lokaḥ sasyavaj*. [18] Ergänze *Buddhaḥ —*. [19] Davor stand nach K . . *gatena mārggeṇa*. [20] Ergänze *yuvayoḥ*. [21] *di* ist unsicher. Es kann *vi* sein. [22] Lies *bhāvayituṃ*. [23] Lies *bhikṣām*. [23] Unter der Zeile vor *tra* ist *tiṣya* nachgetragen. das zu *Upatiṣya* zu ergänzen ist. [24] *ātme°* — *nna* ist später nachgezogen.

3 . . ryyam municaryyam[1] = anivāryyam = a[ryya][2]. . . . . [ya]-daṃ śa . . . .

4 . . [pa]taye — Maudga[3] — mohāndhasya[4] janasya . . . . na-ṣṭasya[5] sa . . . .

5 . . . . [k].[r]. — B.d.a — s.āgataṃ[6]. . . . .

Rückseite.

1 . . . . [B]u[d]dh[aḥ] — U[p].[t].[ṣ]y.[7] [y]. . . . .

2 . . [d] =.[i]śuddhasya[8] manaso rāgam = alpena yatnena . . . . v.śuddhe = ddhyāśa[y].[9]. . . . .

3 . . pari[10]. . . . .iśais = tais = taiḥ svajanagata[m]. . . . . ryyanti . . . .

4 . . . . [rda]vāgniparigatam = iva n[ī]la[d]ru[m]aṅ = gaganatala[v]i . . . .

5 . . . . [ṣ].t.[11] sukhān[ā][12]. . . . . . [dā]nāṃ[13] [s].[14] .i . . . . [m].[dh]u[gh]ṛt.[m].[ddh]y.[15]. . . . .

K IV.

Vorderseite[16].

1 . . [dh]y. . . . . mnaṅ = gatam = bhava[t].[17]. . . . . . .r. . . . . . . r. . . . .

2 . . .isrotaso [v]. . . [m].n.sy. bhaga[v].[18]. . . . . .ukasya n = otpadya[t].[19] bījodakaṃ[20] pṛthivyart. . .

3 . . n =.inaṣ.e m.[k]. . [i]ti niś.ayaḥ k.taḥ[21]. . . . . [k]. .[m]. .[ṣ]. .r. .b. . . .u.[p]. .t.[22]. . . . . evaṃ loka[ḥ] sasyavaj = jāyamāno jñānā[d]i . .

4 . . . . [ga]tena mārgge[ṇa] . . . . ṇa kṛtaparikar-maṇoḥ [a] . . . . [d].[ṣ].i[ś].[l]. .[y]o[23]. .

5 . . . . r. . .e . . . .

---

[1] Das erste von mir als undeutlich bezeichnete *akṣara* ist ein nachgetragenes zentralasiatisches *mu*. Auch *ni* ist nachgetragen; Reste des alten *ni* sind sichtbar. [2] Lies *āryyam*. [3] Das *au* ist später nachgezogen. [4] *mohā*, das *dha* und das *sa* sind später nachgezogen. [5] Das *na*, das *ṣa* und das *sa* sind später nachgezogen. [6] Die Zeile ist später nachgezogen. Ergänze °*karaṃ* — *Buddha* — *svāgataṃ*. [7] Das *u* ist später nachgezogen. Ergänze *Upatiṣya*. [8] Ergänze *viśu*°. Das unter der Zeile nachgetragene, später vielleicht wieder getilgte *akṣara* scheint in Zeile 1 zu gehören. [9] Ergänze *viśuddhe = ddhyāśaye*. [10] Der *i*-Strich ist später nachgezogen. [11] Die Lesung ist unsicher. [12] Ergänze *sukhānāṃ*. [13] Das *akṣara* vor *dā* ist verstümmelt und unsicher. [14] Das *sa* ist nicht sicher. [15] Ergänze °*ghṛtāmeddhya*°. [16] Fast sämtliche Buchstaben dieser Seite sind später nachgezogen. [17] Ergänze *nimnaṅ = gatam = bhavati*. [18] Ergänze *buddhisrotaso varttamānasya bhagavatā*°. [19] Ergänze °*hetukasya n = otpadyate*. [20] Die Lesung ist durch C gesichert; meine frühere Lesung ist falsch. [21] Ergänze *asmin = vinaṣṭe mukta iti niścayaḥ kṛtaḥ*. [22] Ergänze *karmma kṣetram = bījam = utpatticetas*°. [23] Ergänze °*dṛṣṭiśalyayoḥ*.

Rückseite.

1 . . . . ya[v]. . . . . .y. r. . .

2 . . . . vyam = iti a . . . . yamānen = ās[m]i śres[th]iputr[r]e[1] . . . . [ś]. ṣ. . . [s]. . . . . .y. . . . . [s]. . .

3 . . d = idānīn = tatr = ai . . gacchāmi[2] parikkramya . . . . hanto[3] khu āmodo gaṇikākule sabahu . .

4 . . tanti dhīti[k]. . . . . ni[ha]stai[4] saṃ[v]i[hā]payanti vandhakīm = a . .

5 . . . . ṅ = kila upā[sa] . .

Was zunächst die Anordnung der Blätter betrifft, so geht aus der Tatsache, daß die Worte *nīladrumaiṅ gaganatalavi*° und *madhughṛtāmeddhya*°[5] in K auf dem ersten, in C auf dem zweiten Blatte stehen, mit Sicherheit hervor, daß C 2 wirklich das unmittelbar auf C 1 folgende Blatt ist. Zugleich ist damit die Unterscheidung von Vorder- und Rückseite für C 1, C 2 und K I gegeben. Schwieriger ist die Frage, wie sich C 4 zu C 2 verhält. Inhaltlich steht C 4 den Blättern C 1, C 2 allerdings sehr nahe; das Kolophon macht es außerdem zweifellos, daß es hinter jene Blätter gehört. Zwischen C 2 und C 4 scheint aber noch ein Blatt gelegen zu haben. Die Blätter C 1 und C 4 tragen nämlich am linken Rande Blattzahlen, und zwar nach der älteren Weise[6] auf der Vorderseite. Diese Zahlen sind leider stark abgerieben; doch ist auf C 1 der Rest eines Zehners und darunter eine Ziffer erkennbar, die kaum etwas anderes als eine 7 sein kann. Die Ziffer auf C 4 ist ganz unleserlich. Jedenfalls stand aber auf diesem Blatte nur eine Ziffer: es kann also nur ein Zehner oder ein Hunderter gewesen sein. Ist daher die Lesung des Einers auf C 1 richtig, so folgt daraus, daß C 4 das dritte Blatt hinter C 1 gewesen sein muß, und ich habe es demgemäß bezeichnet. Zwischen den beiden Blättern von K muß dann eine noch größere Lücke vorhanden sein. Ein Vergleich von K I mit der Rückseite von C 1 und der Vorderseite von C 2[7] zeigt, daß 8½ Zeilen von C ungefähr 7 Zeilen in K entsprechen. Hinter *madhughṛtāmeddhya*° in K I^{R}, 5; C 2^{V}, 4 hört die Übereinstimmung der beiden Handschriften zunächst auf. Sie beginnt erst wieder mit den Worten *nimnaṅ gatam bhavati* in K IV^{V}, 1: C 4^{V}, 4. Die Lücke umfaßt also, vorausgesetzt,

[1] Ergänze °*putreṇa*. [2] Ergänze *tatr · aiva ga*°. [3] Ergänze *mahanto*.
[4] Lies °*hastaiḥ* (?).
[5] Das Fragment von K, das dieses Wort enthält, muß ein Stück vom untern Rande eines Blattes sein und daher zu K I gehört haben.
[6] Vgl. meine Bemerkungen über die Paginierung von indischen Handschriften aus der Kuṣana- und Guptaperiode, a. a. O. S. 3.
[7] Die Vorderseite von C 1 ist viel weitläufiger geschrieben als alle übrigen Seiten und kommt daher für diese Berechnungen nicht in Betracht.

daß das fehlende Blatt C 3 auch 10 Zeilen enthielt, 19½ Zeilen, denen in K 16 Zeilen entsprechen, die gerade zwei Blätter füllen würden[1]. Zwischen den beiden Blättern von K lagen also ursprünglich noch zwei Blätter, von denen uns nichts erhalten ist oder deren Bruchstücke sich wenigstens nicht als solche erkennen lassen. Ich habe daher die erhaltenen Blätter als K I und K IV[2] bezeichnet. Vorder- und Rückseite lassen sich bei K IV und C 4 nach dem Inhalt mit Sicherheit scheiden; bei C 4 kommt als äußeres Kennzeichen noch das Kolophon hinzu.

Der Text von C ist ziemlich nachlässig geschrieben. Es kommt eine ganze Reihe von Schreibfehlern vor, so *dharmasenapataye* 1^{V}, 4 für °*senā*°, *atṛptikaraṇām* 2^{V}, 3 für °*karāṇām*, *nairātmyādarśanāc* 4^{V}, 3 für *nairātmya*°, *karmmā* 4^{R}, 1 für *karmma*, *sata* 4^{V}, 3 für *sati*, *bhāvayatuṃ* 4^{R}, 3 für *bhāvayituṃ*, *kriyata* 4^{V}, 5 wahrscheinlich für *kriyate*. *bījadaka*° 4^{V}, 5 für *bījodaka*°. Auch *nauḥkarṇṇadhārāya* in 1^{V}. 4 scheint Schreibfehler für *naukarṇṇa*° zu sein. Allerdings würde das ein sehr auffallender Fehler sein, und eine absolut sichere Entscheidung ist bei dem Fehlen des Zusammenhanges nicht möglich. Die Verwechslung von *nirvṛti* und *nirvṛtti* in *nirvṛttir* 4^{V}, 3 findet sich auch in späteren Handschriften nicht selten. Die falsche Schreibung *tṛbhiś* für *tribhiś* 1^{R}, 2 beruht wohl auf lokaler Aussprache und hat zahlreiche Parallelen in den Inschriften. Die Schreibungen *parāṃmukhībhūtaḥ* 1^{R}, 4 und *asmiṃ vi*(*naṣṭe*) 4^{V}, 5 sind zu erklären wie *bhaga*(*vā*)*ṃ* und *śṛṇvaṃ puṣpā*° in K. die ich a. a. O. S. 31 besprochen habe.

Gelegentlich finden sich auch Varianten im Texte von C und K. Die Lesung *nimnagatam* in C 4^{V}, 4 gegenüber (*ni*)*mnaṅ gatam* in K IV ^{V}. 1 ist unerheblich. Über *bīj*[*o**]*dakapṛthiv*(*ya*)*r*° in C 4^{V}, 5 gegenüber *bījodakaṃ pṛthivyart*° in K IV ^{V}, 2 läßt sich nichts sagen, da der Zusammenhang unklar ist. Wichtig aber ist die Lesung *avinivāryyavīryyam* in C 1^{V}, 3 f, wofür K I^{V}, 3 nur *anivāryyam* bietet. Die Steigerung des Anuprāsa in C[3] läßt kaum einen Zweifel, daß hier die bessere Lesart vorliegt. Es bestätigt sich also, was schon nach den zahlreichen späteren Textänderungen in K zu vermuten war, daß K trotz ihres hohen Alters keine sehr sorgfältige Handschrift war. Eine andere Stelle, in der die Handschriften auseinandergehen, liegt vielleicht in C 2^{V}, 3; K I^{R}, 5 vor. C liest . . [*khā*] . . [*m* = *a*]*tṛptikar*[*ā**]*ṇām* =

[1] Die Anzahl der Zeilen auf der Seite schwankt in K zwischen 4 und 5; siehe a. a. O. S. 2.

[2] Die römische Ziffer ist gewählt, um Verwechslungen mit den Zahlen der einzelnen Fragmente in meiner Ausgabe zu vermeiden.

[3] Es ist etwa zu lesen (*ca*)*ryyam utta*(*mav*)*āryyam municaryyam avinivāryyavīryyam āryam*.

paridāhātmakānām, während K *sukhān*[*ā*] . . . . . . [*dā*]*nāṃ* [*s*]. .*i*. . hat. Bei der Verstümmelung des Textes in K ist aber ein sicheres Urteil nicht möglich.

Eine fortlaufende Übersetzung des Stückes, das uns in C und K I K IV[V] vorliegt, läßt sich bei der Lückenhaftigkeit des Textes nicht geben. Über den Inhalt im allgemeinen aber kann kein Zweifel bestehen. Die hier vorliegenden Fragmente enthalten die Szene der Aufnahme des Śāriputra und des Maudgalyāyana durch den Buddha. Redend scheinen in der ganzen Szene nur vier Personen aufzutreten, der Buddha, Śāriputra, Maudgalyāyana und die Person, die den Buddha mit seinen drei Schülern in einem Verse verherrlicht; gerade aus diesem Verse geht aber hervor, daß der Buddha noch von einem Mönche begleitet war[1].

Zunächst rühmt eine Person, wahrscheinlich Maudgalyāyana[2], die Macht der *ṛddhis*, die durch Erkenntnis und Askese erlangt werden. Er schließt mit einer Upajāti-Strophe[3]:

⏓ – ⏑ – – ⏑ ⏑ – ⏑ – – ⏑ – ⏑ – – – ⏑ ⏑ – ṃ ca vāyoḥ |
ātmeśvaradhyānabalena kuryur na yogināṃ duṣkaram asti (k)i(ṃcit) ||

». . und des Windes[4] . . . dürften sie wohl durch die Kraft des Nachdenkens über den Ātman und den Īśvara machen: es gibt nichts, was einem Yogin schwer fiele.«

Śāriputra erwidert kurz, worauf der Buddha zunächst ihn auffordert, »den von den Besten zu wählenden Wandel eines Weisen, den edlen, unwiderstehlich-gewaltigen, zu wandeln«. Śāriputra willigt ein, und der Buddha heißt ihn willkommen mit prophetischen Worten: »Willkommen[5] . . . . dem Steuermann . . . . dem künftigen Heerführer des Glaubens[6]«. Darauf erkennt auch Maudgalyāyana den Buddha in einem Verse[7] als seinen Meister an:

mohāndhasya janasya (da)rśanakaraṃ naṣṭasya sa – ⏑ –
– – – ⏑ ⏑ – ⏑ – ⏑ ⏑ ⏑ – – – sya saṃvitkaram |

[1] Daß die beiden ungenannten Personen ein Śramaṇa und Kauṇḍinya waren, wird später gezeigt werden.

[2] Darauf weist das *M.* in K I[V], 1.

[3] Ich gebe die Strophen in normalisierter Schreibung. Eingeklammerte Buchstaben und Silben sind ergänzt.

[4] Sicherlich war hier vom Wandeln »auf dem Pfade des Windes«, »*pavanapathena*«, wie es Buddhac. 1, 85 heißt, die Rede. Die Fähigkeit zu fliegen wird in dem allegorischen Drama an erster Stelle unter den *ṛddhis* genannt; siehe a. a. O. S. 17 f.

[5] Vgl. Fo-sho-hing-tsan-king 1407: »and then with Brahma's voice, profound and sweet, he forthwith bade them 'welcome'.«

[6] Dharmasenāpati war bekanntlich später der Beiname des Śāriputra.

[7] Śārdūlavikrīḍita.

mṛ – – ⏑ ⏑ – ⏑ –kṣ ⏑ ⏑ ⏑ – (j)ñ(ā)n(a)pr(a)t(i)ṣṭh(ā)k(a)r(aṃ)
v(a)nd(e) – ⏑ ⏑ rikabodhanakaraṃ śreya ⏑ – – (ka)ram ||

»Ich verehre ihn, der die wahnverblendete Menschheit sehen machte, der die verlorene ......, der .... Bewußtsein verlieh, der den Tod ......, ... der das Fundament des Wissens legte, der .... erweckte, der das Heil .... wirkte.«

Auch ihn nimmt der Buddha auf, indem er seine künftige Größe vorhersagt: »Willkommen .... dem Herrn über die mannigfachen Arten der *ṛddhis*[1] ....« Eine nicht genannte Person, ein Śramaṇa, wie wir später sehen werden, preist darauf den Buddha mit seinen drei Schülern[2] in einem Śloka:

tribhiḥ śiṣyaiḥ parivṛtaḥ śobhate municandramāḥ |
. . . n . tri – – ⏓ . yukta iva candramāḥ ||

»Von den drei Schülern umgeben glänzt der mondgleiche Weise wie der Mond umgeben ......«

Das nun folgende Gespräch zwischen Buddha und Upatiṣya-Śāriputra ist zu schlecht erhalten, als daß sich auch nur der Gedankengang angeben ließe. Die Rede des Buddha, in der beständig das Wort Brennen wiederkehrt, erinnert an die bekannte Feuerpredigt von Gayāśīrṣa. Einigermaßen deutlich ist aber nur die eine Stelle: *davāgniparigatam iva nīladrumaṃ gaganatalaviprasthitasya śakuner ādīptaṃ trailokyam* ... Offenbar wird hier die in Flammen stehende Dreiwelt einem von Waldbrand umgebenen Nestbaume, der Weise, der sich von der Welt abgewendet hat, dem Vogel, der sich zum Himmelszelt aufgeschwungen hat, verglichen. Den Schluß dieses Gespräches scheint eine Śārdūlavikrīḍita-Strophe zu bilden, die als Zitat bezeichnet ist (*. . .ena saṃyag abhihitam*) und wahrscheinlich dem Śāriputra in den Mund gelegt war:

– – h – Bhṛgusattamo ⏑ nibhṛtair yattā – – .ai ⏑ – ....
– – – ⏑ ⏑ – kṛtaṃ bhṛśaviṣaiḥ spṛ(s)ṭ(aṃ yathā)śīviṣaiḥ ||

Dann wendet sich der Buddha an die beiden neu gewonnenen Schüler, »die durch ihre früheren Taten vorbereiteten, von Egoismus freien«. Von dem folgenden Gespräche ist aber so gut wie nichts erhalten, da, wie oben bemerkt, hinter C 2 ein ganzes Blatt fehlt und auch die letzte Zeile von C 2 und die erste von C 4 nahezu völlig ver-

[1] Maudgalyāyana galt später als ein Meister der *ṛddhis*; s. Buddhacarita 17, 19; Fo-sho-hing-tsan-king 1406; Schiefner, Eine tibetische Lebensbeschreibung Çākyamunis, Mém. Ac. Imp. St-Pétersbourg, T. VI, S. 256.

[2] Der dritte Schüler ist Kauṇḍinya; s. S. 407 f.

loren ist. Wahrscheinlich waren in Rede und Gegenrede philosophische Fragen behandelt. Insbesondere scheint sich der Buddha gegen die Lehre von Ātman gewendet zu haben, wie sie im Buddhacarita dem Ārāḍa Kālāma zugeschrieben wird. Er schließt seine Ausführungen mit einem Śloka ab: »Diese Feinheit der Buddhi, die vom Körper befreit ist, die als Ātman bezeichnet wird, diese« —

sūkṣmatvāc caiva doṣāṇām avyāpārāc ca cetasaḥ |
(d)ī(rghatvā)d āyuṣaś caiva mokṣ(as tu) parikalpyate ||

»wird, weil die Unvollkommenheiten gering sind, das Denken ruht und die Lebensdauer lang ist, (fälschlich) für die Erlösung gehalten.«

Śāriputra erwidert in längerer Rede. Er erkennt rückhaltlos die Argumente des Meisters an: »Solange man am Ātman festhält, gibt es kein vollständiges Nirvāṇa; durch die Erkenntnis der Ātmanlosigkeit tritt es ein.« Er vergleicht dann das allmähliche Schwinden der Buddhi[1] mit dem Versiegen eines Flusses. Die Einzelheiten des breit ausgeführten Bildes werden bei der mangelhaften Überlieferung allerdings nicht klar. Den Schluß seiner Rede bildet wiederum eine Strophe, im Śālinī-Metrum:

karma kṣetraṃ bījam utpatticetas
tṛṣṇā kledacchādanaṃ cāpy ava(ndh)yam |
evaṃ lokaḥ sasyavaj jāyamano
jñānāditye – ⏑ – – – ⏑ – t ⏑ ||

»Das Karman ist das Feld, der Same der Wille zum Leben, der Durst die Befeuchtung, die sicher wirkt; so wie die Saat entstehend werden die Wesen .... durch die Sonne des Wissens ......«

Noch einmal wendet sich der Buddha an die beiden Schüler, die er preist als »die nach der Weise der .... erzogenen, durch den Dharma der Asketen gereinigten, die klaren Sinnes sind, da der Stachel der mannigfachen falschen Lehren herausgezogen ist infolge dieses Erfassens der Wahrheit«. Dann spricht er den Segenswunsch[2]:

ataḥ paraṃ jñānam idaṃ yatendriyau
nirantaraṃ bhāvayituṃ vimuktaye |
śi – su bhikṣām akhilām aka ⏑ –
nirāmayau pātu ⏑ – ⏑ – ⏑ – ||

[1] Buddhi ist hier offenbar dasselbe wie Vijñāna.
[2] Im Vaṃśastha-Metrum.

»Um von nun an dies Wissen gezügelten Sinnes ständig zu pflegen mit der Erlösung als Ziel, ... vollständiges Almosen .... frei von Krankheit, schütze euch beide ....«

Damit treten alle ab.

Nach dem Kolophon[1] bildet diese Szene den Schluß des neunten und letzten Aktes des Śāriputra- oder Śāradvatīputraprakaraṇa, eines Werkes des Aśvaghoṣa, des Sohnes der Suvarṇākṣī. Suvarṇākṣīputra ist der Beiname, der dem berühmten buddhistischen Dichter auch in dem Kolophon des vor einiger Zeit entdeckten Saundarānandakāvya[2] und in dem Kolophon der tibetischen Übersetzung des Buddhacarita gegeben wird[3]. An der Identität der Personen ist also nicht zu zweifeln. Der Dichter hat überdies gewissermaßen dem Werke selbst seine Signatur gegeben: der oben erwähnte Śloka *sūkṣmatvāc caiva doṣāṇām* usw. ist ein wörtliches Zitat aus seinem Buddhacarita (12, 73)[4].

Aśvaghoṣas Bedeutung für die Geschichte der vorklassischen Literatur wird durch den neuen Fund in noch helleres Licht gerückt. Die Tradition rühmt seine Vielseitigkeit. Sie stellt ihn ebenso hoch als Gelehrten, der das ganze brahmanische Wissen seiner Zeit besaß, wie als Musiker und Komponisten, der mit seinen Liedern die Leute auf den Märkten von Puṣpapura so zu bewegen wußte, daß sie die Heimat mit der Heimatlosigkeit vertauschten. Wir kennen ihn als Verfasser von Epen und Erzählungen, die einst ganz Indien las und die zu dem Besten gehören, was uns an Kāvya-Poesie erhalten ist, als Metaphysiker, der den Grund zu der Lehre des Mahāyāna legte, die bis auf die Gegenwart einen großen Teil der buddhistischen Welt beherrscht hat, als Theologen, der mit den Waffen einer oft spitzfindigen Dialektik für seinen Glauben kämpft[5]. Von dem Dramatiker Aśvaghoṣa aber hatten wir bis jetzt keine Kunde. Zu einem Urteil über den Wert seiner Leistungen auf dem Gebiete des Dramas reicht das uns Erhaltene nicht aus. Die Tendenz, zu belehren und zu erbauen, die bei ihm, dem buddhistischen Mönche, allerdings nie ganz fehlt und in der er selbst sicherlich in erster Linie die Berechtigung seiner Dichtung gesehen hat, tritt jetzt durch die Schuld der mangelhaften Überlieferung wahrscheinlich viel stärker hervor, als

[1] Hinter dem eigentlichen Schlusse *samāptāni cāṅkāni nava* stand offenbar noch ein Schreibervers.

[2] Haraprasād Shāstrī, Journ. Proc. As. Soc. Beng. Vol. 5, p. 165 ff.

[3] Thomas, Ind. Ant. Vol. 32, p. 350.

[4] Ähnlich verweist Aśvaghoṣa auch in seinem Sūtrālaṃkāra zweimal auf das Buddhacarita; siehe S. Lévi's in der nächsten Note angeführte Abhandlung, p. 79.

[5] Für die Nachweise im einzelnen siehe S. Lévi's ausgezeichnete Abhandlung »Açvaghoṣa, le Sûtrâlaṃkâra et ses sources«, Journ. As. S. X, T. 12, p. 57 ff.

es der Fall sein würde, wenn wir das ganze Werk vor uns hätten. In der uns erhaltenen Szene war das Vorherrschen des lehrhaften Elementes schon durch den Stoff bedingt. Welch eine falsche Vorstellung würden wir uns aber vom Buddhacarita machen, wenn uns davon zum Beispiel nur die Begegnung des Buddha mit Arāḍa Kālāma im zwölften Gesange überliefert wäre! An einer Stelle läßt sich aber doch erkennen, daß Aśvaghoṣa ein feines Empfinden für das dramatisch Wirksame besaß. Die Tradition war, daß der Buddha, als er Śāriputra und Maudgalyāyana von ferne kommen sah, sich an die Mönche in seiner Umgebung wandte und prophezeite, daß sie seine besten Jünger, »das gesegnete Paar« (*bhadrayuga*), werden würden. So heißt es Mahāvagga I, 24, 3: *addasa kho bhagavā te Sāriputta-Moggallāne dūrato 'va āgacchante | disvāna bhikkhū āmantesi | ete bhikkhave dve sahāyakā āgacchanti Kolito Upatisso ca | etaṃ me sāvakayugaṃ bhavissati aggaṃ bhaddayugan ti*[1]. Ebenso erzählt Aśvaghoṣa die Begebenheit in seinem Epos (17, 19)[2]; nur ist der Inhalt der Weissagung hier noch bestimmter: »Als Bhagavat, der größe Ṛṣi, von der Schar seiner Schüler umgeben, die beiden von ferne erblickte, sprach er zu den Bhikṣus: 'Hier kommen meine beiden gesegneten (*bhadra*) Jünger, die besten unter den Weisheitsbegabten (*prajñāvat*) und unter den Wunderkräftigen (*ṛddhimat*)'«[3]. In dem Drama aber läßt er den Buddha die Prophezeiung bei der Aufnahme direkt an die beiden Jünger richten. Er hat sich also nicht gescheut, um der Bühnenwirkung willen die Tradition zu verlassen.

Das Stück wird ein Prakaraṇa genannt. Nach den Theoretikern[4] ist der Stoff des Prakaraṇa dem bürgerlichen Leben entnommen und von dem Dichter frei erfunden, und der Held ist ein Minister, ein Brahmane oder ein Kaufmann, stets aber ein fester und ruhiger Charakter (*dhīrapraśānta*), der trotz aller Hindernisse das Ziel seines Strebens auf dem Gebiete des Dharma, Artha oder Kāma er-

[1] Die Geschichte wird dann noch einmal erzählt.

[2] Diese und die S. 406 angeführte Stelle aus der tibetischen Übersetzung des Buddhacarita hat mir Hr. Dr. Siegling freundlichst aus seiner Abschrift des Werkes mitgeteilt.

[3] slob . maḫi . sder . bcas . de . ñid . rgyaṅ . ma . nas . gzigs . nas .
bcom . ldan . draṅ . sroṅ . chen . pos . dge . sloṅ . rnams . la . gsuṅs .
śes . rab . can . daṅ . rdsu . ḫphrul . ldan . pa . rnams . kyi . gtso .
kho . boḫi . mchog . gi . slob . ma . ḫdi . gñis . ḫdir . ḫoṅs . so .

Vgl. Fo-sho-hing-tsan-king 1405 f. In Schiefners tibetischer Lebensbeschreibung, a. a. O. S. 256, tritt der Punkt, auf den es hier ankommt, nicht deutlich hervor: »Darauf wurden sie samt ihren Schülern von Bhagavant aufgenommen, welcher den Çāriputra den vorzüglichsten der mit Weisheit Begabten, den Maudgaljājana den vorzüglichsten der mit Wunderkraft Begabten, beide aber das glückliche Musterpaar nannte.«

[4] Bhār. 18, 96 ff.; Sāh. 511 f.; Daś. 3, 35 ff.

reicht. Die Heldin gehört den besseren Ständen an (*kulastrī, kulajā*) oder ist eine Hetäre. In einem Punkte, in der Stellung und dem Charakter des Helden, stimmt jedenfalls unser Prakaraṇa mit dieser Definition überein. Wieweit der Stoff von dem Dichter selbständig erfunden war, läßt sich nicht sagen; die Anlehnung an historische Ereignisse, wie wir sie in der Schlußszene und, wie wir sehen werden, überhaupt in den letzten Akten finden, schließt nicht aus, daß die eigentliche Fabel des Stückes auf freier Erfindung beruht. Die Frage, wer die Gegenspielerin war, läßt sich nicht beantworten. Die in den Fragmenten von K so häufig genannte Hetäre gehört, wie später gezeigt werden wird, einem anderen Drama an.

Das Śāriputraprakaraṇa war in 9 Akte geteilt. Auch diese große Zahl von Akten stimmt mit der Praxis der klassischen Zeit überein. Die späteren Prakaraṇas, Mṛcchakaṭikā, Mālatīmādhava, Mallikāmāruta, haben je 10 Akte. Bemerkenswert ist übrigens, daß hier ebenso wie in den beiden andern Aktschlüssen von K kein besonderer Titel des Aktes angegeben wird.

Für die Sprache und Metrik ergeben die Fragmente von C nichts Neues. Daß der Buddha und seine Schüler Sanskrit sprachen, hatte ich schon aus den Resten von K geschlossen (a. a. O. S. 30). Nicht unwichtig für die Entwicklungsgeschichte der dramatischen Technik ist aber der Schluß unseres Prakaraṇa. Der Ausgang des klassischen Dramas ist an ganz feste Formen gebunden. Eine Nebenperson fragt den Helden, ob sie ihm noch etwas Liebes erweisen könne[1]. Mit der stereotypen Formel *ataḥ param api priyam asti*[2] versichert der Held, daß er keinen Wunsch mehr hege als den einen, dem er dann in der Praśasti oder Bharatavākya genannten Schlußstrophe Ausdruck gibt[3]. Dieser Segenswunsch ist gewöhnlich ganz allgemein gehalten; nur selten, wie z. B. in der Śakuntalā, im Mālavikāgnimitra, im Mudrārākṣasa, nimmt er auf die Personen und Verhältnisse des Dramas Bezug. Die Praśasti hat nun auch Aśvaghoṣa, und wenn sie auch nicht vollständig überliefert ist, so geht doch aus den Dualen *yatendriyau* und *nirāmayau* mit Sicherheit hervor, daß sie nur den beiden Jüngern galt. Aber sie ist nicht dem Helden in den Mund gelegt, und vor allem fehlt die typische Überleitung, obwohl sie sich in dem Gespräch zwischen dem Buddha und Śāriputra mit Leichtigkeit hätte herstellen lassen. Wir dürfen daraus wohl schließen, daß sie in dem vorklassischen Drama noch nicht gebräuchlich war.

[1] Meist lautet die Formel: *kiṃ te bhūyaḥ priyam upakaromi.*

[2] Sie wird nur sehr selten variiert, z. B. im Veṇīsaṃhāra.

[3] Im Mudrārākṣasa wird jene Versicherung und der Segenswunsch zwischen Candragupta und Rākṣasa geteilt.

Es bleibt endlich noch eine Frage zu beantworten: Wir haben gesehen, daß einige Bruchstücke von K einer Handschrift des Śāriputraprakaraṇa angehören; können wir auch die übrigen Bruchstücke von K diesem Drama zuweisen? Für diese Frage ist das Blatt K IV von entscheidender Bedeutung. Die eine Seite dieses Blattes enthält, wie der Vergleich mit C 4 zeigt, den Schluß des Śāriputraprakaraṇa. Auf der anderen Seite aber findet sich nichts dem Texte von C Entsprechendes, obwohl der Text auch dieser Seite zweifellos aus einem Drama stammt. Daraus folgt, daß diese Seite die Rückseite ist und daß hier ein neues Drama begann. Es bestätigt sich also, was ich schon aus anderen Gründen vermutet hatte (a. a. O. S. 16), daß K eine Sammelhandschrift war. Eine Personenangabe ist uns zufällig in K IV^{R} nicht erhalten; den einzigen Anhaltspunkt für die Bestimmung des zweiten Dramas bieten daher die Worte *(ma)hanto khu āmodo gaṇikākule*[1]. Da hier von einer Hetäre die Rede ist, so ist anzunehmen, daß auch die übrigen Fragmente von K, in denen die Hetäre Magadhavatī auftritt oder erwähnt wird, diesem Drama angehören. Nun erscheint aber die Hetäre zusammen mit dem Nāyaka (4, 8, 16, 29, 51), mit Dhānañjaya (8, 16, 29), dem Bösewicht (4, 37), dem Vidūṣaka (4, 29), Mādha° (38) und der Dienerin (44); in 16 spricht sie von Somadatta. Es müßten also auch alle Fragmente, in denen diese Personen genannt werden, und damit nahezu das gesamte Material außer den paar Stücken, die durch C als Teile des Śāriputraprakaraṇa beglaubigt sind, aus dem Hetärendrama stammen. Das ist an und für sich nicht unmöglich; ein Umstand spricht sogar entschieden dafür. Der Held, der Nāyaka, wie er in diesem Stücke stets genannt wird, kann kaum Śāriputra gewesen sein; sein Name war vielmehr wahrscheinlich, wie ich a. a. O. S. 19 bemerkt habe, Somadatta. Auch wird Śāriputra in C in den Bühnenanweisungen immer mit seinem Namen genannt, und es ist nicht anzunehmen, daß K darin von C abwich. Allerdings müssen auch in dem Hetärendrama Śāriputra und Maudgalyāyana aufgetreten sein, denn in 4 wird Maudgalyāyana zusammen mit dem Nāyaka, Magadhavatī, dem Bösewicht und dem Vidūṣaka genannt, und in 10 beginnt eine Rede des Dhānañjaya *Śāradvatī*, was sicher zu *Śāradvatīputra* zu ergänzen ist. Im einzelnen wird sich die Zugehörigkeit der Fragmente von K genauer erst bestimmen lassen, wenn der eigentliche Stoff des Hetärendramas nachgewiesen ist; einigen aber glaube ich doch schon jetzt ihren Platz anweisen zu können.

[1] Mit dem *śreṣṭhiputra* in Z. 2 ist nicht viel anzufangen, noch weniger natürlich mit dem *upā[sa]* in Z. 5, dessen Ergänzung zu *upāsaka* nicht sicher ist.

Es scheiden zunächst aus die zu einem Blatte gehörigen Fragmente K 1 und 2. Für den Nachweis, daß diese aus einem allegorischen Drama stammen, verweise ich auf meine frühere Abhandlung.

Zu dem Śāriputraprakaraṇa stelle ich außer den durch C gesicherten Stücken, die in K I und K IV vereinigt sind, noch die Fragmente 3, 14, 15, 32, 54, 55, 56, 65.

Das Fragment K 3 kann dem Hetärendrama nicht angehört haben, da es, wie a. a. O. S. 24 gezeigt, den Anfang eines Stückes enthält. Wollen wir nicht noch ein viertes Drama annehmen, wozu nicht der geringste Grund vorliegt, so kann dies nur der Anfang des allegorischen Dramas oder des Śāriputraprakaraṇa sein. Äußerlich stimmt das Blatt aber mehr mit den Fragmenten des letzteren überein. Und dazu kommt ein zweites. In Z. 3 der Vorderseite finden sich die Wortreste [*p*].[*k*].[*ra*]*ṇe*, die ich jetzt zu *prakaraṇe* ergänze. In der Prastāvanā des Śāriputraspieles, das ausdrücklich ein Prakaraṇa genannt wird, dürfen wir dieses Wort erwarten, während das allegorische Drama kaum diese Bezeichnung gehabt haben kann. Mir erscheint es daher nahezu sicher, daß uns in K 3 der Anfang des Śāriputraprakaraṇa vorliegt.

Die Fragmente K 14, 15 und 32 werden, wie ich nachträglich erkannt habe, durch die äußere Beschaffenheit, vor allem durch die Ähnlichkeit in der Aderung und dem Verlauf der Blattrippen, wie durch den Inhalt als Teile eines Blattes erwiesen[1]. Zwischen 14 und 15 fehlen drei Akṣaras, zwischen 15 und 32 ein bis zwei. An 14 und 15 hat sich außerdem noch je ein kleines Stück ansetzen lassen. Auf der von mir früher als b bezeichneten Seite von 14 vermag ich jetzt am linken Rande auch Spuren der Blattzahl zu erkennen. Diese Seite würde also die Vorderseite sein. Der Text lautet:

---

[1] Dies Blatt ist für die Handschriftenkunde nicht ohne Interesse. Die Mālinīstrophe in Z. 2 der Vorderseite läßt erkennen, daß am rechten Ende 13 Akṣaras fehlen, die 7,5—8 cm erfordern. Der erhaltene Teil des Blattes mißt 36 cm. Das ganze Blatt würde also höchstens 44 cm lang gewesen sein. Das dem Hetärendrama angehörige Fragment 27 und das Fragment 65, dessen Zugehörigkeit nicht zu bestimmen ist, führen aber auf eine Blattlänge von 54—55 cm (a. a. O. S. 2). Es ist daraus meines Erachtens nicht zu folgern, daß das Śāriputraprakaraṇa ursprünglich eine besondere Handschrift bildete, die erst später mit der Handschrift des Hetärendramas zusammengelegt wurde, denn in K IV beginnt, wie wir sahen, das Hetärendrama auf demselben Blatte, auf dem das Śāriputraprakaraṇa endet. Es zeigt nur, daß man sich in der Kuṣanazeit noch nicht wie in späterer Zeit die Mühe gab, die Palmblätter genau gleichmäßig zu schneiden. Auch die Höhe der Blätter differiert ja nicht unerheblich, wie ich a. a. O. gezeigt habe. Das Blatt, dem Fragment 7 angehörte, ist wahrscheinlich noch kürzer gewesen als unser Blatt. Der erhaltene Teil ist 10 cm lang. In der zweiten Zeile der Vorderseite beginnt eine Śārdūlavikrīḍitastrophe, die in der dritten Zeile endet. Es fehlen 53 Akṣaras, die gegen 30 cm erfordern. Die Länge des Blattes betrug danach nur 40 cm.

Vorderseite.

1 . . . . m[ā]nena sarvvatragate[1] kha-
[l]u[2] [j]ñ.[n].[k].[t]ū[3]. . . . [ṅ] = k.[t]t.[v]y.[4]. .
2 v[i]tavyam[5] apar[i]m[i]tārttham = avaptukāmena[6] satsannikarṣe kha-
lu pp[r]ayatitavyam mayā hi[7]. . . . . . [m].[g].[t].[dh]..[m]ṃ. [s].
[dh]y.m.n.th. m..gg. . . . . mṛtaṃ[8] = upalabdham = bh[i]kṣum = āsā-
[ddya] . .
3 . . [jādar]e[ṇa][9] s.itamatibhir = alab[bh].aṃ[10] yat =..raiś =.= āsuraiś =[11]
ca — vi . . . . jjhāya e[t]. . . . . . . jitassa[12] vacanaṃ suṇiya apu-
ru . . mukhavaṇṇena añ[ñ]aṃ viya[13]. .
4 . . . . brāhmaca.[yy].[14]. .
5 . . . . [gatay]au[15]. .

Rückseite.

1 . . . . tam = prayā[16]. .
2 . . . . m = [i]yan = m[e][17]ta . . . . .
. . . . [nā]śanama[ll]. . . . . [a]gnir = hi m[e] śaraṇam = [ā]padi sin-
dhur = uṣṇe[18] [m]...[g].ḥ śivo = ddhvani m.h.t.[m].s. [p]pr.[19]. .
3 . . upadeso[20] edisassa bambhaṇajanassa[21] anuggāhako[22] bh.[t]. . .
. . [r].[23] — kiñ = ca varṇṇāvare . . . . . . [m] =.padiṣṭam[24] = āturebhyo
na rogappra[ś]. . . [n]āya[25] bhavati kiṃ varṇṇan[26] = ta . .
4 t. na dahanakarmā[27] bhavati[28] āho nikṛṣṭavarṇṇen[29] = ākhyātam =
uṣṇaparigatay[30] = odakan = na prahlāda[m].[31] . . . . .i . . . .
. . . . .i . . . . .e . . .e .i . .
5 . . . . .itamahen.ād[32] = abam. . .

---

[1] Das zweite *va* ist später nachgezogen; *tra* ist später eingefügt. [2] Das *kha* ist später nachgezogen. [3] Ergänze *jñānaketū*° (?). [4] Ergänze *karttavyam.* [5] Das Wort ist später nachgezogen. [6] *mavaptu* ist später nachgezogen. Lies *avāptu*°. [7] *mayā hi* ist später nachgezogen. [8] Ergänze °*gatadharmme sādhyamāne* • *tha mārgge tad* • *amṛtam.* [9] Das *jā* ist nicht sicher; ich halte es aber für wahrscheinlicher als *ṇā*, wie ich früher las. [10] Der Anusvāra ist später nachgezogen. Ergänze *sthitamatibhir* • *alabbhyaṃ.* [11] *su* ist später nachgezogen. Ergänze *yat* • *suraiś* • *c* • *āsuraiś.* [12] Ergänze *vidū — bho upajjhāya etassa pavvajitassa.* [13] *vacanaṃ — viya* ist später nachgezogen. Ergänze *apuruvamukha*°. [14] Lies *brahmacaryya*°. Der *ā*-Strich ist deutlich. [15] Ergänze *gatayauvana*° (?). [16] *tamprayā* ist später nachgezogen. [17] *nma* ist später nachgezogen. [18] *agnir — uṣṇe* ist später nachgezogen; *āpadi* ist nicht sicher. [19] *m. — ppr.* ist größtenteils später nachgezogen. Ergänze *mārggaḥ* und *mahātamasā ppraviṣṭe.* [20] *u* und das *o* von *so* sind später nachgezogen. [21] *ssa bambhaṇa* ist später nachgezogen. [22] *ha* ist später nachgezogen. [23] Ergänze *bhāti — Sāri.* Die Ergänzung zu *bhoti* ist nicht möglich. [24] Ergänze *varṇṇāvareṇ* • *auṣadham* • *upadiṣṭam.* [25] *turebhyo* und *ro* ist später nachgezogen. Ergänze °*ppraśamanāya.* [26] Der *i*-Strich von *ki* und *rṇṇa* sind später nachgezogen. [27] Das *r* und der *ā*-Strich ist später nachgezogen. [28] Der *i*-Strich ist später nachgezogen. [29] *āho,* der *i*-Strich von *ni* und *rṇṇe* sind später nachgezogen. [30] Lies °*gatāy* • *o*°. [31] Auch die Lesung *dā* ist möglich; der Sinn spricht aber für *da.* Ergänze *prahlādam* • *āvahati.* [32] Ergänze °*mahendrād.*

Wir haben hier einen Dialog zwischen dem Vidūṣaka und einer Sanskrit sprechenden Person, die ich früher nicht habe bestimmen können. Jetzt sehe ich, daß es Śāriputra ist. Die Personenangabe in Zeile 3 der Rückseite ist allerdings verstümmelt, aber die Buchstabenreste lassen doch deutlich erkennen, daß *Śāri* dastand. Auch der Inhalt der Szene läßt sich jetzt angeben. Śāriputra sagt: »Wer ......, der muß überall das Banner des Wissens(?)[1] ......, wer unermeßlichen Gewinn zu erwerben trachtet, der muß sich Mühe geben bei den Guten. Denn ich« — und nun geht die Rede in Verse über[2] —, »ich habe, während ich den Dharma der .... übte, am Wege einen Mönch getroffen, von dem ich die Unsterblichkeit erlangte, die ...... trotz ihres festen Willens nicht Götter noch Teufel zu erlangen vermögen«:

⏑ ⏑ ⏑ m ⏑ g(a)t(a)dh(ar)mme s(ā)dhy(a)m(ā)n(e)th(a) m(ār)gg(e)
(tad a)mṛtam upalabdham bhikṣum āsāddya – – |
⏑ ⏑ ⏑ ⏑ ⏑ ⏑ – – – ⏑ – jādareṇa
s(th)itamatibhir alabbh(y)aṃ yat (su)raiś (c)āsuraiś ca ||

Der Vidūṣaka erwidert: »O Meister, seit du die Rede jenes Mönches vernommen hast, (zeigst du) eine Gesichtsfarbe wie nie zuvor (und) gleichsam anderes .....« Es folgt eine Lücke. Hier muß der Vidūṣaka dem Śāriputra vorgehalten haben, daß es ihm als Brahmanen nicht zieme, die Lehre eines Mannes aus der zweiten Kaste anzunehmen. Śāriputra weist ihn zurück; man müsse das Heil ergreifen, von wessen Hand es auch geboten würde. Er spricht zunächst in Versen[3]:

– – ⏑ – ⏑ ⏑ ⏑ ⏑ – ⏑ ⏑ – m iyan me
t – – – – – ⏑ ⏑ ⏑ nāśanamall ⏑ – – |
agnir hi me śaraṇam āpadi sindhur uṣṇe
m(ārg)g(a)ḥ śivoddhvani m(a)h(ā)t(a)m(a)s(ā) ppr(aviṣṭe) ||

»......denn das Feuer bietet mir Schutz, wenn es kalt ist[4], der Strom in der heißen Jahreszeit und der Weg des Heils, wenn die Reise ins Dunkle geht.« Und als der Vidūṣaka noch einmal bemerkt: »(Diese) Lehre scheint (mir) für solche Brahmanen, wie wir es sind[5], nicht[6] gerade günstig zu sein«, da bricht Śāriputra leiden-

[1] Der Satz von °*mānena* — *karttavyam* stimmte im Bau offenbar genau mit dem folgenden Satze *aparimitā*° — *ppraуatitavyam* überein.
[2] Mālinī-Strophe.
[3] Vasantatilakā-Strophe.
[4] Das muß meines Erachtens der Sinn sein. Die Lesung *āpadi* ist unsicher.
[5] Das scheint der Sinn von *edisa* zu sein. Der Vidūṣaka stellt sich in seinem Selbstgefühl als Brahmane auf eine Stufe mit Śāriputra.
[6] Die Ergänzung der Negation wird durch den Sinn gefordert.

schaftlich los: »Wie, bringt etwa eine Arznei den Kranken keine Heilung, wenn sie von einem Manne aus niedrigerer Kaste verordnet ist? .... brennt etwa nicht ...., oder bringt etwa das Wasser dem von Hitze Gequälten keine Erquickung, wenn ein Mann von geringer Kaste es ihm angezeigt hat?«

Ich habe früher (a. a. O. S. 21) den Vers über die Erlangung der Unsterblichkeit auf das Erlebnis des Buddha bezogen. Das erweist sich jetzt, wo der Zusammenhang des Textes klar ist, als falsch. Śāriputra spricht von seiner Begegnung mit Aśvajit, durch den er die erste Kunde von der Lehre des Buddha erhielt. Die darauf folgende Bemerkung des Vidūṣaka stimmt genau zu der Tradition. Im Mahāvagga (I, 23, 6) wird geschildert, wie Maudgalyāyana den Śāriputra erblickt, als er von der Unterredung mit Aśvajit zurückkommt: »Deine Miene, Freund«, sagt er zu ihm, »ist hell, deine Farbe klar und rein, hast du etwa die Unsterblichkeit gefunden? (*vippasannāni kho te āvuso indriyāni | parisuddho chavivaṇṇo pariyodāto | kacci nu tvaṃ āvuso amataṃ adhigato*). In seinem Buddhacarita gibt Aśvaghoṣa den alten Bericht getreu wieder. Hier (17, 16) sagt Maudgalyāyana zu Śāriputra: »O Bhikṣu, durch welche Wahrheit gleichsam ein andrer geworden, nahst du ruhig und froh? Hast du etwa heute die Unsterblichkeit (*amṛta*) gefunden? Dieses heitere (*prasanna*) Antlitz ist nicht ohne Ursache[1].« Die zum Teil wörtliche Übereinstimmung mit der Stelle im Drama fällt hier sofort ins Auge.

Es kann darnach keinem Zweifel unterliegen, daß jene Szene aus dem Śāriputraprakaraṇa stammt. Offenbar schloß sich die Unterredung mit dem Vidūṣaka unmittelbar an die Begegnung mit Aśvajit an. Dann begab sich Śāriputra zu Maudgalyāyana; teilte ihm seine Erlebnisse mit, und beide suchten nun den Buddha auf, worauf die Aufnahme in den Orden erfolgte, wie sie uns in der Schlußszene vorliegt.

Das Blatt ist aber nicht nur für die Rekonstruktion des Stückes wertvoll. Fast noch wichtiger ist, daß es beweist, daß der Vidūṣaka in dem Śāriputraprakaraṇa auftrat, und uns überdies zeigt, welche Rolle er hier spielte: er ist der Begleiter des Śāriputra genau so wie er im Nāṭaka den König oder in der Mṛcchakaṭikā den Cārudatta begleitet. An und für sich ist natürlich die Idee, einem nur der Hoffnung auf Erlösung lebenden Bettelmönche — denn das war Śāriputra

---

[1] dge . sloṅ . de . ñid . gaṅ . gis . gźan . bźin . gyur . pa . ste .
brtan . yin . yaṅ . dag . dgaḥ . žiṅ . ñe . bar . soṅ .
khyed . kyis . ḥchi . med . ci . žig . de . riṅ . thob . pa . ste .
bžin . ni . rab . tu . daṅ . ḥdi . gtan . tshigs . med . ma . yin .
Die zweite Zeile hat zwei Silben zu wenig. Vgl. Fo-sho-hing-tsan-king 1401 f.

schon ehe er in den buddhistischen Orden trat — die lustige Person zum Gefährten zu geben, absurd. Wenn es doch geschieht, so beweist das, daß die Verbindung des Vidūṣaka mit dem Helden, er mag sein wer er will, zu Aśvaghoṣas Zeit schon ein so festes Gesetz der Bühne war, daß der Dichter sich ihm nicht entziehen konnte. Für den guten Geschmack Aśvaghoṣas spricht es aber, daß er wenigstens in der feierlichen Schlußszene, wo der Stifter der Religion selbst auftritt, die lustige Person ferngehalten hat[1].

Zum Śāriputraprakaraṇa lassen sich weiter mit ziemlicher Sicherheit die Fragmente K 54—56 stellen. Fragment 56 ist durch zwei Stücke vergrößert worden, so daß der Text jetzt lautet:

a 1 . . . . ddhataḥ — [K].ṇḍi[2] — bhagavan et. kh.[3] . .
2 . . (caratāṃ ||)[4] k[i]ñc[i]d = aty. . . . . ta[5] iti [paś].ā[m]i[6] . .
3 . . . . [y]. . .
b 1 . . [k].[m].[l].[s].[d]ṛ[ś].[7] . . . . lv.n.[y]. . .
2 . . [g]au[ra]ve[ṇ].[8] . . . . mānau nyast.[d].[9]n.t. . .
3 . . . . (vanasya ||)[10] dāha . . . . . . ḥ śilām.ṣo[11] bhās.ara[12]. .

In 54 b 1 lese ich jetzt:

skarot[i] vi[du] . . jñ[ā]nasya jāna[n]. . .

vidu ist zu *viduṣo* oder einem andern Kasus des Wortes zu ergänzen, und die Zeile enthält ebenso wie 56 b 3 Reste einer Śārdūlavikrīḍita-Strophe, die a. a. O. S. 29 nachzutragen sind.

Die äußere Beschaffenheit macht es wahrscheinlich, daß die drei Fragmente demselben Blatte angehören, wenn sich auch die Lage der einzelnen Stücke zueinander nicht bestimmen läßt. Die Gründe, die mich veranlassen, es dem Śāriputraprakaraṇa zuzuweisen, sind die folgenden. Śāriputra und Maudgalyāyana werden in 54 erwähnt[13]. Zweimal, in 55 und 56, wird in den Personenangaben Kauṇḍinya genannt. Es ist ferner der Buddha anwesend, denn in 55 redet Kauṇḍinya eine Person mit *bhagavan* an, dem speziellen Titel des Buddha. Das Wort kommt außerdem noch einmal im Texte von 54 vor. Es handelt sich hier also um eine Szene, in der der Buddha, Śāriputra, Maud-

---

[1] In der ganzen Schlußszene kommt bekanntlich kein Prakrit vor. Daß der Vidūṣaka hier fehlte, ist daher sicher.

[2] Ergänze *Kauṇḍi.* [3] Wahrscheinlich ist *etau khalu* zu ergänzen. [4] *caratām* ist von dem Späteren unter der Zeile nachgetragen. Wohin es gehört, ist nicht ersichtlich. [5] Ergänze *āgacchata* (?). [6] Ergänze *paśyāmi.* [7] Ergänze *kamalasadṛśa°.* [8] Das *au* und das *e* sind später nachgezogen. [9] Die Reste weisen eher auf *da* als auf *ma.* [10] *vanasya* ist von dem Späteren über der Zeile nachgetragen. Wohin es gehört, ist nicht ersichtlich. [11] Das *ṣo* ist unsicher. [12] Lies *bhāsvaraḥ.*

[13] Man beachte auch den Dual *°mānau* in K 56.

galyāyana und Kauṇḍinya auftreten. Das erinnert sofort an die Schlußszene, in der, wie wir oben sahen, der Buddha zusammen mit Śāriputra, Maudgalyāyana und einem dritten dort nicht genannten Schüler erscheint. Vom historischen Standpunkte läßt sich gegen die Annahme, daß Kauṇḍinya der Aufnahme des »edlen Paares« beiwohnte, nichts einwenden, denn Kauṇḍinya war bekanntlich schon geraume Zeit vorher der Jünger des Buddha geworden. In der Schlußszene muß aber noch eine fünfte Person aufgetreten sein, die den Śloka *tribhiḥ śiṣyaiḥ parivṛtaḥ* usw. sprach, da dieser weder dem Buddha noch einem der drei Jünger selbst in den Mund gelegt sein kann. Auch diese Person ist in den Fragmenten erwähnt. In 54 b 2 steht . . *tau ŚāriputraMaudgalyāyanau śramaṇen.* , in 54 a 2 *tataḥ praviśanti śramaṇa . . . i . .* , wo ich das letzte Wort jetzt zu *śramaṇaŚāriputraMaudgalyāyanāḥ* ergänzen möchte. Jedenfalls trat also ein Śramaṇa auf, der das Freundespaar geleitete. Ihm dürfen wir auch unbedenklich jene Strophe zuweisen, da er als buddhistischer Mönch sich des Sanskrits bedienen mußte. Nehmen wir alles zusammen, so werden wir kaum fehlgehen, wenn wir das Blatt, aus dem die Fragmente 54—56 stammen, dicht vor das Blatt K I setzen. Es enthielt die der Aufnahmeszene vorausgehende Szene. Der Buddha steht im Gespräch mit Kauṇḍinya da. Da erscheint Śāriputra und Maudgalyāyana, geführt von einem Mönche. Kauṇḍinya erblickt sie zuerst und macht den Buddha auf sie aufmerksam (56 a 2: (*āgaccha*)*ta iti paśyāmi*).

Zum Śāriputraprakaraṇa gehört endlich auch das Fragment K 65. In b2 habe ich hinter der Śārdūlavikrīḍita-Strophe ein *śa* gelesen. Es ist aber auch der Rest eines *ā*-Striches sichtbar und der untere Teil eines darauffolgenden *ra.* Dahinter ist eine kleine Lücke. Die Ergänzung zu der Personenangabe *Śāri* — ist daher sicher. Das Fragment enthält also das Gespräch des Śāriputra mit einer Sanskrit redenden Person, und dieses Gespräch betrifft den Buddha und die buddhistische Lehre. Es ist von der Wiederkehr des unreinen Aufenthalts im Mutterleibe die Rede, von dem Kreislauf, den der Buddha beseitigt hat, von dem herrlichen Manne, der eine Stätte der Ruhe ist. Den deutlichsten Fingerzeig geben die Worte *abhiniveśayitā*[1] *śreyasi gṛhīto bhavān,* »du bist gefunden als ein Einführer in das Heil«. Das können nur die Worte sein, die Śāriputra an Aśvajit richtete, als er ihm den Heilsweg wies. Das Blatt enthielt also die Szene, in der Śāriputra und Aśvajit sich begegnen.

Es mag noch ein oder das andere Bruchstück hierhergehören, so von größeren K 7, 20, 21, von kleineren 58, das die Personenan-

[1] Im Texte steht davor [*a*]*śv*, was mir unklar ist. Die Verbesserung zu *āśv* ist natürlich unsicher.

gabe *Śāri* enthält, und 90, wo Maudgalyāyana auftritt und wahrscheinlich auch der Vidūṣaka, der eine Person mit *upajjhāya* anredet, aber ein sicherer Nachweis läßt sich nicht führen, und für die Rekonstruktion des Dramas haben daher jene Fragmente keinen Wert. Soweit wir das Śāriputraprakaraṇa verfolgen können, schließt es sich, von Kleinigkeiten abgesehen, durchaus an die Tradition an. Wir dürfen aber nicht vergessen, daß alles, was uns erhalten ist, dem letzten oder den beiden letzten Akten angehört; von dem, was den Inhalt der ersten 7 oder 8 Akte ausmachte, wissen wir nichts.

Die Tatsachen, die den Fragmenten des allegorischen und des Hetärendramas zu entnehmen sind, habe ich in meiner früheren Abhandlung S. 16ff. zusammengestellt. Daß diese beiden Stücke von Aśvaghoṣa verfaßt sind, läßt sich nicht beweisen; die Vermutung, daß die Handschrift die gesammelten dramatischen Werke Aśvaghoṣas enthielt, liegt aber doch so nahe, daß ich es wage, sie auszusprechen.

Als Anhang mögen hier noch einige Nachträge zu meiner Ausgabe des Textes der Dramen Platz finden. Den fortgesetzten Bemühungen meiner Frau ist es gelungen, noch nach der Drucklegung kleinere Stücke mit den veröffentlichten Fragmenten zusammenzusetzen, wodurch teils der Text bereichert, teils die Lesung gesichert oder auch berichtigt wird, wie ihr auch die schon erwähnte Ergänzung der Fragmente 14, 15 und 56 verdankt wird. Ich gebe im folgenden einzelne Zeilen oder, wo es nötig ist, die ganzen Fragmente in der Form, wie sie jetzt vorliegen.

Nr. 6. Vorderseite. 1 [ā] .v. . .
2 100 vitto na . .
3 30 vyādhimara . .

Rückseite. 1 . . . . . .
2 nīloppal.[1] . .
3 tavyam[2] aho . .
4 ṅ..t.ḥ [y]. . .

Unter der 30 ist der winzige Rest eines Einers sichtbar. Die Prakritform *nīloppal(a)* ist unter den Anonymen a. a. O. S. 52 nachzutragen.

Nr. 7. Vorderseite. 3 . . . . [dhā]c = ca na bbhraśyati — vidū — yadi evaṃ la . .

Rückseite. 1 . . .[dh]. bṛhadrathen = ātirathena nirmitaṃ svalaṅkṛta . .

---

[1] Das Wort ist später nachgezogen. [2] Das *ta* ist später hinzugefügt.

Ursprünglich hatte der Schreiber °*rūthena ni*° geschrieben, wie ich auch gelesen hatte. Er hat aber, wie es scheint, selbst das *ū*-Zeichen gelöscht. °*dhāc ca na bbhraśyati* ist der Schluß der in Z. 2 beginnenden Śārdūlavikrīḍita-Strophe, die Zeile der Rückseite der Rest einer Vaṃśastha-Strophe.

Nr. 12. a 3 . . atha bhavati vane = pi b.ān.apañ.en.iyā.[v].[1]. .
b 1 . . viya — nāya — dhik abh.kṣuk[ī]yam = a.u.ṭh[i][2]. .

Nr. 13. Das Fragment 103 gehört unmittelbar links vor 13.
a 3 . . [kā] — bhaṭṭā iya.[3] mhi — Dhānaṃ — gat = āsi Somadattassa śvaśurakulaṃ — ceṭi — bha[4]. .
4 . . [p]a[k]o b.h.[k]ī . . [l]olo[5] vā tti — Dhānaṃ — susnigdhā samprati pa[k]tīḥ atha snānoda[k]. . .
b 1 . . .y.m = a[n]u[ṣ]ṭh.[y].[t]. . . [t].[6] — brāhma — bhos = tathā — niṣkrāntaḥ — nāya — vayasya gaccha t[v].[7] . .
2 . . tatr = aiva gac[ch]āmi — Dhānaṃ — ārtthasiddhaye — vidū — bho Dhānañjaya sigghaṃ miṭṭhāmiṭṭhaṃ . .

Die Erkenntnis der Zusammengehörigkeit dieser beiden Fragmente ist sehr wertvoll, da dadurch die von mir vorgeschlagene Ergänzung von *iy.* zu *iyaṃ* bestätigt und die Erklärung des *bhaṭṭā* als Vokativ gesichert wird. Diese beiden Formen gehören aber zu den Hauptzeugen für den Śaurasenī-Charakter des hier vorliegenden Prakrits (a. a. O. S. 48). Ich habe die Worte *bhaṭṭā iy.* früher mit Vorbehalt der Hetäre zugewiesen. Der Zusammenhang zeigt jetzt, daß sie der Dienerin zukommen, und daß der Buchstabenrest am Anfang der Zeile a 3 von einem *kā* stammt, das zu *ceṭikā* zu ergänzen ist. Damit ist die Frage, ob die Dienerin Alt-Śaurasenī spricht, entschieden (a. a. O. S. 52).

Nr. 16. a 1 . . .t. [k]. [t]. . . . . .kh.[s]s.ti — nirvvarṇṇa[y].[8]. .
2 . . grāmam = prasthitā — nāya — eṣa panthā gamyatām — . .
b 3 . . dṛṣṭvā ca prītir = āgatā duḥkhe khalv = āntare vartte ro[ṣ]. . .
4 . . .i . . . . . . .ā . . . . .i . . . . naṃ[9] — ayaṅ = kila . .

Nr. 29. a 1 . . ryyākula ajīvika[10]. .
b 4 . . [ga]cchati — gaṇi — kahi[11]. .

[1] Ergänze *bbhrāntapañcendriyāśvo*. [2] Ich ergänze jetzt *abhikṣukīyam · anuṣṭhitam*. [3] Ergänze *iyaṃ*. [4] Ergänze *bhaṭṭā*; der Buchstabenrest stimmt dazu. [5] Über *pako* und *kī. . lo* sind von dem Späteren zwei Wörter geschrieben, die wahrscheinlich Glossen zu den darunterstehenden Wörtern sind. Das erste endete auf *lako*, das zweite wohl auf *ko*. Ist *bahukīlālolo* zu ergänzen und dies Schreibfehler für *bahukīlālo*? [6] Ich ergänze jetzt *anuṣṭhīyatān · tāta*. [7] Ergänze *tvam*. [8] Ergänze *nirvvarṇṇayati*. [9] Ergänze — *Dhānaṃ*. [10] Die Zeile ist später nachgezogen. Ergänze *paryyākula ājīvikaḥ*. [11] *hi* ist später nachgezogen. Ergänze *kahiṃ*.

Der Ājvika-Mönch wird in demselben Fragment in b 1 erwähnt. Die Prakritform *kahi(ṃ)* ist a. a. O. S. 43 nachzutragen.

Nr. 46. Dieses Fragment wird durch ein kleines Stück mit Nr. 97 verbunden.

a 1 . . [ṇ]ṭhā — upā — evam tāva brāhma[ṇ]. . .
2 . . d=.paiti[1] bhāga[ma]hato ya.n. . .
3 . . . . to ayan=tassa pa . .
b 1 . . . . vopaśamarasasya[2] . .
2 . . . . .ṭ. . . . . tikayya[k]i[yā] . .
3 . . ti may=ābhihitaṃ mada i[v]. . .

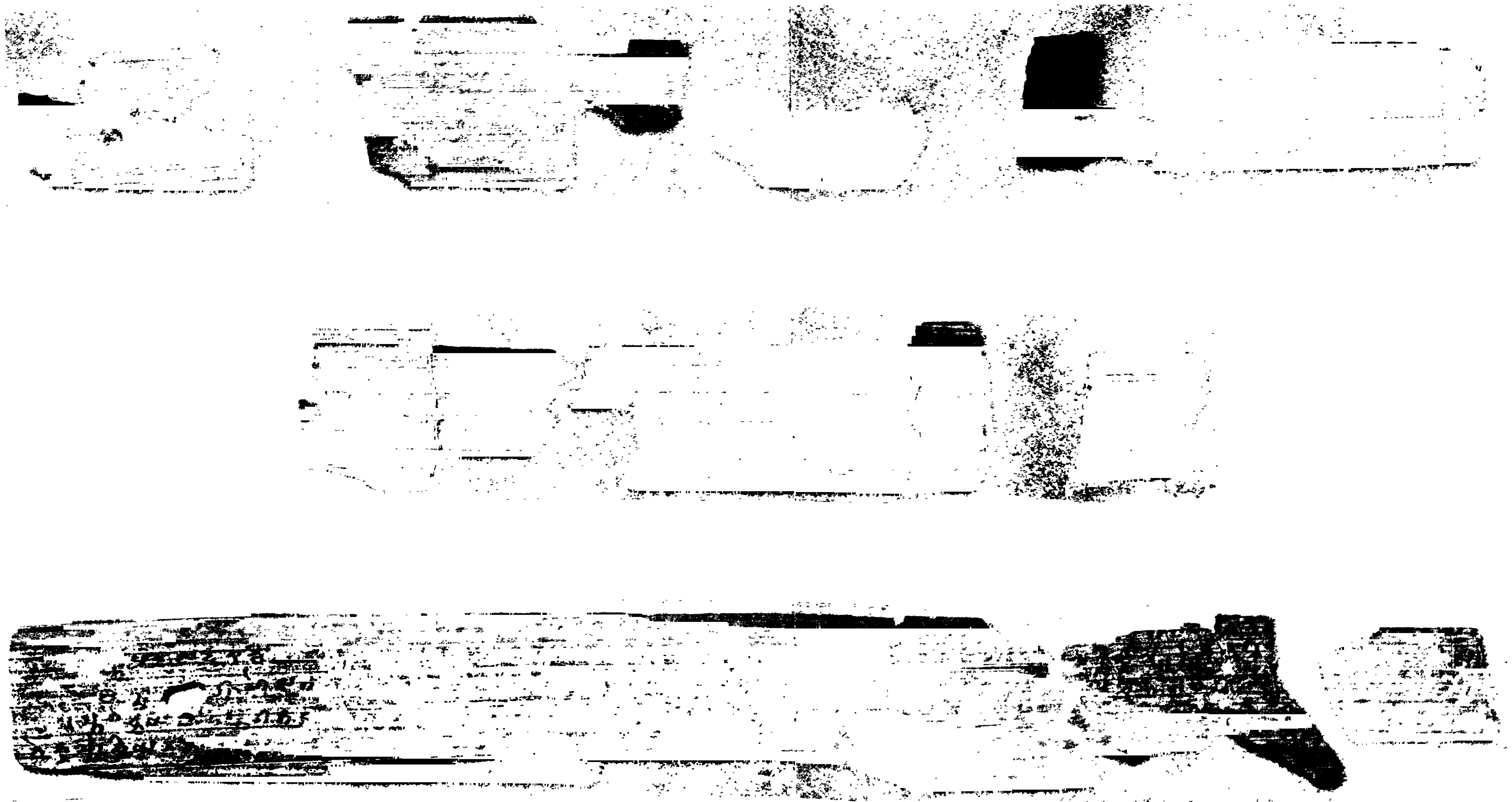
Die Zeile a 2 ist der Rest einer Śārdūlavikrīḍita-Strophe. Die Prakritwörter von a 3 und b 2 sind unter den Anonymen a. a. O. S. 53 nachzutragen. Übrigens gehört das Fragment wahrscheinlich demselben Blatte an wie Nr. 47, und die Worte in 46 a 2 und 47 a 2 sind Teile derselben Strophe.

Nr. 53. a 1 . . [kaṇ]ṭhabaddhe[3] kaṇṭhaviṭṭhit. . . n. śa.vutt[e] —
2 . . [da]ttena[4] śaha śamāgaccha[tu] hi
b[5] 1 . . ntantena ca tan=na c=ārcchati tatas=tad=dhetu
2 . . parivārā hasantī dhīrodatta[6]
3 . . avasthitā ca Maga[dh]a . . [t]ī[7] . . .i . .

Die Worte der Seite a sind Alt-Māgadhī. Es ist also auch die erste Zeile nicht unter die Anonymen, sondern in die Liste a. a. O. S. 35 zu stellen. Die Ergänzung und Erklärung der ersten Zeile ist bei dem Fehlen des Zusammenhanges schwierig. Sollte etwa *kaṇṭhaviṭṭhitālāne śaṃvutte* = *kaṇṭhaveṣṭitālānaḥ saṃvṛttaḥ* zu lesen sein?

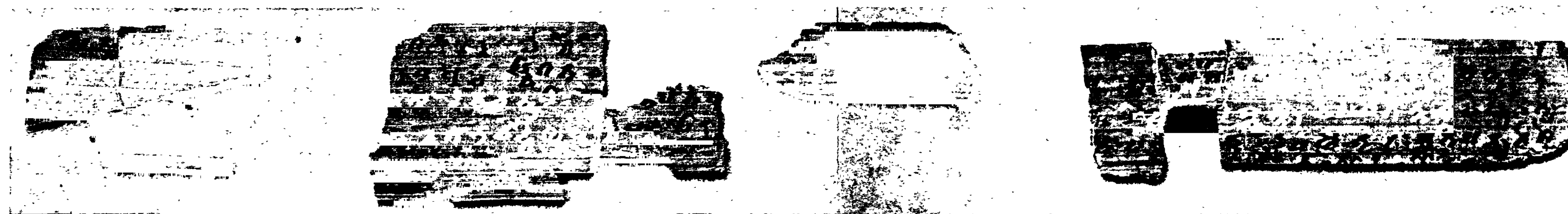
[1] Ergänze *upaiti*. [2] Unter *sa* ist *ya* getilgt. [3] *kaṇ* ist nicht sicher. [4] Ergänze *Śomadattena* (?). [5] Die ganze Seite ist später nachgezogen; von der ursprünglichen Schrift sind nur noch Spuren sichtbar. [6] Diese Worte sind von dem Späteren nachgetragen; wo sie einzuschieben sind, ist nicht ersichtlich. Lies *dhīrodātta* (?). [7] Ergänze *Magadhavatī*.

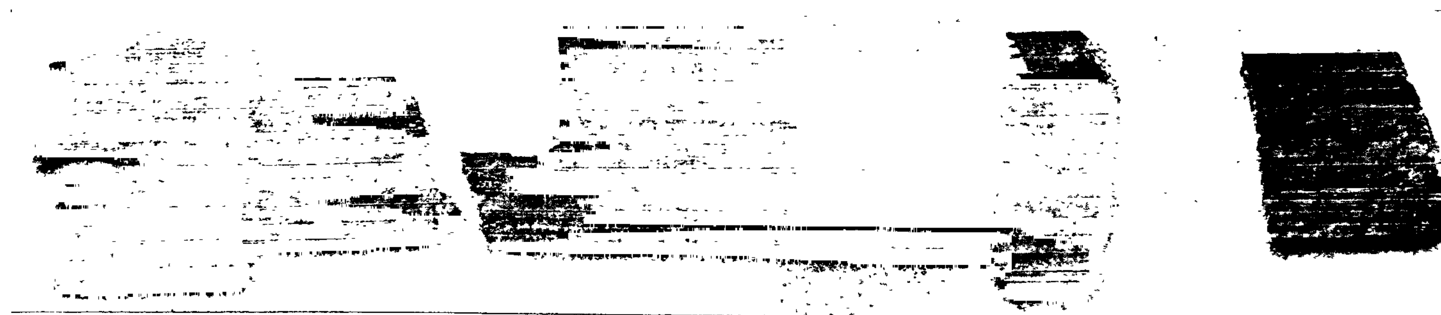
Ausgegeben am 20. April.

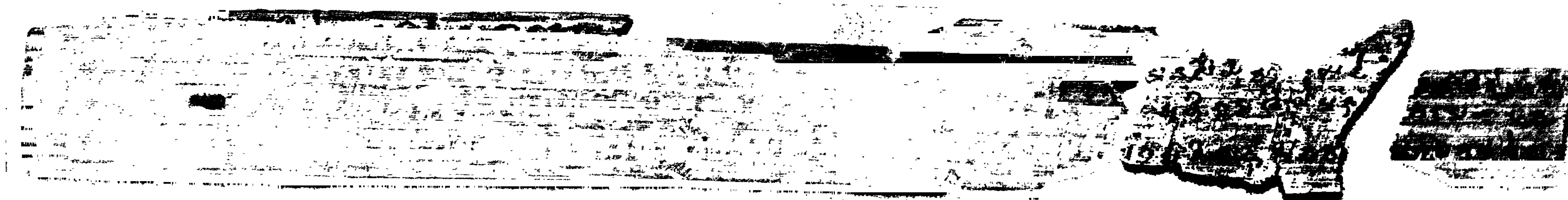


Vorderseiten.

LÜDERS: Das Śāriputraprakaraṇa, ein Drama des Aśvaghoṣa.







Rückseiten.

LÜDERS: Das Śāriputraprakaraṇa, ein Drama des Aśvaghoṣa.

SITZUNGSBERICHTE 1911.

XVIII.

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

30. März. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Waldeyer.

1. Hr. Liebisch las über den Schichtenbau und die elektrischen Eigenschaften des Zinnerzes.

Die Verschiedenheiten der Erscheinungen, welche Zinnerzkrystalle darbieten, wenn sie in krystallographisch verschiedenen Stellungen als Anzeiger für elektrische Wellen benutzt werden, sind auf den Schichtenbau dieser Krystalle zurückzuführen.

2. Hr. Liebisch legte eine Abhandlung des Hrn. Dr. Fr. Schwietring in Celle vor: Über den Polarisationswinkel der durchsichtigen inactiven Krystalle.

Mit Hülfe der uniradialen Polarisationsrichtungen wird eine wesentliche Vereinfachung der von F. Neumann aufgestellten analytischen Bedingung für den Polarisationswinkel gewonnen. Sie lässt sich geometrisch dahin deuten, dass der Schwächungscoefficient für die eine der beiden von A. Cornu eingeführten Hauptrichtungen in der einfallenden Wellenebene gleich Null wird. Hierin ist die von J. MacCullagh gegebene Definition des Polarisationswinkels als ein besonderer Fall enthalten. Allgemein gilt der Satz von MacCullagh, dass die reflectirte Wellennormale senkrecht zur Schnittgeraden der Polarebenen der beiden gebrochenen Wellen steht.

Über den Schichtenbau und die elektrischen Eigenschaften des Zinnerzes.

Von Th. Liebisch.

Hr. Dr. G. Seibt in Berlin-Schöneberg gestattete mir, mit den Hilfsmitteln seines physikalisch-technischen Laboratoriums einige Mineralien auf ihre Verwendung als Anzeiger für elektrische Wellen zu prüfen. Dabei bemerkte ich ein eigentümliches Verhalten des Zinnerzes. Unter übereinstimmenden Versuchsbedingungen erwiesen sich Zinnerzkristalle zwischen zwei Metallelektroden des Indikatorkreises nur dann als Wellenanzeiger, wenn die Elektroden auf Pyramidenflächen gesetzt wurden. Dagegen blieben sie unwirksam, wenn die Elektroden mit Prismenflächen in Berührung standen. Die nähere Untersuchung ergab, daß dieses Verhalten auf den Schichtenbau der Zinnerzkristalle zurückzuführen ist.

I. Schichtenbau, optisches und thermoelektrisches Verhalten.

In einfachen Kristallen aus Selangor umgibt eine von den Prismen {110}, {100} begrenzte helle gelblichgraue Hülle einen dunkelgrauen Kern, dessen Querschnitt nach der frei ausgebildeten Endigung hin zunimmt, so daß der Kern hier unmittelbar von den Pyramiden {111}, {101} begrenzt wird.

Zur qualitativen Prüfung des thermoelektrischen Verhaltens gegen Kupfer wurde ein Zeigergalvanometer benutzt, das durch Kupferdrähte mit zwei zugespitzten Kupferstäben verbunden war. Die Stäbe wurden an die zu untersuchende Fläche gelegt, nachdem der eine von ihnen in einem Bunsenbrenner erwärmt worden war.

In den Kristallen aus Selangor ist nur der dunkle und ziemlich scharf abgegrenzte Kern stark negativ thermoelektrisch gegen Kupfer, während die helle Umhüllung unwirksam bleibt. Für diese Prüfung sind angeschliffene Flächen geeigneter als die ursprüngliche rauhe Oberfläche der Kristalle.

Ebenso verhalten sich einfache Kristalle aus Cornwall, die einen dunkeln Kern in hellerer Umhüllung und eine dunkle Kappe zeigen[1].

Von besonderem Interesse ist der innere Bau der Zinnerzkristalle des sächsisch-böhmischen Erzgebirges, über den früher F. BECKE und A. PELIKAN berichtet haben[2].

Aus einem Kristall von Schlaggenwald wurde zunächst dicht unter den Kanten zwischen {111} und {110} eine Platte parallel zur

Fig. 1.



Fig. 2.

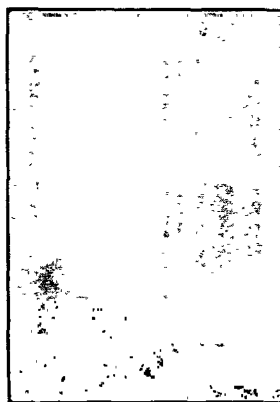


Fig. 3.

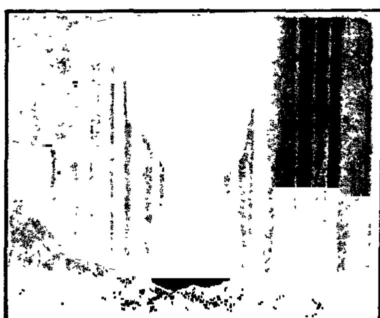


Fig. 4.



Basis entnommen (Fig. 1)[3]. Darauf wurde der untere Teil des Kristalls nach den beiden Flächenrichtungen des Prismas {100} so zerlegt, daß zwei Platten entstanden, die ungefähr die Mitte des Kristalls trafen (Fig. 2, 3). In den Abbildungen tritt der Wechsel aufeinanderfolgender verschiedenfarbiger Schichten hervor. Am dunkelsten gefärbt erschei-

[1] Vgl. H. TERTSCH, Denkschr. Akad. d. Wiss. Wien. Math.-naturw. Kl. 84, 574, 576; 1908.

[2] F. BECKE, Min. Mitt. 1877, 243; A. PELIKAN, Min.-petr. Mitt. 16, 27; 1896.

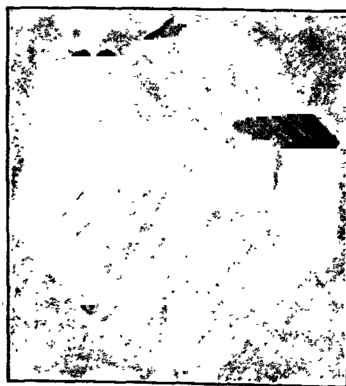
[3] Die Figuren sind in dreifacher linearer Vergrößerung aufgenommen.

nen die Anwachspyramiden des Prismas {100} und namentlich der Kern, der eine Sanduhrgestalt besitzt.

Noch deutlicher wird der Schichtenbau in den zur optischen Axe parallelen Platten, wenn sie über einem Polarisator gedreht werden. Die farbigen Zonen erscheinen dann hellgraubraun oder dunkelrotbraun, je nachdem die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes parallel oder senkrecht zur optischen Axe liegt. Fig. 4 gibt eine Anschauung von der starken Absorption der außerordentlichen Welle in diesen Zonen.

Ein zweites Verfahren zum Nachweis der optischen Verschiedenheiten in aufeinanderfolgenden Schichten besteht in der Kombination einer zur optischen Axe parallelen Zinnerzplatte mit einem Quarzkeil. Da Zinnerz und Quarz gleichen, nämlich positiven Charakter der Doppelbrechung besitzen, muß die Kante des Keils parallel zur optischen Axe des Quarzes liegen. Betrachtet man im einfarbigen Licht zwischen gekreuzten Nicols die beiden in Subtraktionslage gebrachten Präparate, so beobachtet man in den stärker gefärbten Schichten eine Verschiebung der durch den Keil für sich erzeugten Interferenzstreifen im Sinne zunehmender Dicke des Keils. Demnach ist hier die Doppelbrechung des Zinnerzes größer als in den schwach gefärbten Zonen.

Fig 5.



Aus einem anderen Kristall ist die in Fig. 5 abgebildete Platte parallel zur Basis geschnitten. Auch in ihr sind die Verschiedenheiten der Färbungen in den Anwachspyramiden der beiden Prismen beträchtlich.

Ein an beiden Enden ausgebildeter Kristall zeigt in einem Schnitt parallel einer Flächenrichtung des Prismas {100} dunkle Kappen unter den Pyramidenflächen. Fig. 7 stellt die Platte im gewöhnlichen Lichte dar, Fig. 8 veranschaulicht die starke Absorption der außerordentlichen Welle.

Fig. 6.

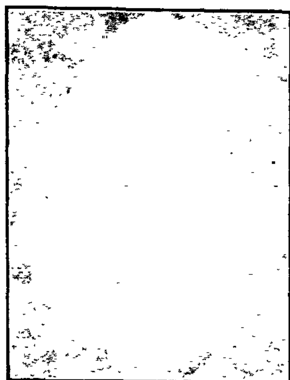
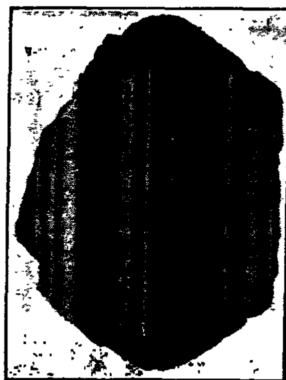


Fig. 7.



Mit diesen Strukturverhältnissen stehen nun die thermoelektrischen Eigenschaften der Platten in unmittelbarer Beziehung. Die hellen Zonen sind unwirksam. Die thermoelektromotorische Kraft wächst mit der Intensität der Färbung. Am stärksten wirken die Anwachspyramiden des Prismas $\{100\}$, der dunkle Kern und die dunkeln Kappen[1].

II. Einwirkung elektrischer Wellen.

Die von Hrn. Dr. G. Seibt vorgeschlagene Versuchsanordnung ist schematisch in Fig. 8 dargestellt.

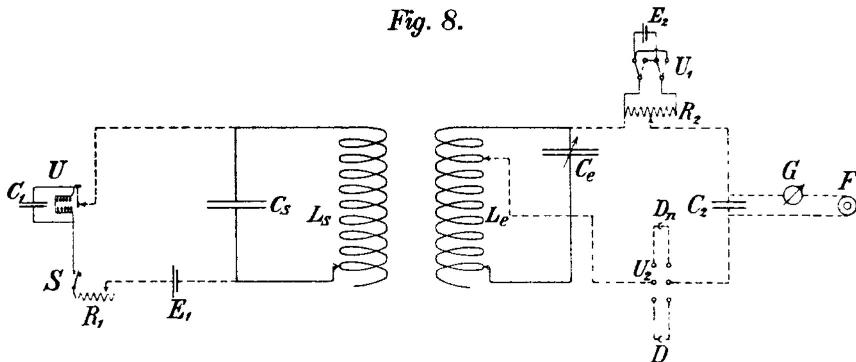
Das Sendersystem bestand aus einem geschlossenen Schwingungskreise L_s, C_s, in dem die Schwingungen in einer in der Hochfrequenztechnik üblichen Weise durch Stromunterbrechung erzeugt wurden. Mit dem Kreise war eine Stromquelle E_1, ein Regulierwiderstand R_1, ein Stromschlüssel S, ein Unterbrecher U und ein Sperrkondensator C_1 verbunden. Die Induktionsspule L_s war stufenweise veränderlich. Der Kondensator C_1 sollte die Funken an der Unterbrechungsstelle möglichst unterdrücken und dadurch eine möglichst schnelle Unterbrechung des Stromes in L_s, die eine notwendige Voraussetzung für die Erregung elektrischer Schwingungen in dem Kreise L_s, C_s bildet, herbeiführen.

---

[1] Die Inhomogeneität der Zinnerzkristalle erschwert die Messungen der Elektrizitätsleitung und der Thermokraft. O. Reichenheim fand die hellen Stellen eines Kristalls von Altenberg in Sachsen nichtleitend; dagegen besaß ein Stab aus einer undurchsichtigen Stelle ein verhältnißmäßig sehr großes Leitvermögen (Über die Elektrizitätsleitung einiger natürlich-kristallisierter Oxyde usw., Inaug.-Diss., Freiburg i. B. 1906, 23; vgl. Joh. Königsberger und O. Reichenheim, N. Jahrb. f. Min. 1906, II, 29). — C. Doelter bestimmte die Abnahme des elektrischen Widerstandes bis 1430° C (Sitz. Ber. d. Akad. d. Wiss. Wien, Math.-naturw. Kl. **119**, 70; 1910). — Die Ermittelung der Dielektrizitätskonstanten des Zinnerzes von Altenberg wurde durch die große Leitfähigkeit verhindert (W. Schmidt, Ann. d. Phys. (4) **9**, 934; 1902).

Die im Sender erzeugten Schwingungen wurden in loser magnetischer Koppelung übertragen auf das Empfängersystem, das aus dem abstimmbaren geschlossenen Resonatorkreise L_e, C_e und dem damit direkt verbundenen Indikatorkreise mit dem Wellenanzeiger D bestand. In Fig. 8 bedeutet L_e eine stufenweise veränderliche In-

Fig. 8.



duktionsspule und C_e einen kontinuierlich veränderlichen Drehplattenkondensator, der eine genaue Abstimmung der beiden Schwingungskreise gestattete[1]. Der Indikatorkreis wurde von der Spule L_e abgezweigt und konnte durch Verschieben eines Kontaktes mit dem Hauptkreise mehr oder weniger fest gekoppelt werden. Er enthielt den Wellenanzeiger D, den Sperrkondensator C_2 und in paralleler Schaltung mit C_2 den Fernhörer F und das Galvanometer G. Mit Hilfe des Umschalters U_2 konnte ein Vergleichsdetektor D_n eingeführt werden. Durch Regulierung von L_e und C_e wurde der Empfänger auf den Sender abgestimmt, bis ein Tonmaximum im Fernhörer oder ein maximaler Ausschlag im Galvanometer auftrat.

In dem Indikatorkreise befand sich auch eine Potentiometerschaltung E_2, R_2, U_1, um prüfen zu können, ob die Empfindlichkeit der Wellenanzeiger durch Änderung eines Hilfsstromes sich ändert.

Mit dieser Vorrichtung konnte die Prüfung der bei D eingeschalteten Zinnerzkristalle oder der aus ihnen hergestellten Platten bequem und genau ausgeführt werden. Besonders stark reagierte der dunkle Kern der Kristalle aus Selangor, während die helle Umhüllung unwirksam blieb. Als an Kristallen von Schlaggenwald die Elektroden auf eine Fläche des Prismas {110} gesetzt wurden, war im Fernhörer meist gar kein Geräusch oder nur ein ganz schwaches Summen wahrzunehmen. Auch wenn eine Elektrode auf eine Fläche der Pyramide {111} verschoben wurde, blieb das Geräusch noch schwach. Dagegen wurde es sofort sehr stark, sobald beide Elek-

[1] Es wurde ein Präzisions-Drehkondensator nach dem System Seibt-Köpsel verwendet, der sich bei diesen Versuchen vorzüglich bewährte.

troden auf einer Pyramidenfläche standen. In der unmittelbaren Nähe der Kanten von {111} und {110} trat der große Unterschied im Verhalten der Schichten unter diesen Grenzflächen auffallend hervor. An einem Kristall, der außer den Pyramiden {111} und {101} die Basis darbot, konnte festgestellt werden, daß auch das Gebiet unter dieser Fläche wirksam ist. Die an Zwillingsgrenzen in einspringenden Winkeln zuzusammenstoßenden Pyramidenflächen reagierten auch dann noch, wenn die Elektroden auf verschiedene Individuen des Zwillings gesetzt wurden.

III. Chemische Zusammensetzung.

Die Zusammensetzung des Zinnerzes ist noch nicht genügend erforscht, da es bisher nicht möglich gewesen ist, die Natur der in den farbigen Zonen gemischten Oxyde vollständig zu ermitteln. Aus den älteren Durchschnittsanalysen ist ersichtlich, daß neben Zinndioxyd ein wechselnder Gehalt an Eisenoxyd auftritt. Zuweilen sind auch TiO_2, SiO_2, CaO, CuO, Nb_2O_5, Ta_2O_5 usw. beobachtet worden. Versuche zur synthetischen Darstellung von Mischkristallen aus Zinndioxyd und anderen Oxyden hat H. TRAUBE begonnen[1].

Vor kurzem hat G. EBERHARD in seinen spektrographischen Untersuchungen über die Verbreitung des Scandiums auf der Erde gezeigt, daß das Zinnerz zu den an Scandium reichsten Mineralien gehört[2]. Da eine Mitteilung über die Gesamtheit der in den Bogenspektren von Zinnerzkristallen nachweisbaren chemischen Elemente bisher nicht vorlag, habe ich Hrn. Prof. EBERHARD ersucht, seine Aufnahmen, in denen eine Anregung zu neuen vollständigeren Analysen enthalten ist, ausführlich zu beschreiben[3].

Bogenspektren von Zinnerzkristallen.

Aufgenommen von G. EBERHARD in Potsdam.

Element		Wellenlänge λ	Intensität I	Zinnwald, Böhmen I.	Mariaschein bei Graupen, Böhmen II.	Schlaggenwald, Böhmen III.	Ivigtut, Böhmen IV.	Onongebiet, Transbaikalien V.
Aluminium . . .	Al	3082	500	ziemlich stark	leicht sichtbar	leicht sichtbar	ziemlich stark	leicht sichtbar
		3093	800					
		3944	800					
		3962	1000					

[1] H. TRAUBE, N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. X, 470; 1895.

[2] G. EBERHARD, diese Sitzungsber. 1908, 851; 1910, 404.

[3] Die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Wellenlängen und Intensitäten sind entnommen aus F. EXNER und E. HASCHEK, Wellenlängentabellen auf Grund der ultravioletten Bogenspektren der Elemente, Leipzig u. Wien 1904.

Element		Wellenlänge λ	Intensität *I*	Zinnwald, Böhmen I.	Mariaschein bei Graupen, Böhmen II.	Schlaggenwald, Böhmen III.	Ivigtut, Böhmen IK.	Onongebiet. Transbaikalien V.
Calcium	Ca	3934	500	ziemlich stark	stark	ziemlich stark	leicht sichtbar	leicht sichtbar
		3969	300					
		4227	1000					
Chrom	Cr	3579	30	—	schwach	—	—	—
		3594	30					
		3605	30					
		4255	50					
		4275	50					
		4290	30					
Kupfer	Cu	3248	1000	leicht sichtbar	leicht sichtbar	sichtbar	sichtbar	leicht sichtbar
		3274	800					
Eisen	Fe	sämtliche starken Linien		stark	ziemlich stark	stark	stark	ziemlich stark
Gallium	Ga	4172	30	sichtbar	sichtbar	sichtbar	sichtbar	—
Indium	In	3256	100	leicht sichtbar	—	—	—	—
		4102	200					
		4512	300					
Kalium	K	4044	200	—	—	—	sehr schwach	—
		4047	200					
Magnesium ..	Mg	2796	200	—	nicht mit Sicherheit nachweisbar			
		2852	500					
Mangan	Mn	4031	100	sichtbar	sichtbar	sichtbar	sichtbar	sehr schwach
		4033	100					
		4035	50					
Molybdän ...	Mo	3133	30	äußerst schwach	—	—	—	—
		3170	20					
		3194	20					
		3798	50					
		3864	50					
Niobium	Nb	4033	20	leicht sichtbar	—	leicht sichtbar	stark	sichtbar
		4059	50					
		4080	30					
		4101	30					
		4191	20					
		4206	20					
Scandium . .	Sc	3614	30	stark	nicht mit Sicherheit nachzuweisen	sichtbar	nicht mit Sicherheit nachzuweisen	—
		4247	50					
Zinn	Sn	alle Linien sichtbar, zum Teil mit außerordentlicher Stärke						
Strontium ...	Sr	4078	1000	äußerst schwach	—	äußerst schwach	—	—
		4216	100					
		4608	500					

Element		Wellenlänge λ	Intensität I	Zinnwald, Böhmen I.	Mariaschein bei Graupen, Böhmen II.	Schlaggenwald, Böhmen III.	Ivigtut, Böhmen IV.	Ononogebiet, Transbaikalien V.
Silicium	Si	2882 3906	30 15	leicht sichtbar	leicht sichtbar	leicht sichtbar	leicht sichtbar	schwach
Tantal	Ta	3311 3627 3642 4511	10 10 10 8	äußerst schwach sichtbar	—	—	—	—
Titan	Ti	sämtliche starken Linien		stark	stark	stark	stark	stark
Vanadium ...	V	3184 3186 4379 4385 4390	20 20 30 30 20	—	stark	—	sehr schwach	schwach
Wolfram	Wo	4009 4075 4103 4295 4484	10 8 5 10 10	stark	sichtbar	stark	—	—
Zirkonium ...	Zr	3392 3438 3496	10 8 10	schwach	äußerst schwach	sichtbar	—	sehr schwach

Nicht vorhanden oder wenigstens nicht nachweisbar sind die Elemente: Silber, Gold, Baryum, Beryllium, Lithium, Natrium, Germanium, Nickel, Kobalt, Blei, Yttrium, Neodym, Thorium.

Die spektrale Empfindlichkeit des Zinns ist außerordentlich groß, so daß sich leicht 0.1 Prozent, durch Verdampfung genügender Mengen wahrscheinlich noch 0.02 Prozent, nachweisen lassen. Für die geringsten Mengen sind die Linien mit den Wellenlängen 3175 und 3263 (Intensität 100), zuweilen auch noch die Linien 3009 und 3034 (Intensität 50) charakteristisch. Ist etwa 1 Prozent Zinn vorhanden, so werden auch die Linien mit den Intensitäten 20 und 10 sichtbar.

Nachtrag.

Inzwischen hat Hr. Prof. R. J. MEYER in Berlin eine neue Analyse des Zinnerzes von Schlaggenwald ausgeführt. Es wurde ein großer, etwa 8 g wiegender, sehr schön ausgebildeter Kristall benutzt, dessen Bruchstücke aus der Umgebung einer Prismenfläche 100 mit rötlichem Lichte durchsichtig waren und sich frei von Einschlüssen erwiesen. Das feine Pulver war von schwach rötlicher Farbe.

Der Aufschluß des Minerals erfolgte durch Glühen des sehr feinen Pulvers im Wasserstoffstrome. Hierbei findet vollständige Reduktion der Zinnsäure zu Metall statt. Nach Extraktion des geschmolzenen Zinns mit konzentrierter Salzsäure bleiben Titansesquioxyd und Kieselsäure ungelöst zurück. Dieser Rückstand wurde geglüht, gewogen und zur Bestimmung der Kieselsäure mit Flußsäure und Schwefelsäure abgeraucht. Die Titansäure wurde durch die für sie charakteristischen Reaktionen als solche identifiziert. Tantalsäure, Niobsäure, Wolframsäure und Molybdänsäure sind nicht vorhanden. Das Zinn wurde mit Schwefelwasserstoff als Sulfid gefällt und als SnO_2 gewogen. Aus dem Filtrat vom Zinnsulfid wurde Eisen und Tonerde mit Ammoniak gefällt. Aus der sauren Lösung dieses mit Ammoniak fällbaren Anteils schied sich auf Zusatz von Oxalsäure eine kleine Menge seltener Erden aus.

SnO_2	99.33	Prozent
TiO_2+SiO_2: 1. 0.56; 2.	0.59	Prozent
TiO_2	0.44	Prozent
SiO_2	0.13	»
$Fe_2O_3+Al_2O_3$	0.17	»
Seltene Erden	0.10	»
	100.17	Prozent

Über den Polarisationswinkel der durchsichtigen inaktiven Kristalle.

Von Dr. FR. SCHWIETRING
in Celle (Hannover).

(Vorgelegt von Hrn. LIEBISCH.)

Die erste allgemeine Theorie über den Polarisationswinkel i^* der durchsichtigen inaktiven Kristalle ist von F. NEUMANN[1] aufgestellt worden. Er definiert i^* in einer bestimmten Einfallsebene als den Winkel, unter dem natürliches Licht einfallen muß, damit es nach der Reflexion an dem Kristall vollständig polarisiert ist. Das Azimut des reflektierten Lichtes nennt er die Ablenkung α der Polarisationsebene. Die Bedingungen für i^* und α werden von NEUMANN auf analytischem Wege gebildet. Dabei ergibt sich, daß i^* gleich dem Einfallswinkel i' ist, für den eine bestimmte einfallende geradlinig polarisierte Welle W' mit dem Polarisationsazimut ε' nach der Reflexion die Amplitude Null besitzt, d. h. nicht reflektiert, sondern nur gebrochen wird.

J. MACCULLAGH[2] benutzt eine geometrische Methode. Er definiert i^* in einer bestimmten Einfallsebene als den Einfallswinkel, für den die uniradialen Polarisationsrichtungen $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2$ in der reflektierten Wellenebene W_r zusammenfallen. Sind ρ_1, ρ_2 die ihnen entsprechenden Polarisationsazimute, so ist demnach $\rho_1 = \rho_2$ die Bedingung für i^*, und es ist: $\alpha = \rho_1 = \rho_2$. Durch Gleichsetzung der Ausdrücke für $\operatorname{tg}\rho_1$ und $\operatorname{tg}\rho_2$ erhält MACCULLAGH in speziellen Fällen dieselben Formeln für i^* wie NEUMANN. Da $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2$ die Schnittlinien der Polarebenen $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2$ der beiden gebrochenen Wellen mit W_r sind, so folgt, daß für i^* die reflektierte Wellennormale senkrecht zur Schnittlinie von $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2$ steht.

Die Betrachtungsweise MACCULLAGHS ist den komplizierten Rechnungen NEUMANNS durch die anschauliche Darstellung und die Ein-

[1] F. E. NEUMANN, Theoretische Untersuchung der Gesetze, nach welchen das Licht an der Grenze zweier vollkommen durchsichtigen Medien reflektiert und gebrochen wird. Abh. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1835. — Gesammelte Werke. 2. S. 394 bis 427, 512—532. Leipzig 1906.

[2] J. MACCULLAGH, Coll. Works S. 99. 1880 (1837).

fachheit der Ergebnisse überlegen. Deshalb ist ihr auch in den Darstellungen der Kristalloptik mit Recht der Vorzug gegeben[1]. Ich habe jedoch darauf hingewiesen[2], daß MacCullaghs Definition nicht so allgemein ist wie die von Neumann. Ist nämlich die Einfallsebene eine optische Symmetrieebene des Kristalls, so stehen $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2$ nach Symmetriegründen stets zueinander senkrecht; ein Polarisationswinkel im Sinne MacCullaghs existiert hier also nicht. In der vorliegenden Abhandlung soll die Allgemeinheit der Neumannschen Definition und die Anschaulichkeit der MacCullaghschen Methode gewahrt bleiben. Zu dem Zwecke wird die Neumannsche Rechnung auf die uniradialen Polarisationsrichtungen transformiert. Dadurch wird das Endresultat erheblich vereinfacht, das nun die MacCullaghsche Bedingung $\rho_1 = \rho_2$ als einen speziellen Fall in sich enthält. Weiter wird gezeigt, daß die neue Bedingung für i^* auch eine allgemeine geometrische Deutung gestattet.

I. Die Transformation der Neumannschen Bedingung für i^* auf die uniradialen Polarisationsrichtungen.

1. Zunächst soll der Gedankengang der Neumannschen Rechnung dargelegt werden[3]. Es falle eine ebene, geradlinig polarisierte Welle unter dem Polarisationswinkel i^* auf die ebene Grenzfläche eines Kristalls. Die Amplitude dieser einfallenden wie auch die der reflektierten Welle werde nach den Richtungen parallel und senkrecht zur Einfallsebene zerlegt; die Komponenten seien S, P, R_s, R_p. Die Grenzbedingungen führen zu der Darstellung:

$$\begin{aligned} R_p &= p \cdot P + s' \cdot S, \\ R_s &= p' \cdot P + s \cdot S, \end{aligned} \qquad 1.$$

wo die Koeffizienten p, p', s, s' kompliziert zusammengesetzte, bekannte Funktionen von i^* und von der Orientierung der Grenzebene und der Einfallsebene sind. Die Polarisationsrichtung der unter dem Azimut α reflektierten Welle sei $\mathfrak{p}$; dann hat die reflektierte Amplitude parallel und senkrecht zu $\mathfrak{p}$ die Komponenten:

$$\begin{aligned} R'_s &= R_p \sin\alpha + R_s \cos\alpha = P(p \sin\alpha + p' \cos\alpha) + S(s' \sin\alpha + s \cos\alpha), \\ R'_p &= R_p \cos\alpha - R_s \sin\alpha = P(p \cos\alpha - p' \sin\alpha) + S(s' \cos\alpha - s \sin\alpha). \end{aligned} \qquad 2.$$

Für i^* muß jede einfallende geradlinig polarisierte Welle unabhängig von ihrem Polarisationsazimut nach der Reflexion das Polari-

[1] Vgl. z. B. F. Pockels, Lehrb. d. Kristalloptik S. 188—191. 1906.

[2] F. Schwietring, Inaug.-Diss. Göttingen 1908. N. Jahrb. f. Min., Beil.-Bd. **26**, S. 340. 1908.

[3] Vgl. F. Schwietring, a. a. O. S. 337.

sationsazimut α aufweisen, falls nicht die reflektierte Amplitude Null ist. Die notwendige und hinreichende Bedingung für i^* besteht also darin, daß R'_p unabhängig von P und S verschwinden muß; d. h. es müssen die Gleichungen gelten:

$$\begin{aligned} p \cos\alpha - p' \sin\alpha &= 0, \\ s' \cos\alpha - s \sin\alpha &= 0. \end{aligned} \qquad 3.$$

Hierzu ist nötig, daß die Determinante der Koeffizienten von $\cos\alpha$ und $\sin\alpha$ verschwindet; demnach lautet die Bedingung für i^*:

$$p \cdot s - p' \cdot s' = 0. \qquad 4.$$

Der Wert von α folgt nach 3 aus:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{s'}{s}, \qquad 5.$$

wobei der aus 4 ermittelte Winkel i^* eingesetzt zu denken ist.

2. Um die vorstehende Rechnung auf die uniradialen Polarisationsrichtungen zu transformieren, wird die Amplitude der unter dem Winkel i^* einfallenden geradlinig polarisierten Welle nach ihren uniradialen Polarisationsrichtungen $\mathfrak{q}_1, \mathfrak{q}_2$ in die Komponenten E_1, E_2 zerlegt. Die reflektierte Welle habe entsprechend nach $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2$ die Komponenten R_1, R_2. Nach den Richtungen parallel und senkrecht zur Einfallsebene mögen die vier erhaltenen Größen die Teilamplituden $E_{1p}, E_{1s}, E_{2p}, E_{2s}$ und analog $R_{1p}, R_{1s}, R_{2p}, R_{2s}$ liefern. Durch Einführung der Schwächungskoeffizienten:

$$\beta_{hp} = \frac{R_{hp}}{E_{hp}}, \quad \beta_{hs} = \frac{R_{hs}}{E_{hs}}, \qquad 6.$$

worin h gleich 1 oder 2 ist, wird dann:

$$\begin{aligned} R_p &= R_{1p} + R_{2p} = \beta_{1p} E_{1p} + \beta_{2p} E_{2p}, \\ R_s &= R_{1s} + R_{2s} = \beta_{1s} E_{1s} + \beta_{2s} E_{2s}. \end{aligned} \qquad 7.$$

Hierin sind die Werte der β durch die Grenzbedingungen bestimmt. Besitzen $\mathfrak{q}_1, \mathfrak{q}_2$ die Azimute $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, so ist:

$$\begin{aligned} E_{1p} &= E_1 \cos\varepsilon_1, \; E_{2p} = E_2 \cos\varepsilon_2, \\ E_{1s} &= E_1 \sin\varepsilon_1, \; E_{2s} = E_2 \sin\varepsilon_2. \end{aligned} \qquad 8.$$

Parallel und senkrecht zu der Polarisationsrichtung $\mathfrak{p}$ hat die reflektierte Amplitude unter Berücksichtigung von 7 und 8 die Komponenten:

$$\begin{aligned} H &= R_p \cos\alpha + R_s \sin\alpha \\ &= E_1(\beta_{1s} \sin\varepsilon_1 \cdot \sin\alpha + \beta_{1p} \cos\varepsilon_1 \cdot \cos\alpha) + E_2(\beta_{2s} \sin\varepsilon_2 \cdot \sin\alpha + \beta_{2p} \cos\varepsilon_2 \cdot \cos\alpha) \\ K &= -R_p \sin\alpha + R_s \cos\alpha \\ &= E_1(\beta_{1s} \sin\varepsilon_1 \cdot \cos\alpha - \beta_{1p} \cos\varepsilon_1 \cdot \sin\alpha) + E_2(\beta_{2p} \sin\varepsilon_2 \cdot \cos\alpha - \beta_{2p} \cos\varepsilon_2 \cdot \sin\alpha). \end{aligned} \qquad 9.$$

Ähnlich wie auf S. 425 R'_p muß nun $K = 0$ sein, also gelten für i^* die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \beta_{1s} \sin \varepsilon_1 \cdot \cos \alpha - \beta_{1p} \cos \varepsilon_1 \cdot \sin \alpha &= 0 \\ \beta_{2s} \sin \varepsilon_2 \cdot \cos \alpha - \beta_{2p} \cos \varepsilon_2 \cdot \sin \alpha &= 0\,, \end{aligned} \quad \textbf{10.}$$

und damit die Bedingung[1]:

$$\beta_{1s}\beta_{2p} \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 - \beta_{2s}\beta_{1p} \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 = 0\,. \quad \textbf{11.}$$

Weil ρ_1, ρ_2 die Azimute von $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2$ sind, so ist ähnlich wie in **8**:

$$\begin{aligned} R_{1p} &= R_1 \cos \rho_1\,, \quad R_{2p} = R_2 \cos \rho_2\,, \\ R_{1s} &= R_1 \sin \rho_1\,, \quad R_{2s} = R_2 \sin \rho_2\,. \end{aligned} \quad \textbf{8}'.$$

Werden jetzt die Schwächungskoeffizienten für die beiden uniradialen Polarisationsrichtungen eingeführt:

$$\beta_1 = \frac{E_1}{R_1}\,, \quad \beta_2 = \frac{E_2}{R_2}\,, \quad \textbf{12.}$$

so geht **11** mit Benutzung von **6, 8, 8'** über in:

$$\beta_1 \cdot \beta_2 (\sin \rho_1 \cos \rho_2 - \cos \rho_1 \sin \rho_2) = 0$$

oder in:

$$\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \sin (\rho_1 - \rho_2) = 0\,. \quad \textbf{13.}$$

Die notwendige und hinreichende Bedingung für den Polarisationswinkel i^* besteht also darin, daß das Produkt aus den Schwächungskoeffizienten β_1, β_2 der beiden uniradialen Wellen und dem Sinus der Differenz der beiden uniradialen Polarisationsazimute ρ_1, ρ_2 in der reflektierten Wellenebene gleich Null sein muß.

Dieses Resultat ist wesentlich kürzer und übersichtlicher als die Neumannsche Gleichung **4**. Die dort auftretenden Koeffizienten p, p', s, s' sind nämlich den Schwächungskoeffizienten β_1, β_2 gegenüber sehr viel kompliziertere Ausdrücke, über deren physikalische Bedeutung außerdem nichts ausgesagt werden kann.

II. Die MacCullaghsche Bedingung für i^* als Spezialfall der transformierten Neumannschen Bedingung.

1. Die Gleichung **13** kann auf zwei verschiedene Weisen erfüllt werden. Entweder sind β_1, β_2 von Null verschiedene echte Brüche, wie es meistens zutreffen wird; dann muß der dritte Faktor $\sin(\rho_1 - \rho_2)$ verschwinden, d. h. es muß $\rho_1 = \rho_2$ sein. Oder es ist $\sin(\rho_1 - \rho_2)$ von Null verschieden, dann muß β_1 oder β_2 verschwinden. Dieser Fall tritt

[1] Diese Gleichung ist schon bei früherer Gelegenheit von mir hergeleitet. Vgl. F. Schwietring, a. a. O. S. 339.

ein, wenn die Einfallsebene eine optische Symmetrieebene des Kristalls ist. Nun liegen die uniradialen Polarisationsrichtungen stets parallel und senkrecht zur Einfallsebene, es ist $\rho_1 - \rho_2 = 90^\circ$ und $\sin(\rho_1 - \rho_2) = 1$. Die Schwächungskoeffizienten β_{hp}, β_{hs} haben die Form[1]:

$$\beta_{hp} = \frac{\sin(i - \phi_h)}{\sin(i + \phi_h)} \qquad \textbf{14.}$$

$$\beta_{hs} = \frac{\sin\psi_h \cos(i+\phi_h)\sin(i-\phi_h) \mp \sin^2\phi_h \operatorname{tg} s_h}{\sin\psi_h \cos(i-\phi_h)\sin(i+\phi_h) \pm \sin^2\phi_h \operatorname{tg} s_h}, \qquad \textbf{15.}$$

wo ϕ_h, ψ_h, s_h den Normalenwinkel, das Polarisationsazimut und den Winkel zwischen Strahl und Normale bei der ersten oder zweiten gebrochenen Welle bezeichnen und i der Einfallswinkel ist. Wird das Außenmedium so angenommen, daß $i \gtrless \phi_h$ bleibt, so hat β_{hp} nach **14** stets einen von Null verschiedenen Wert. Mithin kann β_1 für die erste, parallel zur Einfallsebene polarisierte Welle nicht verschwinden, folglich muß β_2 für die zweite, senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Welle gleich Null sein.

Daher geht die allgemeine Bedingung **13** nur für den besonderen Fall, daß die Einfallsebene nicht eine optische Symmetrieebene des Kristalls ist, in die Gleichung von MacCullagh über. Im anderen Falle ist die letztere unzutreffend; **13** besagt dann, daß der Schwächungskoëffizient für die senkrecht zur Einfallsebene polarisierte uniradiale Welle verschwindet.

2. MacCullaghs Bedingung trifft nur in wenigen Symmetriefällen nicht zu. Es könnte deshalb den Anschein haben, als ob diese Ausnahmefälle für die praktische Brauchbarkeit der MacCullaghschen Regel ohne Bedeutung wären, um so mehr, als für sie die zweite uniradiale Welle durch die Reflexion ausgelöscht wird und ρ_2 somit experimentell gar nicht in Frage kommt. Eine derartige Vermutung läßt sich indessen nicht rechtfertigen, wie eine nähere Betrachtung lehrt. Setzt man für die beiden gebrochenen Wellen unter Berücksichtigung der Unterscheidungsindizes 1 und 2:

$$l = \cos\phi\cos\psi,\quad m = \sin\psi,\quad n = \sin\phi\cos\psi,$$
$$p = \frac{\sin\phi}{q^2}\left[\sin\psi\,(a_{11}\cos\phi - a_{13}\sin\phi) - a_{12}\cos\psi\right], \qquad \textbf{16.}$$

wo q die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellennormalen bedeutet und die Größen a_{hk} die Polarisationskonstanten des Kristalls sind, so ist für einen beliebigen Einfallswinkel[2] i:

[1] Vgl. F. Schwietring, a. a. O. S. 323.
[2] Vgl. F. Schwietring, a. a. O. S. 322, 340.

$$\operatorname{tg}\varepsilon_1 = \frac{m_1 \sin i \cos i + p_1}{l_1 \sin i + n_1 \cos i}, \quad \operatorname{tg}\varepsilon_2 = \frac{m_2 \sin i \cos i + p_2}{l_2 \sin i + n_2 \cos i}, \qquad 17.$$

$$\operatorname{tg}\rho_1 = \frac{m_1 \sin i \cos i - p_1}{l_1 \sin i - n_1 \cos i}, \quad \operatorname{tg}\rho_2 = \frac{m_2 \sin i \cos i - p_2}{l_2 \sin i - n_2 \cos i}, \qquad 18.$$

$$\beta_{hp} = \frac{l_h \sin i - n_h \cos i}{l_h \sin i + n_h \cos i}, \quad \beta_{hs} = \frac{m_h \sin i \cos i - p_h}{m_h \sin i \cos i + p_h}. \qquad 19.$$

MacCullaghs Bedingung lautet danach:

$$\frac{m_1 \sin i^* \cos i^* - p_1}{l_1 \sin i^* - n_1 \cos i^*} = \frac{m_2 \sin i^* \cos i^* - p_2}{l_2 \sin i^* - n_2 \cos i^*}. \qquad 20.$$

Für den Zusammenfall der Einfallsebene mit einer Symmetrieebene ist **20** in der Tat unrichtig, weil dann: $m_1 = p_1 = l_2 = n_2 = 0$. Die allgemeine Bedingung **13** lautet für diese Fälle nach **19**:

$$\frac{m_2 \sin i^* \cos i^* - p_2}{m_2 \sin i^* \cos i^* + p_2} = 0,$$

oder, da m_2, p_2 von Null verschieden sind:

$$m_2 \sin i^* \cos i^* - p_2 = 0. \qquad 21.$$

Diese wahre Bedingung für i^* kann nun aus der unrichtigen Gleichung **20** nur dadurch gewonnen werden, daß die unstatthafte Multiplikation der letzteren mit $l_1 \sin i^* - n_1 \cos i^* = 0$ vorgenommen wird. Daher ist MacCullaghs Bedingung auch bei einer bloß formalen Behandlung zur strengen analytischen Bestimmung von i^* gerade in den praktisch wichtigsten Fällen, wo die Einfallsebene eine optische Symmetrieebene ist, nicht brauchbar.

3. Am deutlichsten tritt dieser Mangel der MacCullaghschen Bedingung hervor, wenn man von den kristallinischen Medien aus das Brewstersche Gesetz für einfachbrechende Stoffe herzuleiten versucht. Der Übergang kann dadurch vollzogen werden, daß zunächst eine Symmetrieebene als Einfallsebene gewählt wird und darauf die beiden gebrochenen Wellen zum Zusammenfallen gebracht werden. Die Bedingung **20** wird bereits für den Symmetriefall unrichtig. Selbst bei ihrer weiteren formalen Beibehaltung würde sie jetzt die gewünschte Spezialisierung nicht gestatten, da sie beim Gleichsetzen der Indizes 1 und 2 eine identische Gleichung liefern würde. Die wahre Gleichung **21** für den Symmetriefall führt hingegen leicht zu den einfachbrechenden Medien hinüber. Für den Zusammenfall der gebrochenen Wellen wird:

$$m_2 = \sin\psi, \quad p_2 = \sin\phi \cos\phi \sin\psi,$$

so daß **21** lautet:

$$\sin i^* \cos i^* - \sin \phi \cos \phi = 0\,,$$

oder nach einfachen Umformungen:

$$\sin 2i^* - \sin 2\phi = 0\,,$$
$$2 \cos (i^* + \phi) \sin (i^* - \phi) = 0\,,$$

woraus $\cos (i^* + \phi) = 0$ und damit das BREWSTERsche Gesetz $i^* + \phi = 90°$ folgt.

Die MACCULLAGHsche Bedingung für i^* zeigt ihren speziellen Charakter gegenüber der allgemeinen Bedingung **13** auch dadurch, daß sie das BREWSTERsche Gesetz für einfachbrechende Stoffe nicht wie diese als Spezialfall enthält.

4. Nach dem Vorhergehenden besitzt MACCULLAGHS Definition von i^* keine allgemeine Gültigkeit. Deshalb ist es von Interesse, daß eine Folgerung MACCULLAGHS auch für die Symmetriefälle zutrifft, nämlich der Satz, daß für den Einfall des Lichtes unter i^* die reflektierte Wellennormale senkrecht zur Schnittlinie der Polarebenen $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$ der beiden gebrochenen Wellen steht. Ist die Einfallsebene nicht eine optische Symmetrieebene des Kristalls, so ist $\rho_1 = \rho_2$. Also schneiden sich $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$ in der reflektierten Wellenebene W_r, weil die Schnittlinien von $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$ mit W_r die uniradialen Polarisationsrichtungen $\mathfrak{p}_1$, $\mathfrak{p}_2$ vorstellen. Geht die Einfallsebene in eine optische Symmetrieebene über, so unterscheiden sich ρ_1 und ρ_2 um 90°. Die reflektierte Wellennormale steht aber in diesem Falle trotzdem senkrecht zur Schnittlinie von $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$, weil nun $\mathfrak{P}_2$ parallel W_r wird.

Schon F. POCKELS[1] hat hierauf aufmerksam gemacht, ohne indessen einen Beweis mitzuteilen. Die allgemeine rechnerische Untersuchung dieses Falles wird sehr kompliziert, deshalb soll die Lage von $\mathfrak{P}_2$ an drei Beispielen für Kalkspat betrachtet werden.

A. Die Grenzebene $\mathfrak{G}$ sei senkrecht zur optischen Achse, dann ist jede Einfallsebene ein Hauptschnitt. Die Wellennormalen für das einfallende und für das reflektierte Licht seien RO und OQ, das Einfallslot heiße OL. Gegen Luft als Außenmedium ergibt die Rechnung für den Polarisationswinkel i^*, den Normalenwinkel r der gebrochenen außerordentlichen Welle und den Winkel s' zwischen der Normale ON_e und der Polarebene $\mathfrak{P}_e$ dieser Welle:

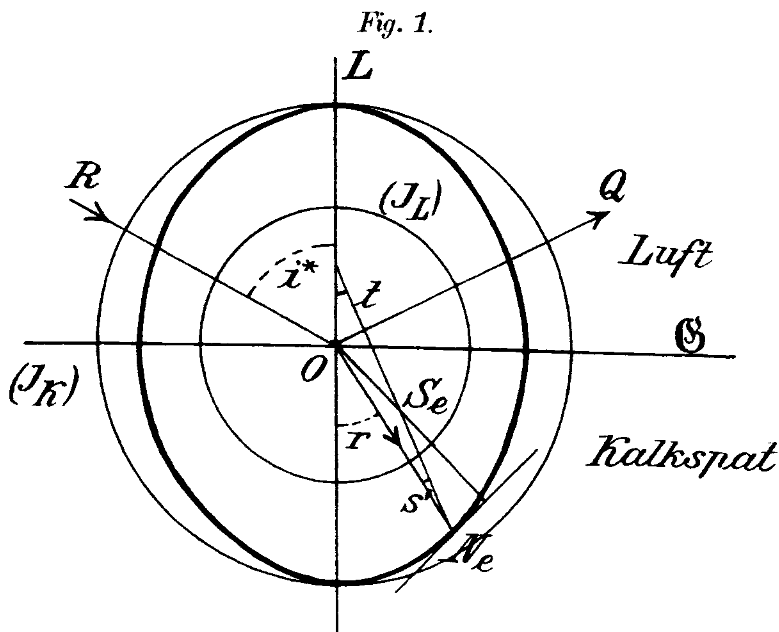
$$i^* = 60°\,47.3'\,;\quad r = 33°\,1.9'\,;\quad s' = 3°\,49'.$$

Fig. 1 zeigt mit Hilfe der Schnittkurven (J_K) und (J_L) zwischen der Einfallsebene und den Indexflächen J_K und J_L des Kalkspates

[1] F. POCKELS, a. a. O. S. 198.

und der Luft die Richtung des außerordentlichen Strahles OS_e, der senkrecht auf der Tangentialebene stehen muß, die in N_e an J_K gelegt wird[1]. Die Strecke ON_e stellt die reziproke Normalengeschwindigkeit der außerordentlichen Welle dar. Wenn OS_e die zugehörige Strahlengeschwindigkeit angibt, so bedeutet N_eS_e die Schnittlinie zwischen $\mathfrak{P}_e$ und der Einfallsebene. Wird der spitze Winkel zwischen

Fig. 1.



S_eN_e und OL t genannt, so lehrt die Figur, daß $r = t + s'$ und daher $t = r - s'$ ist. Weiter tritt an der Figur deutlich hervor, daß die reflektierte Wellennormale OQ senkrecht auf N_eS_e steht, wenn die Bedingung $i^* + t = 90°$ erfüllt ist. Die berechneten Werte für i^*, r, s' liefern:

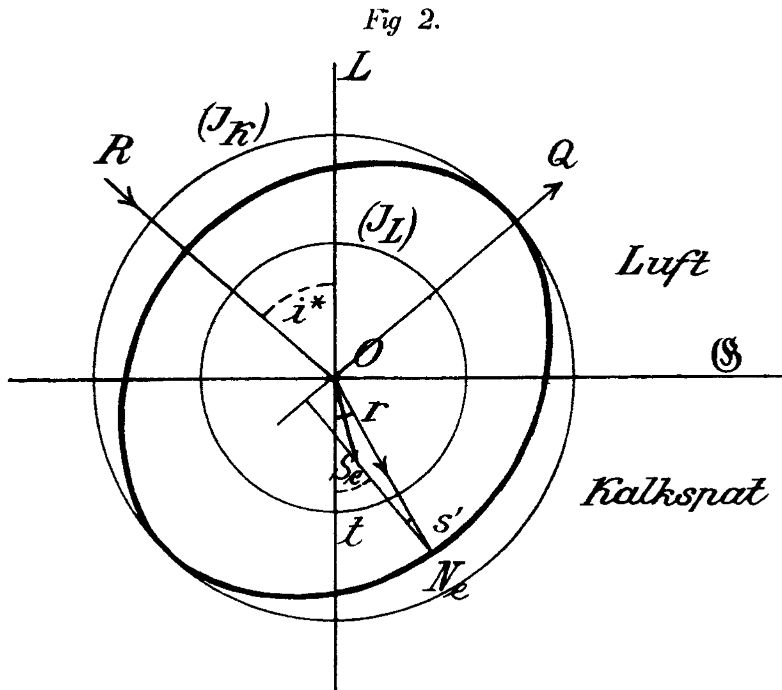
$$t = 29° \, 12.9'; \; i^* + t = 90° \, 0.2'.$$

Mithin steht OQ senkrecht auf $\mathfrak{P}_e$, d. h. $\mathfrak{P}_e$ und die reflektierte Wellenebene W_r sind parallel.

B. Die Grenzebene 𝔖 sei einer Spaltungsfläche parallel. Für den Einfall des Lichtes im Hauptschnitt ist nach F. Neumann: $i^* = 57° \, 20.1'$. Die gebrochene außerordentliche Welle besitzt die Winkel: $r = 30° \, 44.5'$; $s' = 1° \, 52.7'$. Dieser Fall ist in ähnlicher Weise wie der erste durch Fig. 2 veranschaulicht. Die Tangentialebene in N_e ist nicht angedeutet, weil sie bei dem geringen Werte von s' den Überblick nicht leichter macht. Die Figur läßt erkennen, daß nun im Gegensatz zu dem

[1] Vergl. P. Kaemmerer, Inaug.-Diss. Göttingen 1904. N. Jahrb. f. Min., Beil.-Bd. **20**, S. 189—192. 1905.

Fig 2.



ersten Beispiel $t = r + s'$ ist. Die Bedingung für den Zusammenfall von $\mathfrak{P}_e$ und W_r ist wieder $i^* + t = 90°$. Auch dieses Mal hat sie Gültigkeit, es ist: $t = 32° 37.2'$; $i^* + t = 89° 57.3'$.

C. Die Grenzebene 𝔊 sei parallel der optischen Achse. Ist der Hauptschnitt die Einfallsebene, so ist: $i^* = 54° 2.5'$; $r = 31° 57.7'$; $s' = 4° 0'$. Fig. 3 zeigt, daß hier wie im vorigen Falle $t = r + s'$ ist. Jetzt wird $t = 35° 57.7'$ und $i^* + t = 90° 0.2'$. $\mathfrak{P}_e$ und W_r sind daher wieder parallele Ebenen.

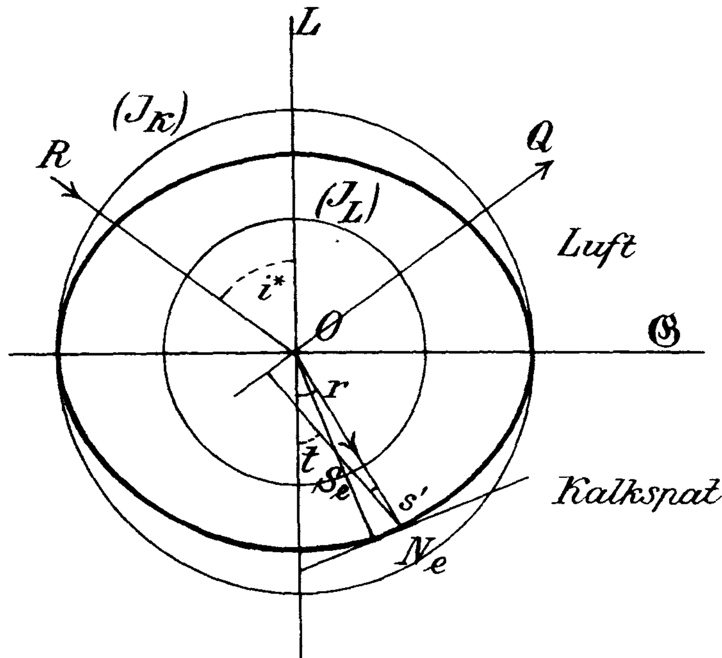
Aus den drei behandelten speziellen Fällen folgt, daß für den Einfall des Lichtes in einer optischen Symmetrieebene die zur Einfallsebene senkrechte Polarebene $\mathfrak{P}_2$ mit der reflektierten Wellenebene W_r zusammenfällt. Diese Tatsache hat die Bedeutung, daß die Lage der uniradialen Polarisationsrichtung $\mathfrak{p}_2$ der geometrischen Definition nach unbestimmt wird. Das trifft damit zusammen, daß für i^* in den Symmetriefällen die Amplitude für die nach $\mathfrak{p}_2$ reflektierte Welle verschwindet.

Es ist noch zu bemerken, daß sich auch der Übergang zu einfachbrechenden Medien mit Hilfe der Polarebenen, d. h. geometrisch, leicht bewerkstelligen läßt[1]. Die Schnittlinie von $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$ wird dabei zu dem gebrochenen Strahle. Damit ist das Brewstersche Gesetz gewonnen.

---

[1] Vgl. F. Pockels, a. a. O. S. 190.

Fig 3.



Es ergibt sich also: Im Gegensatz zu der MacCullaghschen Definition von i^* besitzt der aus ihr folgende Satz, daß die reflektierte Wellennormale senkrecht auf der Schnittlinie der beiden Polarebenen $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$ steht, allgemeine Gültigkeit.

III. Der Polarisationswinkel i^* im Vergleich zu den übrigen Einfallswinkeln in derselben Einfallsebene.

An der MacCullaghschen Bedingung tritt scharf hervor, daß sie in einer bestimmten Einfallsebene einen besonderen Einfallswinkel definiert. Der Neumannschen Bedingung 4 kommt dieser Vorzug nicht zu, weil die vier in ihr auftretenden Größen zu komplizierte Ausdrücke sind. Es fragt sich, ob er vielleicht bei der transformierten Bedingung **13** sichtbar ist. Das trifft tatsächlich zu. Für einen beliebigen Einfallswinkel i stehen die uniradialen Polarisationsazimute ε_1, ε_2, ρ_1, ρ_2 der einfallenden und der reflektierten Welle und die zugehörigen Schwächungskoeffizienten β_1, β_2 in der Beziehung[1]:

$$\frac{\cos(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\cos(\rho_1 - \rho_2)} = \beta_1 \cdot \beta_2 . \qquad \mathbf{22.}$$

[1] F. Schwietring, a. a. O. S. 331.

Die Bedingung **13** ist ein spezieller Fall von **22**, denn $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ kommen in ihr nicht mehr vor. Also zeigt **22**, daß **13** einen besonderen Einfallswinkel charakterisiert.

Nach S. 427 führt **13** entweder auf $\rho_1 = \rho_2$ oder auf $\beta_2 = 0$. Für den ersten Fall geht **22** über in:

$$\cos(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \beta_1 \cdot \beta_2 . \qquad \textbf{23.}$$

Im zweiten Falle ist $\beta_2 = 0$, und $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ unterscheiden sich um 90°, daher ist **23** auch hier erfüllt. Demnach ist i^* auch durch die Bedingung **23** definiert, in der $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ anstatt der Azimute ρ_1, ρ_2 auftreten.

Die für einen beliebigen Einfallswinkel i zwischen den sechs Größen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \rho_1, \rho_2, \beta_1, \beta_2$ bestehende Beziehung **22** geht für i^* über in eine Beziehung zwischen nur vier Größen, entweder in $\beta_1 \cdot \beta_2 \sin(\rho_1 - \rho_2) = 0$ oder in $\cos(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \beta_1 \cdot \beta_2$.

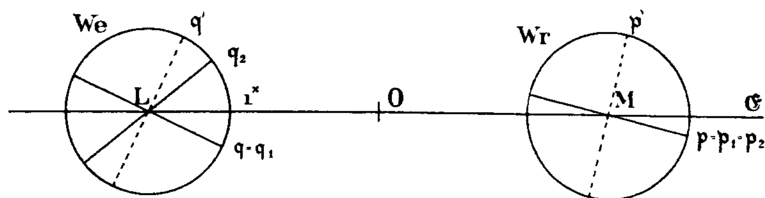
IV. Die geometrische Bedeutung der transformierten Neumannschen Bedingung.

1. Es fragt sich jetzt noch, ob die transformierte Neumannsche Bedingung **13** eine so bequeme geometrische Deutung gestattet, wie sie bei MacCullagh möglich ist. In der Tat ist auch dieses der Fall. Es ergibt sich aus dem auf S. 423 erwähnten Neumannschen Satze, daß eine gewisse unter dem Winkel $i' = i^*$ einfallende, geradlinig polarisierte Welle W' mit dem Polarisationsazimut ε' die reflektierte Amplitude Null aufweist. Am leichtesten läßt sich das veranschaulichen, wenn die Einfallsebene mit einer optischen Symmetrieebene zusammenfällt; dann wird eine senkrecht zur Einfallsebene polarisierte einfallende Welle nicht reflektiert, es ist $\beta_2 = 0$. Ist indessen die Einfallsebene nicht eine optische Symmetrieebene des Kristalls, so kann für W' die Polarisationsrichtung $\mathfrak{p}'$ nach der Reflexion nur die zu der Polarisationsrichtung $\mathfrak{p}$ senkrechte Lage haben, die einfallendem natürlichen Lichte entspricht. Die Neumannsche Rechnung von S. 424 lehrt nämlich, daß nach einer solchen Richtung $\mathfrak{p}'$ laut **2** jede Amplitudenkomponente R'_p verschwindet. Welche Polarisationsrichtung $\mathfrak{q}'$ besitzt nun W' in der einfallenden Wellenebene W_e? Alle Polarisationsrichtungen von W_e sind durch die Reflexion der Richtung $\mathfrak{p}$ in der reflektierten Wellenebene W_r zugeordnet, sie unterscheiden sich jedoch voneinander durch die zugehörigen Schwächungskoeffizienten. Diejenige Richtung $\mathfrak{q}$ von W_e, zu der der größte Schwächungskoeffizient gehört, wird $\mathfrak{p}$ dabei in besonderem Maße entsprechen; alle übrigen Richtungen von W_e werden nur deshalb nach $\mathfrak{p}$ gedreht, weil die Amplitudenkomponente nach der zu $\mathfrak{p}$ senkrechten Richtung $\mathfrak{p}'$ verschwindet. Demnach muß

die zu $\mathfrak{p}'$ in W_r gehörige Richtung $\mathfrak{q}'$ in W_e senkrecht zu $\mathfrak{q}$ gelegen sein, weil sie den kleinsten Schwächungskoeffizienten Null besitzt (Fig. 4).

In W_e stehen also die Polarisationsrichtungen $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{q}'$ aufeinander senkrecht, ebenso in W_r die zugeordneten Polarisationsrichtungen $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{p}'$. Folglich stellen diese vier Richtungen die beiden »Hauptrichtungen« von Cornu[1] vor und nach der Reflexion dar. Damit ergibt sich der Satz:

Fig. 4.



Die transformierte Neumannsche Bedingung für den Polarisationswinkel i^* hat die allgemeine geometrische Bedeutung, daß der Schwächungskoeffizient für die eine der beiden »Hauptrichtungen« $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{q}'$ von Cornu in der einfallenden Wellenebene, nämlich für $\mathfrak{q}'$, gleich Null wird. Die der anderen »Hauptrichtung« $\mathfrak{q}$ zugehörige Richtung $\mathfrak{p}$ in der reflektierten Wellenebene W_r ist die Polarisationsrichtung für das aus einfallendem natürlichen Licht durch Reflexion hervorgegangene Licht.

Dieser Satz ist schon von Cornu[2] im Anschluß an die Betrachtung der beiden »Hauptrichtungen« kurz erwähnt worden, über seine Beziehung zu den analytischen Entwicklungen Neumanns und über seine Zweckmäßigkeit für eine Definition von i^* ist indessen dabei nichts ausgesagt. Nach den obigen Überlegungen liegt sein Wert darin, daß er das geometrische Gewand der Neumannschen Rechnungsmethode und der Bedingung **13** darstellt. Er zeigt gegenüber der MacCullaghschen Auffassung den inneren Grund für die vollständige Polarisation natürlichen Lichtes durch Reflexion, ferner hat er allgemeine Gültigkeit, und er enthält auch den Fall der einfachbrechenden Medien. Daher bildet er die zweckmäßigste geometrische Definition des Polarisationswinkels.

Neumann hat bei der Herleitung des Satzes von der Gleichheit der Winkel i' und i^* die Bemerkung gemacht, daß er zu einer Definition von i^* benutzt werden könne[3]. Es ist nicht ohne Interesse,

---

[1] Vgl. F. Pockels, a. a. O. S. 192.

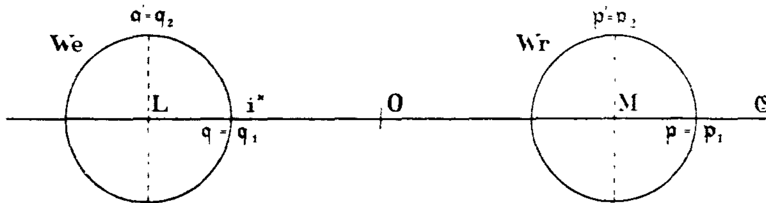
[2] A. Cornu, Recherches sur la réflexion cristalline. Thèse fac. scienc. Paris; Ann. Chim. Phys. (4) **11**, S. 348. 1867.

[3] F. Neumann, a. a. O. S. 416.

zu sehen, daß jener Satz für die allgemeine analytische Bedingung **13** wie für die allgemeine geometrische Erklärung von i^* eine sehr wesentliche Rolle spielt.

2. Die Tatsache, daß MACCULLAGHS Definition ihre Gültigkeit verliert, wenn die Einfallsebene in eine optische Symmetrieebene über-

Fig. 5.



geht, ist nach S. 424 in folgender Weise zu erläutern. Für i^* werden alle Polarisationsrichtungen von W_e durch die Reflexion in die zu $\mathfrak{q}$ gehörige Richtung $\mathfrak{p}$ hineingedreht, nur die zu $\mathfrak{q}$ senkrechte Richtung $\mathfrak{q}'$ ist auch nachher in der Lage $\mathfrak{p}'$ noch senkrecht zu $\mathfrak{p}$. Solange deshalb die beiden uniradialen Polarisationsrichtungen $\mathfrak{q}_1$, $\mathfrak{q}_2$ in W_e von $\mathfrak{q}'$ verschieden sind, müssen sie der Richtung $\mathfrak{p}$ in W_r entsprechen, d. h. in W_r zusammenfallen. Ist die Einfallsebene aber eine optische Symmetrieebene, so stimmt $\mathfrak{q}_2$ mit $\mathfrak{q}'$ überein, folglich müssen dann $\mathfrak{p}_1$, $\mathfrak{p}_2$ in W_r senkrecht aufeinanderstehen (Fig. 5).

Hiernach sind für den Polarisationswinkel i^* nicht die uniradialen Polarisationsrichtungen, sondern die CORNUschen »Hauptrichtungen« in physikalischer Hinsicht ausgezeichnet.

Ausgegeben am 20. April.

1911.
XIX.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

6. April. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers i. V.

*1. Hr. Lenz las über die Anfänge des Ministeriums Eichhorn und die Berliner Universität.

Einer Charakteristik Friedrich Wilhelm's IV. und Eichhorn's wie ihrer Politik folgt ein Bericht über die ersten Berufungen (Schelling's, Stahl's, der Brüder Grimm) und eine Schilderung der ersten Conflicte zwischen dem Minister und der Universität.

2. Hr. Nernst legte eine von ihm gemeinschaftlich mit Hrn. F. A. Lindemann verfasste Arbeit vor »Über die specifische Wärme bei tiefen Temperaturen. V.« (Ersch. später.)

Es wird eine Formel mitgetheilt, die von der Einstein'schen etwas abweicht, aber den Vortheil bringt, dass sich daraus der Verlauf der specifischen Wärme sehr viel genauer berechnen lässt, ohne dass sie mehr willkürliche Constante enthält; ferner wird ein exacter Anschluss an die optischen Messungen gewonnen. Die theoretische Deutung der Formel wird darin gefunden, dass die potentielle Energie in Quanten aufgenommen wird, die halb so gross sind wie die der kinetischen Energie; macht man diese Annahme, so führt auch die neue Formel zur Planck'schen Strahlungsformel.

3. Die folgenden Druckschriften wurden vorgelegt: durch Hrn. Nernst: W. Nernst und A. Schoenflies, Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften. München und Berlin 1910; durch Hrn. Conze: Bericht über die Arbeiten zu Pergamon 1908—1909 von W. Dörpfeld und H. Hedding (S.-A. aus den Mittheilungen des Kais. Deutschen Archaeologischen Instituts, Athenische Abtheilung Band XXXV). Athen 1910, ferner Briefwechsel Friedrichs des Grossen mit Voltaire. Hrsg. von R. Koser und H. Droysen. Th. 3. Leipzig 1911. (Publikationen aus den K. Preussischen Staatsarchiven. Bd. 86.), und Barclay V. Head, Historia numorum. A Manual of Greek Numismatics. New Edition. Oxford 1911.

4. Zu wissenschaftlichen Unternehmungen hat die Akademie bewilligt: durch die physikalisch-mathematische Classe ihrem Mitgliede Hrn. F. E. Schulze als Zuschuss zu den Kosten des Drucks eines

»Nomenclator animalium generum et subgenerum« 7000 Mark, durch die philosophisch-historische Classe dem Privatdocenten Hrn. Dr. Hermann Beckh in Berlin zur Drucklegung seiner kritischen Ausgabe der buddhistischen Spruchsammlung Udānavarga 700 Mark und dem Pfarrer a. D. Hrn. Dr. Heinrich Hagenmeyer in Bödigheim (Baden) als Beitrag zu den Kosten der Drucklegung der von ihm vorbereiteten Ausgabe der Historia Hierosolymitana Fulcher's von Chartres 1800 Mark.

Ausgegeben am 20. April.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
XX.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

20. April. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Waldeyer.

1. Hr. Munk las: Weiteres zur Anatomie und Physiologie an der Grosshirnrinde. (Ersch. später.)

Wie bei der früheren Untersuchung am Hinterhauptslappen, werden hier am Stirnscheitellappen die Beziehungen behandelt, in denen die anatomischen Areae der Grosshirnrinde zu den physiologischen Sinnessphären stehen. Die Annahme eines besonderen motorischen Rindengebietes neben den Sinnessphären wird widerlegt und die Rinde des Gyrus centralis anterior als der Fühlsphäre zugehörig erwiesen.

2. Hr. Schottky legte eine Abhandlung der HH. Prof. C. Carathéodory in Breslau und Prof. Dr. E. Landau in Göttingen vor: Beiträge zur Convergenz von Functionenfolgen. (Ersch. später.)

Es wird ein zum Ideengebiet des Picard'schen Theorems gehöriger Satz aufgestellt über die Bedingungen, welche nöthig sind, damit für eine unendliche Reihe analytischer Functionen, die für ein gegebenes Gebiet definirt sind, eine Grenze vorhanden ist, die selbst eine in diesem Gebiet reguläre analytische Function ist.

Verluste und Wiedererneuerung im Lebensprozeß.

Von Max Rubner.

(Vorgetragen am 2. März 1911 [s. oben S. 251].)

Über das Wesen und die letzten Gründe der Ernährung haben sich, wie die Geschichte zeigt, die Altmeister des medizinischen Wissens je nach dem Stande der zeitgenössischen Naturerkenntnis sehr verschieden ausgesprochen. In diesen wechselnden Theorien und Hypothesen kehrt bald als einziger kausaler Faktor, bald in einer gewissen Abhängigkeit von andern Momenten, seit dem letzten Jahrhundert bis in die neuste Zeit der Gedanke des Zugrundegehens des Lebenden durch die Lebensleistungen und sein sofortiger steter Aufbau immer wieder. Recht eingehend finden wir diese Auffassung bei A. von Haller geschildert.

»Wir werden nämlich«, heißt es in Hallers ,Grundriß der Physiologie'[1], »insgesamt ununterbrochen abgezehrt und verlieren nicht allein die flüssigen, sondern selbst die für die allerfestesten gehaltenen Teile.« Dann wird weiter die Art dieser Zerstörung auseinandergesetzt. »Die Ursache der Zerstörung der festen Teile besteht in einer beständigen Ausdehnung und Zusammenziehung, welche bei jedem Schlage des Herzens erfolgt, hunderttausendmal in einem Tage; eine Bewegung, die selbst Metalle abreibt. Sodann in der Reibung der flüssigen Teile an den festen; in einem Abreiben aller Membranen, welche sich sowohl auf der Oberfläche des Körpers als in den inneren Höhlen mit einem freien Ende begrenzen, in der abwechselnden Anschwellung und Niedersinkung der Muskeln, und endlich in der Anziehung und dem Druck, den unsere Muskeln äußern.«

Nach dieser Anschauung werden also alle Organe mechanisch abgerieben und verbraucht, und die Nahrung hat die entstehenden Lücken jeden Tag wieder auszufüllen. Zugrundegehen und Aufbau sind normaler Weise adäquate Größen und umfassen den ganzen Stoffwechsel.

[1] Deutsche Ausgabe des Grundrisses der Physiologie von Haller. Herausgegeben von Sömmering & Meckel, Berlin 1788.

Nach A. VON HALLER setzt mit LAVOISIER der experimentelle Aufschwung der Physiologie ein; die Erkenntnis der oxydativen Spaltung und Verbrennung gibt ein Bild, wie die zerstörten Teile beseitigt werden.

Dann folgen die wichtigen Untersuchungen MAGENDIES und seiner Schule, die als die Grundlage der experimentellen Ernährungslehre gelten können. Die Grundanschauung der beständigen Abnutzung alles Lebenden hat noch keinen Wandel erfahren; wir finden sie wieder bei TIEDEMANN (Physiol. d. Menschen 1836 S. 15).

Obschon man damals bereits recht weitgehende Kenntnis des Tierleibes und der Nahrungsmittel hatte, hält sich die Definition »Ernährung« in den früheren Geleisen und ohne eine Differenzierung in der Hinsicht, ob den einzelnen Nahrungsstoffen etwa besondere Bedeutung bezüglich der Ausfüllung der Lücken der zerstörten Leibesmaterie zukomme.

Als dann LIEBIG auf Grund seiner eigenen reichen Erfahrung auf dem Gebiete der physiologisch-chemischen Forschung an die Aufstellung einer Ernährungstheorie herantrat, übernahm auch er von seinen Vorgängern den Gedanken der Zerstörung und des Zusammenbruchs der lebenden Substanz durch den Lebensprozeß.

Die Funktion vernichtet also zugleich das Organ, das Lebende. Letzteres besteht aus Eiweißverbindungen verschiedener Art.

LIEBIGS Theorie geht nun in logischer Weise über die Auffassung seiner Zeitgenossen hinaus; er weist den einzelnen Nahrungsstoffen nach ihrer chemischen Natur bestimmte Funktionen zu. Zunächst erkennt er den bedeutungsvollen Unterschied in den Lebensaufgaben zwischen N-haltigen und N-freien Stoffen. Weil im Leben eiweißhaltiges Material zusammenbricht, sagte er sich, so können auch nur die N-haltigen Nahrungsstoffe allein den Wiederersatz der durch die Funktion geschädigten Teile übernehmen (s. den 29. und 30. der chem. Briefe LIEBIGS 1865); die rein mechanischen Momente der Zerstörung der Organisation, wie sie VON HALLER geschildert hat, finden sich bei LIEBIG nicht näher erwähnt.

So wurden für LIEBIG die Eiweißstoffe zu den plastischen, neu aufbauenden Stoffen, neben denen Fette und Kohlehydrate als Wärmebildner eine mehr untergeordnete Rolle spielten, in ihrer Verwendung von dem jeweilig aufgenommenen Sauerstoff abhängig.

Beim Muskel war die Leistung am ausgeprägtesten, also der Wiederaufbau und Ersatz am nötigsten. Hier sollte nach LIEBIG das Eiweiß mit dem Wiederersatz auch die Quelle der Kraft sein (s. auch VOIT in HERMANNS Handbuch d. Physiologie S. 338 Bd. 6). Der Stoffwechsel war ein Wechsel der Körperstoffe, also Eiweißstoffe; und

nur dieser Vorgang trug diesen Namen, den wir heute auf verschiedene andere Prozesse der Ernährung ausdehnen. Nach Liebigs Theorie war das Wertvollste der Nahrung das Eiweiß oder, wie man kurz sagte, der N, und nach dem Stickstoffgehalt ordnete man auch den Wert der verschiedenen Nahrungsmittel.

Der ausgeschiedene Harnstoff war das Maß des eigentlichen Stoffwechsels und des notwendigen Wiederersatzes der belebten Substanz. Die N-freien Stoffe erlangten nach dieser Vorstellung eine selbständige, aber sekundäre Stellung; ihre Zerstörung hatte den Untergang der sonstigen belebten Substanz nicht zur Voraussetzung.

Es ist bekannt, wie die Liebigsche Lehre allmählich dem physiologischen Experiment zum Opfer fiel. Als durch Wislicenus und Fick zuerst gezeigt wurde, daß auch bei starken Muskelleistungen der Stoffwechsel im Sinne Liebigs, d. h. der N-Umsatz gar nicht geändert wurde, war klar, daß die wichtigste Funktion der Arbeitsleistung möglich war, ohne das Substrat, den Muskel, anzugreifen und zu vernichten. Der Abreibungs- und Konsumtionsgedanke der alten Physiologen war damit an der wichtigsten Stelle widerlegt. Wenn selbst unter der energischsten Arbeit die zarte Zelle der Muskeln nicht zusammenbrach, so war kein Grund, einzusehen, warum andre weniger eingreifende Funktionen »konsumierend« wirken sollten. Auch die mikroskopischen Beobachtungen widersprachen einem fortwährenden Zusammenbruch aller lebenden Substanz und der hieraus erfolgenden Notwendigkeit eines steten Aufbaues. Wie Bischoff und Voit vor allen zeigten, war der Umsatz von Eiweiß in allererster Linie nur von der Zufuhr N-haltigen Materials abhängig und konnte auch bei Ausschluß jeglicher Muskelaktion eine fast beliebige Größe annehmen. Der Harnstoff war also weder ein Maß für die Variationen lebenswichtiger Funktionen noch auch für die Konsumtion von Leibessubstanz und deren Kompensation durch die Eiweißzufuhr in Liebigs Sinne.

Alle diese Erfahrungen haben eine wesentliche Wendung in der Auffassung vom Stoffwechsel und der Zellzerstörung gebracht, der Begriff Stoffwechsel wurde nicht mehr nur für den Eiweißumsatz, sondern im Sinne des Verbrauchs aller zur Ernährung notwendigen Stoffe gebraucht.

Was Liebig von den N-freien Stoffen schon angenommen hatte, ihre Zerstörung ohne vorherigen Zusammenbruch der Organisation, wurde auch auf das Eiweiß übertragen. Die Zelle war das Beständige, Währende, die Nahrung das Unstete, Zerfallende.

Am ausführlichsten hat C. Voit diese seine Anschauung im VI. Band, I. Teil des Handbuchs der Physiologie von Hermann 1881, S. 305 auseinandergesetzt.

Nicht alle Physiologen haben sich dieser Auffassung bedingungslos angeschlossen; so z. B. hat Pflüger eine besondere Meinung vertreten, die aber für die Prinzipienfrage nicht von Belang ist. Seiner Ansicht nach bleiben lebendes Eiweiß und die Nahrung nicht in räumlicher Trennung, wie es nach Voits Auffassung geschieht, sondern alle Nahrungsstoffe treten zum Zwecke der Spaltung in einen lockeren Verband mit der lebenden Substanz, während letztere aber doch relativ beständig sich erweisen soll. Das ist aber gleichfalls eine Negation des Gedankens eines fortwährend dauernden Zerfalls der organisierten Materie. Nach diesen Abschauungen der Ernährungslehre sollte also jede Zelle erhalten bleiben, solange ihr Bedarf an Eiweiß, Fetten, Kohlehydraten befriedigt werden konnte. Der Unterschied zwischen plastischen und respiratorischen Nahrungsmitteln hatte zu bestehen aufgehört.

Jedenfalls ist in den siebziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts der Gedanke der mechanischen Abnutzung der lebenden Substanz im Sinne der primitiven alten Hallerschen Anschauung, die ja nur ein Kind seiner Zeit, wo es an chemischen Vorstellungen völlig mangelte, war, nie wieder aufgenommen worden.

Zu Anfang der achtziger Jahre des vorigen Jahrhunderts wurde ich durch Untersuchungen, die anscheinend dieser Konsumtionsfrage ganz fern lagen, veranlaßt, auf sie zurückzukommen.

Als ich im Jahre 1883 durch die Entdeckung der isodynamen Vertretung der Nahrungsstoffe die energetische Auffassung der Ernährungsvorgänge (Zeitschrift für Biologie Bd. XIX, S. 357) begründet hatte, ergab sich mit Rücksicht auf die Tatsache, daß doch zweifellos immer eine bestimmte, aber nicht näher festgestellte Menge von Eiweiß zum Leben notwendig ist, die Frage nach dem Umfange, in welchem die Nahrungsstoffe sich im Ernährungsvorgange nach isodynamen Werten vertreten können. Ich habe daher versucht, das Minimum des energetisch nicht ersetzbaren Eiweißverbrauches festzustellen und in orientierenden Experimenten am Menschen, am Säugetier und Vogel gefunden, daß unabhängig von Eigenart und Größe der Lebewesen annähernd 4—6 Prozent der Gesamtsumme des Energieverbrauchs durch Eiweiß gedeckt werden müssen; alles übrige kann durch verschiedene Nahrungsstoffe befriedigt werden. Nach meiner energetischen Auffassung des Stoffwechsels lag hier für mich der Beweis vor, daß ich alle Funktionen, welche dynamisch zu befriedigen sind, durch die Kohlenhydrate, wenn auch vielleicht noch nicht ganz, aber doch mit größter Näherung gedeckt hatte; der Rest des Stoffumsatzes, jene kleine Eiweißmenge, die immer noch verbraucht wurde, konnte nicht anders erklärt werden, als verursacht durch die Konsumtion, auf deren nähere Umgrenzung ich gleich eingehen werde. Der Um-

stand, daß verschiedene Spezies ganz die gleichen Verhältnisse hatten erkennen lassen, zeigte klar die prinzipielle Bedeutung dieser Tatsache. Die völlig analogen Verhältnisse bei Warmblütern von ganz verschiedener Größe bewiesen die Beziehung zur Lebhaftigkeit des Energieumsatzes überhaupt.

Die Größe dieser Konsumtion war also genau präzisiert. Die Frage, aus welchen Gründen im Organismus, wie ich annehmen mußte, stets eine kleine Menge Eiweiß zerstört würde, also im Ernährungsgleichgewicht den Lebewesen zugeführt werden mußte, kann in verschiedener Weise beantwortet werden.

Es konnte sich darum handeln, daß aus unbekannten Gründen, die in der Organisation liegen, diese nur bestehen bleibt, wenn sie täglich eine bestimmte Eiweißmenge zugeführt erhält, oder es kann sich um die Notwendigkeit handeln, daß bestimmte, nur aus Eiweiß abzuspaltende Produkte von der Zelle gebildet werden, deren Bestand an sich nicht angegriffen wird, wenn Eiweiß vorhanden ist.

Beachtet man aber die Kleinheit der bei reiner Kohlenhydratzufuhr ausgeschiedenen N-Mengen und die im Organismus verlaufenden und zum Teil wohlbekannten Funktionen, bei denen Eiweiß als Grundsubstanz vorhanden sein muß, so kann man den erwähnten N-Verlust nur auffassen als verursacht durch ein Zugrundegehen von Zellen oder auch Teilen des Zellmaterials, also als Verlust durch Haare, Epidermis, Epithelien, Schleim und Drüsensäften, durch Zugrundegehen von Blut usw.; ich habe später diese Verluste kurz unter dem Ausdruck »Abnutzungen« zusammengefaßt und den Prozentanteil dieser Verluste am Energieverbrauch als »Abnutzungsquote« benannt. Ein Teil dieser Prozesse ist also ganz offenkundig ein wirkliches Absterben und eine Konsumtion, eine unvermeidliche Umwandlung lebender Zellsubstanz oder einzelner Teile derselben in tote. Der Ernährungsprozeß setzte sich nach dieser meiner Auffassung zusammen aus überwiegend rein energetischen Vorgängen und dem Bedürfnis des Wiederersatzes der kleinen Abnutzungsquote durch Eiweiß. Diese Tatsache ist auch methodisch von großer Bedeutung, weil sie bei dem Eiweißumsatz zwischen zwei ganz verschiedenen Funktionen des Eiweißes zu scheiden erlaubt, die auch wahrscheinlich einen ganz verschiedenen Abbau desselben zur Grundlage haben. Der mit der Eigenart der Zellarbeit am engsten verbundene Eiweißumsatz ist der im Zustand des Abnutzungsverbrauches gegebene. Hier darf man auch erwarten, daß die Eigenart der Tätigkeit einzelner Zellgebiete sich in Zukunft am ehesten wird feststellen lassen.

Nach den noch im Jahre 1883 allgemein als berechtigt angesehenen Ernährungsgesetzen hatte man nach der Angabe C. Voits geglaubt,

es sei bei irgendwelcher Form der Eiweißzufuhr stets mehr von diesem notwendig, als bei völliger Nahrungsentziehung an Eiweiß umgesetzt werde. Da die von mir gefundene Abnutzungsquote noch unter der Größe der Eiweißzersetzung im Hunger lag, hätte man gewiß erwartet, daß bei Eiweißzufuhr ein höherer N-Umsatz nötig sein werde, als er der Abnutzungsquote entsprach. Einen direkten Versuch meinerseits stellte ich nicht an, da ich den nach der damals geltenden Ernährungstheorie etwa zu erwartenden Mehraufwand als durch die Zirkulationsverhältnisse des Nahrungsmaterials bedingt ansah, bei denen das Eiweiß nicht immer gerade zu den Stellen gelange, wo es zum Wiederersatz nötig sei. Dieses Mehr des Eiweißverbrauches über die Grenze der Abnutzungsquote hinaus versah aber nach meiner Auffassung nur dynamische, keine stofflichen Zwecke.

Die Bedeutung der Abnutzungsquote für die Lehre vom Eiweißverbrauch hat man erst in den letzten Jahren zu würdigen gelernt. Fast 20 Jahre bewegte sich die Mehrzahl der zahlreichen experimentellen Untersuchungen über den Eiweißstoffwechsel auf Bahnen, die auf die verschiedenen Funktionen des Eiweißes für stoffliche und dynamische Zwecke, die ich zuerst aufgestellt habe, gar keinen Bezug nahmen.

Es waren vor allem die praktisch bedeutungsvollen Fragen, wieviel ein Gesunder täglich Eiweiß notwendig habe, Gegenstand der Untersuchung. C. Voit hatte auf Grund von hauptsächlich empirischer ernährungsstatistischer Erfahrung sich dahin ausgesprochen, daß ein erwachsener und arbeitender Mann 118g Eiweißes täglich bedürfe. Hierüber entspann sich eine lebhafte Diskussion, die durch eine Unzahl von Beobachtungen aus dem praktischen Leben immer wieder in Fluß gehalten, aber nicht zu Ende gebracht und oft mit Erbitterung geführt wurde.

Die Tatsachen, wie sie heute vor uns liegen, erklären die schwankenden Ergebnisse in sehr einfacher Weise; im wesentlichen lag der Grund darin, daß es ein einheitliches Bedürfnis an Eiweißstoffen — auch ohne Berücksichtigung individueller Eigentümlichkeiten — gar nicht gibt. Man hatte die falsche Prämisse gemacht, daß alle Eiweißstoffe (besser gesagt »N-Substanz«) unsrer Nahrungsmittel in ihrem Nährwert identisch seien.

Schon im Jahre 1897 hatte ich in einem Abriß der Ernährungslehre des Menschen, anknüpfend an ältere Versuche, die ich 20 Jahre früher mitgeteilt hatte, darauf hingewiesen, daß das Maß des kleinsten Eiweißverbrauches offenbar von der Art des gefütterten Eiweißes, also wohl von der Konstitution des Eiweißes, abhängig sei, und daß gerade so N-arme Nahrungsmittel wie die als Volksnahrung wichtige

Kartoffel die Möglichkeit böte, ein Ernährungsgleichgewicht zu schaffen, bei dem der Eiweißbedarf noch unter einem Drittel der sonst als notwendig angesehenen Eiweißmenge herabging, daß man ferner mit den Klebereiweißstoffen nie ein so niedriges Eiweißgleichgewicht erzielen könne.

Ganz besonders bemerkenswert waren Versuche, die ich gemeinsam mit Heubner über die natürliche Ernährung des Säuglings anstellte (Zeitschr. f. Biol. 1898, S. 1) und später auf weitere Fälle der Säuglingsernährung ausdehnte; ihr Resultat war insofern ganz überraschend, als sich zeigen ließ, daß der wachsende Säugling kaum 5 Prozent, und wenn man den Wachstumsbedarf beiseite läßt, sogar nur etwa 4 Prozent seines Gesamtenergieumsatzes unter normalen Ernährungsverhältnissen bei Muttermilchkost durch Eiweiß deckt. Das war also das tiefste Minimum an N-Verbrauch, das man sonst auch bei reiner Zuckerzufuhr bei den Warmblütern in meinem älteren Versuche zu erreichen Gelegenheit hatte. Übertrug man das Verhältnis des Säuglings für das N-Minimum bei normaler Ernährung auf den Erwachsenen, so hätte dieser nur rund 30 g Eiweiß nötig, was der Größe des Eiweißumsatzes bei ausschließlicher Kartoffelkost sehr nahekommt. Für jeden, der die Ernährungsverhältnisse energetisch betrachten wollte, war die Nutzanwendung für den Erwachsenen sehr naheliegend gewesen.

Von all den weiteren Versuchen über den kleinsten Eiweißbedarf sind besonders die Untersuchungen am Erwachsenen von Sivén (Skand. Arch. 10, S. 9 und 11, S. 308) und Landergren 1903, ebenda XIV, S. 112) bemerkenswert, da sie zu äußerst niedrigen Werten gelangten, auf 4—5 g Harn-N für 24 Stunden.

In den letzten Jahren habe ich die Versuche über die Rolle des Eiweißes in der Ernährung des Menschen systematisch in meinem Laboratorium aufgenommen; namentlich hat Dr. Thomas sich der mühevollen Aufgabe unterzogen, in Eigenbeobachtungen derartige Experimente durchzuführen.

Aus dem reichen Material von Tatsachen sind zwei, die hier von größtem Interesse sind, zu erwähnen; in erster Linie der für die meisten und wichtigsten Nahrungsmittel des Menschen erbrachte Nachweis, daß die einzelnen Eiweißstoffe, wie ich aus einigen Beobachtungen schon vermutend ausgesprochen hatte, eine verschiedene Wertigkeit besitzen (Zeitschr. f. Physiol. 1909, S. 219). Bei manchen zeigt sich, daß sie genau den N-Verlust, der bei N-loser Kost vorhanden ist, also die Abnutzungsquote, vollwertig ersetzen, das sind z. B. manche Fleischsorten und das Milcheiweiß.

Andere Eiweißstoffe wie die der Leguminosen oder jene des Klebers sind ein weit minderwertigeres Material und erfordern Mengen, die

die Ausnutzungsquote um ein Mehrfaches übersteigen müssen. Hierdurch wird einerseits also auf die Bedeutung der Konstitution des Eiweißes für die Ernährung ein neues Licht geworfen, und anderseits ist die Tatsache höchst bemerkenswert, daß Fleischeiweiß und Milcheiweiß trotz ihrer verschiedenen Konstitution doch gleichwertig sein können.

Es ist damit zweifellos erwiesen, daß auf der Basis der Ausnutzungsquote auch für den Erwachsenen ein N-Gleichgewicht unter geeigneten Umständen möglich ist. Wir sehen also in der Abnutzungsquote wirklich den letzten Rest jener für die früheren historischen Perioden charakteristischen Anschauung der Zerstörung der Leibessubstanz durch den Lebensakt, den quantitativen faßbaren Vorgang spezifisch stofflicher Funktionen, die sich über das ganze Zellgebiet des Organismus erstrecken, ein Konglomerat von Vorgängen von sehr verschiedener biologischer Dignität im einzelnen.

Da wir somit erst jetzt in die stoffliche Funktion des Eiweißes wirklich klar hineinsehen und diese, geschieden von den nebensächlichen dynamischen Funktionen des Eiweißes, vor uns liegen, werden sich in Zukunft viele, wohl auch pathologische Fragen auf einer neuen Basis eindeutig behandeln lassen. Es wird daher von Bedeutung sein, die Methodik der Herstellung dieser Versuchsbedingungen kurz zu streifen.

SIVÉN und LANDERGREN, welche zuerst bei Ernährungsversuchen zu ungewöhnlich niedrigen N-Ausscheidungen beim Menschen gekommen waren, haben einen ziemlich mühseligen Weg eingeschlagen, um den N-Verbrauch allmählich stark zu erniedrigen. Nach THOMAS gelingt es sehr rasch, diesen Zustand kleinsten N-Verbrauchs herzustellen, wenn man mehrere Tage ein Gemisch von (N-freien) Stärke, Milchzucker, Rohrzucker verzehrt. Will man nicht gleich zur N-freien Kost übergehen, so muß man ein paar Tage mit N-armen Vegetabilien vorausgehen lassen.

Was kann man als die niedrigste Stufe des N-Verbrauchs beim Erwachsenen durch N-freie Kost erreichen?

Ich habe schon bemerkt, daß die Abnutzungsquote nach meinen Versuchen an Hunden, Vögeln, Menschen sich am eindeutigsten für den Ruhezustand, mittlere Temperatur als die niedrigstprozentige Beteiligung des Eiweißes am Gesamtkraftwechsel (zu etwa 4 Prozent der letzteren) ausdrücken läßt. Es mag sein, daß sich noch kleine Varianten ergeben, das muß den Spezialuntersuchungen festzustellen überlassen werden.

Auch für den Erwachsenen wird die Abnutzungsquote vielleicht keine absolut konstante sein, weil hier möglicherweise der ganze Organ-

aufbau in Frage kommen kann. Immerhin ist natürlich der wechselnde Eiweißreichtum und Fettreichtum der Organismen ein Moment, dessen Einfluß zu beachten sein wird.

Die niedrigsten Zahlen, welche von Sivén, af Klenker, Thomas für Männer zwischen 58—88 kg mitgeteilt worden sind, bewegen sich zwischen 0.0317—0.0391 g Harn-N pro Kilogramm: noch etwas tiefer ist Thomas in neueren Versuchen gekommen, nämlich auf rund 2.2 g N pro Tag im Harn, was bei einem Körpergewicht von rund 73 kg etwa 30 mg N pro Kilogramm Körpergewicht ausmacht. Wenn man pro Körperkilogramm beim Manne den N-Gehalt des Körpers zu 30 g annimmt, so beträgt die Abnutzungsquote, nach dem Harn allein beurteilt, bei Männern ungefähr $^1/_{1000}$ des N-Bestandes pro Tag.

Von dem N-Bestand des Körpers trifft nun ein Teil wirklich auf die lebende Substanz, ein anderer, nicht unerheblicher, auf die Gerüstsubstanzen; wir dürfen behaupten, daß es wesentlich — bei Ausschluß eines lang dauernden N-Hungers — die ersteren sein werden, die sich an dem Zerfall beteiligen. Die gewaltige, aus Eiweiß aufgebaute Maschine des Organismus vollzieht die ihrem Energiebedürfnisse entsprechende Leistung durch die N-freie Nahrung, ohne dazu eines nennenswerten Ersatzes des Eiweißmaterials zu bedürfen. An diesem geringen N-Verbrauch wird auch nicht viel geändert, wenn wir noch die N-Menge der festen Abgänge mit täglich rund 0.6 g N hinzurechnen.

Aus welchen stofflichen Funktionen des Körpers rühren die gesamten N-haltigen Ausscheidungen der Abnutzungsquote her? Da alle Funktionen des Körpers ausgeführt werden können wie bei sonstiger Ernährung, soweit wir dies aus den Leistungen des Körpers erschließen können, werden wohl alle Zellen, wenn auch quantitativ verschieden, zu dem N-Verbrauch beitragen; alle charakteristischen Leistungen sind an dem letzteren beteiligt. Was aber der N-Verbrauch als biologische Leistung in jedem Zellengebiet bedeutet, können wir mit Sicherheit zur Zeit nicht sagen, weil uns die Zellphysiologie in ihren Details nur stückweise bekannt ist. Selbst hinsichtlich der biologischen Dignität werden Unterschiede obwalten müssen. Absterben von Zellen, sekretorische Äußerungen, Verluste von Zellbestandteilen, die vielleicht unersetzlich sind und mit dem Altern zusammenhängen, all das wird in dieser an sich kleinen Abnutzungsquote in buntem Bilde zusammengefügt sein. Sicherlich sind wir heute nicht in der Lage, eine voll befriedigende Zergliederung des Problems vorzunehmen; das darf uns aber doch nicht abhalten, wenigstens einen Versuch einer Aufteilung des N-Minimums in einzelne Komponenten zu versuchen.

Unter den Organgruppen, deren Beteiligung am N-Verlust als selbstverständlich erscheint, stehen die Verdauungs- und Resorptionsvorgänge in erster Linie. Die dabei entleerten Verdauungssäfte, Abscheidungen von Mucin, Zellabstoßungen sind als nächste Quelle für die Darmabscheidungen nie bezweifelt worden. Sie sistieren ja nicht einmal im Hunger völlig, werden aber anderseits durch die Aufnahme auch N-freier, selbst ganz leicht wasserlöslicher Kost unzweifelhaft gesteigert.

Wir können aber die festen Ausscheidungen nicht einfach als die restlosen Ansammlungen der Verdauungssäfte betrachten.

Über den Vorgang der Ausscheidung von Verdauungssäften ist uns als sicher bekannt, daß letztere, was ihre Menge an Trockensubstanz anlangt, die Menge der wirklich beobachteten festen Abgänge weit überschreitet. So hat schon C. VOIT darauf verwiesen, daß nach den Experimenten an Gallefisteltieren die Menge der sezernierten Galletrockensubstanz die Menge der festen Abgänge übertrifft, woraus man auf eine erhebliche Resorption von Gallebestandteilen aus dem Darm schließen muß. Nach Versuchen von FRITZ VOIT (Zeitschr. f. Biol. XXIX, S. 351) wäre selbst die Menge von Stoffen, die sich in künstlich isolierten und im Verband des lebenden Tieres gelassenen Dünndarmschlingen sammeln, auch nur ein Rest ergossener Säfte. die einer teilweisen Aufsaugung unterworfen sind, und für sich allein betrachtet, so groß, daß $^9/_{10}$ der ganzen festen Ausscheidungen sich dadurch erklären lassen.

Daraus folgt, daß Galle, Pankreassaft und Dünndarmsäfte usw., zusammengenommen, erheblich größer sein müssen als die tatsächlich mit dem Kote ausgeschiedenen Bestandteile; somit werden viele Substanzen also wieder resorbiert. Welcher Natur dieses Kotgemenge sei, ist uns zur Zeit nicht näher bekannt. Daß aber Mucin, Eiweißartiges und Epithelreste nicht die Hauptmasse ausmachen, folgt schon aus der von mir festgestellten Tatsache der Alkohollöslichkeit von fast $^2/_3$ der N-Substanzen und der verbrennlichen Substanzen überhaupt.

An dem Reste, dem in Alkohol unlöslichen, sind auch die Leiber der Darmbakterien mit beteiligt; zwar ist deren Menge im Verhältnis zur Nahrungsaufnahme bei gut resorbierbarer Kost verschwindend klein, aber doch nicht in dem Falle zu vernachlässigen, wenn es sich, wie hier, nur um ihre Beteiligung an der Zusammensetzung der festen Abgänge handelt. Manche Beobachter haben sogar in den Bakterien einen wesentlichen, wenn nicht überwiegenden Bestandteil der festen Stoffe der Ausscheidungen sehen wollen. Dies kann nach den Untersuchungen, welche in meinem Laboratorium gemacht sind, nicht allgemein der Fall sein (LISSAUER, Arch. f. Hyg. LVIII, S. 145), indem bei animalischer Kost, bei der eigentliche Nahrungsreste in den Ausscheidungen fast ganz oder

ganz fehlen, rund 4.3 Prozent der Trockensubstanz des Kotes aus Bakterienleibern bestanden.

Sonach kann die Herkunft der überwiegenden Masse des Kot-N, aus den Resten der Verdauungssäfte stammend, als sicher angenommen werden; also ist diese Masse immerhin ein Maßstab zwar nicht für den Gesamtumsatz N-haltiger Substanz im Darm und seinen Drüsen, wohl aber für die mit der Verdauung selbst in Zusammenhang stehenden Vorgänge. Daneben haben wir aber wohl auch unter den Harnprodukten noch einen, vielleicht nicht ganz verschwindenden Rest an N, der von der Umwandlung des resorbierten Darmsaftanteils herrührt, wenn wir von den bekannten Fäulnisprodukten aromatischer Natur absehen, als deren Ausscheidungsort der Harn ja allgemein bekannt ist.

Es sind kaum bei dem Mangel geeigneter Unterlagen und Analysen für die Verhältnisse bei dem Menschen auch nur einige Näherungswerte für jene N-Menge, die etwa aus dem Darm nach dem Harne übertritt, zu finden. Allenfalls könnte folgendes ein allerdings unsicherer Versuch einer Rechnung sein. C. Voit (Zeitschr. f. Biol. XXX, S. 548) macht einige Angaben über die Gallebildung beim Hunger, von denen ich den Wert des ersten Tages des Hungerns, als von der vorherigen Nahrung beeinflußt, zur Seite lassen will; bei zwei Fällen, einem für ein Körpergewicht eines Hundes von 24 kg, bei dem andern von 30 kg, findet Voit 3.5 bis 6.7 g trockene Galle täglich. Auf den Menschen im Verhältnis des ungleichen Energieverbrauchs übertragen, könnte man täglich auf rund 10 g trockene Galle, eine viel kleinere Menge, als sie Ranke für den Erwachsenen bei Ernährung geschätzt hat (etwa 30.8 g pro 70 kg), rechnen. Die Galle enthält 3.8 Prozent N der Trockensubstanz und liefert 6.3 kg/cal. pro 1 g bei der Verbrennung (Rubner, Gesetze d. Energieverbrauchs S. 388), also 10 g pro Tag = 0.38 g Stickstoff und 63 kg/cal. an Verbrennungswärme.

Wenn es zutreffend ist, wie Fr. Voit angibt, daß das Darmsekret usw. ohne Galle (und Pankreassaft) bereits $^9/_{10}$ der ganzen festen Ausscheidung des Kotes, also etwa auch des N, liefern, der überhaupt im Kote austritt, dann wäre von 0.6 g N des Kotes, der hier in Frage steht, 0.54 auf das Darmsekret und 0.38 auf Galle, also 0.92 auf beide, zu rechnen, und es müßten mindestens 0.32 N im Harn auf diese aus dem Darm resorbierte N-Menge der Verdauungssäfte usw. bezogen werden. So unbefriedigend nun auch die Rechnungsbasis erscheint, so kann das Resultat doch eine gewisse Wahrscheinlichkeit für sich in Anspruch nehmen und kommt der Beobachtung von C. Voit, daß die trockene Galle die sonst ausgeschiedene Kotmenge bei Hunger überschreitet, sehr nahe.

Die Natur der flüssigen Ausgaben zeigt bei dem Tiefstand auf der reinen Ausnutzungsquote beim Säugling, wie HEUBNER und ich gefunden haben, völlig andere Verhältnisse, wie sie sonst beobachtet worden sind (Zeitschr. f. Biol. XLI, S. 49). Der Harn ist nämlich sehr reich an N-armen Kohlenstoffverbindungen und hat eine sehr hohe Verbrennungswärme, so daß das Verhältnis $\frac{\text{kg/cal.}}{\text{N}}$ des Harnes, das man den kalorischen Quotienten nennt, und im Mittel beim Menschen etwa 8 entspricht, auf mehr als 12 in die Höhe geht. Es ist naheliegend, hier wo das Verhältnis von N-Umsatz im Harn und in Kotbildung sehr zugunsten der letzteren verschoben ist, an einen Übergang gelöster Substanzen aus den resorbierten Darmsekreten in den Harn zu denken.

Die Herkunft der Abfallstoffe des N-Minimums aus abgestoßenem Zellmaterial, aus spezifischen Ausscheidungen der Zellen bringt an sich schon einen großen Gegensatz zur üblichen Zerlegung des Eiweißes für dynamische Zwecke, wobei dieses in die Harnstoffgruppe und den verbrennlichen N-freien Rest zerfällt, zum Ausdruck. Abgestorbene Epithelien werden in toto ausgeführt, auch wohl das Mucin, die Reste der Sekrete sind jedenfalls nicht sehr weit abgebaute Stoffe, wenn man sie vom Standpunkt der möglichen Oxydation betrachtet, da z. B. die Galle trocken noch 6.3 kg/cal. pro 1 g Trockensubstanz bei der Verbrennung liefert.

Gewiß wird nicht alles Material der Ausscheidungen unter diesen Begriff unvollkommen oxydierter Massen fallen. Es mag nebenbei innerhalb der Organe zugrunde gehendes Material, etwa wie beim Hungern, nach seiner Autolyse noch weiter nach Art des üblichen Eiweißumsatzes gespalten und verbraucht werden. Aber die Prozesse der erstgeschilderten Art werden kaum in ihrem Umfange hinter jenen der zweiten Art zurücktreten.

Sind nun auch die in Frage kommenden Ausscheidungen im N-Minimum zur Zeit noch nicht genügend eingehend untersucht, so kann man sich doch ein ungefähres Bild über deren Natur und danach über ihre Herkunft machen.

Die ganze Zerlegung der bei der Abnutzungsquote verbrauchten Substanz ist mit Rücksicht auf die Eigenart der flüssigen Abgänge und der erheblichen Menge von festen Abgängen wesentlich anders als bei dem sonstigen Eiweißumsatz.

Denken wir uns, um wenigstens eine Orientierung über den Vorgang zu erhalten, die Zerlegung des Fleisches in seine Endprodukte unter der Voraussetzung der allerdings noch geringen Erfahrungen, die wir über Harn und Kot innerhalb des Wirkungskreises der Abnutzungsquote haben, dann läßt sich etwa folgendes sagen:

Wenn man für Fleisch auf 1 Teil N 34.7 kg/cal. als Verbrennungswärme rechnet und im Harn (wie beim Säugling) auf 1 Teil N 12.1 cal., im Kot aber auf 1 Teil N (nach direkten Bestimmungen) 76.7 kg/cal. treffen, so erhält man folgende Schätzung:

Umsatz (N-Minimum) { 2.2 N im Harn / 0.6 » » Kot } für den Erwachsenen.

kg/cal. als Umsatz des Eiweißes (2.8 · 34.7)			97.2
ab für den Harn	2.2 · 12.1 =	26.6	
» » » Kot	0.6 · 76.7 =	45.0	71.6
pro 2.8 N = Nutzeffekt an kg/cal.			25.6 kg/cal.

oder in Prozent ausgedrückt: 26.3, während bei normaler Zerlegung für energetische Zwecke, beim Menschen für Eiweiß (Fleisch), 76.8 Prozent Nutzeffekt bestimmt worden sind (Rubner, Gesetz d. Energieverbrauchs S. 32). Da an dem Verluste pro Tag nur 0.43 g Bakterien = 0.05 N mit 2.41 kg/cal. beteiligt sind, ändert ihre Einführung in die Rechnung nichts Wesentliches an dem Resultat.

Läßt man also für die obige Schätzung auch einige Fehlerquellen gelten, so bleibt doch so viel sicher, daß die Zerlegung des N-Materials beim Abnutzungsverbrauch anders verläuft, als wir es sonst bei der Eiweißzersetzung bei der üblichen Ernährung zu sehen gewohnt sind, daß also bei dem Abbau von Organstoffen im N-Minimum Gruppen wenig veränderter Zellbestandteile nach außen entleert werden oder Spaltstücke in anderen Fällen sich bilden, die des weiteren Abbaues nicht mehr fähig sind. Daß alle diese Stoffe echte Exkrete sind, habe ich schon erwähnt; das im N-Minimum ausgeschiedene Material ist zum Untergang bestimmt.

Die Verluste von Haaren, Epidermis und Schweißbestandteilen sind hier nicht erwähnt, weil sie ja besondere Quellen der N-Abgabe darstellen, die hier außer Betracht bleiben können und Harn und Kot direkt nicht berühren.

Nach den oben gegebenen Auseinandersetzungen können wir es als die nächstliegende Annahme betrachten, daß die N-Ausscheidung aus dem Darm eine Bilanz zwischen den Sekretionen und der Resorption darstellt, daß aber wahrscheinlich ein Teil des Harnstickstoffs (sicher manche aromatische Verbindungen) als Resorptionsprodukte des Darminhalts aufzufassen ist. Lassen wir aber Produkte dieser Art ganz aus der Diskussion, so können sich eine Reihe vielleicht nicht uninteressanter Erwägungen an die objektive faßbare Zahl der N-Ausscheidung im Harne knüpfen.

Denken wir uns alle Organe des Körpers gleichmäßig an dem täglichen N-Verlust von 2.2 g (abgesehen von Haaren, Epidermis,

Schweiß) beteiligt, so würde, die Gesamtmasse des am Körper vorhandenen N = 2000 g angenommen, in runder Summe täglich 1.1 Promille des N-Bestandes zugrunde gehen. Man könnte zunächst einwenden, daß bei dieser Rechnung die Verdauungsdrüsen des Darms ja schon ausgeschieden wären, da für deren N-Umsatz die N-Ausscheidung von Kot in Anspruch genommen worden sei. Dem ist zu entgegnen, daß die Sekretion nach dem Darm zweifellos nicht die einzige Funktion des betreffenden Zellgebiets sein kann, daß also deshalb ihre Berücksichtigung nicht unterbleiben darf. Ihr Ausschluß von nachstehender Schätzung hätte aber kaum einen nennenswerten Einfluß auf das Resultat.

Läßt man also gelten, daß der tägliche N-Umsatz im N-Minimum (und N-Gleichgewicht!) 1.11 Promille beträgt, so würde, vorausgesetzt daß alle lebende Substanz in gleichmäßigem Turnus bei diesem Zugrundegehen sich beteiligt, erst in 5 Jahren eine völlige Auswechslung und ein Wiederersatz vollendet sein.

Nun steht aber fest, daß gewiß manche Organe nur in verschwindender Masse an einer solchen Konsumtion teilnehmen und daß ferner sicherlich nicht alle Teile der Zellen zu einem solchen Untergang bestimmt sind und, wie oben schon gesagt, auch wohl die Gerüstsubstanz mehr oder minder in geringem Umfang zerstört werden dürfte — aber alles in allem genommen zeigen die abgeleiteten Rechnungen wenigstens doch, wie langsam man sich den Zerfall für diejenigen Fälle vorstellen muß, in denen es zur allmählichen Konsumtion der Zellen wirklich kommt.

Leider besitzen wir recht wenig Mittel, um einzelne Funktionen in normaler Weise und meßbar so anzuregen, daß eine Beobachtung der Veränderung des N-Minimums uns einen Aufschluß zur Schätzung des mit der gesteigerten Funktion einhergehenden N-Konsums bietet. Für den Darm allerdings können wir durch Steigerung der Menge und Art der N-freien Kost eine Erhöhung der Funktion und gleichzeitige Mehrung der N-Ausfuhr im Darm hervorrufen. Indes erlauben die gewonnenen Resultate keine weiteren Schlüsse als solche allgemeiner Art.

Unter den anderen variablen Funktionen ist die Steigerung der Muskelarbeit nicht nur an sich diejenige, welche die genaueste Abstufung erlaubt, sondern durch die Masse der Muskeln ein quantitativ sehr wichtiger Vorgang. Es lag daher nahe, hier anzugreifen.

Wenn auch die Frage der Rückwirkung der Muskeltätigkeit auf die N-Ausscheidung im allgemeinen oft schon Gegenstand des Experimentes gewesen ist, so rechtfertigte doch die Möglichkeit, das N-Minimum der Abnutzungsquote herzustellen, gewiß die Wiederaufnahme des Versuchs, ob unter diesen besonderen Umständen vermehrte Arbeit vielleicht eine Steigerung des Verlustes von Zellsubstanzen bedinge. Hr. THOMAS hat einige Experimente in dieser Richtung ange-

stellt. Nachdem ein N-Minimum erreicht war, wurde an drei aufeinanderfolgenden Tagen eine für die ungeübte Versuchsperson schwere Arbeit am Gärtner'schen Ergostaten geleistet und nachfolgend eine Ruheperiode von mehreren Tagen angeschlossen. Das erhaltene Resultat konnte fast den Anschein erwecken, als sei die tägliche Arbeit von 105000 bis 136000 kg/m ziemlich spurlos an dem N-Verbrauch vorübergegangen; aber man kann doch an den Arbeitstagen eine kleine Mehrung der N-Ausscheidung sehen, etwa im Verhältnis von 2.27 : 2.94 g pro Tag, also wie 1 : 1.29. Wenn man eine Ausnutzung des Nahrungsumsatzes von 20 Prozent für die Arbeit voraussetzt, so sind täglich für 1410 kg/cal. an Mehrumsatz für die Zwecke der Arbeitsleistung 0.67 N mehr in den Ausscheidungen gekommen, auf 100 kg/cal. Muskelumsatz rund 41 mg. Diese letzteren trugen, wie naheliegend ist, so gut wie nichts zur Kraftlieferung bei, denn wenn man den durch sie bedingten Energiewert ins Auge faßt, könnte knapp $^1/_{100}$ des Kraftbedarfs durch diesen vermehrten N-Umsatz geliefert werden. Es liegt also näher, hier wirklich eine mit der Steigerung der Funktion einhergehende Zunahme des Untergangs der Zellsubstanzen anzunehmen, die man naturgemäß auf die Muskelsubstanz beziehen wird. Dieser Verlust ist noch erheblicher, als man meinen möchte, wenn man die Erwägung anstellt, daß von 2.2 g N-Umsatz pro Tag ja nur ein Teil auf die Muskelsubstanz im Ruhezustand zu beziehen ist. Sollte es zulässig sein, proportional der Beteiligung der Muskelmasse an dem Körpergewicht — also mit 43 Prozent — den N-Verbrauch zu verteilen, so träfen im Ruhezustande 0.95 g N auf die gesamte Muskulatur während 24 Stunden als N-Umsatz, die Arbeit war aber nur über die Tagesstunden verteilt, also über eine Periode, auf die vielleicht nur die Hälfte des eben geschätzten N-Verbrauchs zu rechnen wäre. Außerdem ist die Mehrausscheidung an N in der Arbeitszeit ja nicht auf die gesamte Muskelmasse des Körpers (= 43 Prozent der Masse) zu beziehen, denn bei der Arbeit am Ergostaten war ja nur ein kleiner Teil der Muskulatur in intensiver Tätigkeit. Unter diesem Gesichtspunkt betrachtet ist also die N-Mehrung anders zu beurteilen. Es ist sicher nicht unwahrscheinlich, daß im Verhältnis zum N-Umsatz der ruhenden Muskelmasse die Steigerung des N-Umsatzes bei der Arbeit eine erhebliche, der Vermehrung des Gesamtenergieumsatzes in den Muskeln um ein Mehrfaches entsprechende gewesen war. Durch diese Überlegungen wird aber an unserem Resultat, welches die N-Mehrung auf die Mehrung des Gesamtstickstoffumsatzes bezieht und sie so zahlenmäßig zum Ausdruck brachte, nichts geändert.

Ob man einer geringen Steigerung der N-Ausscheidung nach den Arbeitstagen, die K. Thomas beobachtete, eine allgemeine Bedeutung

in dem Sinne beizulegen hat, daß ein kleiner Teil des N-haltigen Umsetzungsprodukts auch noch nachträglich ausgeschieden wurde, mag dahingestellt bleiben. Mit der Möglichkeit solcher Vorgänge muß man rechnen, wie ich durch die Untersuchung des Harnes nach Fleischextraktfütterung gefunden habe, wobei kohlenstoffreichere Harnbestandteile noch nachträglich ausgeschieden wurden (Arch. f. Hyg. L I S. 52).

Aus der nachträglichen Ausscheidung solcher N-haltiger Stoffe kann man nicht mit Bestimmtheit schließen, daß diese von Umsatzproduktion des Muskels herrühren; es wäre im Zusammenhang der durch Muskelarbeit bedingten Änderung der Blutverteilung an sich wohl denkbar, daß in den weniger mit Blut versorgten Teilen ein solches Zurückhalten kleiner Mengen von Stoffwechselprodukten eintrete. Dies ist um so wahrscheinlicher, als die Leistungsfähigkeit des Blutstroms hinsichtlich der Ausspülung von Abfallstoffen in gut durchbluteten Organen, wie dem arbeitenden Muskel, eine sehr weitgehende und vollkommene ist.

Aus der gelegentlichen Zurückhaltung von Stoffwechselprodukten, die ja nur vorübergehender Natur sein wird, könnte sich vielleicht eine sehr wichtige Schlußfolgerung für die Frage ergeben, ob einzelne Organe nicht bei einem Tätigkeitswechsel vorübergehend unter ihren Ruhewerth absinken können. In dem Leben der Mikroben spielt dieser Faktor die allergrößte Rolle, durch Stoffwechselprodukte werden sie in ihrer Tätigkeit in physiologischer Weise eingeschränkt, ohne der Autolyse zu verfallen und treten bei Entfernung derselben sofort wieder in volle Aktion.

Da pro 100 kg/cal. Muskelumsatz 41 mg N trafen und der Energieverbrauch des Mannes 3000 kg/cal. ausmacht, so würde dieser »Muskelwert« auf den ganzen Kraftwechsel berechnet nur 1.24 g N ausmachen, während von dem Manne 2.2 g N im Ruhezustande ausgeschieden wurden. Daraus folgt, daß also der durchschnittliche N-Verbrauch des ganzen Körpers größer ist, als wenn letzterer nur aus Muskelsubstanz bestände. Es muß also eine Reihe von Organfunktionen geben, durch welche weit mehr N verbraucht wird als durch die Muskelmasse.

Die Tatsache, daß mit der Muskelaktion doch eine geringe Vermehrung der Abnutzung und der N-Ausscheidung eintritt, würde sich bei den früheren üblichen Methoden der Stoffwechselanordnung niemals durch einen merkbaren Ausschlag in dem Ergebnisse verraten haben. Nur bei der enormen Verödung des Körpers an N-Stoffwechselprodukten, wie sie im N-Minimum gegeben ist, gelingt es, solche sonst nicht quantitativ faßbare Größen meßbar zu machen. Wenn also manche Beobachter schon früher bei voller Nahrungszufuhr, in der zumeist große Eiweißmengen vertreten zu sein pflegen, einen Zuwachs

an N-Umsatz an den Arbeitstagen beobachtet haben, so finden diese Versuche durch die in meinem Laboratorium ausgeführten keine Stütze, da unsre Ergebnisse von ganz anderer Größenordnung sind.

Für den auf die Muskulatur treffenden Anteil des N der Abnutzungsquote kann man zwei Werte angeben. Entweder nehmen wir die Zahl, welche oben aus dem proportionalen Verhältnis des Muskels zur Gesamtmasse des Körpers berechnet wurde = 0.95 g N, oder wir berechnen für die Summe der im Ruhezustand umgesetzten 3000 kg/cal. und aus der Schätzung, daß 100 Kal. Muskelumsatz 41 mg N-Ausscheidung liefern, einen zweiten Wert. Dieser wird ja dann zu (3000·43·0.041) 0.53 g N gefunden. Im Mittel zwischen beiden also 0.95 + 0.53 = 0.74 pro Tag.

Nach Abzug dieses Wertes von der Tagesausscheidung (2,2) blieben sonach etwa 1.46 g N für alle übrigen Prozesse des N-Verbrauches übrig, die nicht auf die Wirkung der Muskelfunktionen bezogen werden können. Ein Teil dieses Restes muß, wie oben schon auseinandergesetzt wurde, auf resorbierten N aus den Verdauungssäften des Darmes zurückgeführt werden (vielleicht etwa 0.32 g pro Tag).

Von der Tätigkeit der übrigen Organe außer den Muskeln wissen wir bezüglich der quantitativen Verhältnisse eines etwaigen N-Verbrauchs so gut wie nichts.

Eine besondere Stellung nimmt das Blut ein: Blut tritt so häufig als gelegentlicher Verlust auf, und Verletzungen, Brüchigwerden von Gefäßen, sexuelle Vorgänge des Blutverlustes sind so häufige Ereignisse, daß schon aus diesen Gründen das Blut einer lebhaften Erneuerung fähig sein muß. Auch noch andere Überlegungen haben dahin geführt, in dem Blute ein Objekt zu sehen, das relativ eine kurze Lebensdauer besitzt und im regelmäßigen Turnus erneuert wird.

Quincke hat die Meinung ausgesprochen, das Leben der roten Blutkörperchen währe nur 3—4 Wochen; so wäre also anzunehmen, daß in dieser Zeit eine Erneuerung des Blutes eintreten müsse. Ob aber neben den Erythrocyten und Leucocyten auch das Plasma zugrunde geht, darüber läßt sich, soweit die Literatur in Betracht kommt, eine bestimmte Meinung nicht vertreten. Würde in irgendeinem Zeitmoment das Plasma sich einseitig vermehren, dann ließe sich auch wohl eine Zerstörung derselben als wahrscheinlich annehmen, nehmen aber sofort neue Blutkörperchen die Stelle der zugrunde gehenden ein, so kann man zweifelhaft sein, ob dann eine Ursache für die Auflösung des Plasmas gegeben ist. Schätzt man beim Erwachsenen die Menge des N, der durch die Erythrocyten repräsentiert wird, so wird diese vielleicht an 90—100 g N betragen.

Wollte man mit obiger Annahme eines 28 tägigen Turnus der Bluterneuerung rechnen, so müßten an einem Tage allein $\frac{100}{28} = 3.6$ g N-Ausscheidung in minimo in den Ausgaben vorhanden sein, während überhaupt nur ein N-Minimum von 2.2 N im Harn für alle Funktionen, bei denen N beteiligt ist, gefunden wurden. Das Blut kann also unmöglich so kurzlebig sein, als man sagt, ja, selbst wenn wir die unmögliche Annahme machten, daß auch der gesamte nicht auf Darm und Muskulatur als Umsatz zu rechnende N (1.46 oder 1.46 — 0.32 = 1.14 g) ganz auf den Untergang der Blutkörperchen träfe, käme man auf mindestens 70—90 Tage Lebensdauer, und auch diese Werte dürften noch hinter der Wirklichkeit zurückbleiben.

Immerhin wird aber zugegeben werden können, daß die Bluterneuerung ein Faktor ist, der sich an der gesamten N-Ausscheidung der Abnutzungsquote verhältnismäßig, d. h. mit Rücksicht der geringen Gewichtsmasse, in der das Blut an dem Aufbau des Körpers vertreten ist (7 Prozent), mit einem weit höheren Werte beteiligt als andere Organe, denn aus dem Gewichtsanteil berechnet, dürfte der N-Verlust durch das Blut nur täglich (7 Prozent von 2.2) 0.15 g N betragen.

Wir müssen es also der Zukunft überlassen, durch besonders experimentelle Untersuchungen allmählich über die Beteiligung der einzelnen Organsysteme und sonstiger Vorgänge mit N-Verlust eine völlige Bilanz der Abnutzungsquote herzustellen, wo wir heute erst eine allgemeine Skizze dieser Verhältnisse geben können.

Der Gedanke der Konsumtion hat für die Betrachtung der biologischen Verhältnisse noch eine andere, über den Gesichtskreis der Ernährungsvorgänge im engeren Sinne hinausreichende Bedeutung. Für die Theorien des Alterns und der Lebenslänge überhaupt bedeutet Konsumtion den Verlust wichtiger, unentbehrlicher, unersetzlicher Stoffe, nach deren Verbrauch der Organismus funktionsunfähig wird. Ich habe bereits vor Jahren über diese Anschauungen berichtet, die ich auf der Basis einer energetischen Betrachtung bei verschiedenen Säugern nachzuweisen in der Lage war.

Diese allmählich sich vollziehende Veränderung hängt gewiß auch mit den Konsumtionsvorgängen zusammen, die wir eben als tägliche Erscheinung kennen gelernt haben; es ist aber sehr wahrscheinlich, daß diese für das Altern entscheidenden Verluste jedenfalls wieder nur einen Bruchteil der in der Abnutzungsquote vorliegenden Stoffkonsumtion darstellen, zu deren Nachweis uns vorläufig alle methodischen Mittel fehlen.

Ausgegeben am 27. April.

SITZUNGSBERICHTE 1911.

XXI.

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

20. April. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender: Hr. Conze i. V.

Hr. von Wilamowitz-Moellendorff las über die Wespen des Aristophanes. (I.)

1. Konzeption und Ausgestaltung. Es wird auf Grund von dem, was die Wespen lehren, die Tätigkeit des Aristophanes in seinen ersten Jahren verfolgt. 2. Dramaturgie. Es wird gezeigt, daß die Komödie weder in der Handlung noch in der Charakterzeichnung Einheit und Konsequenz anstrebt, auch nicht die Einheit des Ortes festhält; eine Szene der Wespen spielt im Hause. 3. Die Parodos. Es wird gegen die Annahmen von Personenverteilung und Responsion über die Scholien hinaus die Überlieferung gerechtfertigt.

Über die Wespen des Aristophanes. (I.)

Von Ulrich von Wilamowitz-Moellendorff.

1. Konzeption und Ausgestaltung.

Der Wespenchor will seinen Kollegen Philokleon zur Schwurgerichtssitzung abholen, weil ihr Patron Kleon angesagt hat, die Sache des Laches stünde zur Verhandlung, und der hätte einen ganzen Sack Geld, natürlich unterschlagenes (240). Sie kommen zwar nicht zur Sitzung, aber dafür richtet Philokleon in dem Hundeprozeß, Kyon wider Labes, der einen sizilischen Käse gefressen hat, welcher für das Schiffsvolk aufgerieben werden sollte. Labes wird trotz offenkundiger Schuld freigesprochen. Laches von Aixone ist 427/26 Feldherr in Sizilien gewesen, aber erst im Winter 426/25 abgelöst; er tritt erst 421 nach Kleons Tode wieder in Ämtern hervor. Kein Zweifel, daß er 425 einen Prozeß durchgemacht hat, der ihn zwar nicht vernichtet, aber doch auf eine Weile kaltgestellt hat. Daß Kleon, wenn nicht formell Ankläger, so doch die Seele der Anklage war, ist durchaus glaublich. Aristophanes hat also den Prozeß des Jahres 425 zum Kerne seiner an den Lenäen 422 gegebenen Wespen gemacht[1]. Der Vers der Parodos, der im Stücke keineswegs zur Orientierung des Publikums dient (der Hundeprozeß kommt ganz plötzlich aufs Tapet, denn Labes hat eben den Käse gefressen, 836), verlegt streng genommen die Handlung auf 425 zurück. Also entweder hat der Dichter, als er die φιλοδικία der Athener geißeln wollte, sich besonnen, wo nehme ich ein Exempel her, und ist auf den Lachesprozeß verfallen, oder er hat 425 den Gedanken gefaßt, aus dem skandalösen Handel, bei dem sich Laches, Kleon und das Gericht blamiert hatten, eine Komödie zu machen. Wer von dichterischem Schaffen eine Vorstellung hat, wird nicht zweifeln, daß die konkreten Gestalten dem Dichter die Handlung eingegeben haben; der Aristophanes der Pedanten hätte sich gesagt: »nun muß ich zur Besserung und Belehrung meines Publikums ihre Leidenschaft für die

[1] So weit habe ich das vor 18 Jahren ausgeführt, Arist. in Athen. I 244. Ich erfülle mit diesem Aufsatz ein dort gegebenes Versprechen; den Aristophanes verstand ich damals im wesentlichen ebenso wie heute.

Schwurgerichte geißeln, also eine Debatte für und wider die Würde des Geschworenen dichten, und dann — ja, wo hab' ich wohl einen Prozeß, der als Exempel dienen kann, richtig, vor zwei Jahren gab's ja Kleon wider Laches«. Aber dieser Aristophanes würde die Wespen nicht gedichtet haben, sondern ein ledernes Schuldrama, das die Athener ausgepfiffen hätten. Ist die Komödie aber 425 konzipiert, so haben wir nicht nur die Möglichkeit, einmal Konzeption und Geburt eines antiken Dramas unterscheiden zu können, sondern in die dichterische Entwickelung des genialen Komikers hineinzublicken.

Philippos, der Vater des Aristophanes, war ein Städter, aus Kydathenaion, der bei der Annexion von Aigina 431 ein Landlos erhielt, denn den Dichter selber wird man sich nicht als Kleruchen denken. 425 (Acharn. 654) rechnet er sich im Scherz als Aigineten; was man nicht weiter pressen soll: es versteht sich von selbst, daß er sich dauernd im Trubel der Hauptstadt bewegt hat, wenn er auch für die Reize des Landlebens die vollste Empfänglichkeit hat[1]. In der Parabase der Wolken 530, gedichtet erst nach 420, erklärt er, seine ersten Stücke wegen seiner Jugend anderen zur Aufführung überlassen zu haben. Da der διδάσκαλος über die Choreuten zu befehlen haben muß, ist begreiflich, daß man für ihn mindestens die Mündigkeit forderte. Später, als der Chor fortfiel, hat auch ein Ephebe aufführen dürfen, wo dann die Chronik den Vermerk οὗτος ἔφηβος ἐνεμήθη zufügte[2]; so ist es bei Menander gewesen. Über die Dichter stand nichts in den Akten, aber es ist kein Anlaß, zu bezweifeln, daß Aristophanes die Wahrheit sagt, also 427 erst 18 oder 19 Jahre alt war. Wenn die Suidasvita Eupolis 17 Jahre sein läßt, als er unter Apollodoros 429 zuerst aufführte, so heißt das eben auch, er war Ephebe; und die Komiker haben so viel voneinander und von sich selbst erzählt, daß es vorschnell wäre, einer solchen Angabe den Glauben zu versagen, weil sie nicht aus den Akten der Archonten stammen kann. In den Daitales, 427, debütiert Aristophanes mit den Erfahrungen, die er als Schüler gemacht hat, den einzigen, über die er verfügte; das war gewiß naseweis, aber so etwas soll vorkommen; und daß ein komisches Genie früher produktiv wird als ein tragisches, ist nur in der Ordnung. 426 bringt er aber ein politisches Drama, die Babylonier. Er mag ja nun in die Volksversammlung gegangen sein, und seine reaktionäre Haltung verrät sich schon in den Daitales. Aber ist es zu modern gedacht, wenn man den »Rittern«, den Kreisen der vornehmen Bürgerschaft, in der kimonische Traditionen lebendig waren,

---

[1] Sie geht ihm indessen mit der Zeit verloren; die Vögel bieten die letzten Belege.

[2] Wilhelm, Urkunden dramatischer Aufführungen 45, 250.

zutraut, sich des talentvollen Anfängers bemächtigt zu haben, um gegen die imperialistischen Tendenzen vorzustoßen, die doch schon lange, bevor es zu der Erhöhung der Tribute kam, laut geworden sein müssen? Die Forderung lag wahrlich in der Luft, daß die Bündner zu den Kriegskosten beitragen müßten, wenn die Athener sich selbst besteuerten. Von der Handlung der Babylonier wissen wir freilich damit noch gar nichts, daß die Bündner als babylonische Sklaven den Chor bildeten; aber wenn Dionysos auftrat und ihm von athenischen Demagogen der Prozeß gemacht ward, so hatte Eupolis in den Taxiarchen den Gott als Soldaten von Phormion gedrillt werden, diesem aber doch gegen die Demagogen Hilfe bringen lassen[1]: da hat Aristophanes bei dem wenig älteren, aber doch schon bühnen- und lebenskundigeren Genossen gelernt. Es ist dem Kleon nicht zu verdenken, daß er gegen den verantwortlichen διδάσκαλος der Babylonier einschritt, denn diese Darstellung ihrer Politik angesichts der Festgesandten der Bündner konnte sich die Reichsregierung nicht gefallen lassen. Kleon selbst brachte den Kallistratos vor den Rat (Ach. 355)[2]. An den Kragen ist's ihm nicht gegangen, aber Aristophanes hat sich die Lehre genommen, seine Angriffe fortan so einzurichten, daß die Polizei nicht einschreiten konnte. Um so leidenschaftlicher war sein Haß gegen Kleon, und er bereitete sofort einen Vorstoß vor, den er in eigner Person wagen wollte, gestützt auf die »Ritter«, mit denen ihn nun der gemeinsame Haß verband; sie hatten 426 irgendeinen erfolgreichen Handel mit dem plebejischen Demagogen gehabt[3]. Dies Hauptstück, seine Ritter, hatte Aristophanes schon in Arbeit und kündigte es verblümt in den Acharnern (301) an, die Kallistratos an den Lenäen 425 aufführte. Sie sind die Verteidigung in dem Handel um die Babylonier, also ganz rasch hingeworfen, und der Telephos des Euripides hat dem Dichter den keimkräftigen Gedanken gegeben. Da las er in der Verteidigungsrede des Helden (Fr. 706):

---

[1] Die Taxiarchen geben die Erfahrungen des Rekruten Eupolis genau so wieder wie die Daitales die des Studenten Aristophanes: daß Eupolis für das Vaterland focht und 410 am Hellespont fiel, Aristophanes höchstens zur Ersatzreserve zweiter Klasse gehört hat, macht auch für ihre Gedichte etwas aus.

[2] Ob Kleon 428/27 oder 427/26 Ratsherr war, läßt sich nicht mit Sicherheit ausmachen; Busolt, Gesch. III 998 überschätzt die Kraft der Gründe, die für das frühere Jahr sprechen. Den Kallistratos kann Kleon in der Volksversammlung ἐν Διονύσου gleich nach den Dionysien durch προβολή belangt haben; er kann ihn beim Rate als der Polizeibehörde denunziert haben; wenn er Ratsherr war, lag ihm die Initiative noch näher. Wissen können wir den Modus nicht, das Ergebnis der Verhandlung auch nicht; nur ist es nicht sehr schlimm geworden. Die Komödie ist nicht geächtet worden wie die Μιλήτου ἅλωσις des Phrynichos. Worauf die verdorbenen Verse Wesp. 1289—91 zielen, wissen wir nicht und können nichts vermuten.

[3] Acharn. 6 mit Scholien. Auch hier läßt sich das Tatsächliche mit unseren Mitteln nicht näher bestimmen.

Ἀγάμεμνον, οὐδ' εἰ πέλεκυν ἐν χεροῖν ἔχων
μέλλοι τις εἰς τράχηλον ἐμβαλεῖν ἐμόν,
σιγήσομαι δίκαιά γ' ἀντειπεῖν ἔχων.

Das lieferte ihm die glänzende Erfindung, wie sein Δικαιόπολις die Verteidigungsrede mit dem Halse auf dem Block, sozusagen, hält; sie ist ganz und gar nach der des Telephos gearbeitet, und wie bei Euripides ist ihr Erfolg, daß die Gegner sich spalten und damit die Gefahr beschworen wird. Es ist wahr, es geht unheimlich schnell; und Lamachos-Achilleus, der mit tragischen Dochmien[1] herbeigerufen wird, läßt sich in sehr wenig glaubhafter Weise durch die Flegeleien und Schimpfereien des Dikaiopolis ins Bockshorn jagen[2]. Aber es ist doch nur ein Zeichen von Verständnislosigkeit für poetisches Schaffen, wenn die Kritiker durch das Anrufen ihres Spiritus familiaris, des tückischen Bearbeiters, haben helfen wollen. Dieser Lamachos benimmt sich wie die Figuren, die in den burlesken Szenen der Komödie nur auf die Bühne kommen, um sich verprügeln zu lassen. Aristophanes hatte von der Opferung des Kohlenkorbes, die er schon dem Telephos nachbildete, bis zur Parabase[3] unter dem Einfluß der tragischen Vorlage gestanden, die ihm ja auch die Versmaße an die Hand gab. Das führte er in der Abfertigung des Lamachos irgendwie zu Ende, und dabei ging ihm der Atem aus; seinem Helden einen wirklich individuellen Gegenspieler entgegenzustellen, hat er ja niemals erreicht, außer in den Fröschen, wo beide gegeben waren. Dazwischen steht nun die Szene mit Euripides; ein Ästhetiker muß schon sehr guten Wind machen, wenn er ihre organische Zugehörigkeit beweisen will; aber wie sie entstanden ist, versteht man leicht. Aristophanes hatte so viel Euripides gelesen, hatte selbst euripidisieren gelernt: da fiel

---

[1] Dochmien sind immer tragisch; an beabsichtigte Parodie bestimmter Stellen natürlich nicht zu denken.

[2] Lamachos ist hier Stratege; in den späteren Szenen höchstens Lochage. Das hat großen Anstoß erregt; was wir später an Philokleon erfahren werden, wird genügen, die Freiheit des Dichters zwar nicht zu rechtfertigen, aber zu konstatieren, der seiner Person die Charge gibt, die jedesmal notwendig ist. Ob Lamachos 426/5 Stratege war? Schwerlich, da er dann vor dem κωμῳδεῖν eigentlich geschützt war. Er heißt νεανίας, Dikaiopolis ist γέρων. Das eine ist ihnen zu jung, das andere zu alt: es gibt aber zwischen beiden keine Altersbezeichnung, diese beiden aber sind relativ. Der ταλαύρινος muß νεανίας sein; die aristophanischen Helden sind immer γέροντες, was ihre Leistungsfähigkeit nur zuweilen auf dem oder jenem Gebiete beeinträchtigt.

[3] Die schönen Verse des Pnigos 659 = Eur. fr. 918 sind auch mit vollem Rechte für den Telephos in Anspruch genommen; die Anapäste zeigen, daß sie in dieselbe Szene wie fr. 713. 722. 723 gehören. Beiläufig, fr. 700 darf nur ὦ Φοῖβ' Ἄπολλον Λύκιε für den Tragiker in Anspruch genommen werden; 704 ist alles Faselei bei Olympiodor; 714, 1 muß νόσον nicht bei Sextus, der ein Florilegium auszieht, aber bei Euripides gestrichen werden.

dies ganz von selbst ab. Dankbarkeit war seine Sache nicht; er zahlte für die Benutzung des Telephos mit diesen Witzen über die »Jammerprinzen«; ich denke, wir verzeihen ihm, denn die Witze sind vortrefflich. Aber vergessen wir nicht, wie er zu seinem Feldzuge gegen Euripides gekommen ist, er, den Kratinos auch nicht schlecht packte, als er das Wort εὐριπιδαριστοφανίζων prägte. Ganz sein eigen ist der höchst glückliche Gedanke, das δίκαιον, für welches Dikaiopolis dem Tode trotzt, in der Friedensliebe zu finden; das wird in den Segnungen des Privatfriedens zu unserer reinsten Ergötzung durchgeführt. Es war ein Meisterzug, die Vorwürfe, die er wegen der Befehdung der Reichspolitik im Innern erfahren hatte, so zu entkräften, daß er so tat, als wäre es ihm nur um den Frieden nach außen, mit Sparta und Theben, zu tun. Er hat damit wie mit der Verfolgung des Euripides die fruchtbarsten Themen gefunden, die er auf Jahre hinaus bearbeiten konnte; wir aber sehen an den Acharnern, wie er sie gefunden hat.

In wenigen Monaten sind die Acharner fertiggestellt; die Ritter waren in Arbeit, und eben in diesen Monaten erfaßte er in dem Lachesprozeß ein Thema, das sich gegen Kleon brillant verwenden ließ. Es sind ja die Monate, in denen Kleon den Erfolg von Pylos davontrug (die Wochen der Spannung müssen auch die Arbeit an den Rittern aufgehalten haben), und in denen er den Richtern ihren Sold auf eine halbe Drachme erhöhte[1]: das legte also auch schon den Spott über die Heliasten nahe. Aber das mußte für jetzt zurückstehen; an den Lenäen sollte Aristophanes persönlich seine Ritter aufführen, und die wollten und wollten nicht fertig werden. Das schöne Motiv, daß gegen den Teufel nur ein schlimmerer Teufel helfen kann, gab manche gute Szene her, aber es gab keinen Abschluß, den Herr Demos vertragen konnte, der Herr, den auch der Komiker umschmeicheln mußte. Zum Glück nahm dieser ἀκράχολος die gewaltsame Verwandlung seines Patrons und seiner selbst schmunzelnd entgegen, die uns kalt läßt, es sei denn, wir freuen uns, daß der Schluß mit seinen prachtvollen Anapästen dem modernen Schema der regelrechten Komödie ins Gesicht schlägt. Aber fertig ist Aristophanes auch so nur mit Hilfe des Eupolis geworden.

Zwei lenäische Siege hintereinander, das konnte wohl stolz machen; Aristophanes meinte der Gunst des Publikums sicher zu sein, aber er war Poet genug, ihm etwas Neues bieten zu wollen. Die Wolken griffen zwar auf die Daitales zurück, insofern sie sich gegen die modische Bildung wandten, und den Sokrates nahm gleichzeitig auch

[1] Das Datum gibt das Wespenscholion des Ravennas 88 Κλέων στρατηγήσας τριώβολον ἐποίησε τὸν μισθόν, dem zu mißtrauen kein Grund ist. Daß die Acharner davon schweigen, beweist nichts: wo sollten sie es erwähnen?

Ameipsias aufs Korn; allein die Ziele, die sich der Dichter steckte, der selbst ein so schweres Buch wie das des Arztphilosophen Diogenes von Apollonia dazu studierte, waren wirklich ungewöhnlich hoch, zu hoch, wie der Erfolg bewies. Aristophanes nahm die Niederlage sehr bitter auf, zumal die Kollegen ihn nicht schonten; mit Eupolis ging die Freundschaft auch in die Brüche. Aber er verdoppelte seine Tätigkeit und brachte an den Lenäen 422 Proagon und Wespen mit Erfolg auf die Bühne[1]. Er hatte sich rehabilitiert und gönnte sich etwas Ruhe, denn der Friede, das schwächste der erhaltenen Stücke, ist flüchtig hingeworfen, ein brillanter Anfang, wieder von Euripides entlehnt, und dann nichts als gemeine Gemeinplätze, selbst die Parabase zum besten Teile Wiederholung. Die Komödie war den zweiten Preis nicht wert, den ihre Tendenz ihr verschaffte: die schärfsten Angriffe blieben nicht aus; Eupolis war offenbar in diesen Jahren Sieger. Ich hoffe noch immer, daß sich über seine Tätigkeit in diesen Jahren etwas Sicheres ausmachen läßt. Vom Proagon ist nicht mehr kenntlich als Verhöhnung der euripideischen Tragik; die Wespen nutzen den alten Gedanken des Lachesprozesses aus. Wir müssen zunächst ihre Angaben über die frühere Tätigkeit des Dichters genau betrachten.

Der Sklave des Prologs kündet bescheiden an, es werde nichts λίαν μέγα geben, aber auch keinen aus Megara gestohlenen[2] Scherz; es würden nicht zwei Sklaven Nüsse unter die Zuschauer werfen und Herakles würde nicht um das Essen geprellt: das zweite könnte ein allgemeines Thema sein, meint aber doch etwas Bestimmtes, da der Dual der Sklaven sich nur so verstehen läßt. Aber das sind keine aristophanischen Stücke, da bei den zwei folgenden die Wiederholung bezeichnet ist

οὐδ' αὖθις ἐνασελγαινόμενος[3] Εὐριπίδης,
οὐδ' εἰ Κλέων γ' ἔλαμψε, τῆς τύχης χάριν
αὖθις τὸν αὐτὸν ἄνδρα μυττωτεύσομεν.

[1] Daß der Proagon den ersten. die Wespen den zweiten Preis erhielten, ist nicht zu bezweifeln; daß Philonides beide aufführte, kaum glaublich, wenn auch nicht ganz unmöglich. Die Emendation von Worten, die als solche keinen Anstoß bieten, sondern nur ψεῦδος περιέχουσι, kann die Textkritik nur in seltenen Fällen erreichen.

[2] σκῶμμα Μεγαρόθεν κεκλαμμένον; die Scholien geben die Form mit α als Variante und nennen sie dorisch. Bei Athenaeus 409c wird βοίκλευ von κέκλεμμαι abgeleitet, aber der Marcianus hat κέκλαμμαι und verdient vor der Epitome gehört zu werden; der Vokal schadet nichts, αἰγίλιψ ist auch zu λέλειμμαι gestellt. Endlich Cramer, An. Oxon. IV 196 (Herkunft der Exzerpte mir unbekannt) κέκλαμμαι als Nebenform zu einem normalen κέκλομμαι. Da dürfte α wohl den besten Anspruch haben.

[3] Das überlieferte ἀνασελγαινόμενος ist nicht nur unbelegt, sondern mit dieser Präposition ist das Passiv ἀσελγαίνεσθαι (und Passiv muß es sein) kaum denkbar. Was Hermann und Dindorf gegeben haben, bedeutet *constupratus*, Pollux 6, 126, oder doch ein starkes ὑβρισμένος 8, 78. Was der Komiker selbst jemand antut, wird er niemals so nennen; dies Mißverständnis habe ich lange geteilt.

ἐνασελγαίνεσθαι ist ein Wort, das auf den ἀσελγαίνων immer das übelste Licht wirft. Das geht also nicht auf die Behandlung durch den Komiker; also ist Euripides auf der Bühne so schnöde behandelt, wie ja auch Ἡρακλῆς τὸ δεῖπνον ἐξαπατώμενος die Bühnenfigur ist. Dasselbe gilt von Kleon; denn die gewöhnliche Erklärung, »Kleon hat glänzenden Erfolg dank dem Zufall gehabt«, kann nicht richtig sein: dieser Erfolg war älter als die Ritter, seitdem war nichts hinzugetreten. Also heißt es: »und wenn Kleon geglänzt hat, werde ich den Mann wegen dieses glücklichen Erfolges nicht wieder zu Mus hacken«. Es ist der Kleon der Ritter. Damit ist gesagt, daß Aristophanes vor den Wespen den Euripides auf der Bühne hat ἀσελγῶς behandeln lassen, was ihm weder in den Acharnern noch in den ersten Wolken passiert ist, in denen er schwerlich auftrat. Folglich geht dies auf ein unbekanntes Stück. Verführend ist es, an den Proagon zu denken; denn daß der Dichter noch eine Zeile einfügen konnte, nachdem die Reihenfolge der Aufführungen festgestellt war, zeigen die Ekklesiazusen 1158. Gewißheit ist uns versagt. Sehr artig erklärt Aristophanes schließlich, die Komödie sollte diesmal nicht gescheiter sein als die Athener; deren Torheiten wird er ja vorführen, und sie werden zufrieden sein. Im Hintergrunde liegt: voriges Jahr waren meine Wolken zu gescheit für euch. An dieser Stelle durfte er aber noch nicht direkt auf sie deuten; ihrer Verteidigung gilt die Parabase, die ein durch die köstliche Gerichtsszene günstig gestimmtes Publikum vor sich hat. Sie ist so viel mißverstanden, daß der ganze Bau erläutert werden muß. »Hört also zu, der Dichter will dem Publikum eine Vorhaltung machen.«

ἀδικεῖσθαι γάρ φησι πρότερος πόλλ' αὐτοὺς εὖ πεποηκώς·
τὰ μὲν οὐ φανερῶς, ἀλλ' ἐπικουρῶν κρύβδην ἑτέροισι ποηταῖς,
μιμησάμενος τὴν Εὐρυκλέους μαντείαν καὶ διάνοιαν,
εἰς ἀλλοτρίας γαστέρας εἰσδὺς κωμῳδικὰ πολλὰ χέασθαι,
μετὰ τοῦτο δὲ καὶ φανερῶς ἤδη κινδυνεύων καθ' ἑαυτόν
οὐκ ἀλλοτρίων ἀλλ' οἰκείων Μουσῶν στόμαθ' ἡνιοχήσας[1].

Wenn man 1018 hinter 1017 hört oder liest, so erwartet man, daß ein Partizipium folgte, subjungiert dem εὖ πεποιηκώς; das müßte dann χεάμενος sein, und wenn das dastünde, so würden sich die

[1] μαντεία καὶ διάνοια 1019 ist eine Art ἓν διὰ δυοῖν; ἡ Εὐρυκλέους μαντεία διανοεῖται εἰσδῦναι εἰς ἀλλοτρίας γαστέρας. Eurykles war kein Bauchredner, sondern ein Hypnotiseur, der andere Leute zwang, aus seinem Sinne heraus zu antworten, sich und anderen wahrzusagen. Aristophanes stimmt ganz zu Platon Soph. 352c; die Bauchrednerei des Eurykleides bei Athen. 19c muß den Namen durch ein Mißverständnis erhalten haben. 1022 betont so stark die eigne Arbeit an den Rittern, daß der Vorwurf, Eupolis hätte geholfen, bereits erhoben worden sein muß.

folgenden beiden Verse ohne weiteres anschließen. Nun steht aber der Infinitiv χέαcθαι da, und die Versuche, ihn zu beseitigen, sind so unglücklich ausgefallen wie andere gewaltsame Operationen. Leugnen kann man nicht, daß untadelhaft ist φηcί . . . τὰ μὲν οὐ φανερῶc κωμωιδικὰ πολλὰ χέαcθαι, μετὰ ταῦτα δὲ καὶ φανερῶc, und daß die vielen Partizipia sich vortrefflich einfügen, während es denn doch wohl des Guten etwas zuviel wäre, wenn εὖ πεποιηκώc, οὐ φανερῶc ἀλλὰ κρύβδην ἐπικουρῶν, μιμηcάμενοc . . . εἰcδὺc . . . χεάμενοc gesagt wäre. Anderseits brauchte nur τὰ μὲν γὰρ οὐ φανερῶc dazustehen, so wäre der Grammatik genügt. Wie ist das also? Aristophanes hat wirklich erst so begonnen, als wollte er subjungieren; dann ist ihm die Schwerfälligkeit zu stark geworden, und er hat χέαcθαι gesetzt, auf φηcί bezogen: das ergibt zwar kein Anakoluth, aber doch einen inkonzinnen Ausdruck: aber der Interpret hat seine Pflicht erfüllt, wenn er das konstatiert und in der Häufung der Partizipia den Grund aufzeigt. Man stößt ja auch erst an, wenn man konstruiert; daß man das tut, ist in der Ordnung, aber zu erzwingen, daß ein Poet immer der grammatischen Logik folge, ist eine ganz unberechtigte Petitio principii.

»Und als er wie nie ein anderer geehrt ward (also nach dem Siege seiner Ritter), ist er nicht hochmütig geworden[1], hat nicht in den Ringschulen die schönen Knaben zu fangen gesucht und die Aufforderungen von Liebhabern abgewiesen, die ihn angingen, ihre Geliebten, denen sie grollten, in den Komödien vorzunehmen: Biedermann, wie er ist, wollte er seine Muse nicht zur Kupplerin machen.« Erst beide Handlungen zusammen würden die μοῦcα wirklich zur προαγωγόc machen. Die Wiederholung des ersten Punktes im Frieden 762 ist deutlicher »ich habe mich nicht in den Ringschulen herumgetrieben, sondern meine Sachen zusammengepackt und bin ruhig nach Hause gegangen«. Das war also gleich nach der Vorstellung. Der zweite Punkt, eine recht komplizierte Aktion (Angriff auf Bestellung) kann dem Aristophanes nicht zum Vorwurf gemacht worden sein, da er ja den betreffenden Knaben nicht angegriffen haben kann: also ist er hier selbst Angreifer eines Konkurrenten, dem er insinuiert »er hat nach seinem Siege die Knaben für sich haben wollen und hat einen bestellten Angriff gegen einen abgesetzten Liebling gerichtet«. Ohne Zweifel war das einer der Sieger an den Dionysien 424 und 423, denn Kratinos, der die Wolken schlug, kann es nicht sein. Das Publikum verstand das; die Sache war also Stadtgespräch. Daß Eupolis gemeint ist, glaubt man gern, weil es die Grammatiker glaubten; aber der Beweis ist nicht erbracht, läßt sich mit unserm Material nicht erbringen.

[1] 1024 οὐδ' ἐκτελέcαι φηcὶν ἐπαρθεὶc οὐδ' ὀγκῶcαι τὸ φρόνημα ist unerklärt und wenigstens für meine Sprachkenntnis unverständlich; aber ich kenne nur Umdichtungen.

οὐδ᾽ ὅτε πρῶτόν ‹γ᾽›[1] ἦρξε διδάϲκειν ἀνθρώποιϲ φήϲ᾽ ἐπιθέϲθαι,
ἀλλ᾽ Ἡρακλέουϲ ὀργήν τιν᾽ ἔχων τοῖϲι μεγίϲτοιϲ ἐπιχειρεῖν,
θραϲέωϲ ξυϲτὰϲ εὐθὺϲ ἀπ᾽ ἀρχῆϲ αὐτῶι τῶι καρχαρόδοντι.

worauf seine Schilderung folgt[2], und abschließend »angesichts dieses Ungetüms habe ich mich nicht furchtsam durch Bestechung niederhalten lassen«. Er hatte 1021 von einer Aufführung in eignem Namen geredet, 1023 von dem Siege und seinem Verhalten nach dem Siege: beides ging auf die Ritter. Gesetzt, 1029 fehlte, wie sie ihn jetzt meist verwerfen, so schlösse ἀλλὰ an das Verhalten nach dem Siege der Ritter an, wäre also der Kampf gegen Kleon etwas Neues, d. h. die Athetese macht die Stelle sinnlos. Der Dichter mußte unbedingt die Ritter, seine erste διδαϲκαλία, hier wieder bezeichnen, weil er, um einem Konkurrenten bei Wege etwas zu versetzen, über sie schon hinausgeschritten war. Und der Interpolator wäre ein feiner Geselle gewesen, der in ἀνθρώποιϲ den so recht erwünschten Gegensatz zu dem Ungetüm, dem τέραϲ, erfaßt hätte, das mit τὰ μέγιϲτα farblos bezeichnet ist, eben weil der Gegensatz ἄνθρωποι die nötige Farbe gibt. εὐθὺϲ ἀπ᾽ ἀρχῆϲ 1031 und das Präsens ἐπιχειρεῖν besagen, daß der Kampf gegen Kleon noch fortgeht, was die Wespen ja auch schon sattsam gezeigt haben. Es deutet aber auch auf den nächsten Abschnitt

ἀλλ᾽ ὑπὲρ ὑμῶν ἔτι καὶ νυνὶ πολεμεῖ, φηϲίν τε μετ᾽ αὐτοῦ
τοῖϲ ἠπιάλοιϲ ἐπιχειρῆϲαι πέρυϲιν καὶ τοῖϲ πυρετοῖϲιν,
οἳ τοὺϲ πατέραϲ τ᾽ ἦγχον νύκτωρ καὶ τοὺϲ πάππουϲ ἀπέπνιγον
κατακλινόμενοί τ᾽ ἐπὶ ταῖϲ κοίταιϲ ἐπὶ τοῖϲιν ἀπράγμοϲιν ὑμῶν
ἀντωμοϲίαϲ καὶ προϲκλήϲειϲ καὶ μαρτυρίαϲ ϲυνεκόλλων,
ὥϲτ᾽ ἀναπηδᾶν δειμαίνονταϲ πολλοὺϲ ὡϲ τὸν πολέμαρχον.
τοιόνδ᾽ εὑρόντεϲ ἀλεξίκακον τῆϲ χώραϲ τῆϲδε καθαρτὴν
πέρυϲιν καταπρούδοτε.

Der ἀλεξίκακοϲ 1043 deutet auf den Ἡρακλῆϲ 1030, ἐπιχειρῆϲαι 1034 auf ἐπιχειρεῖν 1030; dem Ungetüm gesellen sich die ἠπίαλοι, die Kobolde,

[1] γ᾽ ist Zusatz der Byzantiner, aber eine so leichte Besserung, daß man ihnen folgen muß.

[2] Die famose Pointe dieser Schilderung ist, daß das Ungetüm ein Popanz ist, dessen Gefährlichkeit eitel Blendwerk ist. Die Blitze seiner Augen sind die einer Hure (spaßhaft, daß ein Kritiker sich eine zweite Gello oder Empusa konstruiert, damit sie furchtbar wird), die Köpfe um den Leib dieser Skylla sind κεφαλαὶ κολάκων, die Stimme tost wie ein Wildbach; aber eine χαράδρα läuft bald ab, der Robbengestank ist gewiß echt, aber der hat den Menelaos nicht geschreckt; die Hoden sind die der Lamia; das ist uns nicht klar, aber ihre Furchtbarkeit hebt die weibliche Besitzerin auf, und πρωκτὸϲ καμήλου, wie kümmerlich es um den bestellt ist, weiß jeder, der ein Kamel kennt; es steht auch irgendwo καμήλου ἀπυγότεροϲ, aber ich finde die Stelle nicht, da meine Erinnerung, es bei einem Parömiographen gelesen zu haben, trügerisch zu sein scheint; gelesen habe ich es sicher.

die das Alpdrücken bringen[1]; der erste Angriff galt dem Kleon; es ist in der Ordnung, daß dieser Angriff μετ' αὐτοῦ dem kleinen Ungeziefer gilt: ohne einen äußerlichen Anlaß wird niemand daran rütteln, daß Aristophanes die Kobolde μετ' αὐτοῦ, mit Kleon zusammen, bekämpft hat, πέρυσι, also 423, wo er die Wolken gab. Zweimal steht πέρυσι, 1038 und 1044: es kann unmöglich auf zwei verschiedene Stücke gehen. An der zweiten Stelle geht es auf die Wolken, denn an diesen wird doch Aristophanes die Neuheit der Erfindung loben, von ihnen bei Dionysos beschwören, daß sie die schönste Komödie wären und auf den ersten Anblick zu hoch für die Athener, so daß sie nicht zur Geltung gekommen wären. Hier erst kommt ja das μέμψασθαι heraus, das als Inhalt der Parabase angekündigt war, für das also alles übrige nur Vorbereitung ist. Wenn aber, wie niemand zweifelt noch zweifeln kann, 1044 auf die Wolken geht, so muß die ganze Partie auf sie gehen. Es ist schlechthin unerlaubt, πέρυσι auf zweierlei zu beziehen, unerlaubt, eine zweite durchgefallene Komödie zu erfinden. Aber wo sind die ἠπίαλοι in den Wolken? Wo erwürgen sie ihre Großväter und schmieden Prozesse gegen die harmlosen Bürger? Wo ist darin etwas, das den Kleon in Mitleidenschaft zieht? Wahrlich, begreiflich ist's, daß wir weiter suchten als die antiken Grammatiker, die nur von den Wolken reden; aber diese haben doch ein richtigeres Gefühl gehabt. »Meine Wolken sind Akt 2 meines Kampfes für euch, Athener, und das ist auch ein Kampf gegen Kleon und seine Rotte. Ihr habt sie nur nicht recht verstanden. Ich richte mich ja gegen die verdorbene Jugend; Pheidippides, der den Vater prügelt, ist einer von den νέοι, die euch das Leben sauer machen, und der Sokrates und Strepsiades, das sind solche infamen λογογράφοι, wie sie euch jetzt mit Prozessen behelligen. Ihr wißt schon; ich hab's euch sonst gesagt (Acharn. 703—18, Wesp. 687). Also diese Bande, zu der die ἑκατὸν κεφαλαὶ κολάκων von Kleon natürlich gehören, die habe ich eigentlich gemeint; ihr habt's voriges Jahr nicht gemerkt; es war ja auch etwas ganz Neues, aber ich garantiere es euch, etwas Feines war's auch: also in Zukunft mehr Respekt vor einem Dichter, der höher hinaus will; heute ist's ja kein λίαν μέγα, aber was Gescheites ist's doch (66).« So schien sich's am kürzesten sagen zu lassen, daß Aristophanes die Tendenz seiner Wolken dahin erklärt, in Sokrates hätte er die Sophisten treffen wollen, welche die bösen Kniffe lehren, durch die der Biedermann seine Prozesse verliert, und in Pheidippides die pietätlose

[1] Daß er die πυρετοί zufügt, die ἠπίαλοι als Fieber zu fassen gebieten, geschieht wesentlich als Wortwitz; freilich heißt das Fieber nur ἠπίαλοι, weil man es als Heimsuchung durch einen Dämon betrachtet, was dann auch von den πυρετοὶ gelten kann. Die *dea febris* ist gleicher Art.

Jugend. Wenn aber jemand einwendet, »das stimmt ja nicht zu den Wolken«, so ist es geraten, die Ausrede fallen zu lassen, daß wir die ersten Wolken nicht mehr lesen; mit einem Unbekannten, dem man ad hoc einen bestimmten Wert gibt, kann man kein zweites Unbekanntes bestimmen. Aber es war dem Aristophanes ja gar nicht darum zu tun, die Wahrheit über die Wolken zu sagen, sondern den Athenern aufzureden, sie wären in derselben Tendenz geschrieben wie die Ritter, was sich ohne Gewaltsamkeit nicht behaupten ließ. Die Ἀθηναῖοι ταχύβουλοι mochten immer das Maul aufsperren und sagen, »davon haben wir in den Wolken nichts gemerkt«: dann war's ja am Tage, daß sie die feine, neue Erfindung nicht verstanden hatten. Und dann rechnete er auf die Ἀθηναῖοι μετάβουλοι, die sich bald jeder einzeln einreden sollten, »er hat Recht, und wenn die andern nicht so dumm gewesen wären, ich merkte schon so was«. Aristophanes kannte das Publikum und behandelte es danach: er schrieb nicht, damit wir verlorne Stücke rekonstruierten. Aber wie wir über seine Kunst oder Moral urteilen wollen, ist überhaupt das zweite: erst heißt es verstehen, was er gesagt hat; was gar nicht schwer ist, wenn man ihn nur hören will, denn verständlich redet er wahrhaftig.

Von dem, was zwischen den Zeilen steht, entgeht uns recht viel; wir müßten mindestens den Proagon und seine Parabase vergleichen können und etwas von den Angriffen und Repliken seiner Gegner lesen. Aber die Parabase des Friedens lesen wir und müssen zugestehen, daß die Wiederholung des Selbstlobes nach 14 Monaten einen kümmerlichen Eindruck macht. »Selbstlob sollte mit Prügeln geahndet werden, aber wenn der vortrefflichste und berühmteste Komiker Ehre verdient[1], dann ist es unser διδάσκαλος (diesmal führte der Dichter selbst auf), erstens hat er den Komikern die gemeinen Späße abgewöhnt (darunter τοὺς Ἡρακλέας τοὺς μάττοντας καὶ τοὺς πεινῶντας ἐκείνους, entsprechend Wesp. 60) und eine große Kunst geschaffen.

οὐκ ἰδιώτας ἀνθρωπίσκους κωμῳδῶν οὐδὲ γυναῖκας,
ἀλλ' Ἡρακλέους ὀργήν τιν' ἔχων τοῖσι μεγίστοις ἐπεχείρει
διαβὰς βυρσῶν ὀσμὰς δεινὰς κἀπειλὰς βορβοροθύμους
καὶ πρῶτον μὲν μάχομαι πάντων αὐτῷ τῷ καρχαρόδοντι

folgt die aus den Wespen abgeschriebene Beschreibung des Ungeheuers, dann zieht er Wesp. 1036. 37 zusammen

τοιοῦτον ἰδὼν τέρας οὐ κατέδεισ', ἀλλ' ὑπὲρ ὑμῶν πολεμίζων
ἀντεῖχον ἀεὶ καὶ τῶν ἄλλων νήσων.

[1] Der Venetus hat die Simonidesverse erhalten, die Aristophanes aufgreift εἰ δ' ἄρα τιμῆσαι, θύγατερ Διός, ὅστις ἄριστος, δῆμος Ἀθηναίων ἐξετέλεσσα μόνος. Ich weiß nicht, wie man verkennen kann, daß zwischen beiden Versen ein Pentameter und ein Hexameter ausgelassen sind.

Dafür verdiene ich den Preis; ich habe ja auch nach früheren Erfolgen mich nicht an den Ringschulen herumgetrieben usw., also haltet euch zu mir, dem φαλακρός.« Das letzte soll Späße über die »hohe Stirn« des immer erst etwa 25 Jahre alten Dichters parieren.

Das ist flüchtige Arbeit; dem πρῶτον μέν entspricht nichts als die Phrase 760, wo die νῆσοι das Reich bedeuten, ohne daß Bestimmtes gemeint wäre. Der Unterschied der Stücke, die von anderen Dichtern aufgeführt waren, von den Rittern, ist weggefallen, so daß πρῶτον μέν auf die erste gedichtete Komödie gedeutet werden könnte, und die kräftige Antithese »nicht Menschen habe ich in meiner ersten eignen Komödie angegriffen, sondern den καρχαρόδους (Kerberos)« mußte dem zahmen »nicht ἰδιῶται ἀνθρωπίσκοι καὶ γυναῖκες« weichen. So geht es beim Zusammenflicken; aber was soll man von der Kritik halten, die das Original der Wespen nach diesem Cento zurechtgeschnitten hat[1]?

Also nach einem neuen glänzenden Siege und einer empfindlichen Niederlage hat Aristophanes 423 auf den Stoff zurückgegriffen, der sich ihm 425 dargeboten hatte. Er verdoppelt seine Produktion, um die Scharte auszuwetzen; da ist ein alter Plan willkommen. Der Prozeß des Laches hat freilich seine Aktualität verloren, und dem Kleon kann ein Angriff wegen seiner noch dazu unverdienten Niederlage in jenem Handel nicht mehr empfindlich sein. Aristophanes hat also den Prozeß nur noch indirekt vorgeführt; es ist poetisch die Glanzpartie des Stückes; aber wir lachen über die Hunde Kleon und Laches mehr, als wir ihnen böse werden, und der Blamierte ist vor allem der Richter. Kleon hatte sich durch die Erhöhung ihrer Diäten die Richter gewonnen; ihn bei diesen zu diskreditieren, war für seine Gegner ein erstrebenswertes Ziel. Das erreicht Bdelykleon, denn womit überzeugt er die Heliasten? »Von den Einnahmen des Staates kommt auf den Richtersold eine Kleinigkeit; nur die Demagogen haben von der Herrschaft des Reiches einen klingenden Gewinn; das Volk, das alles geleistet hat, bekommt nichts. Die frechen Bengel beziehen als συνήγοροι eine Drachme; der Richter kann froh sein, wenn ihm seine halbe Drachme gezahlt wird. Es wäre ein leichtes, die Richter von den Städten als Pensionäre unterhalten zu lassen; aber die Richter lassen sich düpieren und laufen denen nach, die ihnen die Diäten geben, und höchstens einmal eine Metze Gerste, auch die nicht ohne Schererei.« Mit dieser übelsten Demagogie, des

[1] Geradezu unverständlich ist die Behauptung, die beiden Komödien gemeinsamen Verse könnten erst nach Kleons Tod gedichtet sein. Wenn man die Überlieferung gelten läßt, ist der Angriff auf das Ungetüm genau auf die erste eigne Aufführung datiert, geht der Kampf noch jetzt weiter und ist vorm Jahre Kleon mit den ἠπίαλοι angegriffen. Jeder Gedanke, daß er nicht mehr gefährlich wäre, ist ausgeschlossen.

Wursthändlers würdig, wird Philokleon geködert. Man könnte dem Dichter böse werden, und für die Beurteilung der Demagogen (demokratisch oder reaktionär macht nie einen Unterschied) soll man's nicht vergessen; aber er versöhnt durch die geschickte und doch unverblümte Darstellung des souveränen Volkes in seiner leichtgläubigen Dummheit und Eitelkeit, wie man anderseits diesem Volke viel zugute hält, weil es sich das ins Gesicht sagen ließ.

Mit der Verschiebung des Lachesprozesses und dem Angriffe auf die φρατέρες τριωβόλου und ihren κηδεμών war viel gewonnen; aber die Komödie war wieder noch nicht voll. Wenn Philokleon nun, auf sein Altenteil gesetzt, im Genusse, auch wohl ausgelassenen Genusse dieser behaglichen Existenz eingeführt wäre, wie sie ihm der Sohn etwa 341 und 736 in Aussicht stellt, so wäre das ein Abschluß gewesen, den Acharnern ähnlich[1]. Das genügte dem Aristophanes nicht; so läßt er den Bdelykleon plötzlich 1005 dem Vater ansagen, er wollte ihn in die Gesellschaft einführen; das erzielt hübsche Szenen durch den Gegensatz der alten bäuerlichen Derbheit zu der modernen Eleganz. In die Handlung passen sie eigentlich schlecht, und was sie fortspinnen, sind Motive der Wolken und der Daitales. Der Dichter hatte auch das Gefühl, sein Stück wäre nicht ersten Ranges; schade, daß man den erfolgreichen Proagon nicht vergleichen kann. Immerhin verstehen wir die Entwickelung der aristophanischen Dichtung von 427—21 leidlich gut; wir sehen ein Talent, höher strebend, aber dem Momente dienend, dem Geschmacke des Publikums trotz allem unterworfen, um die Mittel nicht verlegen. Und recht hat er doch, wenn er sich rühmt, das Publikum zu Höherem erziehen zu wollen; ob er sich der Erziehung seiner Konkurrenten mit gleichem Recht berühmt, mag fraglicher sein. Das beste war, daß er sich selbst erzog: Vögel und Lysistrate sind vollkommenere Kunstwerke, und die Thesmophoriazusen versuchen eine wirkliche Handlung bis zum Schlusse durchzuführen; aber seine Entwickelung können wir weiter nicht verfolgen, weder die aufsteigende noch den Niedergang, den die beiden letzten Stücke bezeugen.

2. Dramaturgie.

Die Wespen beginnen mit einem wirklichen Bühnenbilde. Vor dem Bauernhofe des Philokleon sitzen zwei Sklaven schläfrig auf der Schwelle oder auch den Prellsteinen; auf dem Dache sieht man einen langen Kerl, den Bdelykleon (68), schlafend liegen. Denken müssen

[1] Auch da ist aber die Schlußszene im Grunde anorganisch angeflickt, denn Dikaiopolis triumphiert nicht, weil er seinen Separatfrieden geschlossen hat, sondern weil er an den Choen im Wetttrinken gesiegt hat.

wir uns, daß es Nacht sei. Nach den spaßigen Szenen des Prologes bekommen wir genau dasselbe Bild, nur sitzt oder liegt jetzt auch Bdelykleon vor der Tür; Nacht ist es noch immer. Der Parallelismus der Bilder ist sehr wirksam.

Auf die Anlage des Hauses, das die Hinterwand bildet, kommt in den ersten Szenen bis 462 etwas an. Es hat nur eine Tür; so pflegt es in der alten Komödie zu sein, aber es ist wichtig, daß sich über dieser Tür ein Fenster befindet, aus dem sich der Alte herabläßt (392)[1], an dem also 317 sein Kopf sich zeigte. Der Prellstein vor der Tür und die εἰρεσιῶναι, die Erntekränze (-zweige), neben ihr werden zu jedem athenischen Hause gehört haben, auch auf der Bühne; das Haus des Demos in den Rittern (729) ist dasselbe; auch das flache Dach wird normal sein, also immer für die Handlung verwandt werden können. Aber etwas Besonderes ist, daß das Haus ein Nebengebäude hat, so nahe und so niedrig, daß man vom Dache aus sein Rauchloch zudecken kann (κάπνη 105). Das ist der ἰπνός, Küche und Backstube, die eben darum einen Rauchfang hat. Aus ihr geht auf die Straße ein Durchlaß für die Abwässer, in einiger Entfernung von der Haustür, denn ein Sklave wird von da »herumgeschickt«, den Durchlaß zu beobachten (141). Daß diese Räume außerhalb des eigentlichen Hauses an die Hofmauer angelehnt sind, vornehmer zu reden, in den Peristyl eingebaut, entspricht dem allgemeinen griechischen Brauche; auch städtische Häuser werden oft so ausgesehen haben, aber der Nachtmarsch der Wespen zeigt, daß wir höchstens in der Vorstadt sind. Über Haus und Nebengebäude ist ein Netz gespannt (164, 208, 368), das indessen den Verkehr durch die Haustür nie behindert, also so weit nicht herabreicht, wenn es auch das Fenster sperrt, und von unten, also an herabhängenden Stricken, in Bewegung gesetzt werden kann (209).

Man müßte eigentlich noch einen Ausgang aus dem Hofe auf die Straße annehmen, weil Bdelykleon auf dem Dache 153 sagt, er wollte herunterkommen, und 168 vor der Haustür erscheint, an der der Vater innen rüttelt. Indessen das bedeutet nichts mehr, als daß der Dichter ihn außen auftreten läßt, als er ihn da braucht, von der

[1] 398, als der Alte sich herabläßt, befiehlt der Sohn einem Sklaven ἀνάβαιν' ἀνύσας κατὰ τὴν ἑτέραν καὶ ταῖσιν φυλλάσι παῖε. Der Sklave soll mit den Zweigen schlagen, damit der Alte am Seile wieder hinaufklimme; also muß er von unten hinaufschlagen. Dann ist nicht κατὰ τὴν ἑτέραν ἀνάβασιν zu verstehen, weil da keine zwei Treppen sind, sondern »auf der einen von beiden Seiten der Tür,« mit unbestimmtem Femininum, wie ἑτέραν ᾄσομαι 1231. Er wird auf den Prellstein steigen; der »lange« Bdelykleon reicht vom Boden aus hoch genug. Das gibt ein gutes Bühnenbild; die Stellung des Fensters wird auch klar. Der Alte klimmt nicht zurück, sondern läßt sich auf den Boden herab, wo ihn seine Gegner packen.

Seite her, da er durch die Haustür nicht kommen kann. Wie er's macht, fragen wir nicht; hätte der Hof noch einen anderen Ausgang, so müßte der bewacht werden.

Die Haustür ist eine Lattentür, durch die man den Alten sehen kann, als er an ihr rüttelt, 152, und sich mit Gewalt und Drohungen Ausgang erzwingen will. Als der Sohn hinzukommt, wird er artig (169), hat aber sofort den Esel zur Hand, der natürlich nun erst sichtbar wird. Auf die Aufforderung, den Esel selbst hervorzuholen, die der Sklave mit Recht »heuchlerisch bescheiden« nennt, läßt Bdelykleon die Tür öffnen, was mancherlei Manipulationen nötig macht, die uns beschrieben werden, als sie nachher wieder geschlossen wird (199), also durch die Pause in der Handlung die Spannung steigert; dann führt er den Esel selbst heraus; er hat aber die List durchschaut[1], der Odysseus unter dem Eselbauche wird entdeckt, der Alte wird wieder eingesperrt, noch einmal vom Dache gescheucht, und die Wächter sind überzeugt, daß sie nun Ruhe haben. Eigentlich könnte Philokleon seine Versuche wiederholen; aber der Dichter hat genug gespielt, und weil er will, erfüllt sich Bdelykleons Erwartung, und der Alte zeigt sich nicht mehr.

Die Kyklopenepisode der Odyssee, aus der der Dichter die List Philokleons mit dem Esel entnommen hat, setzt er natürlich im Gedächtnis

---

[1] ᾐϲθόμην τεχνωμένου· ἀλλ᾽ εἰϲιὼν μοι τὸν ὄνον ἐξάγειν δοκῶ, ὅπωϲ ἂν ὁ γέρων οὐδὲ παρακύψῃ πάλιν. Das kann zunächst nur heißen: »ich denke, daß ich den Esel herausführe«; um, wenn nötig, eine Parallele zu geben, Menander Ἐφεϲίῳ, ἐγὼ μὲν ἤδη μοι δοκῶ ... ἐμαυτὸν ... ὁρᾶν τρέχοντα. Begreiflich also, daß man ἐξάξειν schreibt, um den Finalsatz anzuschließen. Dem fügt sich auch A. T. Murray (Class. Philology V 488), der eben den Sprachgebrauch von δοκῶ und δοκῶ μοι mit dem Infinitiv besonnen erörtert und die starre holländische Regel einschränkt. In der Tat ist das Futurum notwendig, wenn es heißen soll »ich habe vor, den Esel herauszuführen, damit der Vater auch nicht einmal wieder vorguckt«. Aber paßt das hier? Dann müßte ja die Gegenwart des Esels sein Vorgucken bedingen. Rein finale Bedeutung von ὅπωϲ wird hier überhaupt nicht befriedigen können. Eurip. Hel. 1253 πῶϲ θάπτετε; ὡϲ ἂν οὐϲίαϲ ᾖι. Med. 331 ἔρωτεϲ κακὸν μέγα: ὅπωϲ ἂν παραϲτῶϲιν τύχαι, ebenso Tro. 1052. Aisch. Hik. 233 ἀμείβεϲθε τόνδε τὸν τρόπον, ὅπωϲ ἂν πρᾶγοϲ νικᾶι. Überall ist ὡϲ, ὅπωϲ, seiner Herkunft entsprechend, *prout*, »in der Weise, dem entsprechend wie«. Also sagt Bdelykleon »ich weiß, daß er etwas im Schilde führt, und denke, ich führe den Esel so heraus, daß der Alte nicht noch mal vorguckt«. Also die Modalität seiner Herausführung bezeichnet er, und sie ist dem Zuschauer klar, da die Worte gesprochen werden, während die entsprechende Aktion ausgeführt wird. Die denken wir uns leicht; er zieht den Esel zwischen den Türflügeln so vor, daß der Esel, von der Seite gesehen, dem Publikum seinen Odysseus zeigt. Er hat eben das τέχναϲμα geahnt, und sagt daher (er selbst, nicht der Sklave) κάνθων τί κλάειϲ; ὅτι πεπράϲει τήμερον; βάδιζε θᾶττον· τί ϲτένειϲ; εἰ μὴ φέρειϲ Ὀδυϲϲέα τινά. Er zieht den Esel vor, sieht ihm also nicht unter den Bauch. Das tut der Sklave und fährt daher fort ἀλλὰ ναὶ μὰ Δία φέρει. Nur diese Personenverteilung ist passend. Damit ist bestätigt, daß Bdelykleon die List geahnt hat; was er sich denkt, ist also »das Herausführen besorge ich so, daß dem Alten die Lust zu weiterem Vorgucken vergeht«.

seiner Zuschauer voraus. An den Menschenfresser mahnt es, wenn Philokleon sich vorstellt, daß Bdelykleon ὑπογάστριον γέροντος ἡλιαστικοῦ verspeisen wird (193). Der Scholiast sagt ἀντὶ τοῦ ὑπογάστριον ὄνου· ἐχρῶντο γὰρ τοῖς ὀνείοις. Daß Eselsfleisch auch einmal gegessen ward, ist richtig; Hippokrates π. διαίτης II Kap. 46 bespricht seine Bekömmlichkeit. Aber die Gelehrsamkeit ist übel angebracht; der Kyklop wird essen, was ὑπὸ γαστρὶ des Esels ist, das ist dieser Odysseus; der Genitiv ist nicht partitiv, sondern attributiv. Die Kyklopie hatte schon manche Bearbeitung auf der Bühne gefunden; wir kennen natürlich nicht alle, wissen aber doch von dem Kyklopen des Aristias[1] und Euripides, und von der Odysseuskomödie des Kratinos. Daß der Witz mit dem Namen Οὖτις überall vorkam, ist begreiflich; den Widder hat Euripides fortgelassen (also gerade was Aristophanes gibt); über Kratinos können wir nichts sagen. Trotzdem ist behauptet worden und ernst genommen, Aristophanes parodierte den Euripides[2]. Beides ist keiner Widerlegung wert, denn nur etwas, das Homer nicht bietet, könnte einen Anhalt geben; und selbst dann müßte die Übereinstimmung frappant sein, um Abhängigkeit wahrscheinlich zu machen. Parodie eines Satyrspiels ist meines Wissens überhaupt so gut wie unerhört[3]; und wie sollte die Komödie an diesen Stil Anschluß suchen; von dem, was an Euripides Bewunderung oder Abscheu bei den Athenern weckte, steckt in seinen Satyrspielen vollends kaum etwas.

Die Richter, die den Philokleon abholen werden, sind als Wespen mit einem Stachel am Hintern angemeldet (225); auch daß sie Phrynichosmelodien singen werden. Aber in der Parodos erscheinen sie in

[1] Daß auf ihn eher als auf Euripides die Verbindung der Satyrn mit der Kyklopie zurückzuführen ist, die wir auf einem Vasenbilde finden, habe ich früher gesagt (Griech. Trag. III 15).

[2] Wesp. 1326 sagt Philokleon ἄνεχε πάρεχε wie der Kyklop des Euripides 203, aber auch wie die Kassandra der Troerinnen 308, an die der Scholiast erinnert; das rief man also in dem Sinne »Halt, Platz gemacht!«; Philokleon ist betrunken und führt eine Dirne mit sich; der Kyklop ist betrunken und stützt sich auf den Silen. Daraus wird Abhängigkeit konstruiert. Jede Nacht »imitierten« also Dutzende betrunkener Komasten in Athen den Kyklopen. Bemerkenswert ist, daß Euripides und Aristophanes das Ethnikon Ἴθακος gebrauchen. Homer Ἰθακήσιος. Das liegt daran, daß die Athener im Ionischen Meere Bescheid wußten, Homer nicht, denn die Bewohner hießen wirklich wie ihre Insel. Das hat der einzige Volksbeschluß der Insel gelehrt, Inschr. v. Magnesia 36. Da sie weder bei Thukydides noch im zweiten attischen Seebund erwähnt wird, ist sie damals nicht selbständig gewesen; wem sie gehörte, ist unbekannt, vermutlich einer der kephallenischen Städte, deren Sprache sie teilt.

[3] Schol. Frösch. 184 notieren, daß Demetrios (Ixion) die dreimalige Anrede χαῖρ' ὦ Χάρων in einem Satyrspiele des Achaios wiederfand; von Nachahmung oder Parodie wird nicht geredet; man sieht auch keine Veranlassung dazu. Es wird also Zufall gewesen sein, συνέμπτωσις.

lange Mäntel gewickelt, Stöcke in der Hand, ganz als alte Athener: das spannt die Neugier: Die Parodos ist eine Einlage, die mit der Handlung nichts zu tun hat; sie soll später für sich erläutert werden. Von der Wespennatur des Chores ist auch in dem ersten Gespräch mit Philokleon nichts zu merken, es sei denn darin, daß sie ihn schmeichlerisch »mein Bienchen« anreden (367). Denn für uns befremdlich, aber jedem Zweifel entrückt, ist, daß Aristophanes den Wespen durchaus die Natur der Biene gegeben hat[1]. Erst als es zum Angriff geht, den Alten zu befreien, wird der Stachel vorgeholt[2], wozu natürlich die Mäntel abgelegt werden müssen; mit denen werden die Jungen fortgeschickt, die bisher dem Chore leuchteten (es ist nun Morgen geworden): Jungen und Mäntel sind eben beide überflüssig, und die ersteren fortzuschaffen, wird das Motiv angewandt, sie sollten die Sache dem Kleon anzeigen; Folgen hat das nicht[3]. Jetzt erst sieht also der Sklave (und der Zuschauer) die Stachel (420); der Kampf, zu dem Bdelykleon Verstärkung aus dem Hause holt, wird zum Teil so vorgestellt, wie wenn Wespen stechen und Wespennester ausgeräuchert werden; daneben gibt es eine regelrechte Prügelei, in der der Chor den kürzeren zieht; es müssen also gegen die 24 Wespen nicht viel weniger Sklaven aufgeboten sein, die verschwinden, sobald keine Gefahr mehr ist. Nun hat aber auch die Wespenmaske ihre Schuldigkeit getan; 727 ist die Waffe des Chores nur der Stock. Einzig in dem Epirrhema wird, wie es Stil ist[4], die Maske noch erläutert; dabei erfahren wir, daß der Chor sich eine Wespentaille geschnürt hat, und glauben leicht, daß sein Gewand unterwärts in eine Art Wespenleib ausging, aus dem der Stachel hinten hervorkam oder hervorkommen konnte; zur

---

[1] Das hat H. Weber, Aristophanische Studien 145, ausgeführt; nur so weit, wie ich's oben sage, kann ich ihm folgen. Ich kann nicht anders annehmen, als daß Aristophanes wirklich die Wespen für eine Sorte besonders großer Bienen gehalten hat.

[2] 407; soviel ist der verdorbenen Stelle zu entnehmen. Die Debatten über die Kinder und die Mäntel werden gegenstandslos, sobald man die Handlung versteht und sich nicht einbildet, die Zahl der Statisten dem Aristophanes vorschreiben zu können. Einen Jungen, der das Weiberkostüm des Mnesilochos tragen soll, bringt sich auch Euripides mit, Thesm. 1202. Fried. 731 ist Bedienung zur Hand, den Bauern des Chores ihr Handwerkszeug abzunehmen: da wird vor der Parabase die Illusion aufgegeben und von den Dieben geredet, die um das Theater herumlungern. Der Choreg war etwas genau; das Schaf zum Opfer mußte ihm gespart werden, 1022.

[3] Mit demselben Motiv bringt der Dichter in den Fröschen 569 die Hökerinnen von der Bühne; Folgen hat es ebensowenig.

[4] Unbefangenem Auge muß es seltsam erscheinen, daß diese Erläuterung der Maske an einer so späten Stelle der Komödien steht, wo die Maske schon für die Handlung ausgespielt hat. Das wird sofort verständlich, sobald begriffen ist, daß πάροδος und παράβασις einmal dasselbe war: der Chor kommt auf den Festplatz des Gottes, sein Führer hält die Ansprache, in der dem Volke oder einzelnen die Leviten gelesen werden, der Chor singt, was dem Gotte gebührt: dann erläutert er seine Maske.

Attacke werden sie ihn zwischen den Beinen durchgezogen haben, was bei den Kindern Lachen genug hervorgerufen haben mag.

Die Debatte zwischen Vater und Sohn ist zuerst auf den Schiedsspruch des Chores angelegt (521); es kommt aber anders, denn Philokleon ist schon vorher einer Ohnmacht nahe, so daß der Chor ihm nur zureden kann, sich dem Sohne zu fügen (728). Der Wahrspruch, den man erwarten mußte, wird nicht abgegeben. An der Durchführung seines Motives liegt dem Dichter nichts, dagegen korrespondiert genau, daß Philokleon sich ein Schwert geben läßt, in das er sich stürzen will, wenn er unterliegt (522), und daß er es fallen läßt, weil ihm schwach wird (714): hier mußte der Dichter konsequent sein, weil das Schwert vor den Augen der Zuschauer blieb.

Bis zu diesem Punkte ist seit der Parodos die metrische Form der Parabase eingehalten, daß immer auf eine Strophe eine Szene in Tetrametern folgt[1]. Nun muß der Dichter den Übergang zu den einfachen Trimetern machen, die bis zum Ende reichen. Die Situation ist nicht eigentlich tragisch, und der Alte hat wenig von einem euripideischen Helden; aber die Tragödie bot so bequeme Formen, daß Aristophanes nach Dochmien greift[2] und den Philokleon Anapäste der Alkestis und des Bellerophontes[3] anwenden läßt: das soll den Euri-

[1] Ob die Tetrameter in ein Pnigos übergehen, wie meist bei der eigentlichen παράβασις, oder nicht, wie bei den ἐπιρρήματα, steht im Belieben des Dichters. Die Strophen sind meist auf Chor und Schauspieler verteilt, niemals in sich abgeschlossene Lieder.

[2] Zu diesen notieren die Scholien keine bestimmten Vorlagen (sie haben ja auch zu 750 Alkestis 866 nicht zitiert); man braucht auch keine, aber in πιθοῦ, πιθοῦ λόγοισι, in ἀτεράμων, in θεὸς παρὼν συλλαμβάνει kann niemand den tragischen Ton verkennen. Die Antistrophe, 743—749, ist leeres Flickwerk.

[3] Philokleon sagt »von deinen Versprechungen will ich nichts wissen; ich sehne mich nach dem seligen Orte, wo der Herold zur Abstimmung ruft. σπεῦδ' ὦ ψυχή· auf, meine Seele — ποῦ μοι ψυχή; wo ist meine Seele? (d. h. ich habe keine mehr, lebe nicht mehr) πάρες ὦ σκιερά· »gib Raum, schattige — nein, beim Herakles, nun mag ich nicht mal Kleon als Dieb verurteilen«. Hier ist also die Peripetie, die Katastrophe: von dem Sehnen nach dem Richten zu dem Verzichte selbst auf den Hochgenuß, Kleon unter den Füßen zu haben. Den Übergang oder Umschlag (denn psychologische Künste wird man nicht suchen) markiert die Aufnahme und Ablehnung euripideischer Worte. Wir wären vor dem πάρες ὦ σκιερά hilflos, würden Gott weiß wie vielerlei Korruptelen und Lücken annehmen, wenn die Scholien nicht aus dem Bellerophontes erhalten hätten πάρες ὦ σκιερὰ φυλλάς· »laß mich durch, schattiges Laub, über die Wiesengründe will ich mich heben; den Äther über uns zu schauen streb' ich. Wo steht die Hekate? (d. h. wie vor jedem Palaste auf Erden oder der athenischen Burg ein Ἑκάτειον steht, muß es ähnlich vor der Διὸς αὐλή sein)«. Also der tollkühne Flug des Bellerophontes kommt dem Philokleon in den Sinn: trotz allem will auch er seinen Kopf durchsetzen. Natürlich muß hier der Hörer an πάρες ὦ σκιερά die ganze Tirade erkennen. Dann muß aber auch vorher σπεῦδ' ὦ ψυχή· ποῦ μοι ψυχή erst den kühnen Vorsatz, dann den Rückschlag geben. Mit andern Worten, das erste gehört dem Euripides. Endlich zu bedenken: der Dichter der Wespen hat die Szene des

pides nicht persiflieren; es ist nur bequemer als ein neues Lied zu erfinden (das man erwartet), und bekannte Verse in lächerlicher Verwendung sind immer willkommen.

Das Privatgericht vor dem eignen Hause erfordert recht viele Requisiten, die aber alle einzeln aus dem Hause geholt werden. Da die Bühne dann für die Parabase von den Schauspielern geräumt wird, ist Zeit genug, alles unbeachtet wieder wegzuschaffen.

Als das Antepirrhema verklungen ist, 1122, sehen wir Philokleon sich gegen die Zumutung seines Sohnes sträuben, der ihm den Mantel abnehmen will. Mitten in lebhaften Streit führt uns der Dichter hinein. Bdelykleon hat einen persischen zottigen Mantel zur Hand, den er dem Vater am Ende aufzwingt, dann ein Paar lakonische Stiefel. 1209 muß der Alte sich zur Probe auf das Sopha legen: die Kissen werden 1213 genannt, und es versteht sich von selbst, daß die Probe nicht auf dem nackten Boden gemacht werden kann. 1251 wird dem Sklaven befohlen, das Essen einzupacken, das sie zum Picknick mitnehmen; so ziehen sie ab. Wo spielt diese Szene? Vor dem Hause? Undenkbar. Also sehen wir hier in die Stube: daher können die beiden mitten im Gespräche sein, als das Schauspiel nach der Parabase wieder anhebt. Das bestätigt sich dadurch, daß der Chor an der ganzen Szene nicht den mindesten Anteil nimmt; er ist gar nicht gegenwärtig. Er steht nämlich vorher und nachher da, wo die Parabasen gesprochen werden; παραβὰς πρὸς τὸν δῆμον, er hat sich von der Hinterwand weg an den Rand der Orchestra auf die Mitte der Zuschauer hin bewegt: da bleibt er, da singt er 1265 wieder, und zwar wieder Trochäen, wie die der vorigen Ode. Wer sich daran stößt, daß er den Zuschauern zum Teil die Schauspieler verdecken müßte, kann sich das Zimmer, in dem jene erscheinen, beliebig hoch über dem Boden denken: darüber können wir ja gar nichts wissen; es kann ja auch das Ekkyklema angewandt sein.

Nach der Parabase kommt ein Diener zum Chor als Bote; es muß eigentlich der sein, der ihnen den Korb getragen hat; aber danach fragen wir nicht, ebensowenig was der Chor hier noch zu suchen hat; der bleibt, weil wir Komödie spielen, und der Bote will uns, den Zuschauern, erzählen, wie sich Philokleon in der Gesellschaft betragen hat. Gleich nach ihm kommt auch der Alte, schwer betrunken,

Aufstiegs aus dem euripideischen Drama im Gedächtnis: der des Friedens baut auf eben diese die einzige gelungene Erfindung seiner Komödie. Wenn er diese Parodie schon geplant hätte, würde er die Anapäste des Bellerophontes, die Fried. 92 parodiert werden, nicht hier verwertet haben. Aber an »Frieden« war ja vor der Schlacht bei Amphipolis, Herbst 422, kein Gedanke; begreiflich, daß Aristophanes in äußerster Eile auf ein Motiv zurückgriff, das er eben beiläufig gestreift hatte.

die Flötenspielerin zieht er mit sich: sie ist splitternackt, wie sich nachher zeigt und wie solche παραχορηγήματα öfter sind — in diesen Rollen spielt die Weiblichkeit, bezogen vom πορνοβοσκός, mit. Ein Bild wie Furtwängler-Reichhold, Ser. II, Taf. 103 illustriert das Frauenzimmer gut. Eine Gruppe Leute, die Philokleon verhöhnt und verprügelt hat, drängt hinterher, und einer führt für sie das Wort: συμπότης τις ist als Personenbezeichnung schon zu viel, denn es ist schwerlich einer von den Teilnehmern des Picknick. Später kommt der Sohn; die Flötenspielerin wird so hingestellt, daß der Alte sagen kann: ἐν ἀγορᾶι τοῖς θεοῖς δᾶις κάεται (1372): also sind wir am Altar der 12 Götter auf dem Markte. Da hat doch auch die Brothökerin ihren Stand gehabt (zu der Stunde ist das freilich seltsam; aber wer darf nach der Uhr fragen?). Wir sind also während dieser Szene auf dem Heimwege von Philoktemons Haus, wo das Picknick war, zu dem des Philokleon, das eigentlich gar nicht in der Stadt liegt. Als der Dichter genug Späße gemacht hat, sind wir vor diesem Hause, und der Sohn nimmt seinen Vater hoch und schleppt ihn hinein. Der Chor hat wieder mit keinem Worte teilgenommen, seit der Sklave ihm den Botenbericht brachte. Jetzt singt er ein Lied; dann kommt wieder ein Sklave heraus, der schon derselbe wie vorher gewesen sein wird, aber ebensowenig auch nur einen Schatten von Persönlichkeit hat: daß Bdelykleon auftritt, wie einzelne Herausgeber ohne jeden Anhalt im Texte oder den Scholien annehmen, verstößt gegen den Sinn der Szene ebenso wie gegen den elementarsten Grundsatz der Interpretation: wen er einführt, macht der Dramatiker selbst kenntlich. Der Sklave kommt auch nicht zum Chor, sondern zum Publikum: in dem sind die tragischen Schauspieler gegenwärtig gedacht, die Philokleon zum Wettanzen auffordert; aus dem denken wir also die drei Knirpse vortretend, die Söhne des Karkinos; dargestellt werden sie durch drei aus der Schar von Jungen, die in der Parodos den Chor begleiteten: weil wirklich Jungen aufgeboten sind, haben sie die Statur der Karkinosbrut. Ihrem Cancan macht der Chor Platz (1516), singt zu ihrem Hopsen und geleitet Philokleon und sie am Ende durch eine der πάροδοι, der Seitenzugänge, hinaus, nicht ohne die neue Erfindung des Aristophanes ausdrücklich zu preisen, der mit diesen Tänzen statt des gewöhnlichen Komos das Publikum überrascht. Wo spielt also diese letzte Szene? Wo anders als im Theater? Mit der Fabel des Stückes hat sie nicht das mindeste mehr zu tun: das »Komosspiel« des Aristophanes schließt sie in origineller Weise glänzend ab.

Wenn die letzte Szene im Theater spielt, gehört sie gar nicht mehr zu der Handlung; es ist doch auch nicht der alte Heliast Philokleon, der mit dem Chore, der auch kein Wespenchor mehr ist, zur

Orchestra hinaustanzt. Ist dem so, so schließt das vorhergehende Chorlied das Drama inhaltlich ab. Der Chor epilogisiert. »Man muß dem Philokleon gratulieren, daß er sich von dem ,trocknen Tone' seiner Lebensweise bekehrt hat. Nun wird er wohl liederlich werden; das heißt, vielleicht geht's auch anders, denn man verleugnet seine Natur schwer; mancher läßt sich freilich auch umstimmen. Unbedingt dagegen verdient Bdelykleon Lob, für den schwärme ich, denn die Gründe, mit denen er seinen Vater bekehrt hat, waren alle unwiderleglich.« Daran ist gewiß weder tiefe Weisheit noch hohe Poesie zu loben; aber der Dichter zieht das Fazit aus seiner Komödie, das er allein ziehen kann. Es ist ihm darum zu tun, dem Publikum sein Hauptmotiv wieder einzuschärfen, das durch die tollen letzten Szenen zurückgedrängt ist. »Die φιλοδικία ist vom Übel; die siegreichen Gründe Bdelykleons dürfen wir nicht vergessen. So ist es für Philokleon ein Gewinn, daß er sein ruppiges Heliastentum ablegte; hat er jetzt einmal über die Stränge geschlagen, διὰ χρόνου ἐμεθύσθη (1212), kann es immer noch gut, es kann auch schlecht werden. Halten wir uns an das Unzweifelhafte, was wir bei Bdelykleon gelernt haben.« Unsere Kritik mag diesen Ausblick in die Zukunft (μεταπεσεῖται 1454 und ἄπεισι 1464) witzig oder frostig nennen: ein Ausblick bleibt es, und ein Fabula docet, das hinter die Fabel gehört. Sollten wir da noch ein Wort gegen die Vertauschung dieses Liedes mit der zweiten Parabase sagen, die jetzt bei van Leeuwen und Starkie Aufnahme gefunden hat? Das Chorlied paßt nur an den Schluß, und die Parabase paßt nur da, wo sie die erste sozusagen fortsetzt und den Chor von der häuslichen Szene fernhält. Aber von allem abgesehen: wie sollen denn zwei Chorpartien in der Überlieferung vertauscht sein? Was berechtigt zu solcher kritischen Manipulation? Das ist das Charakteristische: man fragt gar nicht nach ihrer Berechtigung. Diese Umstellung ist ein Survival aus den Zeiten der durch Größenwahn tollgewordenen Methode, die immer andere Leute dafür verantwortlich machte, wenn sie etwas nicht verstand. Verstehen läßt sich das Chorlied, wo es steht, vielmehr nur da, wo es steht. Wenn wir es verstanden haben, dürfen wir uns eingestehen, daß es recht trivial ist; das gehört auch zu der Manier des Aristophanes, daß er sich leichten Herzens mit Trivialitäten behilft, wenn ihm nichts Besseres einfällt[1].

[1] Sehr viel besser ist die Mahnung 743—49 nicht, oder die Antode 1072, oder Wolken 1303—20, das die Handlung frostig weiter vorbereitet. Horazens Forderung, daß Poesie sich bewähren muß, auch wenn man die *membra poetae disicit*, ist äußerst praktisch. Probiere man es z. B. an der Antode; man wird zweierlei lernen, erstens, daß sie stockprosaisch ist, zweitens, daß Aristophanes sich sehr gewaltsame Umstellun-

Um die Einheit des Ortes steht es also so, daß hinter der Parabase ein Auftritt in der Stube spielt; dann müßte eigentlich die Szene sich wandeln, da wir Philokleon auf seinem Heimgang über den Markt begleiten; die Exodos spielt, wo sie gespielt wird, im Theater. Die Acharner fangen auf der Pnyx an; dort verhandelt Dikaiopolis mit Amphitheos; der Chor läuft hinter diesem her, trifft aber den Dikaiopolis in seinem Demos, eigentlich also Cholleidai, bei der Feier der ländlichen Dionysien (Posideon). Als dieser das Telephoskostüm braucht und zu Euripides geht, ist dessen Haus gleich da; aber der Chor muß während der ganzen Euripidesszene fortgedacht werden. Dann ist auch jenes Haus fort; dafür ist Lamachos in Hörweite. Hinter der Parabase sind wir in der Stadt, wo Dikaiopolis und Lamachos als Nachbarn wohnen. Das Jahr rückt bis zu den Anthesterien vor. Am Ende zieht Dikaiopolis mit seinen Weibern und Komasten über die Bühne, also scheinbar von seinem Hause weg. Wie der Regisseur sich geholfen hat, können wir nicht wissen, sollen wir nicht wissen wollen; aber die Verse, die wir haben, sind unzweideutig, und sie geben auch ein mehr als befriedigendes Bild von der poetischen Einheit der Komödie. Aber mit Ort und Zeit und Handlung springt der Komiker um, wie's ihm paßt. Paßt es ihm, so kann er auch die Monatstage genau nachrechnen und die Einheit des Ortes wahren, wie in den Wolken. Gesagt ist die Wahrheit natürlich oft genug; viele werden sie erkannt haben, ohne davon zu reden; aber der Pedantismus der Erklärer zwingt immer wieder, sie einzuschärfen, und es ist wichtig, den Aristophanes auch hierauf genau anzusehen, nicht nur für ihn, sondern auch für die Komödie vor und nach ihm. Bei Menander ist der Zeit in der uns geläufigen Weise durch die Zwischenakte genug getan; das stammt aus der Tragödie. Die Hinterwand ist fest; wieviel ihrer Türen als Häuser oder Teile von Häusern gerechnet werden, kommt allmählich im Stücke heraus[1]; Requisiten braucht der Dichter, soviel wir sehen, gar nicht. Das Spiel ist zu fester, recht ärmlicher Form erstarrt (wer den Anschluß an die Tragödie verkennen wollte, wäre ein Narr). Bei Aristophanes hat der Chorege für παραχορηγήματα genug gesorgt, die Menge Jungen,

gen erlaubt, nicht um besonderer Wirkung willen, sondern dem Verse gehorchend. Beides ist auch für die Kritik von praktischer Bedeutung. Übrigens wird man solche Beobachtungen an Antistrophen öfter machen; es ist klar, warum.

[1] Damit soll nicht gesagt sein, daß alle Komödien Menanders oder gar der νέα überhaupt so ohne Dekoration gespielt werden könnten wie die meisten, die wir kennen. Die erste Szene des Stichus, der Selbstmordversuch des Alcesimarchus in der Cistellaria, deuten auf Interieurs, die auch sonst nicht fehlen. Es ist eine zusammenfassende Untersuchung nötig, die auch die Tragödie (Schluß der Antiope) nicht beiseite lassen darf.

die Flötenspielerin, den Esel, die Hunde, den Hahn usw. Die Hinterwand hat in ihrer Küche auch etwas Besonderes und fordert Dekoration; die Gerichtsszene braucht eine Menge Requisiten. Da wird die Armut der Bürger später wohl mehr zur Vereinfachung geführt haben als die Tendenz, alle Äußerlichkeiten abzustreifen. Gewiß aber ist die strenge und straffe Stilisierung der Handlung, die nur durch Wort und Geste wirken will, zum Teil auch von dem künstlerischen Geschmacke bestimmt. Wir werden wohl sagen, daß Gewinn und Verlust sich die Wage halten. Denn Rücksichtslosigkeit gegen die Einheit von Handlung und Charakteren kann unmöglich an sich ein Lob beanspruchen; sie erklärt sich aus der Entstehung des komischen Spieles, dessen Kern nicht eine Handlung, sondern die Parabase eines Bürgerchors war; Handlungen brachte erst das ἐπεισιέναι der Einzelpersonen hinein, aber je eine auf das ἐπεισόδιον[1].

Als er zu dichten anfängt, denkt auch Aristophanes gar nicht daran, in seiner Fabel oder in der Zeichnung seiner Personen Einheitlichkeit und Konsequenz anzustreben: in der Situationskomik liegt seine Force. Daß der Chor hinter der Parabase nicht mehr Wespe, sondern komischer Chor ist, haben wir gesehen; das gilt allgemein, solange es einen Chor gibt. Unter den Personen entbehren die Sklaven jeder Individualität, und die Handschriften, die sie οἰκέται oder θεράποντες (wie in der Tragödie) nennen, am Anfange der Wespen also οἰκέται δύο setzen, sind verständiger als unsere Ausgaben, die von der hypothetischen Verteilung auf die Schauspieler ausgehen und danach Eigennamen verwenden. Hätte Aristophanes zwei Personen unterscheiden wollen, so würden sie einander mit ihren Namen anreden; aber erst als der Herr sie ruft, 136, hören wir die Namen Xanthias und Sosias; der erste Name ist in der alten, der andere in der neuen Komödie gewöhnlich[2]. Als Bdelykleon ins Haus geht, um Verstärkung zu holen,

[1] Aus der Komödie stammt daher dieser Terminus. Metagenes mit seinem κατ' ἐπεισόδιον μεταβάλλω τὸν λόγον gibt das Bild der ältesten Komödie; selbst in der Odysseuskomödie des Kratinos, deren Eingang und Ausgang sie so fest umrahmt, mögen solche Episoden gewesen sein, die mit dem Kyklopen nichts zu tun hatten. Vollkommen widersinnig wird es, die ἐπεισόδια als Teile der Tragödie aufzudrängen: man kann's aus den Hikitiden, Persern, Sieben abnehmen. Denn zu Prometheus müssen freilich die andern alle kommen, weil er gefesselt ist. Von Akten, μέρη, reden die Grammatiker mit Recht auch bei Aischylos, denn Teile hat jedes Ganze; aber von einem Schema der Einteilung hat die aischyleische Tragödie noch nichts gewußt, sondern dem Dichter die vollste Freiheit gestattet; auch bei den späteren sollte man auf Termini verzichten, die sich dem individuellen Verständnisse nur in den Weg legen.

[2] Da Sosias auch ein gemeiner Name freier Männer ist, kann man sich nicht wundern, wenn er dem Dichter 78 für einen beliebigen Athener in den Mund kommt. Erst die Modernen haben sich darüber den Kopf zerbrochen und nicht einmal bedacht, daß die Zuschauer doch noch gar nicht wissen können, daß der Herr den Sklaven später einmal Sosias nennen wird.

nennt er aus der größeren Schar drei mit Namen, 433, einmal noch den Xanthias, 456[1]. Dann kommt kein Name wieder vor, obwohl immer eine Schar zur Stelle ist, sobald Bedienung nötig wird, in der Gerichtsszene sogar einer das Wort führt. Später, als sie zum Picknick gehn, soll einer das Essen einpacken: der wird Kroisos gerufen[2]. Ist es nicht nett, daß da ein Kritiker sagt, der Name müsse wegemendiert werden, denn der Sklave hieße ja Sosias? Dann reden noch zwei Boten, oder auch einer: wenn die Kritiker konsequent wären, müßten sie den ersten Kroisos nennen. Für den Komiker sind sie Sklaven, weiter nichts, wie die Boten für den Tragiker auch nichts weiter sind (nur Euripides versucht zu individualisieren), einerlei, wie viele auftreten. Wo nur ein Sklave agiert, wie Xanthias neben Dionysos in den Fröschen, Karion im Plutos, ist der Name fest, aber der Gegensatz zur neuen Komödie bleibt derselbe: erst in dieser ist jeder Sklave ein Charakter, während er bei Aristophanes nur »Sklave« ist.

Bdelykleon hat seine Rolle im Namen; er bekämpft in dem Heliastentume den Kleon; und doch ist es der Kreis Kleons und seiner Schmeichler, in den er seinen Vater mitzunehmen vorhat, wenn man der Szene glauben darf, in der er den Vater auf seine Salonfähigkeit examiniert. Der Dichter wollte den Kleon, Theoros, Aischines noch einige Hiebe austeilen; ob Bdelykleon in ihre Gesellschaft paßte, kümmerte ihn nicht[3]. Nachher sind sie in eine ganz andere Gesellschaft gekommen, von der ein paar Gesellen sich wieder einen Hieb holen; ein Antiphon ist aus der zweiten Parabase als Hungerleider bekannt, also keinesfalls der Rhamnusier; möglich, daß οἱ περὶ Φρύνι-

[1] Bd.: »Schlage die Wespen vom Hause weg, Xanthias!« Der Sklave, also Xanthias: »Das tu ich.« Bd.: »Und du vertreibe sie mit Rauch!« »Wollt ihr weg! Wollt ihr zum Henker! Geht ihr nicht?« Bd.: »Schlag sie mit dem Knüttel und du setze ihnen mit Rauch zu!« »Na, schließlich haben wir sie doch vertrieben.« Die Personenverteilung ist so weit klar, daß die Befehle von dem Herrn kommen; für die Sklaven spricht aber Xanthias nicht alles: die drei parallelen Rufe οὐχὶ σοῦσθ'; οὐκ ἐς κόρακας; οὐκ ἄπιτε; gehören mehreren. Sie begleiten ja den erfolgreichen Angriff der ganzen Sklavenschar. Ebenso gehören die Beifallsrufe Ekkl. 213 nicht einer Frau, sondern der ganzen Zuhörerschaft.

[2] Χρυσός überliefert, das ich in die Orthographie umgesetzt habe, die von den Steinen bezeugt wird (Arist. u. Ath. II 176). Wenn jemand die Qualität dieser und der handschriftlichen Überlieferung nicht zu schätzen und abzuwägen versteht, ist ihm nicht zu helfen.

[3] Außer ihnen nennt er noch den Phanos, den wir aus den Rittern 1256 auch nur ungenügend kennen. Dann folgt ξένος τις ἕτερος πρὸς κεφαλῆς Ἀκέστορος, was die Erklärer durchaus nicht verstehen wollen. Wenn »ein anderer Fremder zu Häupten des Akestor« liegt, so ist eben Akestor ein Fremder, und auf diese Bosheit gegen den Tragiker mit dem vornehmen athenischen Namen (Ar. und Ath. II 81) kommt es dem Dichter an. Wie können sie sagen: »Das geht nicht, der Fremde ist ja nicht genannt!«

χον auf den späteren Oligarchenführer geht, nicht weil er schon Bedeutung gehabt hätte, sondern weil er noch ein armseliger Sykophant war. Möglich, daß Hippyllos und Lykon auch wirkliche Menschen sind, für die die Nennung schon ein Hieb war: aber ebensogut können es leere Namen sein, und für uns sind sie es unbedingt[1]; der Schluß ist doch einfach kindisch: den Hippyllos kennen wir nicht, also verbirgt sich unter ihm jemand, den wir kennen, und wir müssen das Rätsel raten. Rieten es auch die Athener in dem Moment, da bei der Vorstellung der Name vor ihren Ohren verklang? Viel ersprießlicher ist es, sich zu überlegen, daß Bdelykleon zuerst 737 seinem Vater als Ersatz für den Verzicht auf das Richten nur die Versorgung eines Altsitzers in Aussicht stellt, wie das zu dem bisherigen Verlauf des Dramas paßt, aber nach dem Gerichte ihn plötzlich in die Gesellschaft einführen will: das hätten wir ihm bis dahin nicht im entferntesten zugetraut. Natürlich, es ist die gewaltsame Verzahnung der beiden Teile, vor und nach der Parabase, die schlecht genug zueinander passen, wenn wir den unberechtigten Maßstab der Einheitlichkeit anlegen.

Philokleon selbst ist zuerst ein alter Mann; er hat Naxos im Jahre 471 belagert, 355; im Hause wird er behandelt, als wäre er παρανοίας verurteilt. Aber 610 hat er eine Frau, die ihm um den Bart geht, und eine kleine Tochter, die ihm einen Schmatz gibt; und wenn der Sohn und der diesem gefügige Haushofmeister mit dem Frühstück säumen, geht er zu den Frauen hinüber und holt sich einen ganzen ὄνος voll Wein; die Frauen haben, scheint's, kein anderes Gefäß als diesen Knieschutz, auf dem sie den Flachs reiben. Um des Witzes willen hat Philokleon so ein Ding gleich bei sich, auch voll Weines, denn er muß das Planschen vormachen, mit dem der Wein aus so einem Dinge allein in einen Becher oder auch in den Mund gegossen werden kann; erst dies Planschen rechtfertigt das καταπέρδεσθαι des »Esels«[2]. Diese ganze Szene stimmt zu dem,

[1] Lykon, der Vater des Ankolykos und spätere Ankläger des Sokrates, ward um jene Zeit von Eupolis stark angegriffen (Xenophon will im Symposion sein Gedächtnis rehabilitieren); man kann kaum denken, daß die Athener auf ihn hinblickten, als der Name hier vorkam; es saßen Namensvettern genug im Theater. Leider hat kein Geringerer als Droysen damit begonnen, aus diesen Namen für die Geschichte Kapital schlagen zu wollen, was am Ende zu der Tollheit geführt hat, Hippyllos wäre Thukydides der Historiker. Damit hat sich diese Exegese selbst ad absurdum geführt; man kann sich weitere Worte sparen.

[2] Die Erklärung der Stelle ist ein schöner Triumph der Archäologie, denn nur wer die tönernen ὄνοι kannte, war imstande den Witz zu verstehen; für die Wespen hat Robert sogleich alles gesagt Ἐφημ. Ἀρχ. 1891. 234. Die antiken Grammatiker hätten den Gebrauch aus dem Leben erläutern können, wenn das Tongeschirr auch nicht mehr verfertigt ward, denn er besteht noch heute auf Kreta, wie Xanthudides Ath. Mitt. 35, 323 sehr hübsch gezeigt hat.

was Philokleon sonst ist, nicht von fern. Aber das ist nicht der einzige solche Zug. Er hat ein Orakel, 159, daß ihn der Schlag rühren würde, wenn ihm ein Verklagter entginge; in der Tragödie müßte das sich in dem Drama irgendwie erfüllen, könnte es auch hier; aber das Orakel gilt nur für den einen Vers. Er hat erst keine Zähne, das Netz durchzubeißen, 169; nachher beißt er es durch, 368. Er ist Φιλοκλέων, und sein Hauptwunsch würde sein, den Kleon einmal zu verurteilen, 759. Die letzten Szenen belustigen uns gerade dadurch, daß sein Benehmen mit den τρόποι φρυγανοσέμνακοι des Heliasten im Widerspruch steht. Das ist vortrefflich; die Wahrheit der Komödie ist eben keine psychologische Wahrheit.

Wer weiß das nicht? Wozu die offene Tür einrennen? Weil in der Erklärung des einzelnen und der Verwertung der aristophanischen Zeugnisse die Erkenntnis immer wieder vergessen wird. Nur für den einen Vers, in dem ihr Demotikon genannt werden mußte, sind Dikaiopolis aus Cholleidai, Strepsiades aus Kikynna, Trygaios aus Athmonon: weiterhin gilt die Ortsbezeichnung nicht. Peithetairos heißt so, nachdem er τοὺς ἑταίρους ἔπεισε; vorher einmal Stilbonides 129. An ihm und noch mehr an Lysistrate kann man lernen, wie der Dichter zugelernt hat und einen Charakter besser festhalten kann; wenn Strepsiades bald dumm, bald klug ist, kann man leider keinen Schluß auf Überarbeitung ziehen. In den Thesmophoriazusen ist eine Intrige einigermaßen durchgeführt, und gerade da ist mit Händen zu greifen, daß die Tragödie Lehrmeisterin gewesen ist. Um die Entwicklung des Aristophanes und der Komödie überhaupt zu beurteilen, müßten wir eine mythologische Travestie und ein Stück des Pherekrates, wie die Korianno kennen: so ist es bitter, aber unvermeidlich, daß wir resignieren. Aber für Plautus dürfte es auch zu beherzigen sein, daß wir seine Stücke und ihre Vorlagen nicht mit dem Maßstabe der Epitrepontes messen[1], und wo sie das nicht vertragen, auf Kontamination schließen. Ich kann mich nicht enthalten, gegen Leo, dessen Abhandlung über den Amphitruo ich eben gelesen habe, prinzipielle Einwände zu erheben; Anstöße einzelner Verse haben bei dem Stande der Plautusüberlieferung geringes Gewicht. Im Amphitruo wird Herakles geboren, und er beginnt mit der langen Nacht, in der er nach der Sage gezeugt ward. Sind da ein Stück, das die Zeugung, eins, das die Geburt behandelte, kontaminiert? Das erste ist gar nicht zu Ende zu denken; wohl aber war Zeus, solange Amphitryon im Felde stand, nicht in der Lage, in dessen Gestalt bei Alkmene aufzutreten: also handelt der Komiker nur verständig, der das hübsche Motiv der

[1] Der Heautontimorumenos ist geradezu als das Stück zu bezeichnen, das uns allein das Ganze einer menandrischen Komödie gibt; und doch ist er dem Verdachte der Kontamination nicht entgangen.

langen Nacht auf das erste Wiedersehen nach der Heimkehr schiebt. Das glänzende, übrigens auch allein wirksam versöhnende Finale, die Geburt der Zwillinge, lieferte Euripides, dessen Alkmene ja zugrunde liegt. Damit war die Fabel gegeben. Daß Amphitryon sich einen Verwandten seiner Frau als Vermittler holen will, der nicht kommen darf, da wir eine Vermittlung nicht brauchen können, daß er ihn also nicht findet, aber dafür einen Zeugen mitbringt, der dazu gut ist und zu weiter nichts — kann das befremden, wenn man auf Aristophanes blickt? Und wenn Molière all das in das Wahrscheinliche umändert, was bedeutet das anders, als daß man im 17. Jahrhundert Anforderungen stellte, die uns vielleicht auch notwendig scheinen. Ob sie das Publikum an den Dichter des Amphitryon stellte, und ob dieser sie an sich stellte, ist damit noch nicht gesagt. Plautus hat das nicht getan; Aristophanes hat es nicht getan. Das ist beides unwidersprechlich. Der Schluß ist eigentlich gar nicht zu umgehen, daß es der Dichter, dessen Werk Plautus bearbeitete, auch nicht getan hat. Wenn er Menanders Zeitgenosse war, so lernen wir, daß es damals noch mehrere Typen der Komödie gab. Ich denke, das ist nur erfreulich; jedenfalls sehe ich nicht, weshalb ich's nicht glauben dürfte.

3. Die Parodos.

Die Parodos, die freilich mit der Handlung so wenig zu tun hat wie mit dem Wespenkostüm des Chores, ist ein Kleinod aristophanischer Kunst; aber die Erklärer haben Orgien des Mißverständnisses gefeiert, so daß es einige Überwindung kostet, über ihre Entdeckungen, epirrhematischen Bau, Responsion, Personenverteilung u. dgl. zu schweigen. Hoffentlich wird es doch genügen, ohne weiteres kurz das Richtige zu sagen. Die Scholien sagen zum Anfange der Parodos ἀλλήλοις παρακακελευόμενοι τὴν πάροδον ποιοῦνται; und es ist klar, daß es angemessen ist, eine Schar, die sich erst sammelt, nicht geschlossen einmarschieren zu lassen. Gleichwohl tut dies Aristophanes im Frieden und, wenn man den mitzählen soll, im Plutos. Die Acharner ziehen als geschlossene Haufen ein, vollends die Ritter[1]; meist werden auch

[1] Ich nenne vor allem die in sprachlich grammatischen Dingen höchst schätzbare Schulausgabe (oder kastriert man den Dichter in England auch für Erwachsene?) von Starkie (97), dann van Leeuwen[2] (09); der Oxforder Text von Hall und Geldaert hat keinen Anspruch auf Berücksichtigung; die Adnotatio täuscht fast auf jeder Seite. Daneben seien genannt als ἀρχηγός des Unsinns in der Chorzersplitterung G. Hermann, Opusc. VIII und Arnoldt, Chortechnik des Aristophanes, Roemer, Studien zu Aristophanes (02), H. Weber, Aristophanesstudien (08), V. Coulon *quaest. crit. in Ar.* (08). Schließlich kann ich nicht umhin, aus Herwerdens posthumem Aufsatze in der letzten

etliche Personen namhaft gemacht, während später in dem Chore niemals eine einzelne Person unterschieden wird. Dies ist also sein gewöhnlichster Typus[1], und die Wespen (und die Chöre der Lysistrate) weichen nur so weit davon ab, daß der Chorführer, nachdem er einige seiner Begleiter zur Eile angetrieben hat, einen nachrückenden Trupp begrüßt: »Na, Strymodoros, ist hier wohl Euergides und Chabes? Das hier ist leider der einzige Rest des Jahrgangs Rekruten, der einst in Byzanz in Garnison lag, du und ich. Weißt du noch, wie wir der Bäckersfrau ihren Trog stahlen? usw.« Jugendreminiszenzen, bei denen man an den Friedensrichter Schaal denkt. Gewiß liegt es nahe, in πάρεσθ' ὃ δὴ λοιπόν γ' ἔτ' ἔστ' ἀππαπαῖ παπαιάξ ἥβης ἐκείνης die Antwort des Strymodoros zu sehen; aber das wird man aufgeben, sobald man liest ἐγώ τε καὶ σύ, ohne daß ein Name genannt wird; denn nur diese Nennung könnte die Personen wirklich scheiden. Es erfolgt auf die Kriegserinnerung auch keine Antwort, sondern der Redner ruft sich zur Sache zurück, indem er den Befehl zum Marsch erteilt, ἀλλ' ἐγκονῶμεν ἄνδρες. Also hat sich der Redner, indem er den anderen Trupp überschaute, selbst überzeugt, daß von der alten Garde kein dritter mehr da war. Wer will, kann den Angeredeten mit einem Kopfnicken (ἀνανεύειν) die Antwort geben lassen. Die Begrüßung hat den ersten Aufenthalt auf dem Marsche gegeben. »Aber vorwärts, Leute, denn

---

Mnemosyne hervorzuheben, daß der unermüdliche Gelehrte, dessen Methode ich auch hier wieder bekämpfe, darauf hinweist, daß er schon 1869 die schöne und richtige Konjektur veröffentlicht hat, die immer noch nicht den Text behauptet, 1395 ποῖ θεῖς; ἐρᾶν γ' ἔοικας usw. für ποθεῖς ἐρᾶν τ' ἔ. Ich habe sie auch einmal gemacht, andere auch, nicht immer ganz; Herwerden soll sie behalten. 1170 hat er nun richtig erklärt »der sieht aus wie ein Furunkel in Zwiebelschalen« (Philokleon in dem Perserkleid); dem Athener wäre dies Heilmittel zuzutrauen. Gewiß, es ist nicht schön, aber im Stile vieler Aristophaneserklärungen, daß man von einem Athener gefabelt hat, der mit Namen »Furunkel« δοθιήν hieß.

[1] Die Ritter müßten eigentlich zu Pferde einziehen; die Pferde preist auch das Epirrhema 595, das herkömmlich die Maske des Chores behandelt. In der ältesten Zeit wird man Mann auf Mann haben reiten lassen, und sich an diesen »Pferden« belustigt haben. Davon ist hier keine Spur, und für Aristophanes sind die Ritter kein Gegenstand des Spottes. Die Wolkenfrauen singen noch hinter der Szene eine hochpoetische Strophe, 275: er hat sich wirklich bemüht, in diesem Werke etwas ganz Neues zu geben. In den Thesmophoriazusen wird der Chor mitsamt der Dekoration, die das Heiligtum andeutet, herausgerollt; die Seligen der Frösche müssen irgendwie aufgetreten sein, aber für die Phantasie kommt vielmehr Dionysos in das Reich, wo sie immer ihre seligen Reigen tanzen. In den Ekklesiazusen schließen sich Choreuten, die vorher als Statisten auf die Bühne gekommen waren, zum Abzuge zusammen: der Chor als solcher verliert seine Bedeutung. Eigentümlich ist das Auftreten der einzelnen und einzeln charakterisierten Choreuten in den Vögeln: aber da folgt Aristophanes dem Eupolis, der den Chor seiner Πόλεις so hatte auftreten lassen, auch wohl den des Χρυσοῦν γένος, der aus lauter Krüppeln und Lumpen bestand, wie sich für Kleons goldenes Zeitalter geziemte (fr. 4 Mein.).

heute gilt es dem Laches, der soll sehr viel Geld haben. Also[1] hat Kleon uns angewiesen, wir sollten mit der nötigen Ration Galle zur Stelle sein. Vorwärts denn, vor Tagesanbruch müssen wir marschieren und mit der Laterne voranleuchten, daß wir über keinen Stein stolpern.« Das hängt gut zusammen; aber wenn nicht ἀλλά 244 am Versende stünde, würde dort längst ein Personenwechsel angesetzt sein.

Sie marschieren nun etwas voran; aber gleich ruft einer der Jungen, die sie als Laternenträger begleiten, natürlich der Sohn des Chorführers: »Papa, nimm dich vor der Blotte hier in Acht!« Der Alte sieht nichts, denkt, es läge an der Laterne, läßt den Docht vorziehen; der Junge tut das mit den Fingern, bekommt für die Ölverschwendung eine Ohrfeige, droht, er und seine Kameraden würden weglaufen, und dann sollten die Alten im Dreck patschen. Der Alte kommt sich ganz forsch vor: »Ich werde noch mit ganz anderen Leuten fertig. Aber hier trete ich ja auch auf Stein, und (es kann auch gar keinen Schmutz geben, denn es hat lange nicht geregnet) es muß in den nächsten vier Tagen regnen, da ist ja eine Schnuppe an dem Docht, die zeigt Regen an, und für die Saat, die nicht von der frühen Sorte ist (die also noch kümmerlich steht) muß es auch regnen und dann ein frischer Wind darüber gehn.« Vortrefflich, wie der Junge dem Alten bloß einen Schabernack gespielt hat: wenn es regnen muß, so hat es nicht geregnet, und wenn es nicht geregnet hat, ist auch kein Schmutz auf der Straße, davon überzeugt sich der Alte durch festes Auftreten: aber die Erwägung, daß er das hätte wissen müssen, weil die Saat ja nach Regen dürstet, lenkt seine Gedanken von dem nichtsnutzigen Jungen ab. Er denkt gleichsam weiter während seines Marsches. Ist es noch nötig, mit den Modernen zu rechten, die verlangen, daß Schmutz da sein müßte, weil der Junge es sagt, oder an den Überlegungen des Bauern korrigieren, oder gar 246 ihn, der mit 23 Kameraden marschiert, sich nicht vor einem Steine, sondern einem »Verborgenen« (Wegelagerer) fürchten lassen[2]?

266. τί χρῆμ᾽ ἄρ᾽ ἐκ τῆς οἰκίας τῆσδε συνδικαστὴς πέπονθεν ὡς οὐ φαίνεται. Das steht asyndetisch: dem Chorführer fährt in seine bäuerlichen Träume der Gedanke: »Wir sind jetzt vor Philokleons Hofe; warum kommt er nicht? da müssen wir stehen bleiben und ihn her-

---

[1] Χθὲς οὖν schließt hier genau so gut an wie 1358 τοῦτ᾽ οὖν; also kein Grund zu ändern.

[2] Das Letzte, weil 247 nur V λίθος erhalten hat, R λαθών. Scholien fehlen. 259 hat V mit βάρβαρος auch das Richtigere, von dem aus G. Hermann μάρμαρος gefunden hat: βόρβορος R ist eine schlechte Konjektur, diktiert von der Annahme, der Junge müßte die Wahrheit sagen. Scholien fehlen. Daß ein Vater und ein Sohn überall sprechen, sagen die Scholien wiederholt.

ausrufen.« παραγενόμενος εἰς τὸν οἶκον τοῦ Φιλοκλέωνος ἐκκαλεῖται αὐτόν, sagt richtig der Scholiast. Wir sehen also, daß der Chor, aufgehalten durch die Begrüßung und dann den Schabernack des Jungen, jetzt erst bis auf die Mitte der Orchestra gelangt ist, vor das Haus, auf dessen Schwelle Bdelykleon und die Sklaven schlafen: die sind für diese Szene nicht vorhanden, bis der Dichter sie braucht: also stört sie der Gesang nicht. Nun das feierliche Lied, das in seiner Melodie, also auch in seinem Maße, an Phrynichos erinnern muß (269): Da Philokleon nicht hört, befiehlt der Chorführer (εἷς τῶν γερόντων sagt der Scholiast) »Vorwärts, Junge!« und sie würden fortgehn, wenn nicht der unartige Bengel ein neues retardierendes Moment hineinbrächte; man denkt an Lanzelot und den alten Gobbo. »Vater, willst du mir wohl was kaufen?« »Gern, wohl Murmeln?« »Nein, Feigen, schmeckt süßer.« »Die gibt's nicht.« »Dann geh' ich nicht mehr mit.« »Aber von der halben Drachme muß ich für Mutter und uns beide Essen kaufen.« »Und wenn der Archon keinen Gerichtstag hält, weißt du da ἐλπίδα χρηστήν τινα νῷν ἢ πόρον Ἕλλας ἱερόν?« »Wehe, nein, dann gibt's kein Essen.« »Mutter, wozu hast du mich geboren?« »Damit ich mich schinde, dich zu füttern.« »Wozu habe ich dann dich, mein Kleinod, mein Mehlsäckchen[1]?« (Vater und Sohn:) »Wehe, beide müssen wir weinen.« — — Da sind wir weit abgekommen von unserer Handlung; aber es tönt vom Fenster her die Stimme des Philokleon: »Freunde, längst hört euch meine Sehnsucht, aber ich kann nicht kommen.«

Auch wenn uns die Scholien nichts sagten, würde man den Anklang an die Tragödie hören, wenn der Junge klagt »τί με δῆτ' ὦ μελέα μῆτερ ἔτικτες und ἀνόνητον ἄρα σ' ὦ θυλάκιόν γ' εἶχον ἄγαλμα[2]«. Das braucht gar nicht bestimmte Stellen zu parodieren; die Steigerung des Tones wirkt skurril genug. Wohl aber würden wir den Witz von 305 ohne die Scholien nicht verstehen, ἔχεις ἐλπίδα χρηστήν τινα νῷν ἢ πόρον ist gut; da ist πόρος Ausweg, wie bei Euripides Her. 80 τίν' ἐλπίδ' ἢ πόρον σωτηρίας. Aber der Junge sagt noch πόρον Ἕλλας ἱερόν, »einen heiligen Hellespont«. Blühender Blödsinn! Da hilft die Angabe, daß bei Pindar stand: πανδείματοι μὲν ὑπὲρ πόντιον

---

[1] Das hatte er mit, um von dem Triobolon Mehl zu kaufen und zur Abendmahlzeit heimzubringen. Erfindung natürlich nur für diesen Satz hier. Ähnlich Ekkl. 382.

[2] Aus den Scholien wissen wir, daß im Theseus des Euripides ein Chor der Athenerkinder (vermutlich doch ein Nebenchor) Ähnliches sang; und wenn er in Ionikern sang, klang die Melodie mit. Auf die Worte ist wenig Verlaß; den Irrtum, der den Hippolytos als Person des Theseus erscheinen läßt, habe ich Herm. 15, 484 erklärt. — An den Ionikern ⏑ ⏑ – ⏑ ⏑ ⏑ – – ⏑ ⏑ – – ⏑ ⏑ – ⏑ wird mit Unrecht geändert: wenn ⏑ ⏑ – für den Ionikus eintreten kann, muß es ⏑ ⏑ – ⏑ auch können, und so steht auch διεδύετ' 282.

Ἕλλας πόρον ἱερόν[1]. Also der Junge gerät von πόρον auf die Stelle des Gedichtes, das er in der Schule gelernt hat, und flickt daraus die Worte an, in denen πόρον eine ganz andere Bedeutung hat. Das ist an sich schon ein Unsinn, über den man lachen kann[2]; rechnet man die Melodie hinzu, die sich bei dem gleichen Versmaße genau so gut anbringen ließ, so wird die Wirkung verdoppelt. Was in aller Welt soll nun der moderne Zusatz von εἰπεῖν oder εὑρεῖν und die Verwandlung von ἱερόν in ἱρόν, die wider Pindar und Aristophanes gleichermaßen ist? Sinn gibt's freilich nicht, Anlaß zum Ausfall gibt's auch nicht, aber seit Hermann wird die Szene als antistrophisch betrachtet, wozu noch an zwei Stellen Zusätze und eine Änderung nötig werden. Was soll denn die Reponsion? Gibt es hier Tanz? Gibt es eine parallele Bewegung des Sinnes? Gott bewahre; im Gegenteil, der tragischen Parodie entspricht nichts vorher: vom einfachen Gespräch steigt der Ton schrittweise auf diese Höhe. Es ist nichts als die gedankenlose Sucht, Responsion zu erlangen, das heißt, sich an einem Schema und einigen Zahlen zu erbauen.

Die überlieferten Ioniker ergeben folgende Summen von Metra: 1, 1., 12 (der epitritische Ausgang δή | πουθεν ὦ παῖ gliedert ab), 9 (mit mehreren Anaklasen), 9. (darin häufig eine Länge unterdrückt, wodurch sich der Klang vollkommen ändert, Ausgang σὺ δὲ σῦκά μ' αἰτεῖς ⏑⏑– ⏑–– mit iambisch klingender anaklastischer Katalexe), 12. (anapästische Katalexe), 5, 3., 3., 4, 2. (ἒ ἔ πάρα νῷν στενάζειν ⏑⏑⏑⏑–⏑––, anaklastische Katalexe). Darauf bauen sie eine Responsion! Und die ersten beiden Metra können sie doch nicht unterbringen; tut den Gläubigen nichts. Entweder man schlägt sie zu dem Liede vorher, wiederholt also den Befehl »Voran, Junge!«, hinter der Strophe, wo der Junge nichts hört und der Chor nicht weitergeht; oder man stellt's einfach für sich, mag's sehen, wo es bleibt, wenn nur eine Responsion erreicht wird. Hier geschieht das noch so, daß die respondierenden Teile kongruent werden; aber jetzt haben wir ja die neue Weisheit, die Responsion des Ungleichen, die sich mit der gleichen Taktsumme begnügt. Ich beabsichtige nicht auf dieses Dogma weiter einzugehen; aber das kleine Lied, das Philokleon zum Fenster hinaus singt, will ich als Probe geben. Es hat folgende Maße:

---

[1] Ich habe früher an diesen Worten, die der Venetus gibt, geändert und die andern auch (Pind. fr. 189); aber von den Persern kann es gut gesagt werden »ganz fürchterlich ⟨zogen⟩ die über den Hellespont...« πανδείματος ist ein seltenes Wort, aber ganz im Stile der Lyrik und steht in dem Hymnus an die Moiren bei Stobaeus Ecl. I, 5, 10—12. Versmaß ––⏑– ⏑⏑–– ⏑⏑–– ⏑⏑⏑⏑– ist rein ionisch; Konjekturen, welche dieses Maß zerstören, richten sich selbst.

[2] Genau so beginnt Bdelykleon 692 seine Rede ὦ πάτερ ἡμέτερε Κρονίδη, wo er den Kroniden ohne weitere Beziehung aus Homer anflickt.

317 φίλοι τήκομαι μὲν πάλαι διὰ τῆς ὀπῆς dochm. + glyc.
ὑμῶν ὑπακούων. reiz.
318 ἀλλὰ γὰρ οὐχ οἷός τ' εἴμ' ἐλθεῖν[1]· τί ποιήσω; dochm. + pherecr.

danach 4 glyc. 2 pher., endlich Anapäste, erst 6., dann 14. Diese können nicht mehr als Gesang gerechnet werden. Was in aller Welt dazu veranlassen soll, den letzten Pherekrateus ἀλλ' ὦ Ζεῦ μεγαβρόντα in einen Parömiakus zu verwandeln, ist ebensowenig einzusehen wie die Verwandlung des Dochmius (oder sage man des Kolon *edite regibus*) in das Reizianum ἀλλ' οὐ γὰρ οἷός τ' εἴμ'. O. Schroeder erklärt die Anapäste für zweimal elf; also Katalexe bedeutet nichts mehr. Jede gerade Zahl läßt sich durch 2 dividieren, also das stimmt immer; es sind eben zweimal zehn, wenn der Pherekrateus vorher unbehelligt bleibt. Ohne den sollen es vorher zweimal 8 Takte sein — natürlich, wenn's 16 sind, muß das gehen: zu dem Behufe wird φίλοι τήκομαι μὲν als 2 Bakchien genommen, gleichwertig mit τηροῦμαι δ' ὑπὸ τῶνδ' ἐπεί; in 318 wird umgestellt; und wenn der Pherekrateus 323 nicht zerstört wird, ist's vielleicht nicht so bequem, aber schließlich 18 Metra lassen sich irgendwie beschaffen, und dann ist es zweimal 9 und die Pythagoristenkunst ist gerettet. Am Ende ist diese Zahlenspielerei doch viel unschädlicher als die Dialogresponsion, die vor einem Menschenalter grassierte; aber sie beeinträchtigt doch die Förderung des metrischen Verständnisses, die O. Schroeder einzeln auch in den Wespen erreicht hat. Erst bei ihm ist das Chorlied 273—89 von den abscheulichsten Interpolationen befreit, weil er die Freiheiten der Responsion in den Daktyloepitriten offenen Auges anerkannt hat, die hier so weit gehen, daß εἶτ' ἐφλέγμηνεν αὐτοῦ mit διὰ τοῦτ' ὀδυνηθεὶς respondiert. Wie das zu erklären ist, kann zurückstehen, wenn nur der Tatbestand nicht verdunkelt wird. Soviel ist klar, das Lied beginnt und schließt mit regelrechten Ionikern, die sich in dem nicht strophischen Teile fortsetzen. Dazwischen aber stehen anders gebaute Verse, die wir von den Daktyloepitriten nicht sondern können, auf die ja auch der Anschluß an Phrynichosmelodien deutet. Diese Verse, denen ich ihren gewohnten Namen lasse, sind also nicht dasselbe wie die Ioniker, lassen sich aber mit ihnen verbinden. Es ist nicht wenig gewonnen, wenn nur beides anerkannt wird.

[1] ἐλθεῖν für ἄιδειν der Codd. ist gewiß vielen eingefallen, denn jenes ist sinnlos, da er ja singt, und der Begriff »kommen« ist allein angemessen. Aber es sieht wie eine gewalttätige Interpolation aus; daß es nur ein orthographischer Schnitzer ist, der eine Verlesung hervorrief, wird jetzt denen klar sein, die mit Papyri wirtschaften: ΑΙΛΘΙΝ als ΑΙΔΕΙΝ zu lesen, lag wahrlich nahe.

Ausgegeben am 27. April.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei

1911.

XXII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

27. April. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Waldeyer las über »Gehirn und Skelet einer 16jährigen Mikrocephalin«. (Ersch. später.)

Das nur 439 g schwere Gehirn zeigt besonders auffällige Veränderungen in der Broca'schen Sprachregion, womit das während des Lebens beobachtete unvollkommene Articulationsvermögen stimmt. Der Schädel entspricht in seiner Entwicklung dem Gehirn; das übrige Skelet ist von schöner, graciler Form, das Becken zeigt fast männliche Proportionen.

2. Folgende Druckschriften wurden vorgelegt: Wielands Gesammelte Schriften. Hrsg. von der Deutschen Kommission der Akademie. Abt. 2: Übersetzungen. Bd. 3, bearb. von E. Stadler. Berlin 1911 und zwei von der Akademie unterstützte Werke: H. Glück, Biologische und morphologische Untersuchungen über Wasser- und Sumpfgewächse. Tl. 3. Jena 1911 und Libanii opera rec. R. Foerster. Vol. 6. Lipsiae 1911.

Untersuchungen über die spezifische Wärme bei tiefen Temperaturen. V.

Von W. Nernst und F. A. Lindemann.

(Aus dem Physikalisch-Chemischen Institut der Universität Berlin.)

(Vorgetragen am 6. April 1911 [s. oben S. 437].)

In der dritten Mitteilung[1] wurden die Resultate einer Anzahl Messungen über den Verlauf der spezifischen Wärme bis zur Temperatur des siedenden Wasserstoffs hinab mitgeteilt, und es wurde insbesondere darauf hingewiesen, daß der Abfall der Atomwärme bei den untersuchten Elementen Pb, Ag, Zn, Cu, Al und ferner beim KCl bei tiefen Temperaturen langsamer erfolgt, als der Formel von Einstein entspricht.

§ 1. Die Messungen, die der eine von uns (W. N.) inzwischen an einer Anzahl anderer Stoffe angestellt hat, haben dies Ergebnis ausnahmslos bestätigt; ganz besonders deutlich ausgesprochen zeigte sich dies, wie übrigens zu erwarten war, beim Diamant. So drängte sich immer mehr die Überzeugung auf, daß man es hier keineswegs nur mit einer sekundären Störung zu tun habe, sondern daß hier eine Disharmonie mit der sonst so vortrefflich brauchbaren Quantentheorie vorliegt, die volle Beachtung verlangt.

Als ein beliebiges Beispiel sei die Atomwärme (A. W.) des Kupfers nach der Formel von Einstein

$$A.W. = 3R\frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}}-1\right)^2}$$

berechnet:

Tabelle I.
Kupfer; $\beta\nu = 240$.

T	A. W. ber.	A. W. beob.
88	3.31	3.38
33.4	0.234	0.538
23.5	0.023	0.223

[1] Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1911, S. 306.

§ 2. Wenn man die Atome elektrisch geladen annimmt und wenn daher im Molekül keinerlei Schwingungen von ungeladenen Massen stattfinden, so sollte man nach Einstein aus den optisch zu messenden Frequenzen die Atomwärme berechnen können. Nun hat nach Rubens und Hollnagel[1] Chlorkalium zwei nahe benachbarte Absorptionsbanden ($\nu = 4.78$ bzw. $4.18 \cdot 10^{12}$); man sollte also mit dem Mittelwert $\beta\nu = 217.8$ aus Gleichung (1) die Atomwärme (= halbe Molekularwärme) von KCl erhalten:

Tabelle II.

KCl

T	A. W. ber. $\beta\nu = 217.8$	A. W. ber. $\beta\nu = 168$	beob.
86	3.54	4.37	4.36
52.8	1.70	2.72	2.80
30.1	0.235	0.70	0.98
22.8	0.039	0.20	0.58

Die in der zweiten Kolumne verzeichneten Werte differieren besonders bei tiefen Temperaturen beträchtlich von der Beobachtung; und wenn man $\beta\nu$ passend wählt, so daß bei höheren Temperaturen Übereinstimmung vorhanden ist (vgl. dritte Kolumne), so hört wiederum bei sehr tiefen Temperaturen, wie § 1 bereits dargelegt, die Übereinstimmung auf.

Auf der anderen Seite wird man nicht außer acht lassen dürfen, daß man nach Einstein den Verlauf der spezifischen Wärme beim KCl (und ähnlich beim NaCl) wenigstens in seinen allgemeinen Zügen aus optischen Messungen ableiten kann; man wird trotz der numerischen Diskrepanz dem glücklichen genialen Griff Einsteins die Bewunderung nicht versagen dürfen.

So schien es hoffnungsvoll, den erwähnten Abweichungen nachzuspüren, um sie durch eine relativ nicht sehr durchgreifende Änderung der Theorie zu beseitigen; wir glauben, daß uns dies gelungen ist.

§ 3. Wir fragten uns nämlich zunächst:

1. Kann die Formel (1) derartig modifiziert werden, ohne den Anschluß an Plancks Strahlungsformel völlig zu verlieren, daß die vorhandenen Messungen damit dargestellt werden?

2. Genügt eine derartige neue Formel dann zugleich der Bedingung, daß die spezifische Wärme von KCl und NaCl — wohl den

[1] Phil. Mag., Mai 1910.

einzigen einwandfreien[1] Beispielen, wofür die Daten vorliegen — aus den Reststrahlen exakt berechnet werden kann?

§ 4. Die erste Aufgabe löst folgende von uns durch Probieren gefundene Formel:

$$\text{(2)}\qquad \text{A.W.} = \frac{3}{2}R\left(\frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}}-1\right)^2}+\frac{\left(\frac{\beta\nu}{2T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{2T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{2T}}-1\right)^2}\right).$$

Diese Formel teilt mit Gleichung (1) den Vorzug, nur eine individuelle Konstante, nämlich die Schwingungszahl ν, zu besitzen; und da diese Konstante (oder richter ihr reziproker Wert) nur als Faktor von T vorkommt, so muß, wie auch bereits in der dritten Mitteilung gefunden, der Verlauf der Atomwärme bei Elementen und Verbindungen, die, wenn mehr als einen, doch nur wenig verschiedene ν-Werte besitzen, übereinstimmend sein.

Folgende Beispiele mögen die Brauchbarkeit der neuen Formel beweisen:

Tabelle III.

Kupfer; $\beta\nu = 320$.

T	A. W. beob.	A. W. ber.
88	3.38	3.37
87	3.33	3.35
33.4	0.538	0.600
27.7	0.324	0 313
23.5	0.223	0.155

Tabelle IV.

Aluminium; $\beta\nu = 405$.

T	A. W. beob.	A. W. ber.
88.3	2.62	2.61
86.0	2.52	2.52
83.0	2.41	2.42
35.1	0.33	0.314
32 4	0.25	0.228

[1] Natürlich müssen die Hypothesen gemacht werden, daß z. B. beim KCl auch im Kristallmolekül das Kalium und Chlor entgegengesetzt elektrisch geladen sind und daß der Inhalt an kinetischer Energie ausschießlich in den Schwingungen der beiden Ionen besteht. Daß diese Hypothesen statthaft sind (vgl. w. u.), ist wohl von allgemeinerem theoretischen Interesse.

Tabelle V.

Silber; $\beta\nu = 222$.

T	A. W. beob.	A. W. ber.
77.0	4.07	4.06
53.8	2.90	2.95
51.4	2.81	2.79
45.5	2.47	2.41
42.9	2.26	2.21
39.1	1.90	1.91
35.0	1.58	1.58

Tabelle VI.

Blei; $\beta\nu = 92$.

T	A. W. beob.	A. W. ber.
90.2	5.61	5.65
85.5	5.62	5.61
38.1	4.45	4.51
36.8	4.40	4.43
28.3	3.92	3.72
23.0	2.96	3.06

Besonders interessant und lohnend erschien die Berechnung beim Diamant; hier hat der eine von uns in letzter Zeit dank dem großen Entgegenkommen des Hrn. Hofjuweliers Marcus, der mit größter Freundlichkeit 22 g schöner klarer Steine zur Verfügung stellte, die Messungen bis zu sehr tiefen Temperaturen führen können. Tab. VII enthält neben den Zahlen anderer Forscher auch diese Beobachtungen, über die an anderer Stelle Ausführlicheres zu berichten sein wird.

Die Übereinstimmung läßt wohl auch in dem großen hier vorliegenden Temperaturintervall nirgends zu wünschen übrig; bei den Versuchen bei 92° und 88° war der Wasserwert des Silbergefäßes, in welchem sich die Diamanten befanden, fast zehnmal so groß wie der des Inhalts, so daß eine Unsicherheit von einigen Hundertstel der Atomwärme möglich ist.

Daß der Diamant in einem der Messung durchaus zugänglichen Gebiete eine verschwindend kleine spezifische Wärme annimmt, daß also hier für diesen Körper, wie man dieses Ergebnis wohl verallgemeinern darf, der Temperaturbegriff seine Bedeutung verliert, ist wohl als eine besonders auffallende neue Bestätigung der Quantentheorie von Interesse.

Tabelle VII.

Diamant; $\beta\nu = 1940$.

T	A. W. beob	A. W. ber.	Beobachter
1 169	5.45	5.19	H. F. Weber
413	2.66	2.53	»
358	2.12	2.07	»
331	1.84	1.82	»
306	1.58	1.59	»
284	1.35	1.37	»
262	1.14	1.16	»
232	0.86	0.87	Koref
222	0.76	0.78	Weber
220	0.72	0.74	Nernst
209	0.66	0.65	»
205	0.62	0.62	»
92	0.03	0.009	»
88	0.03	0.006	»
42	0.00	0.000	»
30	0.00	0.000	»

§ 5. Des weiteren zeigte sich, daß Formel (2) aus den Reststrahlen die spezifische Wärme mit sehr befriedigender Genauigkeit berechnen läßt:

Tabelle VIII.

K Cl; $\beta\nu = 232{,}4$ bzw. $203{,}2$ (Rubens u. Hollnagel).

T	A. W. beob.	A. W. ber.
86	4.36	4.40
76.6	4.11	4.10
70.0	3.79	3.85
63.2	3.36	3.57
57.6	3.06	3.25
52.8	2.80	2.96
48.3	2.85	2.67
39.0	1.83	1.98
33.7	1.25	1.53
30.1	0.98	1.23
26.9	0.76	0.70
22.8	0.58	0.61

Tabelle IX.

Na Cl; $\beta\nu = 265{,}2$ bzw. $309{,}3$ (RUBENS u. HOLLNAGEL).

T	A. W.	
	beob.	ber.
83.4	3.75	3.61
81.4	3.54	3.47
69.0	3.13	2.94
67.5	3.06	2.87
28.0	0.40	0.48
25.5	0.31	0.34
25.0	0.29	0.32

Die Übereinstimmung zwischen dem optisch und dem thermisch gemessenen Energieinhalt läßt nunmehr wohl nichts zu wünschen übrig.

§ 6. Die im § 4 nachgewiesene Brauchbarkeit der Gleichung (2) läßt vielleicht immer noch die Möglichkeit zu, daß es sich nur um eine gute Interpolationsformel handelt; wenn man aber das in § 5 gewonnene Resultat damit kombiniert, das zum ersten Male eine exakte Beziehung zwischen Absorptionsbanden und Wärmekapazität schafft, so wird man nicht umhin können, jener Gleichung eine tiefere theoretische Bedeutung zuzuschreiben. Diese Frage wollen wir jetzt kurz erörtern.

Halten wir zunächst, wie bisher, daran fest, daß kinetische und potentielle Energie der Atome stets einander gleichbleiben, so würden wir, anstatt zur PLANCKschen Strahlungsformel

$$\rho_\nu = \frac{R}{N_0} \cdot \frac{8\pi\nu^3}{c^3} \frac{\beta}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1},$$

zu folgender Gleichung geführt werden:

$$\rho_\nu = \frac{R}{N_0} \frac{4\pi\nu^3}{c^3} \left(\frac{\beta}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1} + \frac{\frac{\beta}{2}}{e^{\frac{\beta\nu}{2T}} - 1} \right).$$

Aus verschiedenen Gründen, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll, scheint uns diese Formel als Strahlungsformel unzulässig[1].

Die Dinge scheinen sich vielmehr in folgender einfacher Weise zu klären.

---

[1] Es würde z. B. sich daraus $\beta = 9.57 \cdot 10^{-11}$ (anstatt $4.865 \cdot 10^{-11}$ nach PLANCK) ergeben, d. h. die in Tab. VIII u. IX erzielte Übereinstimmung würde ganz zerstört werden.

Aus Gleichung (2) folgt für den Energieinhalt eines g-Atoms

$$(3) \qquad E = \frac{3}{2} R \left(\frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1} + \frac{\frac{\beta\nu}{2}}{e^{\frac{\beta\nu}{2T}} - 1} \right),$$

d. h. er setzt sich aus zwei verschiedenen Summanden zusammen, die bei höheren Temperaturen einander immer mehr nähern.

Machen wir nun die Annahme, daß der erste Summand die kinetische, der zweite die potentielle Energie darstellt, so fallen alle Widersprüche fort, und wir erreichen damit, daß die Strahlungsformel von Planck und alle damit gewonnenen Resultate ungeändert bleiben, weil für die Strahlung natürlich nur die kinetische Energie maßgebend ist; ferner erreichen wir, daß der Verlauf der spezifischen Wärme durch Formel (3) gut wiedergegeben wird (§ 4), und daß die optisch und thermisch bestimmten Frequenzen zusammenfallen (§ 5).

Die von Planck gegebene Ableitung der Strahlungsformel bedarf natürlich nur einer für das Endergebnis belanglosen Modifikation, ebenso wie die Quantenhypothese einer Veränderung unterworfen werden muß, um zur Gl. (2) anstatt zur Gl. (1) zu gelangen. Und zwar wird es klar, wenn man die von einem von uns kürzlich gegebene Ableitung[1] zu Hilfe nimmt, daß sich unter gewissen Voraussetzungen Gl. (2) bzw. (3) gewinnen lassen, wenn man annimmt, daß die potentielle Energie in halb so großen Quanten aufgenommen wird wie die kinetische Energie.

Aus den Prinzipien der Mechanik läßt sich natürlich weder die alte noch die neue Hypothese ableiten, so daß man nicht sagen kann, es sei von vornherein die eine wahrscheinlicher als die andere. Aber wir glauben oben vielseitig und zweifellos nachgewiesen zu haben, daß nur die modifizierte Quantenhypothese dem vorhandenen Tatsachenmaterial gerecht wird[2].

§ 7. In den mitgeteilten Tabellen wurde die neue Formel, mit Ausnahme von Tabelle VI, nur in Gebieten geprüft, in denen die Atomwärme bereits erheblich unter den Normalwert von 3 R gesunken ist; bei höheren Temperaturen unterscheidet sich aber die neue Formel nur ganz unbedeutend von der Einsteinschen, und da hier die Gültigkeit der letzteren bereits früher von meinen Schülern[3] und mir nachgewiesen worden ist, so können wir konstatieren, daß das exakte

---

[1] Zeitschr. f. Elektrochemie 17. 268 (1911).

[2] Auch die in der dritten Mitteilung (S. 311) konstatierte vortreffliche Bestätigung der Formel von Lindemann bleibt bestehen, wenn man als Proportionalitätsfaktor $2.80 \cdot 10^{12}$ (anstatt $2.12 \cdot 10^{12}$) nimmt.

[3] Vgl. besonders Pollitzer, Zeitschr. f. Elektrochemie 17, 5 (1911).

Gültigkeitsbereich der neuen Formel nach oben hin sich erheblich weiter erstreckt, als die Tabellen zum Ausdruck bringen.

Bei viel höheren Temperaturen, jedoch nicht zu nahe dem Schmelzpunkt, steigt bekanntlich die Atomwärme einige Zehntel über den von dem Gesetze von DULONG und PETIT verlangten Normalwert an; dies Ansteigen ist mindestens zum Teil auf Rechnung der Ausdehnungsarbeit zu setzen, indem unsere Formel, wie diejenige von EINSTEIN, streng genommen auf die Atomwärme bei konstantem Volumen zu beziehen ist. Für die unter kleinem Druck nach den üblichen Methoden bestimmte Atomwärme ist also noch ein (nicht sehr erhebliches) Zusatzglied[1] hinzuzufügen, das aber wegen der kleinen Ausdehnung der festen Körper bei tiefen Temperaturen nur bei höheren Temperaturen eine Rolle spielt.

Es verdient Beachtung, daß auch die Strahlung, die ja ebenfalls nicht etwa für konstantes Volumen der festen strahlenden Körper gemessen wird, in dem entsprechenden Gebiete (T kommensurabel oder größer als $\beta\nu$) etwas größer gefunden wurde, als der Formel von PLANCK entspricht[2]; doch bedürfen diese Fragen wohl noch der weiteren experimentellen Prüfung.

Zusammenfassung.

Es wurde der Nachweis erbracht, daß die EINSTEINsche Formel zur Berechnung der spezifischen Wärme durch die analog gebaute Gleichung

$$\text{Atomwärme} = \frac{3}{2} R \left(\frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^2} + \frac{\left(\frac{\beta\nu}{2T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{2T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{2T}} - 1\right)^2} \right)$$

zu ersetzen ist, und zwar ergaben sich mit dieser Formel die aus dem Verlauf der spezifischen Wärme abgeleiteten Werte der Schwingungszahl ν identisch mit dem Ergebnis der optischen Messung.

Die theoretische Deutung der Formel wird darin erblickt, daß bei der Erwärmung fester Körper die potentielle Energie der Atome stufenweise in Quanten aufgenommen wird, welche die Hälfte der bisher angenommenen Energiequanten betragen, während die kinetische Energie in den von der bisherigen Quantenhypothese geforderten Beträgen stufenweise ansteigt. Und zwar führt diese Auffassung nicht nur zur obigen Gleichung, sondern auch zur PLANCKschen Strahlungsformel.

[1] Vgl. POLLITZER, a. a. O. S. 9.

[2] Vgl. hierüber die Zusammenstellung bei G. GEHLHOF, »Die Strahlungsgesetze usw.«, Leipzig bei Hachmeister und Thal, 1910 (31 S.).

Ausgegeben am 4. Mai.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1911.

XXIII.

4. Mai. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

1. Hr. von Wilamowitz-Moellendorff las über die Wespen des Aristophanes. (II.)

4. Textkritisches. Recensio und Emendatio des Aristophanes und Anwendung der Principien auf die Wespen. 5. Freiheiten der Responsion. Es wird gezeigt, dass die Komödie Lieder baut, welche nur am Anfang respondiren; einmal erscheint sogar Prosa.

2. Hr. F. W. K. Müller macht unter Bezugnahme auf das vor kurzem von chinesischen Gelehrten herausgegebene Werk *Tun-huang ši-ši yi-šu* auf die sprach- und religionsgeschichtliche Bedeutung der Handschriftenerwerbungen Pelliot's aus der alten Klosterbibliothek von Tun-huang aufmerksam und gibt gleichzeitig einen Entzifferungsversuch der in obigem Werk enthaltenen manichäischen Glossen und christlichen Namen. (Ersch. später.)

3. Vorgelegt wurden von Hrn. Erman die 3. Auflage seiner »Aegyptischen Grammatik«. Berlin 1911 und von Hrn. Lüders das Werk H. Walleser, Die buddhistische Philosophie in ihrer geschichtlichen Entwicklung. Tl. 2. Die mittlere Lehre des Nāgārjuna. Heidelberg 1911.

Über die Wespen des Aristophanes. (II.)

Von Ulrich von Wilamowitz-Moellendorff.

---

4. Textkritik.

Es gibt keine Ausgabe der Wespen, aus der man sich über die Überlieferung unterrichten kann; aber R und V liegen nun in Photographien vor, und Γ kenne ich durch die Liebenswürdigkeit von Dr. P. Vondermühll, der mir mit seiner Kollation einen Wunsch erfüllt hat; die Liederlichkeit des Schreibers kannte ich freilich von Euripides und auch den Scholien zur Lysistrate her[1]. Verglichen muß der Vaticanopalatinus P werden. Selbst wenn Velsen-Zacher die Wespen in ihrer Art ediert hätten, würde man die Überlieferung ungenügend kennen, nicht nur weil bei ihnen das Wissenswerte in nutzlosem Wuste vergraben liegt, sondern auch weil das Wichtigste fehlt, die Zitate und die Lesarten der Scholien. Doch hat Zacher über die Genesis unserer Handschriften ein ganz treffendes Urteil; es kommt nur leider durch die Art, wie er es vorträgt, nicht zur Geltung. Das Unternehmen der amerikanischen Gelehrten, John William White und Earnest Cary, sämtliche Aristophaneshandschriften zu prüfen[2], mag sonst noch so viel Interessantes zutage fördern, für den Aristophanestext ist nur dann etwas zu erwarten, wenn eine ganz unabhängige Handschrift zutage treten sollte, und das ist schwerlich zu erwarten[3]. Scheinen doch für die ersten drei Stücke manche Scholien wirklich nur auf der Aldina des Musuros, einzeln gar auf der Iuntina zu beruhen. Zacher und Cary sagen mit Recht, daß unsere Handschriften alle, einschließlich Suidas, auf einen Archetypus des 9. Jahrhunderts zurückgehen[4], da ihnen

---

[1] Schol. Lysistr. ed. G. Stein, Göttingen 91. Natürlich habe ich meinem Schüler nur geholfen, wenn er mich rief. Berichtigungen von Zacher, Berl. Philol. Wochenschrift 91.

[2] Classical Philology I, Harvard Studies XVIII. Die Prüfung erstreckt sich nur auf die Acharner.

[3] So hat der Monacensis N, den Velsen für die Ekklesiazusen vorgezogen hat, praktisch gar keinen Wert, obwohl er von R und Φ unabhängig ist.

[4] Auf Minuskel beruhende Korruptelen, Cary, Harv. Stud. 192. Ich verweise auf das Verlesen von μβκ, 974 περιβαίνει VΦ. περιμένει R. 1193 βαθυτάτην R, καθυτάτην V, βαρυτάτην Φ. 259 μάρμαρος Hermann, βάρβαρος V, βόρβαρος Interpolation RΦ. Ebenso deutlich ρ und ε 577 ἄχρις RVΦ, ἄχεις B, eine wirklich gute Konjektur.

Fehler gemeinsam sind, die auf der Minuskel beruhen. Es macht praktisch wenig aus, wenn man sich nicht sowohl einen Archetypus denkt als eine Bibliothek und einen Kreis von byzantinischen Gelehrten, die mit ihrem Material antiker Bücher Handschriften herstellen, die in der neuen Schrift, mit Worttrennung und Lesezeichen ausgestattet, dem neuerwachten Interesse an der antiken Poesie entgegenkommen. Wie Arethas und andere Kirchenfürsten sich um Platon, Klemens, Lukian bemühen, indem sie die Ränder mit Auszügen der damals geläufigen Hilfsbücher (Lexika, Parömiographen, Apollodors Bibliothek, Proclus, Pollux) füllen, wissen wir, wissen ja viel über ihre Kritik der Prosaiker. Für diese ist die Zeit der Umschrift in die Minuskel kritisch, da sie meist zugleich eine, zuweilen einschneidende, Textrezension in sich schließt. Auf die Dichter hat man diese Betrachtung noch wenig angewandt, und doch steht es im Aischylos und Sophokles, den kommentierten Euripidesstücken, auch im Nikander, ganz ähnlich. Die unverzeihliche Torheit, im Laurentianus die einzige Quelle der beiden Tragiker zu sehen, versinkt sofort in ihr Nichts, wenn man die Einheitlichkeit der Überlieferung aus der byzantinischen Redaktion, welche die Worte trennte und akzentuierte, und ihren Vorlagen abzuleiten gelernt hat. Von Aischylos ist neben M sicher eine frisch kommentierte Ausgabe, spätestens des 12. Jahrhunderts, für die ersten drei Stücke zu unterscheiden; im Sophokles steht A zu L genau wie im Euripides zu MV[1], im Aristophanes zu RV. Der Parisinus B der Euripides ist eine einschneidend redigierte byzantinische Ausgabe von Text und Scholien aus dem 10. Jahrhundert, sehr wohl vergleichbar der Edition der drei Aischylosstücke, zu der die Scholia recentiora gehören. Den Aristophanes hat man zum Glück nicht so intensiv behandelt, aber Emendationsversuche fehlen auch in R und V durchaus nicht. Die Scholien sind im wesentlichen nur verkürzt bis auf Tzetzes und Musuros, über die wir auf die älteren Handschriften zurückgehen; sie haben diese Verkürzung aber auch im Altertum seit Symmachos erfahren; die Vermehrung (Orthographika, Prosodisches, vielleicht etliche Vokabelerklärungen) ist für den Text ohne Belang; die Paraphrase spielt kaum eine Rolle. Was wir von Resten antiker Hand-

[1] V ist selbst in den Scholien der ersten sieben Stücke und im Texte stark von einem Byzantiner redigiert; wahrscheinlich hat dieser ein Exemplar der LP-Klasse zugezogen, deren Wert darin besteht, daß sie von den andern im Altertum abgezweigt ist. Gegen Ende erlahmen die Byzantiner meist; so liegen uns die Hiketiden des Aischylos noch mit unvollkommener Worttrennung vor, dafür von byzantinischen Änderungen frei. Die Vorlagen der Byzantiner haben wir um die Zeit anzusetzen, wo man die Rollen in dicke Kodizes übertrug; auch sie erlahmten gegen Ende, daher die Verdünnung der Scholien in den letzten Stücken des Aristophanes und Euripides.

schriften besitzen[1] und die Zitate, die man der eigenen Lektüre von Leuten der Spätzeit zutrauen darf, bauen die Textgeschichte kaum weiter aus, als sich für den von selbst versteht, der die allgemeine Überlieferung der Literatur im Altertum soweit kennt, wie es für alle Kritik unerläßliche Vorbedingung ist[2]. Worttrennung, Interpunktion, Betonung, Elision oder volle Schreibung, selbst mit dem Ny, auch Personenverteilung (trotzdem, daß Doppelpunkt und Paragraphos vielleicht schon voralexandrinischer Praxis entsprechen), sind schlechthin unverbindlich; die lyrischen Partien sind ausnahmsweise nach bestimmter Überlieferung abgeteilt (oder einmal abgeteilt gewesen), und Heliodor selbst hat nur ihm gegebene Verse erklärt; aber unverbindliche Zutat ist auch die alexandrinische Versabteilung.

Von Handschriften haben wir in den Wespen R und V; der dritte Zeuge A fehlt und kann durch seinen nahen Verwandten Φ nicht ersetzt werden. Wir brauchen ein solches Kollektivzeichen, damit das unklare Gerede von *deteriores* aufhört und der unerträgliche Unfug, byzantinische Konjekturen (B) auf einer Linie mit den handschriftlichen Lesarten zu führen: es ist, als wollte man Triklinius in den Apparat des Pindar und Sophokles setzen. Aber Φ ist auch eine bestimmte Handschrift gewesen, auf die ΓRCBΔ[3] zurückgehen[4]; also nur sie, nicht die Sünden der einzelnen, darf überhaupt im Apparat geführt werden. Wo A vorhanden ist, schickt es sich, die eignen Fehler von Φ auch unter den Tisch zu werfen. Φ im Verhältnis zu seiner Nachkommenschaft erkennt man durch das, was Zacher-Bachmann in der Vorrede zum Frieden S. IX berichten: es fehlen in ΓPCB die Verse 948—1011. Γ hat dazu noch zwei Lücken von 54 und 62 Versen unserer Zählung: es waren also noch zwei Blätter in Φ verloren, als er kopiert wurde. Von den Wespen hat Γ jetzt nur 421—1336 und den Schluß von τοῖς ἡμετέροις 1494 ab, weil er hinter 705 verschlagen war. Für diese fehlenden Teile wird R als Ersatz zu vergleichen sein. C und erst recht B, den Bachmann auf Triklinius zurückführt, bringen, wo sie von Γ ab-

---

[1] Straßburger Pergamentfetzen Hermes 35, 602. Mélanges Nicole 211. Berliner Klassikertexte V 2. Wertvoller Journal de Philologie 82, 179 = Weil, Études de littérature 10.

[2] Kommt man mit den Varianten höher hinauf, so wird es natürlich interessant, Proben, Herm. 33, 517 aus den Homerscholien BV; das heilt wohl nur eine spätere Korruptel, aber Herm. 37, 302 ist eine Variante bei Praxiphanes aufgezeigt.

[3] Δ, der von Parisini direkt abstammen mag, kann überhaupt verschwinden.

[4] Zu untersuchen ist wohl der Mutinensis E, den Cary für die Acharner einordnet; ich weiß nicht, ob er aus Φ stammt. Es darf eben solche Untersuchung niemals auf ein Stück beschränkt werden, sondern die Handschriften sind als Individuen zu fassen und zu vergleichen.

weichen[1], Konjekturen. Der Wert von Φ ist selbst hier, wo er A ersetzen muß, gering, aber ganz entbehrlich ist er nicht. Als Singularität sei hervorgehoben 1085, wo ἑωσάμεσθα, das Echte, in den homerischen Epimerismen (Cramer, An. Ox. I 446) erhalten ist; Φ hat ἀπεωσάμεσθα, VΓ^2 ἐσωζόμεσθα, R ἐπαυσάμεσθα, so wild interpolierend wie Cobet mit ἐτρεψάμεσθα[2]. Suidas kommt außer 713 (wo es unverzeihlich ist, ihn zu verwerfen) praktisch nicht in Betracht[3]. Praktisch steht es so, daß R und V das Echte enthalten können, einerlei ob Φ Suid. für oder gegen den einzelnen stimmen; auf sie kommt's also im wesentlichen an, nur muß man die Scholien immer zuziehen; wo A vorhanden ist, tritt er als ein sehr viel besserer älterer Verwandter von Φ neben R und V, aber auch da kann die Recensio nur mehrere an sich gleich gut bezeugte Lesarten ergeben. Wir erreichen also einen Text des 9. Jahrhunderts mit Varianten: wieviel dieser taugt, ist damit gar nicht gesagt. »Überlieferung« kann absolut verbindlich sein und ebenso schlechthin unglaubwürdig. Das hängt von den Schicksalen ab, die der Text zwischen der Niederschrift durch seinen Verfasser und dem, was für uns »Überlieferung« ist, erfahren hat. Von diesem geschichtlichen Prozesse muß der Herausgeber sich eine Vorstellung gebildet haben, sonst kann er zwar »die Überlieferung«, aber nicht den Schriftsteller herausgeben, und das genügt allenfalls für Galen oder Origenes, aber bei Aristophanes will und soll jeder Herausgeber mehr leisten.

Die allgemeine Textgeschichte der Schulschriftsteller garantiert uns, daß die Grammatiker für die Erhaltung dessen gesorgt haben,

---

[1] B direkt aus Γ abzuleiten konnte in den Ekklesiazusen probabel scheinen; im ganzen wird es sich schwerlich halten lassen. ΓB zeugen dann für die Verstümmelung von Φ, Ekkl. 358 ff. 342 ist ein frappanter Beleg für den Archetypus. τοῦτο ist das Echte, wie jeder Grieche jederzeit sehen konnte; Korrektur hat es in R aus τουτοπο gemacht; BΓN haben τοῦτο πώ, Schlimmbesserung daraus. Wer den Kairiner Menander kennt, sieht geradezu τουπο mit der Korrektur des Schreibers το darüber; der Schreibfehler setzt antike Buchschrift ohne Wortabteilung und Akzente voraus.

[2] Aus den Teilen, wo mir Γ verstattet, klar zu sehen, weiß ich nur zu nennen περιπεφθείς Φ gegen RV περιπεμφθείς; aber da hatten die Scholien (ἀπατηθείς) das Richtige. 1211 κατακλινῆναι Φ gegen κατακλιθῆναι R, κατακλίναι V; aber das ist ein Fehler des Schreibers von V. Auf eine Wortabteilung, ἀλλ' ἦν Γ (ἄλλην RV), ist nichts zu geben. ἔσπευδε Φ 1026 gegen ἔσπευσε RV ist wenigstens eine erwägenswerte Variante. In dem ersten Teile, der in Γ fehlt, mag z. B. 90 und 308 Φ etwas Richtiges erhalten haben; das sind aber Bagatellen, die auch ein Byzantiner ohne Vorlage finden konnte, und bei denen es ganz einerlei ist, ob sie als Überlieferung oder als Konjektur in den Text kommen.

[3] 699 οὐκ οἶδ' ὅποι (ὅπη Suid.) ἐγκεκύκλησαι ὑπὸ τῶν δημιζόντων. Da ist die Entscheidung mir unmöglich, weil ich nicht weiß, wie das singuläre ἐγκυκλεῖσθαι aufzufassen ist. Die Glossen μεταβέβλησαι (V), ἀνέστρεψαι (Suid.) sind ohne Gewähr. Was er 713 gibt, ist eine antike Variante, der in RVΦ eine schlechtere gegenübersteht. Auf Varianten beruhen viele Störungen des Textes; ich hätte wohl Proben geben sollen.

was Aristophanes von Byzanz als Überlieferung einmal kanonisiert hatte, und die Scholien enthalten einen unverächtlichen Rest der grammatischen Erklärungsarbeit. Aber auch ganz abgesehen hiervon trägt der Text, wie ihn die »Überlieferung« gibt, in sich die Gewähr, daß er viel reiner ist als in den modernsten Ausgaben. Eine Lücke hat freilich Heliodor bereits konstatiert: der zweiten Parabase fehlt die Antode und ein Vers des Antepirrhema, das auch sonst verdorben ist. Es gibt auch sonst mehrere ganz verzweifelte Stellen, die ich nicht aufzählen mag, dagegen keinen einzigen interpolierten Vers[1]. Außerdem werden recht häufig die leichten Einrenkungen nötig, die zumeist von den Byzantinern, zumal in B, dann von Bentley und den Porsonschülern vorgenommen sind: unter ihnen hat Dobree die Palme verdient, der selten ohne Grund anstößt, meist den Anstoß sicher hebt, ein Philolog, kein bloßer Grammatiker. Gewaltsame Mittel haben sich erst die Deutschen (Hermann voran, der aber auch einiges Vortreffliche gefunden hat) und vor allem die Holländer erlaubt, ohne zu fragen, ob Gewalt hier überhaupt zulässig wäre. Daß sie es wenigstens in den kommentierten Klassikern nicht ist, kann nach der Entdeckung so vieler antiker Buchreste als ausgemacht gelten. Verführt hat zu den Gewaltsamkeiten meistens Petitio falsi principii, in der Metrik der Glaube an eine Entsprechung von Silbe zu Silbe, von dem das nächste Kapitel handelt, aber auch daß man sich für berechtigt hielt, den wirklichen oder scheinbaren Wohlklang als zureichenden Grund für Änderungen gelten zu lassen[2]. Die Sprache aber hat man an einem attischen Kanon gemessen, den man sich selbst verfertigte; was diesem

[1] 1511 wird ohne jeden Grund verworfen. Das Nesthäkchen der Krebsfamilie mußte irgendwie besonders charakterisiert werden; daß es nicht bloß τραγωιδός ist, sondern τὴν τραγωιδίαν ποεῖ, macht sich besonders gut. Die Familienverhältnisse können wir nicht kontrollieren. Falsche Interpunktion hat mich lange verführt, 1355 zu verwerfen. Philokleon verspricht der Flötenspielerin, er wollte sie als παλλακή ins Haus nehmen (eine solche hatte ihm auch der Sohn versprochen 739); er wäre nur noch nicht mündig, »νέος γάρ εἰμι. καὶ φυλάττομαι σφόδρα· τὸ γὰρ ὑίδιον τηρεῖ με; der ist sehr genau und fürchtet für meine Moral, er hat ja auch keinen andern Vater«. Es ist klar, daß νέος γάρ εἰμι zu den besseren Witzen nicht paßt; aber streichen läßt es sich nicht, weil φυλάττομαι von dem folgenden τὸ γὰρ ὑίδιον τηρεῖ με gefordert wird. Also steht οὐ κρατῶ πω τῶν ἐμαυτοῦ χρημάτων und καὶ φυλάττομαι parallel; wonach zu interpungieren. — Gegen Ende werden die Fehler stärker; 1514 ist der Schluß aus 1504 eingedrungen, von Hermann berichtigt. So leite ich den Schluß von 1507 aus 1508 her. Denn wenn Philokleon beim Erscheinen des zweiten Krebses sagt »da hab' ich ja Beilage genug zum Frühstück« ὠψώνηκ' ἆρα, so kann der Sklave nicht bestätigen μὰ τὸν Δί' οὐδὲν ἄλλο πλήν[γε καρκίνους]. »Jawohl, nichts als Krebse.« Das ist doch ausreichend und dem Alten genehm. Auch das schlechte γε zeigt das Füllsel. Da stand ein Witz, den ich nicht raten mag.

[2] Dazu rechne ich nicht nur so Offenbares wie προσεχόμενος (προσισχόμενος Hirschig) τῆι κιγκλίδι 105, sondern auch die von Porson beanstandeten Anapäste wie ὦ μιαρώτατε τί ποεῖς 397, 350.

widersprach, hatte der Librarius verbrochen. Dabei hat man weder die Sprache geschichtlich betrachtet noch sich psychologisch eine Vorstellung von dem Schaffen eines Komikers gemacht, der keine Grammatik, auch noch keine durch künstlerische, sozusagen handwerkliche Tradition gefestigte Form zu respektieren hatte. Bei Zacher-Bachmann darf Aristophanes nicht einmal ποεῖν schreiben, obwohl das überliefert ist; von den Inschriften ganz abgesehen. Aber auch sonst stellt man uns einen Aristophanes vor, der sich überlegt: »Jetzt mache ich Anapäste; da darf ich αἰεί und κλαίω schreiben, obwohl das nicht attisch ist.« In den Anapästen ist man nun so liberal, ihm κεχάρημαι, ἐντετακυῖα, κατένασθεν zu verstatten: aber wenn die Überlieferung ἀμβληχᾶται[1] an die Hand gibt, so wird das abgewiesen, weil Aristophanes die Apokope der Präposition nur in fremden Dialekten angewandt habe; Eupolis (ἀμβαυστονῆσαι) und Pherekrates (ἄγχασκε) durften sich's freilich erlauben. Wenn er die Tragödie parodiert oder doch tragischen Stil nachahmt, darf er χέρας messen, sonst ist er an χεῖρας streng gebunden; und wenn auch die Fäuste an einem Faustkämpfer das Wichtigste sind, tut nichts, χέρας muß weg (1193), damit die Quantität des ε, das Aristophanes für langes und kurzes Ei schrieb, korrekt bleibt. χθὲς καὶ πρῴην ist erlaubt; aber χθές für sich allein ist nicht häufig genug belegt, daß man es dulden könnte. ἀποίχεται (1261) muß in ἀπέρχεται geändert werden, es ist zu »tragisch«; ἔοικα ist erlaubt, aber ἐοικέναι (1142) hat der böse Librarius aus προσεικέναι gemacht; παραπόλαυσθαι (1128) darf nicht passieren: so redet Menander; παρατρέχειν (1432) auch nicht: so redet Alexis. Es ist recht, daß scharf aufgepaßt und die im Grunde abundierende Präposition notiert wird, und es ist wahr, daß in der Zurückhaltung der Athener gegenüber der Verschwendung von Präpositionen in der Komposition, die der Hellenismus treibt, ein sehr starker Unterschied besteht (der Attizismus hat dies sehr früh begriffen, denn die Schule schon der frühen Kaiserzeit hat die meisten hellenistischen Bildungen vertrieben): aber dann muß der Sprachgebrauch auch erst beobachtet werden, ehe im Einzelfalle zum Messer gegriffen wird. Der ergibt für παρά etwas Besonderes. πάριτ' εἰς τὸ πρόσθεν ruft der Polizist in Athen, wo er in Paris »Circulez, messieurs!« ruft. παραΐττειν παρέρπειν παρακλέπτειν παραρραγέντος (Frösche 410) und gar παρεξηυλημένος (Ach. 681) werden genügen.

[1] συγκύψαντ' (συγκύπτοντ' Φ falsch) ἄμ ἀμαβληχᾶται R, was wahrlich auf αμβλ mit übergeschriebenem α führt, das nicht ἄμα, sondern ἀνά bezeichnete. Φ hat αμ fortgelassen, V ἀποβλ. interpoliert. Es ist schauderhaft, das Blöken in Brüllen (βρυχᾶσθαι) zu ändern: welchen Klang das Wort hat, mag man bei Ammonius lesen, wenn man's nicht aus der Literatur weiß. Ebenso schlimm ist's, ἄμα zu halten, als ob es auf das Konzert ankäme, nicht ἀνά durch ἀμβοᾶν, ἀναστενάζειν, ἀνοιμώζειν an die Hand gegeben wäre.

Der Attizismus, wie ihn uns Pollux und besonders Phrynichos repräsentieren, sucht im Interesse des Attisch Schreibenden für alles die echt attischen Vokabeln, nicht ohne die hellenischen oder die der cynήθεια zu geißeln. Tib. Hemsterhuys ward als Herausgeber des Aristophanes, Pollux und Lukian auf das reine Attisch und seine Nachahmung in der Kaiserzeit gestoßen; eine Ausgabe des Hesych bereitete er vor. So trat das Studium der griechischen Sprache nach der Seite von Formenlehre und Wortschatz, das erst mit dieser holländischen Schule beginnt, von Anfang an unter das Zeichen des antiken Attizismus; und wie sollte es anders sein? Er bot ja feste Regeln für das »richtige« Griechisch, nach denen man sich sehnen mußte. Phrynichos war schon früh gedruckt; die Lexica Segueriana, die erst Bekker veröffentlichen sollte, schrieb Ruhnken sich ab; ediert wurden aber bezeichnenderweise nur Möris und Timäus: den Antiattizisten ließ man bei Seite; er enthält, wie traurig zusammengestrichen auch, die Tradition des Byzantiers Aristophanes περὶ τῶν δοκούντων μὴ εἰρῆcθαι τοῖc ἀρχαίοιc; man sollte ihn jetzt im Stile von Pierson oder Lobeck kommentieren. Die διαδοχή Hollands folgte den Spuren von Hemsterhuys bis auf Wyttenbach. Porsons Schule, von Bentley her an ein konsequenteres Beobachten und entschlossenere Kritik gewöhnt, tat einen großen Schritt vorwärts; sie erwarb sich den Ruhm, daß ihre Aufstellungen über die attischen Flexionen und die attische Syntax durch die authentischen Zeugnisse der Inschriften in allem Wesentlichen bestätigt worden sind, während Hermanns philosophische Dialektik sich an der Grammatik nicht anders vergriff als die damalige Naturphilosophie an der Naturwissenschaft. Endlich führte Cobet das Prinzip des reinen Attisch am entschiedensten durch, für die echten Attiker und für die Imitation der Kaiserzeit; vom Hellenismus verstand er nichts und wollte er nichts verstehen, von den Dialekten (anders als Hemsterhuys und Valckenaer) auch nicht. Die Verdienste aller dieser berühmten Männer in Ehren, ist es doch an der Zeit, ihr Werk im Sinne einer Philologie zu revidieren, die aus der antiken Grammatik zu einer historischen Wissenschaft geworden ist. Rutherford, der bei Cobet gelernt hatte, stellt in seinem schönen New Phrynichus das Problem, wie sich die attische Sprache gebildet hat; aber seine reichen und feinen Beobachtungen über Synonymik suchen doch feste Normen, ein für die Schriftsteller maßgebendes Attisch. Aber Leben ist Werden, und nur eine tote Sprache ist an die starre Regel, hie richtig, dort falsch, gebunden, und zu jeder Zeit bewegt sich die lebendige Rede auf einer sehr langen Skala. Die Zeit, da die Packträger und Marktweiber redeten wie die Musen und die Musen sich an ein Dictionnaire de l'académie du Parnasse hielten, ist so real wie die paradiesische

»Blüte Griechenlands«. Wie die Ungebildeten redeten, hat Kretschmer an den Vaseninschriften gezeigt; in ihnen spürt man schon das Eindringen des Fremden, das sich steigern mußte, als Athen zu einer Großstadt ward. Gerade zu der Zeit, da sich die Sprache der Komödie erst fixiert, klagt die Schrift von der attischen Verfassung über die Verunreinigung der Sprache; wir aber haben wirklich eine sehr ungenügende Kenntnis von dem, was für diesen Beobachter reines Attisch war. Die Komödie, die wir kennen, zumal in ihren ältesten Resten, borgt keineswegs nur zu parodischen Zwecken beim Epos und bei der Tragödie; wüßten wir mehr von ihm, würde der ionische Iambus auch seinen Einfluß verraten[1]. Der Komiker, der den Megarer und Böoter ihre Mundart reden läßt[2], damit man über sie lache, wird keine puristischen Rücksichten respektiert haben, wenn er Athener der niederen Schichten einführte. Bei Menander schwören die Frauen δάματερ; ἑλλάνιε Ζεῦ bei Aristophanes (Ritt. 1290) braucht wahrlich keine Parodie zu sein, sondern die Anrufung des Zeus von Aigina, der dem Kleruchen Aristophanes nahe genug wohnte.

Aristophanes hatte sicherlich eine gute Schulbildung, wenn er auch nicht gerade den Prodikos über ὀρθοέπεια gehört hatte. Sein Gedächtnis war also voll von der dazumal klassischen Literatur; aber die Worte und Wendungen, die er auf der Tenne und im Weinberg, auf dem Markte und beim Barbier hörte, kamen ihm doch am leichtesten auf die Lippen, da er das attische Leben, das ihn umgab, wiedergeben wollte. Es war ihm nicht bewußt, daß er und Freund Eupolis den klassischen Stil der Komödie schüfen. In der Tragödie findet jeder,

---

[1] Älteres als Kratinos war nicht erhalten: das ist eine unbestrittene Tatsache. Von ihm haben wir immerhin genug, um den Abstand von der Sprache zu merken, die Pherekrates, Eupolis, Aristophanes für uns ohne wesentliche Unterschiede schreiben. Ob es Zufall ist, daß die Reste der Πυτίνη, seines spätesten Stückes, modern klingen? Von dem, was die Alexandriner in ihrer Kritik der ψευδάττικα (Phot. εὐθὺ λυκείου) im Auge hatten, vermag ich keine klare Vorstellung zu gewinnen.

[2] Wer darf verlangen, daß der Komiker diese Dialekte mit voller grammatischer Genauigkeit wiedergebe? Aber man erwartet gar im Böotischen die phonetische Orthographie, die es noch gar nicht gab. Man dekretiert, daß die Frau aus Sybaris (1438) αἰ sage, nicht εἰ, obwohl der Kritiker nicht wissen kann, wie man in Sybaris gesprochen hat, und Aristophanes von der Sprache der hundert Jahre vor ihm zerstörten Stadt nichts wußte. Das ist ein Adiaphoron; wichtig dagegen, daß er für sein Lakonisch sich an die literarische Sprache des Alkman gehalten hat (Textgesch. der Lyriker 84). Das possierlichste ist, daß man das Stammeln des Skythen und Triballers mit Akzenten versieht, Zirkumflexen, Akuten u. dgl. Nichts denken sie sich dabei, als daß Lesezeichen zum Griechischen gehörten; und wie würden sie zetern, wenn man diese »wegließe«, wie die Naivität sich ausdrückt. Darf man doch nicht einmal die arkadischen, kyprischen, thessalischen Inschriften ohne diese täuschende Verzierung drucken, wo doch an der Täuschung auch die nicht zweifeln können, die wundergläubig genug sind, die alexandrinische Betonung der lesbischen und homerischen Gedichte für überliefert aus der Zeit der Dichter zu halten.

der ihre Sprache ernsthaft anpackt, Wörter, die dann erst viele Jahrhunderte später wieder auftauchen, in Kreisen, die über den Verdacht erhaben sind, den Sophokles oder die τραγικὴ λέξις gelesen zu haben. Denn auch der Tragiker κλέπτει ἐκ τῆς συνηθείας, die wir viel weniger kennen als die konventionellen Stile. Und dem Komiker sollen wir's nachrechnen, was er sich erlauben darf? Welche Selbstüberschätzung, entscheiden zu wollen, wann ihm eine Steigerung ins Tragische passend schien, so daß er χέρας sagen durfte, gesetzt, die Kürze des Ei klänge sofort tragisch. 1469 τρόποις ἐπεμάνην κἀξεχύθην. An dies ἐκχεῖσθαι εἴς τινα ist man gewöhnt, wenn man genug hellenistische Prosa gelesen hat; klassisch ist es freilich nicht. Starkie hätte es also beanstanden sollen; aber er rechnet gar nicht mit dem hellenistischen Gebrauche, den ihm der Thesaurus doch bereitstellte[1]. Befremden darf und soll uns das vereinzelte Auftreten; wir sollen nur nicht gleich die Ehre des Attikers bedroht glauben oder ihr gar mit Gewalt aufhelfen. Meinekes Historica critica pflegt die einzelnen Komiker auf ihre Verstöße gegen die reine Sprache zu prüfen; der Komiker Platon bestand besonders schlecht vor ihm, der junge Cobet aber brach zugunsten seines Schützlings eine Lanze. Es ist doch klar, daß diese ganze Betrachtungsweise ungerecht ist, weil sie die Freiheit und Biegsamkeit der lebendigen Sprache außer acht läßt. Mögen wir die Beobachtung des Sprachgebrauches bis zur genauesten Statistik steigern: daß ein Wort oder eine Konstruktion vereinzelt bleibt, zwingt durchaus nicht, sie zu verdammen, wie anderseits grobe Fehler (Futur mit ἄν. καίτοιγε) durch ein Dutzend scheinbarer Belege nicht gerechtfertigt werden. Unsere Aufgabe ist ja nicht, e lexico et grammatica sapere, sondern das Sprachgefühl zu gewinnen, das dem schöpferischen Schriftsteller auch auf unbetretenem Wege folgt. Was wir freilich am besten bei den attizistischen Kritikern lernen, denen wir die Dankbarkeit gerade dann beweisen, wenn wir die Schranken ihrer Sprachbetrachtung durchbrechen.

Philokleon schämt sich, daß ihn das Flehen des Verklagten zu Tränen gerührt hat »ich glaube, mir sind die Tränen nur gekommen, weil ich die (heiße, 918) Brühe getrunken hatte«, ἀπεδάκρυσα, 903: wie soll man das »ich vergoß Tränen« anders sagen? Ist da ein Beleg nötig? Es scheint so, denn sie nehmen ἐπεδάκρυσα von Triklinius gegen RVΓ auf, das gewöhnlich ist, aber hier gar nicht paßt. In Wahrheit fehlt sogar ein Beleg nur, wenn man die ἀποδακρυτικὰ φάρμακα der späten

[1] Starkie zitiert außer νόος κέχυται ἐπὶ παῖδα (Lykophronides), das die Entstehung der Wendung gut beleuchtet, aus Pindar Isthm. 1, 4 Δᾶλος ἐν ᾇ κέχυμαι; aber wie will man den Dativ erklären? Konjiziert ist daher ἐφ' ᾇ, das die Sache nicht wesentlich besser macht. ἐν αν muß man herstellen; daß ein Bötismus herauskommt, macht die Kleinigkeit interessant.

Ärzte nicht rechnet. — ὑπακούειν sagt der Athener von dem Sklaven, der auf den Ruf erscheint oder das Befohlene tut; daher wird es zu *oboedire* und regiert den Dativ. Gegen diese Regel ist nichts zu sagen. Die Wespen klagen τί ποτ᾽ οὐ πρὸ θυρῶν φαίνετ᾽ ἄρ᾽ ἡμῖν ὁ γέρων οὐδ᾽ ὑπακούει, 273. Der Alte hört sie, möchte auch kommen, kann aber nicht. Da sagt er τήκομαι ὑμῶν ὑπακούων, 314. Er kann nicht ὑμῖν sagen, er gehorcht ja nicht; er mag nicht bloß ἀκούων sagen, denn er ist δυνάμει ein ὑπακούων. Daher braucht er den Genitiv. Es mag sein, daß das singulär ist; aber es gibt die Nuance, die der Dichter und wir brauchen, und da wird er wohl zufrieden sein, wenn wir ihm nachdenken statt ein miserables ὅπ᾽ ἀκούων aufzudrängen. — Die Regel sagt, attisch κατεάγη τῆς κεφαλῆς, später τὴν κεφαλήν. Wenn nun der Athener einmal sagen wollte, wieviel von dem Kopfe abgeschlagen wäre, was sollte er anders als den Akkusativ brauchen, also τῆς κεφαλῆς μέγα σφόδρα, 1428. Kein Wunder, wenn es keinen Beleg gibt; aber gesetzt, es wäre anstößig, so könnte man es immer noch allenfalls auf die Sprache schieben, in der die Anekdote von Philokleon gehört wäre, da er ihre Pointe in der Form gibt ἔρδοι τις ἣν ἕκαστος εἰδείη τέχνην. Darin ist ἔρδοι ganz unattisch, also sicher entlehnt. Das ist darum wichtig, weil es verlangt, daß Philokleon von sich etwas zufügt. Denn wenn er einen Menschen verprügelt hat und dem zur Beruhigung eine sybaritische Anekdote erzählen will, so kann die nicht auf die Mahnung »treibe, was du verstehst« hinauslaufen, sondern auf das, was überliefert ist »so laufe auch du zum Feldscher«. Umstellung geht also nicht. Es ist wahr, die Nutzanwendung der Geschichte paßt schlecht zu ihr. Aber Philokleon ist betrunken, und für seinen Verstand paßt jede Geschichte, in der sich auch einer ein Loch in den Kopf geschlagen hat. Dies Beispiel führt bereits hinüber zu den Aufgaben, welche der Interpretation gestellt sind und wo wieder vorgefaßte Meinungen von der Tiefe und Vortrefflichkeit des Klassikers zu überwinden sind; die antiken Grammatiker waren vielleicht zu rasch bei der Hand, sich bei einem ἀδιανόητα παίζει zu beruhigen. Interpretation tut not, die den Dichter versteht und nicht weiser machen will, als er war; es mag immer noch zu sehr im alten Stile sein, wenn die folgenden Bemerkungen sich vorwiegend auf Stellen erstrecken, wo die Erklärung mit der Textkritik verbunden ist[1].

[1] Die Wortstellung ist auch etwas, das dem Dichter oft korrigiert wird, sei es, daß man ihm seine unterweilen starken Inversionen nicht verstattet, sei es, daß man eine besondere Absicht verkennt. 71 νόσον γὰρ ὁ πατὴρ ἀλλόκοτον αὐτοῦ νοσεῖ. 896 ἐγράψατο Κύων Λάβητα τὸν τυρὸν ἀδικεῖν ὅτι μόνος κατήσθιεν, wo von ἀδικεῖν τὸν τυρὸν nicht die Rede ist, sondern nur von κατεσθίειν. 94 ὑπὸ τοῦ δὲ τὴν ψῆφόν γ᾽ ἔχειν, wo δέ γε getrennt ist. Schlimm hat Cobet gleich die köstliche Erzählung des Traumes verdorben, 15 ἐδόκουν αἰετὸν καταπτόμενον εἰς τὴν ἀγορὰν μέγαν πάνυ ἀναρπάσαντα

οὐδὲν ἄρα γρίφου διαφέρει Κλεώνυμος.
»πῶς δή« προερεῖ τις τοῖσι συμπόταις, »λέγω,
ὅτι ταὐτὸν ἐν γῆι τ' ἀπέβαλεν κἀν οὐρανῶι
κἀν τῆι θαλάττηι θηρίον τὴν ἀσπίδα«·
— οἴμοι τί δῆτά μοι κακὸν γενήσεται
ἰδόντι τοιοῦτον ἐνύπνιον; — μὴ φροντίσηις.
— οὐδὲν γὰρ ἔσται δεινόν; — οὐ μὰ τοὺς θεοὺς
δεινόν γέ ποὖσθ' ἄνθρωπος ἀποβαλὼν ὅπλα.

An 21 ist viel versucht, weil man λέγων las, wozu προερεῖ wirklich nicht paßt. Es erledigt sich, sobald man λέγω aus V aufnimmt, und mit πῶς δή verbindet, das gemeiniglich dem andern Sklaven gegeben wird, dem aber auf das Rätsel nichts ankommt; er hat Angst wegen des Traumes. Um wieviel schlechter die gewöhnliche Personenverteilung ist, — μὴ φροντίσηις· οὐδὲν γὰρ ἔσται δεινόν οὐ μὰ τοὺς θεούς: δεινὸν γέ τοὖσθ' ἄ. ἀ. ὁ., die auch das überlieferte που zu ändern zwingt, ist kaum nötig zu sagen. »Wirds wirklich nicht gefährlich?« »Bewahre, gefährlich ist doch wohl ein Feigling nicht.« Verzweifeln muß man an dem falschen Versanfang ἰδόντι τοιοῦτον, denn der Einschnitt in dem Anapäst ist wirklich falsch; aber Hilfe gibts mit Konjizieren nicht. Nun steht ein genau so falscher Versausgang 1369 κλεύαντα — ποίαν αὐλητρίδα, wo auch jede Änderung den vortrefflichen Ausdruck zerstört. Sollte nicht die lebendige Aussprache τοοῦτον (so sprach man doch) und πόαν (so konnte man sprechen) so kurz zusammengezogen haben, daß es in eine Silbe zusammenklang und einmal so genommen werden konnte? Ekkl. 1005 μὴ σκῶπτέ μ' ὦ τάλαν ἀλλά. Da ist -◡◡/- kaum erträglich; aber so sieht es nur aus, gesprochen ward τᾶν, oder doch beinahe τᾶν. Wesp. 967 ὦ δαιμόνι' ἐλέει, ist als Proceleusmaticus wirklich unzulässig; aber wenn man ἐλεινός sprach und schrieb (Antiattizist 92), so ist es begreiflich, daß man ἐλέει zweisilbig sprach.

V. 76—85 wird jetzt auf die beiden Sklaven verteilt; die Scholien sagen τινὲς ἀμοιβαῖα· χαριέστερον δὲ λέγεσθαι αὐτὰ συνεχῶς πρὸς ἑνός. Sie haben ganz recht; dann kostet es auch nicht die Annahme einer Lücke. Der Sklave, der das Publikum über das Sujet aufklärt, ist herangetreten; um den andern kümmern wir uns nicht; wo gibt es auch ein solches Dreinreden, wie die Modernen ihm zutrauen? »Nun ratet mal.

τοῖς ὄνυξιν ἀσπίδα φέρειν ἐπίχαλκον ἀνεκὰς εἰς τὸν οὐρανόν. Da stellt er φέρειν ans Ende; gut, wenn's ein Schülerexerzitium wäre. Aber der Redende trägt in der Reproduktion des schauerlichen Gesichtes die sinnlichen Epitheta nach, wie ihm das Gedächtnis immer deutlicher die Bilder reproduziert. »Da sah ich einen Adler, der flog auf den Markt herunter, ein großer Adler, der packte mit seinen Krallen einen Schild (sie hingen da in der Stoa Poikile, Ritt. 845, Pausan. 1, 15, 4), einen erzbeschlagenen, und flog mit ihm in die Höhe, in die Lüfte hinauf.« Jedes Stück bietet eichliche Belege für solche Verschränkungen.

Da der Amynias[1] sagt, der Herr wäre φιλόκυβος· ἀλλ' οὐδὲν λέγει, μὰ Δί', ἀλλ' ἀφ' αὑτοῦ τὴν νόσον τεκμαίρεται. »Aber das ist nichts, wirklich nichts, sondern er schließt von sich.« Publikum lacht. Er fährt fort »οὔκ ἀλλὰ φιλο μέν ἐστιν ἀρχὴ τοῦ λόγου«. »Nein; das heißt, mit φιλο fängt es an; soweit hat er recht.« Wozu da Lücke oder Personenwechsel? οὔκ ἀλλὰ ist V. 9 und 1372 »nein, sondern«. 634, hinter dem Kompliment οὐδενὸς ἠκούσαμεν οὕτω ξυνετῶς λέγοντος, sagt Philokleon οὔκ, ἀλλά »gewiß nicht; aber er meinte, ich würde nicht reden«, so daß es affirmativ wird. 1143 »das sieht mir aus wie das Costum des Morychos« »οὔκ, ἀλλ' ἐν Ἐκβατάνοισι ταῦθ' ὑφαίνεται·« »das nicht, aber in Ekbatana wird es allerdings gewoben«. Genau so hier; es nimmt das οὐ μὰ Δία auf, aber ἀλλά schränkt ein. Man rezitiere nur gut, dann wird die Wirkung dreimal so groß, weil derselbe Mund alles spricht. Nun tut er so, als hörte er einen andern Zuschauer »ὁδὶ δέ φησι Σωσίας πρὸς Δερκύλον εἶναι φιλοπότην αὐτόν· οὐδαμῶς γ', ἐπεὶ αὕτη γε χρηστῶν ἐστὶν ἀνδρῶν ἡ νόσος. Da kann doch die abweisende Negation gar kein anderer sprechen, als der die Frage gestellt und die falsche Antwort gehört hat. Über den dritten Versuch richtet er die Kritik direkt an den Ratenden, und bricht dann ab ἄλλως φλυαρεῖτε. Wenn hier ein Dialog wäre, müßte er durch die Beziehung der Redenden aufeinander kenntlich werden; es gibt aber nur eine Beziehung auf die Ratenden im Publikum.

147 fängt in R korrupt an ἀτὰρ οὐκ ἐρρήσεις γε, und V hat mit ἐσερρήσεις eine Interpolation; οὐκέτι ist nicht besser, denn ἔρρειν heißt nun und nimmer »hinauskommen«. Das war οὔτι χαιρήσεις γε, wie 186 οὔτι χαιρήσων γε steht.

218 ὡς ἀπὸ μέσων νυκτῶν γε παρακαλοῦσ' ἀεὶ λύχνους ἔχοντες. Das Verbum ohne Objekt ist unerträglich und stammt aus 215 ἥξουσιν .... παρακαλοῦντες τουτονί. Die Verbesserung ist leicht παραβάλλουσι. Bekker An. 112, 32 παραβάλλεις εἰς τὸν τόπον· συνεχῶς φοιτᾷς. Das Zitat, das der Antiattizist beigefügt hatte, ist nicht erhalten; die Bedeutung ist wie auf diese Stelle zugeschnitten.

441 εἶτα δῆτ' οὐ πόλλ' ἔνεστι δεινὰ τῷ γήρᾳ κακά;
δῆλα δή· καὶ νῦν γε, folgt Beleg.

Wer kann anstoßen? Aber weil die Byzantiner δηλαδή akzentuiert hatten, schrieb Cobet δῆλα δ' εἰ καὶ νῦν γε, wo weder δέ noch γε recht passen.

---

[1] Ob Προνάπης nach der ersten oder dritten ginge, mögen die Athener später selbst nicht gewußt haben; aber Προνάπο steht auf der Dedikation der drei Hipparchen (I. G. I Suppl. S. 184), und daß es richtig ist, beweist das gewöhnliche Προναπίδης.

627 κἀγκεχόδασίν μ' οἱ πλουτοῦντες καὶ ⟨οἱ⟩ πάνυ σεμνοί. Ohne den Artikel sind die Reichen auch die Hochangesehenen.

> 733 σοὶ δὲ νῦν τις θεῶν παρὼν ἐμφανὴς
> ξυλλαμβάνει τοῦ πράγματος καὶ δῆλός ἐστιν εὖ ποιῶν, σὺ δὲ
> παρὼν δέχου.

Für den Modernen ist das zweite παρών überflüssig, denn wenn einer »da ist«, nämlich wo der andere ist, muß ja wohl dieser auch da sein. Also konjiziert man, und wie, μαθών (was?) παρείς (was?) παρόν (als ob er's sonst nicht gedurft hätte) πρόφρων (als ob er der Gott wäre). In der alten Sprache wird das reziproke Verhältnis nun einmal durch Wiederholung bezeichnet, τε τε, ἅμα μέν - ἅμα δέ, *aeque pauperibus prodest, locupletibus aeque*, alles ist im Grunde derselben Art, παρὼν γὰρ τοὺς παρόντας εὐφρανεῖς Eurip. Hik. 649, Androm. 738 παρὼν πρὸς παρόντας ἐμφανῶς γαμβρούς. Also der Anstoß beruht nur auf unzureichendem Sprachgefühl. Merkwürdig dagegen ist die Stelle für das religiöse Gefühl und seinen Ausdruck. Die sinnfällige Gegenwart eines Gottes wird empfunden, wo doch nichts als die Rede des Bdelykleon tätig gewesen ist: das beglückende Gefühl, von Vorurteil und Irrtum erlöst zu sein, verdichtet sich zu dem Glauben »das ist eine Gnade Gottes«, und dann hat dieser Gott selbst eingegriffen: sein Wirken ist seine Epiphanie. Es ist dasselbe Gefühl, das den Apollon in die Kentaurenschlacht des olympischen Giebels stellte, die Athena in die Troerschlachten des Aphaiagiebels. Und der Philologe muß sich dies Gefühl ebenso zu eigen machen wie die Wiederholung von παρών. Vergessen darf man natürlich nicht, daß die Stilisierung hier nicht dem Komiker gehört, der vielmehr tragischer Weise, wenn nicht einem bestimmten Vorbilde folgt.

797 Philokleon erklärt sein Einverständnis mit dem Privatgericht. Bdelykleon sagt ἀνάμενε νῦν; das paßt; ἐγὼ δὲ ταῦθ' ἥξω φέρων. Darin ist ταῦτα unverständlich, von Reiske in πάντα geändert; aber wir wissen gar nicht, was das »alles« sein soll. Als er zurückkommt, sagt er: »Was sagst du nun?« ὡς ἅπαντ' ἐγὼ φέρω ὅσαπερ ἔφασκον κἄτι πολλῷ πλείονα. Also hatte er vorher eine Aufzählung gegeben, und vor oder besser hinter ἀνάμενε νῦν ist eine Lücke; vermutlich hatte der Alte sich ungläubig geäußert, ob auch alles zu beschaffen wäre.

819. Dem Alten fehlt noch etwas zu seinem Privatgerichtshofe: θηρῷον εἴ πως ἐκκομίσαις τὸ τοῦ Λύκου. Der Vers wird doch wohl identisch sein mit dem unter Eupolis' Namen von Herodian (Cramer, An. Ox. III 253, Hermann, Emendand. grammat. Gr. 309) angeführten ἡρῷον εἴ πώς μοι κομίσαιο τοῦ Λύκου; aber viel Verlaß ist auf die Variante nicht. Zu seiner Überraschung präsentiert ihm der Sohn Heroon

und Heros; der Alte meint zwar, der Heros wäre etwas schwer zu sehen[1], aber Geister erscheinen nun einmal in welcher Gestalt sie wollen, und so hat Lykos seine Waffen abgelegt, so daß er wie der ἀσπιδαποβλής Kleonymos aussieht. Was Bdelykleon zeigt, kann kein πινάκιον sein, wie der Scholiast meint, kein Tontäfelchen mit Bild und Weihung, denn in Wahrheit ist eben Lykos nicht dargestellt. Jede Vasenscherbe mit einem nackten oder bekleideten Menschen reichte hin; nur eine Säule, d. h. die billigste Andeutung eines Heiligtumes, mußte dabei sein, da dies von dem Heros unterschieden wird. Auf das Heiligtum kommt es nämlich an; daß dies auf dem Bauernhofe verlangt wird und diesem Verlangen Genüge geschieht, darin liegt der Witz. Denn Lykos hatte seine Statue mit einem heiligen, von einem Rohrgitter umfriedeten Flecke, natürlich auch mit einem Altar, dicht bei der Heliaia am Markte. Das ist von den Grammatikern bezeugt[2], folgt aber auch aus den Wespen selbst, 389. Philokleon soll dort seine θεοὶ πατρῷοι anrufen und sagt: »ὦ Λύκε δέσποτα γείτων ἥρως, du hast ja dieselben Neigungen wie ich, freust dich an dem Gewimmer der Verklagten und hast, um dies zu hören, dich da angesiedelt. ἐλέησον νῦν . . τὸν σαυτοῦ πλησιόχωρον. Dann will ich auch deine Rohrstäbe respektieren«; was die Herren Richter, wenn sie austraten, also nicht zu tun pflegten. Daß für den Alten der Heros, der neben der Heliaia wohnt, sein Nachbar und sein πατρῷος ist, darin liegt die Pointe. Darum ist es so lustig, daß Bdelykleon es ermöglicht, bei dem Privatgerichte ein Lykosheiligtum zu schaffen. Dann kann Philokleon aber unmöglich den für ihn unrealisierbaren Wunsch im Optativ ausgesprochen haben, und es stimmt gut, daß dieser Optativ in den Handschriften eine unpoetische Form trägt. Die Forderung eines Irrealis liefert dann leicht die Verbesserung θηρῷιον εἴ πως ἦν κομίσαι; die Verderbnis wird begonnen haben, als ἦγ κομίσαι geschrieben war.

Achten wir zwischen diesen kritischen Betrachtungen darauf, wie geschickt der Dichter 834 den Alten von der Bühne bringt, damit der

[1] χαλεπὸς εἰσιδεῖν byzantinische Emendation für χαλεπὸν RVΓ.

[2] Es genügt dafür der Hinweis auf den Artikel in Roschers Lexikon 2187. Die Statue wird dem Sohne Pandions gesetzt sein, als der Markt mit den Eponymenstatuen geschmückt ward; daß wir von seinen Brüdern Aigeus und Pandion nichts hören, wird daran liegen, daß sie zu den Eponymen gehören. Die Statue des Lykos ist ja auch nur dadurch berufen worden, daß sie neben der Heliaia stand. Das hat auch die Anekdote erzeugt, daß Lykos der erste Sykophant ward, der den Theseus ἐπὶ τυραννίδι (also aus der Gesinnung der Wespenheliasten heraus) verleumdete und seinen Ostrakismos hervorrief. (Schol. Ar. Plut. 627, daraus wohl Schol. Aristid. 388 Ddf.) Diese Verhöhnung der demokratischen Institution kann wohl nur erfunden sein, als sie noch bestand, und man kann kaum umhin, an eine alte Komödie zu denken. Theophrast (bei Pausanias dem Attizisten, Eustath. 782 = Suid. ἀρχὴ Σκυρία) hat sie unter seine Exempel πρὸς τοὺς καιροὺς aufgenommen.

Sklave die frische Untat des Labes melden kann; Bdelykleon war ja in Verlegenheit um einen passenden Rechtshandel (828). Gleichzeitig kommt heraus, wie erpicht der Alte aufs Richten ist[1], das er so lange aufgehalten hatte. Als er endlich sitzt und die Akten geholt werden, schimpft er über die Trödelei: »ich hätte es so nötig, mein Feld zu pflügen«. So schalten die biedern Bauern in der Heliaia; für Philokleon paßt es gar nicht; aber wir wissen, das geniert den Aristophanes nicht.

875 betet Bdelykleon zum Apollon Agyieus, der in seinem Symbol immer gegenwärtig ist[2], in Anapästen. Daß diese aus einer Reihe von Tetrametern mit Pnigos bestünden, ist nicht erforderlich, aber natürlich willkommen. ὦ δέσποτ' ἄναξ γεῖτον ἀγυιεῦ τοὐμοῦ προθύρου; [προυπύλου V], πρὸς πύλας; in R hatte zuerst πρόσθεν πύλας gestanden. Was die Modernen daraus machen, προπύλαιε oder πρόσθεν προπυλαίου, paßt in den Vers, ergibt aber eine lästige Abundanz; Meinekes πάρος αὐλῆς ist freie Fiktion. Man kann kaum anders, als die Diagnose stellen, daß nur die Varianten προθύρου und προπύλου zugrunde liegen, von denen die erste dem Bauernhause besser entspricht. Für den Sinn sind auch alle Zusätze schädlich. Gibt man sie auf, so ergeben sich als Summen der Metra 7, 4, 4, 13. Ich würde dem dennoch nicht trauen, da Tetrameter in diesen Systemen so selten sind, wenn nicht das Kommation des Friedens sich mit demselben Mittel heilen ließe. Es beginnt

ἀλλ' ἴθι χαίρων· ἡμεῖς δὲ τέως τάδε τὰ σκεύη [παραδόντες]
τοῖς ἀκολούθοις δῶμεν σῴζειν usw.

Die Summen der Metra sind nach Beseitigung der Interpolation 7, 4, 4. Dann folgen Trochäen wie im Kommation der Wespen, wo akatalektischen Trochäen akatalektische Anapäste vorhergehen, höchst befremdlich. Aber Tetrameter mit folgendem Pnigos sind im Kommation

---

[1] Dies fordert G. Hermanns Verbesserung 833, αὐτὸς κομιοῦμαι τό γε παραυτίκ' ἔνδοθεν ὁτιποτὲ χρῆμα. Überliefert ist τί ποτε τὸ χρῆμα; aber zu der verwunderten Frage hat Bdelykleon keine Veranlassung. Dagegen weiß Philokleon, daß er keine wirklichen Schranken schaffen kann, will sich also »für diesmal irgendwas« holen. Er kommt mit der Hürde, die auf dem Hofe das oder die Ferkel zum Opfer für Hestia einschließt. Die Erklärer, welche meinen, Philokleon hätte am Herde einen Schweinekoben gehabt, unterschätzen denn doch die Lebenshaltung der Athener. Bei Kallimachos, 6, 108, verzehrt Erysichthon das Kalb τὰν ἑστίαι ἔτραφε μάτηρ. Die Königin hat ein teureres Tier, sonst ist die Sitte dieselbe.

[2] Daher die auch bei Menander ganz gewöhnliche Beteuerung μὰ τὸν Ἀπόλλω τουτονί. Befremdend ist sie Thesm. 728, weil der Agyieus da vor dem Thesmophorion stehen muß. Fritzsche hat zu dem Verse viel gutes Material. Kaum kann man anders urteilen, als daß ein Altar vor der Hinterwand der Bühne schon so zum festen Bestande gehörte, daß der Dichter ihn voraussetzt, auch wo er kaum paßt.

ebensowenig erfordert wie in der Wespenszene, wo die Anapäste vor den Strophen eines Chorliedes stehen[1].

903 αὖ αὖ: πάρεστιν: ἕτερος οὗτος αὖ λάβης
ἀγαθός γ᾽ ὑλακτεῖν καὶ περιλείχειν τὰς χύτρας.

Da ist die Personenverteilung zu verbessern. Kyon meldet seine Anwesenheit durch Gebell; der Alte sagt: »Das ist bloß ein Schnapphahn Nr. 2.« Bdel. Der versteht das Bellen. Ph. »ja, und das Topflecken auch«. So muß verteilt werden. Das Lob ἀγαθός γ᾽ ὑλακτεῖν kann dem Alten nicht gehören, auch formal wegen des γε nicht.

930. Epilog des Kyon. »Verurteilt ihn, damit ich nicht vergebens belle, sonst belle ich in Zukunft nicht mehr.« Ist das nicht eine abscheuliche Tautologie? Da sollten die Erklärer etwas sagen; aber sie verbreiten sich nur über διὰ κενῆς ἄλλως. Kleon wird durch die Schlußverse charakterisiert: ἐὰν δὲ μή — wir sind auf etwas Furchtbares gefaßt. Aber παρὰ προσδοκίαν folgt: »Wo nicht so — belle ich nicht mehr.« Welch Unheil für Athen, das muß abgewandt werden! Richtig rezitiert wirkt es großartig. Überhaupt sind diese ältesten Plaidoyers auch für die Rhetorik unschätzbar, ganz wie die Formen des Prozesses und der Abstimmung zusammen mit der Areopagitenszene der Eumeniden allein die Praxis des 5. Jahrhunderts kennen lehren. Anklage: Prooimion, zugleich Prothesis, dann κατασκευή, *vita ante acta* des ἀντίδικος, Epilog mit dem eben bezeichneten δεινόν. Verteidigung: Prooimion, ἀνασκευή, μαρτυρίαι, ἔλεος, πρὸς τὸν ἀντίδικον. Dabei ist das Lustige, daß die κατασκευή in οὐ μετέδωκ᾽ ἐμοί gipfelt, die Verteidigung in dem Eingeständnis der Schuld.

1060 ὦ πάλαι ποτ᾽ ὄντες ἡμεῖς ἄλκιμοι μὲν ἐν χοροῖς
ἄλκιμοι δ᾽ ἐν μάχαις
καὶ κατ᾽ αὐτὸ τοῦτο μόνον ἄνδρες μαχιμώτατοι.

Abgesehen von der freien Responsion in den Trochäen, ist μαχιμώτατοι offenkundiger Schreibfehler; aber den hat Bentley mit ἀνδρικώτατοι verbessert, denn der Chor schließt die Strophe mit der Versicherung, auch sein Greisenalter schlüge immer noch πολλῶν κικίννους νεανιῶν καὶ σχῆμα (fashionable Erscheinung) καὶ εὐρυπρωκτίαν. Wie soll

---

[1] Die Strophe ist an Apollon gerichtet, daher schließt sie der sakrale Zuruf ἰήιε παιάν. Die Antistrophe richtet sich an Bdelykleon: trotzdem hat Meineke mit dem Zusatze von ἰήιε παιάν Glück gemacht. Wenn's nur respondiert; der Sinn ist Nebensache. Der Zuruf hat weder Maß noch Melodie, wenn man auch ein Reizianum in ihm finden kann. Wohl aber zeigt dieser Ruf der Korona ebenso wie die Aufforderung zur εὐφημία 868 (die Bdelykleon nicht ergehen lassen kann, da εὐφημία Schweigen fordert, nicht Gesang), daß der Chorführer die Strophen singt. Sie bestehen aus einfachen Iamben; ein Dochmius schließt ab.

dazu ἀλκιμώτατοι den Gegensatz bilden, was Mode ist für μαχιμώτατοι zu setzen? Und das Epirrhema schließt damit, daß die Perser sagen μηδὲν Ἀττικοῦ σφηκὸς ἀνδρικώτερον. Männlichkeit beweist sich darin, daß die Leute so stramm zu tanzen wie zu fechten verstehen; dasselbe ward an den Spartanern (Plutarch Lyk. 21) gerühmt. Natürlich zeigte der Tanz der Wespen die Spuren der alten Strammheit ebenso wie die steifen Glieder. Die Ode der Komödie nimmt entweder nur alte Melodien auf oder mit diesen auch die Textworte und variiert oder parodiert dann die Motive von beiden; dem muß der Erklärer nachgehen[1]. Hier liegt der Spruch πάλαι ποτ᾽ ἦσαν ἄλκιμοι Μιλήσιοι zugrunde; ἄλκιμος ist im Attischen Fremdwort. Im Venetus steht aber zu 1063 die Notiz Δίδυμός φησιν ὅτι παρῴδησε ταῦτα ἐκ τῶν τοῦ Τιμοκρέοντος τοῦ Ῥοδίου. Kann man zweifeln, daß damit jener Vers gemeint war? Ob die Notiz zu ἄλκιμοι oder zu πρίν ποτ᾽ ἦν gestellt ward, war ja gleichgültig. Ich habe früher die Überlieferung des Spruches behandelt (Textgesch. der Lyriker 32) und die Herkunft von Anakreon bezweifelt, aber noch geglaubt, daß der Vers in seinen Werken stand. Der Name beruht auf Zenobius V 80 (aus diesem Schol. Aristoph. Plut. 1002) und ist bei ihm nicht Schreibfehler. Aber nun steht Ἀνακρέων bei Zenobius gegen Τιμοκρέων bei Didymos, und da würde der berühmte Name weichen müssen, auch wenn nicht dem Spötter Timokreon ein Wort besser als jedem anderen zukäme, das nach 494 geprägt ist.

1122. Philokleon will seinen alten Tribon nicht ablegen,

ἐπεὶ μόνος μ᾽ ἔσωσε παρατεταγμένον,
ὅθ᾽ ὁ βορέας ὁ μέγας ἐπεστρατεύσατο.

Wenn das richtig ist, so stand er beim Einfall des Boreas in der Front, und da kam sein Mantel und rettete ihn. Dem Hopliten hilft der Nebenmann (Eur. Her. 191): mit dem kann man den Mantel am besten vergleichen. In diesem Sinne steht παρατάττεσθαι z. B. bei Xenophon Symp. 8, 34. Also παρατεταγμένος.

1125. Bdelykleon: »Du scheinst gar nichts Gutes haben zu wollen.« Philokleon:

μὰ τὸν Δί᾽ οὐ γὰρ οὐδαμῶς μοι ξύμφορον·
καὶ γὰρ πρότερον ἐπανθρακίδων ἐμπλήμενος
ἀπέδωκ᾽ ὀφείλων τῶι κναφεῖ τριώβολον.

---

[1] Auch die Ode der zweiten Parabase wird auf ein Skolion zurückgehen. πολλάκις δὴ ᾽δοξ᾽ ἐμαυτῶι δεξιὸς πεφυκέναι καὶ σκαιὸς οὐδεπώποτε; aber Amynias ist mir über« — folgt seine Verhöhnung. Die Antithese ist so gezwungen, wie sie nur durch Anlehnung an einen bekannten Vers geworden sein kann.

Der Scholiast meint, es wäre ihm bei dem Essen der gerösteten Fische Sauce (die leider nicht genannt ist) auf den Rock gespritzt, und da hätte er sich die Flecke auswaschen lassen müssen. Leeuwen und Starkie erzählen mehr oder minder deutlich, die Fische wären ihm so schlecht bekommen, daß er in der Nacht nicht schnell genug auf den Hof hinunter kam, und den Rock, in dem er schlief, daher einer gründlichen Reinigung unterziehen lassen mußte. Über diese schöne Geschichte würde sich Aristophanes wohl deutlicher ausgelassen haben; auch würde ich ihm geraten haben, ein Gericht zu nennen, dem die durchschlagende Wirkung leichter zuzutrauen wäre als den trockenen Fischen. Aber was soll überhaupt ὀφείλων ἀπέδωκα? »Bin ich schuldig geworden« sollte es heißen. Aristophanes sagt: »Als ich mich recht satt gegessen hatte, zahlte ich an den Walker eine halbe Drachme, die ich ihm schuldig war.« Aisch. Prom. 985 ὀφείλων τίνοιμ' ἂν αὐτῶι χάριν, »ich bin's wohl schuldig, dem Zeus den Gefallen zu tun«. Davon, daß zwischen dem Essen und der Schuld ein Zusammenhang wäre, kein Wort, nur zwischen dem Essen und dem Zahlen. Sollte nicht ein Student oder Leutnant in einer modernen Posse sagen können: »Wenn mir mal was Gutes passiert, hat's immer schlimme Folgen; neulich nach einem Austernfrühstück habe ich meinem Schneider eine Rechnung bezahlt.« Die unnatürliche Stimmung verführt zu einer Handlung wider die Natur. Daß es hier ein alter Knicker ist, der seine Rechnungen prinzipiell unbezahlt läßt, entspricht der allgemeinen Charakteristik des Alten in der Komödie; wenn Philokleon sonst diese Züge nicht trägt, so werden wir Konsequenz nicht mehr fordern. Er schreibt den Geiz 1357 seinem Sohne zu, aber nur weil der dort die Rolle des Vaters spielt. — Den Vers 1227 zitiert Athenäus in der Form καὶ γὰρ πρότερον δὶς ἀνθρακίδων ἅλμην πιὼν aus den Wespen: Kock führt ihn trotzdem als ein besonderes Fragment. Die Variante bringt die Sauce hinein, die der Scholiast voraussetzt, aber das Verhältnis zu ἀπέδωκ' ὀφείλων wird nicht besser; wohl aber erklärt sich aus der Deutung des Scholiasten die Entstehung der Variante. Was aber ist δίς, das der Lexikograph vorfand, aus dem Athenäus schöpft, denn der Vers steht unter dem Lemma ἀνθρακίδες? Ich wage die Vermutung, daß es aus einem abgekürzten διχῶς entstanden war, das die Präposition von ἐπανθρακίδες verdrängt hatte. Diese Einführung der Variante kenne ich zwar nicht aus antiken Handschriften, aber in den Homerscholien der Aristarcheer ist es gewöhnlich und fehlt auch in unserem Aristophanes nicht, z. B. zu Lysistr. 1300.

1139. Bdelykleon sagt, als der Alte den persischen Flausch für ein Schafsvlies hält:

κοῦ θαῦμα γ', εἰς Σάρδεις γὰρ οὐκ ἐλήλυθας·
ἔγνως γὰρ ἄν, νῦν δ' οὐχὶ γιγνώσκεις· : ἐγὼ
μὰ τὸν Δί' οὐ τοίνυν· ἀτὰρ δοκεῖ γέ μοι
ἐοικέναι μάλιστα Μορύχου σάγματι.

Darin ist die Dublette »sonst würdest du es kennen, jetzt kennst du es nicht« befremdlich, ebenso die so stark bekräftigte Verneinung, in der mir wenigstens τοίνυν überhaupt nicht verständlich wird. Und dann kann der Alte eigentlich ein Kleidungsstück, das ihm eben noch ein Vlies zu sein schien, nicht wohl für das Kostüm des eleganten Morychos halten, der wirklich beim König Gesandter gewesen war (Schol. Ach. 61). Das erledigt sich durch den Fortschritt der Handlung, dem die Worte genau entsprechen. Indem Bdelykleon das bisher zusammengefaltete Himation auseinanderschlägt, wie er muß, um es dem Vater umzulegen, sagt er: »Wenn du in Sardes gewesen wärst, würdest du es kennen. Kennst du es jetzt nicht?« Worauf der Alte sagt: »Nein, ich kenn' es auch jetzt nicht, außer daß Morychos so was Ähnliches trägt.« »Das zwar nicht; aber in Ekbatana, wo Morychos seins auch herhat, wird es allerdings gewoben.« Es war also treffend, wenn Palmer τοίνυν in τὸ νῦν ändern wollte, nur hat Starkie mit der Ablehnung dieser der Komödie fremden Wendung auch recht. Ich denke, das war οὐδὲ νῦν.

1149. ἔχ' ὦγαθέ | καὶ στῆθ' ἀμπισχόμενος; R versucht mit ἀναμπ. die fehlende Silbe zu geben, Byzantiner mit γε. Es ist vielmehr auch καὶ zu viel, denn ἔχε ist kein besonderer Befehl, 1135 ἔχ' ἀναβαλοῦ. Also ist hinter στῆθι mehr ausgefallen, z. B. ἀτρέμας; das bloße στῆθι sagt auch wenig.

1158. Beim Wechsel der Stiefel ist ὑποδήσασθαι ein paarmal ὑποδύσασθαι geschrieben; 1157 auch ὑποδύου für ὑπολύου; das ist längst erledigt. Aber ταςδὶ δ' ἀνύσας ὑπόδυθι τὰς Λακωνικάς sträubt sich. Denn mit ὑποδοῦ erzielt man erst durch verschlechternde Umstellungen einen Vers. Also hat Aristophanes wirklich gesagt »ducke dich unter diese Stiefel«, mit dem Akkusativ, wo wir doch ὑποδῦναι mit ὑπό verbunden fordern, also ein momentaner toller Einfall, der mit dem Anklang der Verba spielt. Die ἐμβάδες tragen im Namen, daß sie keine Sandalen, sondern Schuhe sind; die Λακωνικαί sind in den Ekklesiazusen auch ἐμβάδες, 74, 507, 508, wo ihr Distinktiv in der Verschnürung angegeben wird (χάλα συνάπτους ἡνίας Λακωνικάς wird in den ersten drei Worten tragische Entlehnung sein); hier aber kommt es darauf an, daß sie den Fuß besser schützen; es ist ein Gegensatz wie Stiefel und Schuhe; wir werden also die riesigen Stiefel Λακωνικαί nennen dürfen, die wir zuweilen auf den Vasen sehen (z. B. Furtwängler-Reichold II 107 sogar Damenstiefel); man begreift die Stimmung des Bauern-

jungen, der sich, »wenn er ein Krösus wäre«, in neuen Ἀμύκλαι porträtieren lassen würde (Theokr. 10, 35); man begreift auch, daß Aristophanes von ihnen nicht »sich unter den Fuß binden« sagen mag, sondern »sich in sie verkriechen«: er wird sie in entsprechendem Format auf die Bühne gebracht haben.

1169. τρυφερόν τι διασαλακώνισον. Es gibt kein Wort, das den aufgeputzten ruppigen Alten besser bezeichnen könnte als σαλάκων: wer's nicht weiß, braucht nur den Thesaurus aufzuschlagen. Aber im Altertum hat jemand angestoßen, und auf die erste falsche Konjektur διαλυκώνισον ist die zweite διαλακώνισον gefolgt, vielleicht die dritte; es ist nicht unwahrscheinlich, aber keineswegs sicher, daß bei Hesych διασα⟨ι⟩κώνισον als eine solche aufzufassen ist, vgl. Naber zu Phot. σαικωνῆσαι. Als Konjektur wird es aber ausdrücklich bezeichnet, und unbekannt und unverständlich ist es auch. Und doch wird es für das Überlieferte, Verständliche, Passende eingesetzt. Ein Hohn auf die Kritik. Aber Anapäst hinter Tribrachys klingt schlecht (von einem Proceleusmaticus, der wirklich unerträglich sein würde, ist ja keine Rede). Und wenn er schlecht klänge, so hätte ihn Aristophanes doch gemacht so gut wie

Ach. 47 ἀλλ' ἀθάνατος· ὁ γὰρ Ἀμφίθεος Δήμητρος ἦν
Ekkl. 315 καὶ θοἰμάτιον· ὅτε δὴ δ' ἐκεῖνο ψηλαφῶν.

Und wenn man in diesen auf die starke Interpunktion nicht ohne Grund hinweist, passen etwa die schlenkernden Kürzen nicht für das σαυλοπρωκτιᾶν? Sie malen wohl auch in dem Acharnerverse, wie der hungrige Hidalgo seinen Stammbaum herunterschnattert. Der Dichter hat doch das Recht, innerhalb der Schranken seines Verses durch Arrhythmie zu malen; er mag sich auch einmal eine solche läßlich verstatten: Aristophanes hat sogar gewagt, gegen das Maß den Trimeter, Frösche 1203, mit καὶ θυλάκιον zu schließen. Wer ihn schulmeistern will, der emendiere doch die dreisilbige Senkung »Ich liebe dich, mich reizt deine schöne Gestalt« aus dem Erlkönig weg.

1215. Philokleon lernt die Regeln der Höflichkeit, wenn er zum Diner geladen ist, das Silber der Kredenz und den (gemalten oder wohl eher kassettierten) Plafond zu loben und κρεκάδια αὐλῆς θαύμασον. Da sträubt man sich, den Vogel κρέξ anzuerkennen, auf den die Scholien verweisen und ihn mit einem Kranich vergleichen; Herodot II 78 vergleicht mit ihm den Ibis. Ähnliche Vögel zeigen die Vasen häufig als Haustiere (z. B. Furtw. Reich. II 66.99); Pfaue und Fasane erwähnt Aristophanes selbst, so daß an dem Sinn der Stelle kein Zweifel ist. Formell bleibt allein die Frage, ob es eine Nebenform κρεκάς gab, deren Diminutiv dann wohl auf einen Satz Küken geht, oder ob Aristo-

phanes κρέκα δι' αὐλῆς »der Vogel auf dem Hofe«, so hat sagen können, wie die Grammatiker vom Ἀλκμέων διὰ Ψωφῖδος reden. Mir scheint dies unbedenklich[1].

1240[2]. Theoros singt das Admetosskolion; Philokleon soll einfallen; hier ist nämlich der Rundgesang ἐξ ὑπολήψεως oder ὑποβολῆς; ich hätte die Stelle anführen sollen, als ich den den Rhapsoden und der Schule gemeinsamen Terminus besprach (Hom. Unters. 265). τούτωι τί λέξεις σκολιόν;: ᾠδικῶς ἐγώ, und es folgt ein Lied in fallenden Ionikern. Wie darf man den Gegensatz zwischen λέγειν und ᾠδικῶς zerstören, statt sich zu freuen, daß wir das Musikalische in den anaklastischen Ionikern richtig empfinden?

1201. ἰὼ χελῶναι μακάριαι τοῦ δέρματος
καὶ τρισμακάριαι τοὐπὶ ταῖς πλευραῖς·
ὡς εὖ κατηρέψασθε καὶ νουβυστικῶς
κεράμωι τὸ νῶτον ὥστε τὰς πλευρὰς στέγειν.

So überliefert. Es ist ein Verbrechen gegen die Recensio, wenn die Herausgeber aus B τὰς πληγὰς στέγειν aufnehmen, auch gegen die Scholien, die συνέχειν als Erklärung geben. Wer hat nicht aus dem Anfang des ἐπὶ Κολωνῶι im Gedächtnis πύργοι οἳ πόλιν στέγουσιν? Also die beiden Verse 1203, 4 sind nicht anzutasten. Wenn ich die Schale der Schildkröte mit einem Dache vergleiche (das hört der Grieche in κεράμωι), das die Luftziegelwände schützt, so kann ich nicht zugleich von der Haut der Schildkröte reden. Dieser Witz stand vorher 439 τὰς χελώνας μακαριεῖν σε τοῦ δέρματος. Also sind die ersten Verse nicht lückenhaft, sondern es ist die Glosse τοῦ δέρματος τοὐπὶ ταῖς πλευραῖς eingedrungen und hat den einfachen Vers zerstört

ἰὼ χελῶναι μακάριαι τρισμακάριαι.

1326. Philokleon kommt schwankenden Ganges (1324) und wehrt eine nachdrängende Menge mit der Fackel ab: was er singt, sind Trochäen. Einer aus der Menge droht ihm mit der Vorladung vor

---

[1] Bei Aristoteles Hist. an. X 17, 616b heißt es ἡ κρὲξ τὸ μὲν ἦθος μάχιμος, τὴν δὲ διάνοιαν εὐμήχανος πρὸς τὸν βίον, ἄλλως δὲ κακόποτμος ὄρνις. Die poetische Vokabel ist eben so seltsam, wie daß sie δυσοιώνιστος bedeuten muß. Das sagt Kallimachos π. ὀρνέων im Schol. Lykophr. 513, und zwar gilt das böse Vorzeichen besonders einem Brautpaar. Da sollte man sich wundern, daß die Athener sich solch einen Vogel hielten; aber sie werden den Aberglauben nicht geteilt haben, denn Porphyrios, *de abstin.* III 5 nennt die κρέξ der Athena heilig.

[2] Vorher sagt Bdelykleon zu seinem Vater, der den Kleon mit einer neuen Fortsetzung des Harmodiosliedes gehänselt hat, παραπολεῖ βοώμενος. Das war für uns tatsächlich unverständlich, denn erst Hypereides gegen Philippides 3 hat gelehrt, daß das ἐπὶ τὰ κακίονα ᾖσαι Ἁρμόδιον verpönt war. Die schöne Lösung des Rätsels stammt von Reitzenstein, Epigr. u. Skol. 27.

Gericht und geht dann ab; die Menge verläuft sich. Philokleon erwidert in Jamben:

ἰὴ ἰεῦ καλούμενοι.

Da Hiatus eintritt, macht er eine Pause. Dann fährt er fort:

ἀρχαῖά γ' ὑμῶν. ἆρά γ' ἴσθ'
ὡς οὐδ' ἀκούων ἀνέχομαι
δικῶν ἰαιβοῖ αἰβοῖ[1].

Da er nun zu den Trochäen zurückkehrt, ist wieder eine Pause.

τάδε μ' ἀρέσκει. βάλλε κημούς.
οὐκ ἄπεισι. ποῦ 'στιν ἡλιαστής; ἐκποδών.

Und nun zieht er die Flötenspielerin dicht an sich und geht sacht mit ihr weiter[2]; an der Hand geführt hat er sie natürlich immer, damit sie ihm nicht wegliefe. Auf die Drohung ἥξομέν σε προκαλούμενοι hat er zunächst nur den Hohn, daß er, betrunken wie er ist, das letzte Wort mit einer schnöden Interjektion wiederholt. Dann wendet er sich verächtlich ab: »alter Unsinn von euch! wißt ihrs nicht, daß ich es nicht ausstehen kann, von Prozessen auch nur zu hören? pfui Teufel«. Nun Pause. »Das hier gefällt mir.« Was ist das anders als seine Begleiterin und was er mit ihr treibt? βάλλε κημούς. Da verstehen die Scholien die Deckel der Gerichtsurnen, die oben 98 lediglich um des gezwungenen Anklanges an den schönen Demos genannt waren. Eigentlich ist es ja, wie der Gebrauch von *camus* im Lateinischen zeigt, der Maulkorb, der die Pferde am Beißen verhindert. Wo ist hier so ein Ding, das weggeworfen werden soll? Da er sich an das Frauenzimmer gewandt hat, sucht man es an ihr. Sie ist zwar splitterfasernackt, aber als Flötenspielerin kann sie doch noch etwas an sich haben, das einem schmatzenden Liebhaber im Wege ist: die Mundbinde, die φορβειά[3]. Und richtig, dafür ist nicht nur κημός passend, sondern im Photioslexikon ausdrücklich bezeugt. Also »dies hier paßt mir; weg mit der Mundbinde«. Und nun, nachdem er ihr den Schmatz

---

[1] Das Akzentuieren dieser Laute, mit denen die griechische Sprache so glücklich ist, die unartikulierten Stimmungsäußerungen wiedergeben zu können, ist eigentlich Unsinn. Da sie Vokale zusammenstoßen und je nach Bedarf lang oder kurz sein lassen, ist Worttrennung erst recht Unsinn; aber wenn man's nur weiß, kann man der συνήθεια folgen.

[2] ἀνάβαινε δεῦρο sagt er; dasselbe steht Ritt. 149, und es wird von dem Klettern auf die σκηνή gefaselt. ἄμβατε ποττὰν μάδδαν sagt der Megarer zu den Ferkeln, Ach. 732. ἀναβαίνειν von den Zeugen, die vortreten, aber doch keine Stufen hinaufsteigen, ist technisch, ἀναβαίνεις εἰς δικαστήριον Plat. Apol. 40b. Entsprechend καταβαίνειν εἰς ἀγῶνα 1514; Ekkl. 1152, diese Sitzungsber. 1903, 451.

[3] Genau derselbe Witz mit der φορβειά wird Vög. 672 gemacht, wo die Flötenspielerin als Nachtigall auf die Bühne gerufen wird; nur ist es niedlicher, weil die Doppelflöte als ῥύγχος ὀβελίσκοιν δυοῖν, als Schnabel gedeutet wird.

gegeben hat »will er nicht gehen?«, da wendet er sich also zurück zu dem Verfolger, »wo ist der Heliast? Weg ist er«. Nichts zu tadeln, als daß die Trochäen nicht klappen. Da machen sie ποῦ ᾽cτι ποῦ ᾽cτιν, frei nach Vög. 1122: aber zweimal ruft man »wo ist er«, wenn man jemanden sucht, nicht, wenn man sich verwundert, daß man den Lästigen bereits los ist. Die Sache ist ganz einfach. Die dritte Person ist eingedrungen, weil man die zweite nicht ertrug, da sie an eine andere Person gerichtet ist als in βάλλε; was sich doch durch die Pause rechtfertigt. Mit οὐκ ἄπει; ποῦ cθ᾽ ἡλιαcτήc sind die Trochäen in Ordnung.

5. Freiheiten der Responsion.

In meinem Isyllos 137 und besser in den choriambischen Dimetern (Sitzungsber. 1902, 888) habe ich die von dem Vorurteil syllabarischer Entsprechung zerstörten choriambischen Strophenteile 527—535 = 631—641 gerechtfertigt. Meine Ausgabe der Choephoren behandelt in einem Anhang die Senkungen in den Trochäen auch bei Aristophanes und zeigt an einer Anzahl von Beispielen, daß Strophe und Antistrophe eine Senkung bald füllen, bald leer lassen. Als ich das Datum der Thesmophoriazusen feststellte und dazu die Lieder 313ff. und 352ff. behandelte (Arist. und Ath. II, 353), habe ich ausgesprochen, daß in der Komödie nicht selten nur die Strophenanfänge eines Liedes respondieren. Die Erscheinungen sind mir also zum Teil seit langen Jahren bekannt; aber Metrik erfordert Geduld, und erst allmählich lernt man, ob ein Einfall etwas taugt, wenn er sich nämlich in der Textkritik bewährt. Kürzlich hat O. Schröder sämtliche Chorlieder analysiert, was ich mir nicht zutraue; den Text hat er offenbar nicht durchgearbeitet; von der Versabteilung, die er doch im Prinzip nur für wertlos halten kann, ist er tatsächlich nicht unabhängig; seine Theorie erlaubt ihm τίνα πρόφαcιν ἔχων für gleichwertig einem kretischen oder trochäischen Dimeter zu halten. Dagegen will ich nicht mit Worten streiten; es fehlt aber auch nicht an Übereinstimmungen, die ich ebensowenig notiere.

Die beiden ersten Oden des epirrhematischen Teiles hinter der Parodos sind trochäisch-kretisch; respondierende Verse der Schauspieler unterbrechen sie. In der ersten scheint die Responsion genau gewesen zu sein; die Überlieferung ist aber getrübt. 338, 9 hat auch die Strophe normal einen Tetrameter und dahinter einen päonischen Dimeter gehabt, denn mit Recht lautet die Vulgata seit Bergk

τοῦ δ᾽ ἔφεξιν ὦ μάταιε ταῦτα δρᾶν cε βούλεται
⟨καὶ⟩ τίνα πρόφαcιν ἔχων.

Nämlich καί ist gestrichen, als man ἐφέξειν oder gar ὑφέξειν schrieb (beides in V), also τίνα τοῦ ἐφέξειν πρόφασιν verband. Aber V hat daneben die gute Erklärung παρὰ τοῖς τραγικοῖς ἔφεξις ἡ προφάσαις, was durch Hesych bestätigt wird ἔφεξις (d. i. ἔφεξιν) χάριν, ἕνεκα, ἐποχήν, πρόφασιν Εὐριπίδης Πειρίθῳ (599). Natürlich ist der Sinn nur mit ἐποχήν scharf getroffen »um was zu hindern«; es ist ja auch ein Wort, das eben nicht Euripides gebraucht, sondern Kritias, aber das diskreditiert es nicht für einen andern Attiker. — Die letzte Periode des Liedes ist in der Antistrophe in Gestalt von 11 zusammenhängenden trochäischen Metra wohl erhalten; über die Strophe gestattet unheilbare Korruptel kein Urteil[1].

Auch die erste Periode des zweiten Liedes ist in der Strophe (405-7) schwer entstellt; die Worte geben weder Maß noch Sinn. Die Antistrophe gibt sieben trochäische Metra, das vorletzte in päonischer Form[2]. Dann folgen zwei Tetrameter und zum Abschluß ganz Verschiedenes, das ich nebeneinander stellen kann:

410 καὶ κελεύετ' αὐτὸν ἥκειν	468 οὔτε τιν' ἔχων πρόφασιν
ὡς ἐπ' ἄνδρα μισόπολιν	οὔτε λόγον εὐτράπελον,
ὄντα κἀπολούμενον, ὅτι	αὐτὸς ἄρχων μόνος.
τόνδε λόγον εἰσφέρει	
ὡς χρὴ μὴ δικάζειν δίκας.	

Gegen den Sinn ist, wie jeder sieht, nirgend etwas zu sagen; aber während die Antistrophe sechs reine Päone zeigt, stehen in der Strophe erst acht trochäische Metra, von denen nur zwei päonische Form haben (μισόπολιν und τόνδε λόγον), und dahinter kommt noch vor einem nor-

[1] Philokleon hat berichtet, daß sein Sohn ihn am Richten verhindern will (korrespondiert mit τοῦ δ' ἔφεξιν), ihn dafür aber gut verpflegen. Da ruft der Chor entsetzt τοῦτ' ἐτόλμησ' ὁ μιαρὸς χανεῖν; ὁ δημολογοκλέων ὅτι λέγεις τι περὶ τῶν νέων ἀληθές· οὐ γὰρ ἄν ποθ' οὗτος ἁνὴρ τοῦτ' ἐτόλμησεν λέγειν εἰ μὴ ξυνωμότης τις ἦν. Da habe ich schon hinter χανεῖν gegen das Herkommen interpungiert, denn ich halte für evident, daß der Sinn war »Das erfrecht sich der Schurke zu äußern? Da sieht man, daß Kleon über die Junker etwas Triftiges sagt, denn so würde der Mensch nicht reden, wenn er nicht ein Verschwörer wäre.« Was man mit etlichen wertlosen Zusätzen hineinbringen will, ist keiner Widerlegung wert. Aber herstellen kann ich's nicht, denn δημολογοκλέων (oder δημολόγος Κλέων V, aber da ist nur ο über γ gestellt) ist weder an sich etwas, noch kann es, sei es den Κλέων, sei es den Βδελυκλέων bezeichnen. δημολόγος ist überhaupt unmöglich: Platon zeigt am Ende des Sophistes selbst, daß er δημολογική neu bildet.

[2] 465 richtig in R ὡς λάθραι γ' ἐλάμβαν' (ἐλάνθαν' V) ὑπιοῦσά με. Dem soll entsprechen 407 ὧι κολαζό|μεσθα κέντρον ἐντέτατ' ὀξύ; der Stachel ist aber noch nicht gereckt, sondern es werden dazu erst die Vorbereitungen gemacht, ἐντετάσθω von Blaydes würde genügen; aber wie erklärt sich die Korruptel, und dann wird immer noch die Antistrophe vergewaltigt. Die Verse 403, 4 spricht der Chorführer, denn in der Antistrophe gehören sie dem Bdelykleon. Das ist auch besser: 405 reagiert der Chor auf die Aufforderung seines Führers.

malen trochäischen Dimeter ein Spondeus, d. h. ein Metron, dessen beide Senkungen unterdrückt sind; die Gattung habe ich in dem Exkurs zu den Chorphoren hinreichend erläutert. Hier ist Responsion nur mit Gewalt und unter der Annahme von Lücken möglich, für die der Sinn nicht den geringsten Anhalt bietet. Natürlich sträubt man sich dagegen, daß in der Strophe ein ganz abweichendes Stück stehen soll; das kann man erst glauben, wenn man mehr Belege hat.

Dann entspricht 417 = 474 katalektischer und akatalektischer trochäischer Tetrameter[1], an den je acht Kretiker sich schließen; sie sind in der Strophe mit sicheren Emendationen hergestellt. Endlich 428, 9 = 486, 7 kretische Tetrameter, aber in der Antistrophe schwer verdorben[2].

Die Ode des dritten epirrhematischen Systems ist choriambisch; über die freie Responsion ihrer beiden ersten Perioden brauche ich nichts mehr zu sagen; die dritte lautet in der Antistrophe 644

δεῖ δέ σε παντοίας πλέκειν εἰς ἀπόφευξιν παλάμας,
τὴν γὰρ ἐμὴν ὀργὴν πεπᾶναι χαλεπὸν
μὴ πρὸς ἐμοῦ λέγοντι.

Das sind neun tadellose Choriamben ohne Ruhepunkt. Dagegen steht in der Strophe

οὐκέτι πρεσβυτῶν ὄχλος χρήσιμός ἐστ᾽ οὐδ᾽ ἀκαρῆ,
σκωπτόμενοι δ᾽ ἂν ⟨αὐτίκ᾽⟩ ἐν ταῖσιν ὁδοῖς ἁπάσαις
θαλλοφόροι καλοίμεθ᾽, ἀντωμοσιῶν κελύφη.

Ohne Änderung gibt es keine möglichen Verse, aber nicht nur weil sie so viel leichter ist als Porsons δ᾽ ἐν ταῖς ὁδοῖς θ. καλούμεθ᾽ (wer hätte das denn so geändert?), scheint mir die Ergänzung von zwei Silben vorzuziehen, auch nicht nur, weil sich nun drei schöne anakreontische Tetrameter ergeben, sondern weil mein Stilgefühl hinter dem nach Wackernagels Gesetz vorgezogenen ἂν und vor der irrelevanten Lokalbestimmung ein Wort wünscht, auf dem der Ton liegen kann. Auf αὐτίκα lege ich natürlich keinen Wert. Resultat: die Periode enthält zwar Verse desselben Geschlechts, aber sie entsprechen sich nicht einmal in der Zahl.

[1] 417 τυ|ραννίς ἐστιν ἐμφερής = 476 καὶ μοναρχίας ἐραστά.

[2] 487 ὅστις ἡμῶν ἐπὶ τυραννίδ᾽ ἐστάλης; Scholien fehlen. Wenn das heißt »du hast dich auf den Weg zur Tyrannis über uns gemacht«, so paßt das auf Bdelykleon nicht: der ist kein Peisistratos, sondern höchstens ein ξυνωμότης (483 von Cobet schön verbessert). Hermanns Zusatz ⟨ὧδ᾽⟩ ἐστάλης, der den Vers flicken soll, verdirbt es noch mehr, denn Bdelykleon ist nicht zum Chore gekommen, sondern umgekehrt. Die Worte können als trochäischer Trimeter gemessen werden, aber den kann man mit einem kretischen Tetrameter nicht ausgleichen. Man wünscht ὅστις – – ⏑ ἡμῶν ἐπὶ τυραννίδι.

Die Ode der Parabase hat dieselben Trochäen wie die beiden ersten Strophen vorher[1]; ich erwähne nur die Glieder mit verschiedener Füllung der Senkungen.

1062 καὶ κατ' αὐτὸ τοῦτο μόνον ἄνδρες ἀνδρικώτατοι =
1093 τοὺς ἐναντίους πλέων ἐκεῖσε ταῖς τριήρεσιν
1064 οἴχεται κύκνου τε πολιώτεραι δὴ
1065 αἵδ' ἐπανθοῦσιν τρίχες =
1095 ῥῆσιν εὖ λέγειν ἐμέλλομεν τότ' οὐδὲ
1096 συκοφαντήσειν τινά.

Die Überlieferung schwankt in 1064, 65. πολιώτεραι δὴ οἵδ' — τρίχας V, πολιώτεροι δὴ οἵδ' — τρίχας Suid. πολιώτερα δὴ αἵδ' — τρίχες R, πολιώτερα δὴ οἵδ' — τρίχες Γ. D. h. πολιώτεροι mit α darüber ist verschieden gedeutet (es sollte πολιώτεροι in das Femininum geändert werden, um dem folgenden αἵδε zu entsprechen, das neben οἵδε überliefert war), und aus demselben Grunde mußte τρίχας in τρίχες verwandelt werden. Was echt ist, kann keinem Verständigen zweifelhaft sein.

In den archilochischen Versen des Schlußliedes respondieren 1521 καὶ θῖν' ἁλὸς ἀτρυγέτοιο καρίδων ἀδελφοί und 1526 ἰδόντες ἄνω σκέλος ὥζωσιν οἱ θεαταί. Es ist natürlich leicht ἀτρυγέτου herzustellen, aber auch dem Dichter konnte der homerische Genitiv genehm sein, und wenn dann das respondierende ὥζωσιν langgezogen werden mußte, so möchte ich darin einen Gewinn sehen.

Aus den übrigen Dramen will ich nur verschiedene Perioden anführen, nicht verschieden gefüllte Senkungen; von diesen sei nur kurz Vög. 1701 (Γοργίαι τε καὶ Φίλιπποι) genannt, wo der Überschuß einer Silbe gegen 1560 nun wohl unbehelligt bleiben darf[2].

Frieden 865—67 schließt eine Strophe, die zwischen Chor und Schauspieler geteilt ist, mit einer Reihe von 11 iambischen Metra. In der Antistrophe 918—21 steht dafür 8. 4. Die Worte sind ganz unantastbar[3].

---

[1] Dasselbe Maß hat auch die Ode der zweiten Parabase. Es zieht sich also als das herrschende Maß durch die ganzen Wespen; dasselbe gilt von den Acharnern. In den Wolken dominieren die Ioniker. Ähnliches bemerkt man in manchen Tragödien (Iamben in Euripides Hiketiden und Troerinnen, Schlußstücken), ja in der ganzen Orestie. Man wird von da aus auch auf die Musik schließen dürfen.

[2] Fried. 346 ff. und die Responsion 582 ff. habe ich früher besprochen und 350 getilgt. Ich weiß nicht, wie ich 385 ff. beiseite lassen konnte, wo Trygaios einen Vers 389 dazwischenwirft: diesem zu entsprechen ist 350 verfertigt. In dieser Strophe steht 391 ἀντιβολοῦσιν ἡμῖν, also ein katalektischer choriambischer Dimeter, der an sich auch für einen trochäischen katalektischen Dimeter einzutreten berechtigt ist, an Stelle eines akatalektischen. Das kann ich nur als Seltsamkeit, die ich noch nicht verstehe, notieren.

[3] Beiläufig, 916 zeigt Bachmanns Anmerkung, daß Triklinius in B den Athenäus benutzt hat, vermutlich eine Handschrift der Epitome.

Frieden 950—55 und 1032—38 sind auch Schlußstücke einer solchen zwischen Chor und Schauspielern geteilten Strophe.

950 οὐκ οὖν ἁμιλλήσεσθον, ὡς ἢν Χαῖρις ὑμᾶς ἴδηι
πρόσεισιν αὐλήσων ἄκλητος, κᾆιτα τοῦτ' εὖ οἶδ' ὅτι[1] 8i
φυσῶντι καὶ πονουμένωι προσδώσετε δήπου. 2i + reiz.
1032 τίς οὖν ἂν (ἂν οὖν corr. Diad.) οὐκ ἐπαινέσει- 2i
εν ἄνδρα τοιοῦτον ὅσ- 3 telefik.
τις πόλλ' ἀνατλὰς ἔσω-
σε τὰν ἱερὰν πόλιν,
ὥστ' οὐχὶ μὴ παύσει ποτ' ὢν ζηλωτὸς ἅπασιν 2i + reiz.

Ausgleichung durch Gewalt oder List, d. h. metrische Umrechnung, ist undurchführbar: es bleibt also nichts als die Anerkennung, daß der Dichter die Strophen verschieden schließen durfte; für Übereinstimmung im Anfang und auch in dem letzten langen Verse hat er gesorgt.

Vögel 327 ἔα ἔα	343 ἰὼ ἰώ
προδεδόμεθ' ἀνόσιά	ἔπαγ' ἔπιθ' ἐπίφερε
τ' ἐπάθομεν· ὃς γὰρ	πολέμιον ὁρμὰν
φίλος ἦν ὁμότροφα	φονίαν πτέρυγά τε
θ' ἡμῖν ἐνέμετο	παντᾶι περίβαλε
πεδία παρ' ἡμῖν	περί τε κύκλωσαι·
παρέβη μὲν θεσμοὺς ἀρχαίους,	ὡς δεῖ τώδ' οἰμώζειν ἄμφω
παρέβη δ' ὅρκους ὀρνίθων.	καὶ δοῦναι ῥύγχει φορβάν

Diese Anapäste stimmen auf das genauste; daß Reisigs περίβαλε für ἐπίβαλε 346 nicht in den übrigens auch sinnlos abgeteilten Texten steht, ist eine Schande; jeder, der ein bißchen aufpaßt, muß es bei jedem Lesen unwillkürlich herstellen. Nun folgt aber in der Strophe 333

ἐς δὲ δόλον ἐκάλεσε παρέβαλέ τ' ἐμὲ παρὰ γένος
ἀνόσιον ὅπερ ἐξ - ότ' ἐγένετ' ἐπ' ἐμοὶ - πολέμιον ἐτράφη·

ein wohlklingender tadelloser päonischer Trimeter und drei den obigen konforme anapästische Metra. Dagegen bilden den Abschluß der Antistrophe zehn in schöne Dimeter geteilte Päone: wieder ist jede Ausgleichung offenbar Vergewaltigung.

οὔτε γὰρ ὄρος σκιερὸν οὔτε νέφος αἰθέριον
οὔτε πολιὸν πέλαγος ἔστιν ὅτι δέξεται
τώδ' ἀποφυγόντε με.

---

[1] Bemerkenswert, daß die Synaphie in den Iamben unterbrochen wird; so etwas ist selten, aber wer es hier oder in Trochäen oder Glykoneen leugnen wollte, würde zu argen Willkürlichkeiten gedrängt werden.

Dies Beispiel ist insofern anderer Art, als das Lied ganz dem Chor gehört und die Antistrophe sehr bald nach der Strophe gesungen wird. Darin geht die Parodos der Lysistrate noch weiter, denn die verschieden gebauten Strophen folgen in demselben Liede nur durch ein paar Tetrameter getrennt[1]. Ein Tetrameter beginnt auch in beiden, das folgende kann ich gegenüberstellen.

260 γυναῖκας ἃς ἐβόσκομεν	275 ἀπῆλθεν ἀψάλακτος ἀλλ'
κατ' οἶκον ἐμφανὲς κακόν	ὅμως Λακωνικὸν πνέων
κατὰ μὲν ἅγιον ἔχειν βρέτας	ᾤχετο θὤπλα[3] παραδοὺς ἐμοὶ
κατὰ δ' ἀκρόπολιν ἐμὴν λαβεῖν	σμικρὸν ἔχων πάνυ τριβώνιον
κλῄθροις δὲ καὶ μοχλοῖσιν[2]	πινῶν ῥυπῶν ἀπαράτιλτος
τὰ προπύλαια πακτοῦν	ἓξ ἐτῶν ἄλουτος

Also die Strophe ist einfach iambisch; der Ithyphallikus am Ende fügt sich dem Maße leicht, auch wenn der Vers vorher als katalektisch gefaßt wird. Die Antistrophe rahmt die drei disparaten Verse durch übereinstimmende ein. Deren Maß ist allerdings höchst seltsam: auf einen Choriamben oder Diiambus folgt ⏑ ⏑ ⏑ – ⏑ –, also dem Anschein nach ein Dochmius; im dritten Verse aber, der dem katalektischen Dimeter der Strophe entspricht, erscheint dieser »Dochmius« in derselben Form wie vorher, nur katalektisch ⏑ ⏑ ⏑ – –. Diese Diagnose drängt sich auf; Responsion werden keine Taschenspielerkünste erzielen; eine Erklärung kann und will ich von den »Dochmien« auch nicht geben: aber die Tatsachen sind da, und ihre Anerkennung fordere ich.

Thesm. 312 beginnt ein längeres Lied mit einem iambischen Tetrameter, auf den ein Dimeter folgt. 352 erwarten wir die Gegenstrophe; es kommen auch zuerst die beiden Zeilen wie oben, dann aber ganz andere Verse, so daß Umfang und Klang der Lieder sich gar nicht weiter vergleichen lassen. 434, 459, 520 stehen Lieder des Chores, die zwar das trochäische Maß gemein haben, das bald hier, bald da Anklänge, auch wohl Gleichklänge hervorruft; aber alle Versuche, Responsion zu erzwingen, richten sich schon durch die Unmöglichkeit, sie auf die drei Gesangstücke auszudehnen[4]. Das ganze Drama

---

[1] Der Gedankenfortschritt ist so einheitlich wie in der Parodos der Wespen; also gibt er keine Veranlassung zur Personenverteilung, und wenn das Solo des Chorführers und der Vollgesang abwechselten, so hatte das nur musikalische Bedeutung.

[2] μοχλοῖσιν δὲ καὶ κλῄθροισιν R, μοχλοῖς wie es scheint Φ; umgestellt hat Dindorf; möglich ist auch μοχλοῖς δὲ καὶ κλῄθροις, aber für die Umstellung spricht das leichtere Maß und die Parallelstelle Eur. Andr. 951.

[3] Dies hat Φ (Γ) gegen R ᾤχετ' ὅπλα erhalten: die schmale Grundlage des Textes R Φ, der eine noch ärgere Verkürzung der Scholien entspricht, macht die Kritik notwendig unsicherer.

[4] 436 steht οὐδὲ δεινότερον λεγούσης als Lob einer Rednerin: das ändern sie in δεινότερα λεγούσης, was doch nur heißt »die Schrecklicheres sagt«. Der Sinn wird

hat nur in dem Anfang der an die Götter gerichteten Lieder, die es so seltsam häuft, eine kurze respondierende Partie 959—84[1]. Die

---

stranguliert, damit nur ja keine zweisilbige Senkung in die Trochäen kommt. Für die stichischen wird das nun wohl niemand mehr behaupten; ich habe aber, als ich für die Tatsachen eintrat, die damals Isyllos, nun Menander bestätigt haben, schon gesagt, daß die Freiheit auch in gewisse Lieder übergriffe. καρπαλίμοιν Thesm. 957, ἐκμαί|νειϲ ἐπὶ ταύτηι Ekkl. 965 wird uns gleich begegnen. 438 steht πάντα δ' ἐβάϲταϲε φρένα πυκνῶϲ τε: da ist also ein scheinbarer daktylischer Dimeter; diese Erscheinung hatte ich Isyll. 8 im Auge. Sie zu verfolgen würde hier zu weit führen.

[1] Die Aufforderung zu dem Reigentanze, die 953—59 vor dem Liede steht, ist kein Ragout von Glykoneen, Anapästen, Trochäen, Iamben und »Lekythien« (ich behaupte zuversichtlich, daß es solch ein Ragout überhaupt nicht gegeben hat), sondern es sind schöne Trochäen, die sich sogar in Tetrameter abteilen lassen

ὅρμα, χώρει κοῦφα ποϲὶν ἄγ' ἐϲ κύκλον,
χερὶ ϲύναπτε χέρα, ⟨ἱερᾶϲ⟩ ῥυθμὸν χορείαϲ
ὕπαγε πᾶϲα, βαῖνε καρπαλίμοιν ποδοῖν, ἐπιϲκοπεῖν δὲ
πανταχῆ κυκλοῦϲαν ὄμμα χρὴ χοροῦ κατάϲταϲιν.

Um das zu erreichen, mußte nur χερα und χερι, was Aristophanes geschrieben hatte, nicht als Diphthong gesprochen werden; dieser Fehler war längst berichtigt, sonst habe ich nur ἱερᾶϲ zugefügt: das Wort konnte so leicht ausfallen, und es paßt schwerlich ein anderes besser; aber auf das Wort lege ich kein Gewicht, wohl aber mußte der Tanz ein Epitheton erhalten, und dafür war dort der richtige Ort. Sie treten an: dem entsprechen die beiden schweren Takte ὅρμα χώρει; dann reichen sie einander die Hände und beginnen den Takt des ... Tanzes, nun wirbeln die Füße; aufpassen muß der Chor aber doch, nämlich auf den Gefangenen. Offenbar mußte gesagt werden, wozu sie tanzen: es ist der heilige Thesmophorienreigen, 948. Es folgen zwei Strophen mit Anrufungen der Götter. 985 wird der Befehl gegeben, eine Wendung zu machen, iambischer Trimeter und Dimeter (τόρευε πᾶϲαν ὠιδήν war doch wohl τόρνευε, Eur. Kykl. 661; die Verba werden oft verwechselt, und τορεύειν kann drehen wohl kaum werden; Eur. Her. 978 hat sich die Konjektur τόρ⟨ν⟩ευμα ποδόϲ als Überlieferung herausgestellt). Was dann folgt, dithyrambische Anrufung des Dionysos, in ein Strophenpaar zu zwängen, ist unbedachte Willkür. Ich setze es her.

ἡγοῦ δέ γ' ὧδ' αὐτὸϲ [ϲὺ]   κιϲϲόφορε Βακχεῖε
δέϲποτ', ἐγὼ δὲ κώμοιϲ   ϲὲ φιλοχόροιϲι μέλψω·
ϲὺ Διὸϲ ὦ Διόνυϲε   βρόμιε καὶ Ϲεμέλαϲ παῖ
χωρεῖϲ τερπόμενοϲ   κατ' ὄρεα Νυμφᾶν ἐράτοιϲιν ὕμνοιϲ,
εὔιον εὔιον εὐοῖ   ⟨θίαϲον⟩ ἀναχορεύων·
ἀμφὶ δὲ ϲυγκτυπεῖται   Κιθαιρώνιοϲ ἠχὼ
μελάμφυλλα τ' ὄρη   δάϲκια καὶ νάπαι
πετρώδειϲ βρέμονται.
κύκλωι δὲ περὶ ϲὲ κιϲϲὸϲ   εὐπέταλοϲ ἕλικι θάλλει.

988 ist ϲύ Glossem zu αὐτόϲ. 990 εὔιον ὦ Δ. — παῖ χοροῖϲ — ἐράτοιϲ ἐν. Zur Verbesserung führt 1. das Fehlen von Διόϲ, 2. das Fehlen einer 2. Pers. Sing. eines Verbums, 3. hier kann nichts »in« den Nymphenliedern sein. Und geschildert muß die Epiphanie des Gottes im Gebirge sein. 994 liegt an dem Worte θίαϲον gar nichts; es paßt nicht schlechter ein Wort des Sinnes χορείαν. R[1] hat ανχορεύων, da kann αν auch von einem Akkusativ übrig sein. 95 ϲυὶκτυπεῖται wird schlecht als ϲοί κτ. genommen. Unverkennbar sind die iambischen Dimeter in verschiedener Gestalt, auch choriambisch, und dafür auch Pherekrateen wieder in verschiedener Gestalt; der Ithyphallikus, wenn er da war, gehört dazu. Das alles ist einfach. Merkwürdig aber ist, daß der Asklepiadeus 996 und sein erstes Glied 991 auftritt. Ich konstatiere für jetzt die Tatsache.

neue Musik, die an Agathon im Prolog verspottet wird, hat dem Dichter doch für dieses eine Drama den Weg gewiesen, und wir müssen seine Singularität anerkennen: wieviel weiter entfernt es sich von der »alten« Komödie als Lysistrate und Frösche.

Endlich die Einzellieder der Ekklesiazusen, die als solche nicht ohne weiteres auf derselben Stufe stehen. Die kümmerliche Überlieferung macht das Urteil unsicher; aber gerade darum müssen sie alle betrachtet werden. Erst singt die Alte ein einfaches trochäisches System (12), das untadelhaft schließt 898 οὐδέ τοι στέργειν ἂν ἐθέλοι μᾶλλον ἢ ᾽γὼ τὸν φίλον. Danach steht die Paragraphos, die sonst nur Personenwechsel bezeichnet, und auf sie folgt ὧιπερ ξυνείην ἀλλ᾽ ἐφ᾽ ἕτερον ἂν πέτοιτο. Das paßt nicht in den Vers[1], auch nicht als Variante. Mag es nun Variante gewesen sein, mag es den Obelos getragen haben: es gehört nicht her[2]. Dies Lied hat keine Entsprechung.

Die Junge singt:

μὴ φθόνει ταῖσιν νέαισιν,
τὸ τρυφερὸν γὰρ ἐμπέφυκε τοῖς ἁπαλοῖσι μηροῖς
κἀπὶ τοῖς μήλοις ἐπανθεῖ, σὺ δ᾽ ὦ γραῦ παραλέλεξαι
κἀντέτριψαι τῶι θανάτωι μέλημα.

Die Alte antwortet:

ἐκπέσοι σου τὸ τρῆμα,
τὸ δ᾽ ἐπίκλιντρον ἀποβάλοις βουλομένη σποδεῖσθαι,
κἀπὶ τῆς κλίνης ὄφιν εὕροις καὶ προσελκύσαιο
βουλομένη φιλῆσαι.

In der Strophe ist alles leicht, denn der katalektische choriambische Dimeter βουλομένη σποδεῖσθαι ist auch als Abschluß von Trochäen legitim. Lesen läßt sich auch die Antistrophe ganz, denn — ροις καὶ προς — kann ein trochäisches Metron sein; aber ich glaube nicht an diese, in der Komödie mir unbekannte Härte, zumal in diesem volkstümlichen Liedchen. Auch die zweite Silbe von ὄφιν als Länge ist zwar denkbar (Phot. s. v.), aber wenig glaublich. Also da mag etwas fehlen, es kann aber auch εὕροις καὶ aus einem Scholion stammen, denn mit seiner Entfernung ist alles in Ordnung. Nur die Zahl der trochäischen Metra ist verschieden, was kaum noch Anstoß erregen wird. Arg ist, daß sich in den Texten das vollkommen ungriechische

[1] Es sei denn, man ließe einen Choriambus statt des Ditrochäus gelten, was in der Vereinzelung doch wenig anspricht, und daß das Lied akatalektisch schlösse, ebensowenig.

[2] Eine Analogie ist Frösche 664, von Kock richtig beurteilt Πόσειδον: ἤλγησέν τις: ἁλὸς ἐν βένθεσιν. Da bieten die Handschriften ὃς Αἰγαίου πρῶνας ἔχεις ἢ γλαυκᾶς μέδεις ἁλὸς ἐν βένθεσιν. Es ist der sophokleische Vers eingedrungen, auf den Aristophanes hingewiesen haben sollte.

Genus verbi ἀποβάλοιο für das überlieferte ἀποβάλοις behauptet, bloß um die Senkung gemäß der Strophe auszufüllen.

Ich nehme dann die Lieder von Mädchen und Jüngling vorweg, 953—961:

δεῦρο δὴ δεῦρο δὴ
φίλον ἐμὸν δεῦρό μοι πρόσελθε καὶ ξύνευνος [μοι][1] τὴν εὐφρόνην
 ὅπως ἔσει,
πάνυ γάρ ⟨δεινός⟩ τις ἔρως με δονεῖ
τῶνδε τῶν σῶν βοστρύχων·
ἄτοπος δ᾽ ἔγκειταί μοί τις πόθος
ὅς με διακναίσας ἔχει

folgt ein trochäischer Refrain. Der Jüngling antwortet:

δεῦρο δὴ δεῦρο δὴ
φίλον ⟨ἐμὸν⟩[2] καὶ σύ μοι καταδραμοῦσα τὴν θύραν ἄνοιξον [τήνδ᾽]
 εἰ δὲ μή καταπεσὼν κείσομαι·
ἀλλ᾽[3] ἐν [τῶι] σῶι βούλομ(αι) ⟨ἐγὼ⟩ κόλπωι
πληκτίζεσθαι μετὰ [τῆς] σῆς πυγῆς·
Κύπρι τί μ᾽ ἐκμαίνεις ἐπὶ ταύτηι;

folgt der Refrain. Der Anfang stimmt überein; dann folgt eine trochäische längere Reihe, die sich vielleicht ausgleichen ließe, oder besser, die so stark zerstört ist, daß man auch denken kann, die Korruptel ginge so weit, daß ursprüngliche Gleichheit, natürlich mit freier Behandlung der Senkungen, vorhanden gewesen wäre. Auch der trochäische Dimeter des Schlusses stimmt unter dieser Voraussetzung. In der Mitte kann man in den Worten des Mädchens zwei anapästische Dimeter und hinter jedem einen trochäischen Dimeter lesen; sie sind aber so hart, daß ich dem nicht traue. In den Worten des Jünglings habe ich mit nicht zu scharfen Mitteln zwei anapästische Dimeter hergestellt; die trochäischen fehlen, und, was die Hauptsache ist: daß diese Mittelpartie jemals respondiert hätte, ist ganz wider alle Wahrscheinlichkeit.

Nun zum Schluß das Strophenpaar, das die Junge und die Alte singen 912—923.

αἰαῖ τί ποτε πείσομαι,
οὐχ ἥκει μοὐταῖρος, μόνη δ᾽ αὐτοῦ λείπομ᾽, ἡ γάρ μοι μήτηρ ἄλληι
 βέβηκεν, καὶ τἆλλα.
οὐδὲν μετὰ ταῦτα δεῖ λέγειν

---

[1] μοι von Bothe gestrichen; es entsteht so ein Molossus, d. h. ein trochäisches Metron mit unterdrückter erster Senkung; das hat hier keine Analogie, ist daher bedenklich, aber die Überlieferung läßt kaum eine Wahl.

[2] Daß hier ein Adjektiv fehlt, wie Dindorf eins eingesetzt hat, ist unverkennbar.

[3] φίλον ist vor ἀλλὰ überliefert: auf die Umstellung und Ergänzung führt der parallele Bau; die folgenden Änderungen sind von dem Versmaße diktiert, also bedenklich, aber sie verbessern den Sinn oder schaden wenigstens nicht.

folgt eine ionische gut respondierende Partie[1]. Dann die Alte:

ἤδη τὸν ἀπ' Ἰωνίας
τρόπον τάλαινα κνησιᾷς,
δοκεῖς δέ μοι κἂν λάβδα κατὰ τοὺς Λεσβίους

folgt die ionische Partie. Da ist am Anfang der iambische Dimeter das einzige wirklich Entsprechende, und doch ist alles gut verständlich, Responsion mit keinen Mitteln erreichbar. Während aber die Alte in einfachsten Iamben spricht, spotten die Worte des Mädchens jeder Messung. Die Grammatiker haben die Hiate freilich durch Elision und eine schwere Krasis (μοι ὁ ἑταῖρος) beseitigen wollen: aber mich dünkt, es bleibt doch Prosa. Wenn es aber Prosa ist, so erklärt sich καὶ τἆλλα; der Rest ist der Improvisation des Schauspielers überlassen. Das ist ganz unerhört; ich habe mich auch viele Jahre gescheut, meinen Einfall auszusprechen. Aber führt der Text nicht auf ihn? Prosa ist in der Komödie nicht ganz selten. Abgesehen von den Gesetzes- und Gebetsformeln, Vög. 862, 1038 Thesm. 295, wo auch die Gemeinde mit Prosa einstimmt, sind es Heroldsrufe, Ach. 34, 61, εὐφημεῖτε εὐφημεῖτε vor dem Opfer Ach. 237, und besonders Ritt. 941 εὖ γε νὴ τὸν Δία καὶ τὸν Ἀπόλλω καὶ τὴν Δήμητρα, wo Heliodor bemerkt ἔστι δὲ πολλὰ καὶ παρ' Εὐπόλιδι σεσημειωμένα. Aber das ist doch alles anderer Art. Sei das denn eine Vermutung, die man zunächst mit Kopfschütteln aufnehmen muß; die Freiheiten in der Responsion sind Tatsache, und in ihnen muß ein wichtiger Unterschied der komischen von der tragischen Technik anerkannt werden.

---

[1] 918 hat Hermann ὅπως σαυτῆς <ἂν> κατόναιο ergänzt, was man nur in ὅπως ἂν σ. ändern muß, da ὅπως ἂν sich nicht trennen läßt. Für den Optativ mit ἂν gibt Vög. 1338 einen Beleg. In dieser ganzen Partie ist keine Fermate; ich kann heute ebensowenig wie Isyll 138 eine Erklärung geben, nach der die Ioniker aufgehen, und mit dem verwandten Verse 972 ἄνοιξον ἀσπάζου με διά τοι σὲ πόνους ἔχω geht es mir ebenso. Denn das erste Glied ist kein iambischer katalektischer Dimeter, solange das Gesetz gilt, daß in einem solchen die drittletzte Silbe kurz ist; wenn Schröder dies Gesetz ignoriert, Friedländer (Hermes 44, 350) die Mittelsilbe von ἀσπάζου kurz mißt, so bin ich für diese neue Metrik zu altmodisch.

Ausgegeben am 11. Mai.

SITZUNGSBERICHTE 1911.

XXIV.

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

4. Mai. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

Hr. Engler berichtete über eine in Gemeinschaft mit Hrn. Dr. K. Krause ausgeführte Untersuchung: Über den anatomischen Bau der baumartigen Cyperacee *Schoenodendron Bücheri* Engl. (Abh.)

Die vor wenigen Jahren aus den Gebirgen Kameruns bekannt gewordene xerophytische Cyperacee *Schoenodendron Bücheri* ist die erste Art dieser Familie mit ausgesprochen bäumchenförmigem Wuchs nach Art der Velloziaceen. Sie ist merkwürdig dadurch, dass alle Äste des bis 60 cm hohen Bäumchens mit einer unter den Blattbasen vollständig verborgenen dichten Schicht von Adventivwurzeln versehen sind, welche an den Ästen und am Stamm entlang nach unten wachsen und hier erst in den Boden dringende Seitenwurzeln entwickeln, während die Wurzeln oben zur Aufnahme von Wasserdampf befähigt sind. Afrikanische und amerikanische Velloziaceen zeigen sehr ähnliche Verhältnisse.

Ausgegeben am 11. Mai.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
XXV.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

11. Mai. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

*1. Hr. Dressel las: über die Medaillonprägung in der römischen Kaiserzeit und über die Entwicklung und Bedeutung der Medaillonsammlung des Berliner Münzcabinets.

An die reguläre Kupferprägung des römischen Senats schliesst sich eine ausserordentliche, durch besondere Ereignisse veranlasste und nur in beschränktem Maasse ausgeübte kaiserliche Kupferprägung an. Sie umfasst, ausser einigen als Nominal ausgebrachten Stücken, mehr oder weniger grosse und beliebig schwere, durch Stil und Technik sich auszeichnende Prägungen (die sog. Medaillons), die nicht für den Verkehr bestimmt waren, sondern wie die kaiserlichen Gold- und Silbermedaillons bei festlichen Gelegenheiten als Geschenke vertheilt wurden. Demselben Zwecke dienten auch die wenigen vom Senat geprägten Kupfermedaillons. — Die Medaillonsammlung des Berliner Cabinets, die, abgesehen von einigen sehr werthvollen Stücken aus altem Besitze, noch um die Mitte des vorigen Jahrhunderts ziemlich unbedeutend war, erhielt erst 1873 durch Ankauf eines Theils der Sammlung Tyszkiewicz und dann 1879 mit der Erwerbung der Römersammlung Sandes namhaften Zuwachs und ist seitdem beständig vermehrt worden; heute zählt sie nahezu 250 Stücke, davon 32 von Gold und 30 von Silber.

2. Hr. von Wilamowitz-Moellendorff legte eine Mittheilung des Hrn. Prof. Dr. Richard Meister in Leipzig vor: Inschriften in Rantidi auf Kypros. (Ersch. später.)

Die von Hrn. Dr. Zahn im Auftrage der Akademie in Rantidi ausgeführten Grabungen haben an Inschriften eine Anzahl Weihungen an Apollon, Aphrodite und weniges andere ergeben.

3. Hr. Rubens legte eine Mittheilung des Hrn. Geh. Reg.-Raths Prof. Dr. F. Kurlbaum in Charlottenburg vor: Messung der Sonnentemperatur.

Die betreffenden pyrometrisch-optischen Beobachtungen hat der Verfasser in Assuan im Jahre 1908 in 160 m über dem Meere angestellt. Die angewendete Methode ist erheblich genauer als alle bisher benutzten Verfahren. Das Ergebniss der Messungen stimmt mit den älteren Werthen befriedigend überein.

4. Hr. Koser übergab den Jahresbericht über die Herausgabe der Monumenta Germaniae historica.

5. Folgende Druckschriften wurden vorgelegt: J. Vahlen, Gesammelte philologische Schriften. Tl. 1. Leipzig und Berlin 1911 und Διονυσίου ἢ Λογγίνου περὶ ὕψους, de sublimitate libellus. Ed. O. Iahn a. 1867. Quartum ed. a. 1910 I. Vahlen. Lipsiae 1910; ferner von Hrn. Conze: C. Schuchhardt, Stonehenge. Sonderabdruck aus der Praehistorischen Zeitschrift II, Heft 4, 1911.

6. Die Akademie hat durch die philosophisch-historische Classe bewilligt: Hrn. Koser zur Fortführung der Herausgabe der Politischen Correspondenz Friedrich's des Grossen 6000 Mark; Hrn. von Wilamowitz-Moellendorff zur Fortführung der Inscriptiones Graecae 5000 Mark; der Deutschen Commission zur Fortführung der Forschungen des Hrn. Burdach über die neuhochdeutsche Schriftsprache 4000 Mark; für die Bearbeitung des Thesaurus linguae Latinae über den etatsmässigen Beitrag von 5000 Mark hinaus noch 1000 Mark; zur Bearbeitung der hieroglyphischen Inschriften der griechisch-römischen Epoche für das Wörterbuch der aegyptischen Sprache 1500 Mark; für das Cartellunternehmen der Herausgabe der mittelalterlichen Bibliothekskataloge als fünfte Rate 500 Mark.

7. Die Akademie hat auf den Vorschlag der vorberathenden Commission der Bopp-Stiftung aus den Erträgnissen der Stiftung Hrn. Dr. Walter Schubring, Assistenten an der Königlichen Bibliothek zu Berlin, zur Fortsetzung seiner Jaina-Studien 1350 Mark zuerkannt.

Die Akademie hat in der Sitzung vom 27. April den Professor Franz Cumont in Brüssel, den Professor der Anthropologie an der Universität Liverpool James George Frazer, wohnhaft in Cambridge (England), den Professor der griechischen Alterthumskunde und Epigraphik an der Universität Wien Dr. Adolf Wilhelm und den Docenten der Nordischen Literatur an der Universität Kopenhagen Dr. Axel Olrik zu correspondirenden Mitgliedern ihrer philosophisch-historischen Classe gewählt.

Messung der Sonnentemperatur.

Von Prof. Dr. F. KURLBAUM
in Charlottenburg.

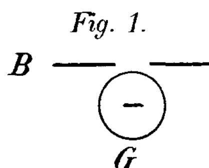
(Vorgelegt von Hrn. RUBENS.)

Die Frage nach der Temperatur der Sonne hat nur unter gewissen Voraussetzungen einen Sinn. Zunächst besitzt die Sonne in verschiedenen Teilen eine verschiedene Temperatur. Sie ist im Innern heißer; die äußeren Gase sind kälter, ganz abgesehen von den Unregelmäßigkeiten der Temperatur der Sonnenflecke. Man könnte also streng genommen nur von der Temperatur bestimmter Teile der Sonne sprechen.

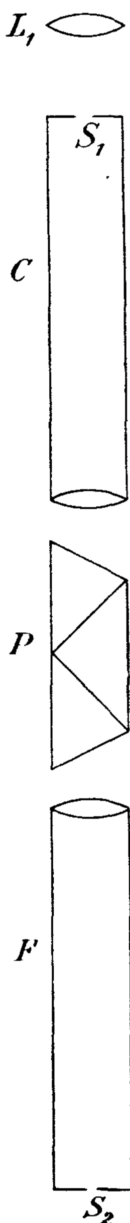
Ferner setzen alle optischen Temperaturmessungen irgend etwas über das Emissionsvermögen des betreffenden Körpers voraus. Da man über das Emissionsvermögen der Sonne nichts Bestimmtes weiß, so begnügt man sich gewöhnlich mit der Annahme, daß sie angenähert wie ein schwarzer Körper strahlt, weil die strahlende Schicht unendlich dick sei. Unter der Voraussetzung, daß die Gesetze der Strahlung des schwarzen Körpers unbeschränkt für beliebig hohe Temperaturen gelten, läßt sich untersuchen, ob die Sonne ein schwarzer Körper ist, indem man die verschiedenen Strahlungsgesetze zur Temperaturbestimmung anwendet und die so gefundenen Temperaturen vergleicht.

Wenn man bei der Frage nach der Temperatur der Sonne von der ungleichmäßigen Verteilung der Temperatur absieht, so heißt dies nichts anderes, als daß nach der Temperatur desjenigen gleichmäßig temperierten schwarzen Körpers gefragt wird, welcher die gleiche Strahlung aussendet. Es wird damit nach der schwarzen Temperatur der Sonne gefragt, und diese Frage hat eine bestimmte und berechtigte Bedeutung.

Das Problem wird dadurch aber nicht einfacher, sondern komplizierter, denn es muß noch definiert werden, für welche Wellenlänge oder für welchen Spektralbezirk die schwarze Temperatur bestimmt werden soll. Die Frage nach der schwarzen Temperatur hat aber noch einen anderen Sinn. Die gefundene schwarze Temperatur



sagt etwas über das Emissionsvermögen für die betreffende Wellenlänge aus. Je höher die Temperatur gefunden wird, um so größer ist das Emissionsvermögen für die betreffende Wellenlänge, und die höchste einwandfrei gemessene Temperatur kommt der wirklichen Temperatur am nächsten. In dem Sinne der vorstehenden Betrachtungen bitte ich die folgenden Messungen aufzufassen.



Methode.

Die angewandte Methode besteht darin, daß die Strahlung der Sonne in verschiedenen Spektralbezirken indirekt mit der Strahlung des schwarzen Körpers verglichen wird. Der benutzte Spektralapparat besteht aus dem Kollimator C mit dem Spalt S_1, dem geradsichtigen Prisma[1] P und dem Fernrohr F, in welchem das Okular durch einen Spalt S_2 ersetzt werden kann.

Setzt man vor den Spalt S_1 des Kollimators C den leuchtenden Bügel einer Glühlampe G und eine Linse L_1 in richtigen Abständen, so sieht man bekanntlich durch den Okularspalt S_2 des Fernrohrs F das Bild des Bügels scharf in der jeweiligen Spektralfarbe leuchten. Die Drehung des Fernrohrs für Einstellung auf die verschiedenen Wellenlängen wurde mit Hilfe einer Mikrometerschraube mit Trommelteilung bewirkt. Stellt man nun noch vor die Glühlampe G eine Blendenöffnung B und entwirft in der Ebene der Glühlampe das Bild eines glühenden schwarzen Körpers, so leuchtet die Öffnung B und der optisch auf ihr liegende Glühlampenbügel G in der gleichen Spektralfarbe, und es ist möglich, durch Regulierung des Lampenstromes das Bild des Bügels auf der leuchtenden Fläche zum Verschwinden zu bringen, wie in dem optischen Pyrometer von Holborn und Kurlbaum[2]. Diese spektrale Anordnung ist im Prinzip die gleiche wie die von Hrn. Henning[3] benutzte.

---

[1] Das Prisma besitzt eine Dispersion $C - F = 5° 30'$.

[2] L. Holborn und F. Kurlbaum, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1901. S. 712.

[3] F. Henning, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1910, S. 61.

Auf solche Weise können Glühlampen für verschiedene Temperaturen des schwarzen Körpers photometrisch geeicht werden, indem die Temperatur des schwarzen Körpers und der zugehörige Glühlampenstrom notiert wird. Allerdings verlaufen die Eichungskurven für verschiedene Wellenlängen ein wenig verschieden, da einerseits der Faden der Glühlampe nicht vollkommen schwarz und anderseits die Strahlungsintensität des schwarzen Körpers durch die Projektionslinse geschwächt ist, so daß der schwarze Körper und der Glühlampenfaden bei Strahlungsgleichheit nicht die gleiche Temperatur besitzen. Die Lampen müssen also für verschiedene Wellenlängen besonders geeicht werden[1].

Lichtschwächung für die Sonne.

Da die Strahlungsintensität der Sonne enorm groß gegenüber der Strahlung des schwarzen Körpers ist, so muß auch eine enorme Lichtschwächung benutzt werden.

Um innerhalb experimentell möglicher Temperaturen des schwarzen Körpers bzw. der Glühlampen bleiben zu können, muß eine Lichtschwächung auf ungefähr 0.00002 angewendet werden. Hierzu reicht aus leicht ersichtlichen Gründen weder ein rotierender Sektor, noch ein variabler Spalt, noch eine Nicol aus, da die Meßgenauigkeit zu klein werden würde. Allenfalls würde eine Kombination von allen dreien genügen. Einen Satz absorbierender Gläser, die einzeln mit rotierendem Sektor zu eichen wären, zu benutzen, ist auch sehr mißlich.

Ich habe deshalb eine Lichtschwächung benutzt, welche unmittelbar auf eine ungefähre Größe von 0.00002 führt und durch das Verhältnis des Radius der Sonne zum Radius der Erdbahn gegeben ist.

Der Sonne kommt eine bestimmte Flächenhelligkeit H_s zu; stelle ich eine ideal diffus reflektierende Ebene zu den Sonnenstrahlen senkrecht, so ist die Helligkeit H dieser Fläche gleich $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 H_s$, wobei r_1 den Radius der Sonne, r_2 den der Erdbahn bedeutet. Eine ideal diffus reflektierende Fläche sei eine solche, welche alles Licht vollkommen reflektiert, und zwar dem Kosinus entsprechend. Die Flächenhelligkeit der Sonne ist allerdings am Rande geringer, weil die dort aus dem Innern kommenden Strahlen eine größere Strecke kälterer

---

[1] Für die sorgfältige und mühevolle Unterstützung, die mir Hr. Dr. KOCK bei gemeinsamer Eichung der Lampen gewährt hat, sage ich ihm auch hier meinen besten Dank.

Gasmassen durchlaufen müssen; es kann also nur von einer mittleren Flächenhelligkeit gesprochen werden.

Eine ideal diffus reflektierende Fläche gibt es nun zwar nicht, aber Magnesiumoxyd, von der Flamme eines Magnesiumbandes auf einer ebenen Fläche niedergeschlagen, genügt den Anforderungen, wenn das diffuse Reflexionsvermögen R experimentell bestimmt wird.

Die Flächenhelligkeit H_m der Magnesiaoberfläche wird dann $H_m = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 R H_s$, oder die Lichtschwächung wird gleich $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 R$, wofür $R \cdot \sin^2 \alpha$ gesetzt werden kann, wenn $\sin \cdot \alpha$ den scheinbaren Halbmesser der Sonne bedeutet. Die Lichtschwächung L ist also:

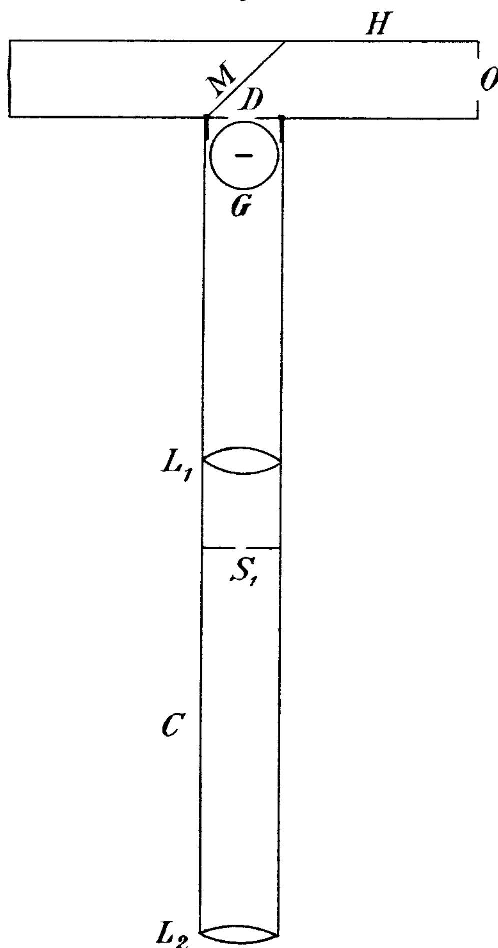
(Gl. 1.) $$L = R \cdot \sin^2 \alpha .$$

Die Bestimmung von R habe ich gemeinsam mit Hrn Dr. Kock nach einer besonderen Methode ausgeführt, die Resultate werden an anderer Stelle veröffentlicht werden. Als Wert für R habe ich hier eingesetzt 0.870, und zwar unabhängig von der Wellenlänge, da die Abweichungen gering sind. Eine solche von der Sonne beschienene Magnesiumoxydschicht besitzt eine Flächenhelligkeit, welche sich ohne Lichtschwächung mit der Helligkeit des schwarzen Körpers zwischen den Temperaturen 1200—1550° C je nach der Wellenlänge des sichtbaren Gebietes vergleichen läßt. Faßt man für diesen Zweck die bestrahlte Magnesiumoxydschicht als strahlenden Körper auf, so kann die schwarze Temperatur dieses Körpers gemessen werden.

Durch diese Art der Lichtschwächung wird zugleich eine Vereinfachung des Spektralapparates herbeigeführt. Bei Belichtung des Kollimatorspaltes durch die Sonne müßte sonst entweder ein Heliostat benutzt werden, damit das Spektrometer fest an seinem Platze stehenbleiben kann, oder das Spektrometer müßte um eine vertikale und eine horizontale Achse drehbar sein, damit der Kollimator dem jeweiligen Sonnenstande folgen kann.

Hier war das Spektrometer selbst nur um eine vertikale Achse drehbar, dagegen befand sich rechtwinklig zur Verlängerung des Kollimatorrohres C (s. Fig. 2) ein Rohr H drehbar um diese Verlängerung. Das Rohr H hatte eine Öffnung O, durch welche die Sonnenstrahlen auf eine Magnesiumoxydplatte M fallen konnten. Diese Platte bildete mit der Achse des Kollimatorrohres einen halben rechten Winkel. Das Rohr H trägt einen Diopter, mit welchem der Apparat so eingestellt werden konnte, daß die Sonnenstrahlen den Magnesiaschirm unter einem halben rechten Winkel trafen. Dadurch erscheint das vor der Glühlampe G stehende Diaphragma D wie mit leuchtend weißer Masse belegt. Die Linse L_1 entwirft ein scharfes Bild vom Faden der

Fig. 2.



Glühlampe ungefähr an der Stelle der Linse L_2. Der Faden erscheint dann, durch den Okularspalt des Fernrohrs betrachtet, auf einem hellen Hintergrunde, welcher durch das Bild des Diaphragmas D gegeben ist[1].

Ich betone, daß die Unschärfe des Bildes von D keinen Fehler herbeiführt; es muß nur dafür gesorgt sein, daß die Zerstreuungsscheibchen jedes Punktes relativ klein gegen den Durchmesser des Diaphragmas sind. In diesem Falle bleibt im Bilde des Diaphragmas ein innerer heller Kreis mit gleichmäßiger Helligkeit, unabhängig davon, ob scharf oder unscharf eingestellt ist. Auf diesem inneren hellen Kreis kann der Bügel der Glühlampe, welcher durch den Okularspalt betrachtet wird, durch Regulieren des Lampenstromes in einem bestimmten Spektralbezirk zum Verschwinden gebracht werden, so daß er die gleiche Helligkeit wie der spektrale Hintergrund besitzt.

[1] Alle Teile des Spektralapparates vom Fernrohr bis zum Rohr H waren natürlich auf einem einzigen festen Arm montiert.

Auf diese Weise wird mit den geeichten Glühlampen die schwarze Temperatur des Magnesiaschirmes bestimmt. Die vorher besprochene Lichtschwächung muß nun aber bei dieser Versuchsanordnung noch mit cos 45° multipliziert werden, da die Sonnenstrahlen unter einem Winkel von 45° auf die Magnesiaschicht fallen. Dadurch wird die Lichtschwächung

$$L = R \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos 45^\circ. \qquad \text{(Gl. 2.)}$$

Beobachtungen.

Zur Ausführung solcher Beobachtungen wäre derjenige Ort der beste, an welchem die Luft die geringste Menge Wasserdampf unter möglichst konstanten Verhältnissen enthält, also ein Ort mit Wüstenklima; ferner wäre vorteilhaft, daß der Ort möglichst hoch liegt, damit die Schichtdicke der Luft, welche die Sonnenstrahlen passieren müssen, möglichst gering ist. Schließlich wäre ein Ort nahe am Äquator erwünscht, damit die Sonnenstrahlen die Schichtdicke möglichst senkrecht durchsetzen. Alle diese Bedingungen werden sich nicht gut gleichzeitig erfüllen lassen.

Die hier mitgeteilten Beobachtungen sind in Oberägypten bei Assuan auf einer Anhöhe, die sich 160 m[1] über dem Spiegel des Mittelmeeres erhebt, im Februar und März 1908 ausgeführt. Auf diesem Hügel Takuk steht ein englisches Fort, dessen primitive Räume als Beobachtungsstation eingerichtet wurden. Für die freundliche Bereitwilligkeit, mit der meine Arbeiten von Hrn. Kapitän Lyons, Chef der ägyptischen Vermessungsbehörde in Gizeh bei Cairo unterstützt wurden, sei auch an dieser Stelle der herzlichste Dank ausgesprochen.

An Apparaten wurden neben dem besprochenen Spektralapparat noch Präzisionsamperemeter benutzt, welche an Ort und Stelle mit Kadmiumelement und Präzisionswiderständen geeicht werden konnten. Für den Lampenstrom dienten kleine Akkumulatoren, welche in Assuan geladen wurden. Die osteuropäische Zeit wurde täglich durch ein telegraphisches Signal von der Sternwarte zu Heluan nach Assuan gemeldet.

Es ist aber noch eine schwierige Frage zu besprechen, nämlich die Frage nach der Temperaturskala, welche den Messungen zugrunde zu legen ist.

[1] In der Abhandlung von A. Miethe und E. Lehmann, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1909, S. 273 ist versehentlich 116 m angegeben.

Die benutzte Temperaturskala.

Bis zum Jahre 1907 galt die von L. HOLBORN und A. DAY[1] durch Anschluß des Pt.-Pt-Rh-Elements an das Stickstoffthermometer aufgestellte Temperaturskala als vollkommen sicher. Bis 1130° C war das Stickstoffthermometer benutzt und die Temperaturskala oberhalb 1130° C für das Thermoelement extrapoliert, und zwar nach dem Gesetz, welches bei den unterhalb 1130° liegenden Temperaturen gültig befunden war. Es erschien alles in bester Ordnung, da die Strahlungsgesetze und die Gleichungen für die Thermoelemente bei Extrapolation eine überraschende Übereinstimmung in den Temperaturangaben zeigten[2].

Als L. HOLBORN und S. VALENTINER[3] die Messungen am Stickstoffthermometer über 1130° C bis rund 1680° C fortsetzten, fanden sie, daß die Extrapolation der Thermoelemente und das Stickstoffthermometer sehr verschiedene Temperaturangaben machten.

Im Jahre 1910 veröffentlichte dann A. L. DAY und R. B. SOSMAN[4] eine Arbeit über den gleichen Gegenstand und fanden gleichfalls eine erhebliche Differenz zwischen der Extrapolation des Thermoelements und dem Stickstoffthermometer.

Um diese Differenz anschaulich zu machen, habe ich die zu gleichen Thermokräften gehörigen Temperaturen nebeneinandergestellt.

Pt, Pt Rh Millivolt	1900 HOLBORN und DAY	1907 HOLBORN, VALENTINER	1910 DAY, SOSMAN
10.70	$t = 1100°$ C	$\vartheta = 1099°$ C	1097° C
11.90	1200	1202	1197
13.14	1300	1308	1301
14.41	1400	1419	1407
15.71	1500	1535	1514
17.05	1600	1656	1624
	$c = 14580$	$c = 14200$	

Unter der Temperaturskala ist noch die zugehörige Konstante c der WIENschen Formel angegeben. $c = 14580$ ist von LUMMER und PRINGSHEIM, $c = 14200$ von HOLBORN und VALENTINER bestimmt.

[1] L. HOLBORN und A. DAY, WIED. Ann. 68, S. 817, 1899 und Ann. d. Phys. 2, S. 505, 1900.

[2] LUMMER und PRINGSHEIM, Phys. Zeitschrift 3, S. 98, 1901. Verhandlung der Deutsch. Phys. Ges. 1901, S. 42, F. PASCHEN und H. WANNER. H. WANNER, Ann. d. Phys. 2, S. 141, 1900.

[3] Ann. d. Phys. 22, S. 1, 1907.

[4] Am. Journ. of Science Vol. XXIX, S. 63, 1900.

Wie man sieht, nimmt die Temperaturskala von Day und Sosman im wesentlichen eine mittlere Stellung ein.

Da eine Entscheidung zwischen diesen Temperaturskalen nicht so bald getroffen werden wird, so habe ich meine Beobachtungen mit jeder der beiden extremen Skalen getrennt ausgerechnet, was bei der Extrapolation auf hohe Temperaturen allerdings sehr starke Abweichungen ergibt. Die Temperaturen der Skala Holborn-Day seien mit t, diejenigen der Skala Holborn-Valentiner mit ϑ bezeichnet.

Messungen.

Es ist nur an solchen Tagen beobachtet worden, an denen der Himmel vollkommen frei von Wolken und Dunst erschien. Zunächst mußte der Spektralapparat justiert und der Spalt so eng gestellt werden, daß die Fraunhoferschen Linien scharf erschienen und als Marke für den gewünschten Spektralbereich dienten. Dann wurde der Kollimatorspalt auf die Breite 0.5 mm eingestellt und das Okular durch einen Okularspalt von gleichfalls 0.5 mm ersetzt. Vor den Kollimatorspalt mußte die Linse und Glühlampe so gestellt werden, daß, durch den Okularspalt betrachtet, die Glühlampe im Lichte der betreffenden Spektralfarbe leuchtend und scharf erschien. Dann wurde durch Drehung um die vertikale und horizontale Achse des Spektralapparates erreicht, daß die Sonnenstrahlen unter einem Winkel von 45° auf die Magnesiaschicht fielen. Hierauf wurde der Lampenstrom so einreguliert, daß der Bügel der Glühlampe auf dem spektralen Hintergrund verschwand, und der Strom am Amperemeter abgelesen. Zu jeder Wellenlänge gehört also ein Lampenstrom, der einer bestimmten Temperatur entspricht, und eine Zeitangabe, durch welche der Sonnenstand und damit die durchstrahlte Schichtdicke d der Luft definiert ist.

z. B. $\lambda = 0.651\,\mu$

15. Febr. 1908 $11^h 27'$ $d = 1.28$ Atm.[1]

0.685 Amp. $t = 1211°$ C.

Die Einstellungen auf Verschwinden des Lampenfadens und die Ablesungen am Amperemeter sind so genau, wie es ungefähr einem Prozent photometrischer Helligkeit entspricht. Die so gemessene schwarze Temperatur der Magnesiaplatte muß aber noch auf die Dicke Null der Luftschicht reduziert werden.

[1] Hier ist unter Atmosphäre stets eine Schichtdicke $d = 1$ verstanden, die einer Luftmasse über dem Berg Takuk bei mittlerem Barometerstand entspricht. Die Variationen des Barometerstandes sind nicht berücksichtigt, da die sonstigen Fehlerquellen erheblich größer sind.

Zu dem Zwecke gehen wir von der WIENschen Gleichung in der hierfür bequemen Form:

(Gl. 3.) $$\log \text{nat} \frac{J_2}{J_1} = \frac{c}{\lambda}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

aus, worin J_1 und J_2 die zu den absoluten Temperaturen T_1 und T_2 gehörigen Intensitäten sind, während λ die zugehörige Wellenlänge und c eine Konstante bedeutet.

Bestimmen wir nun bei sehr verschiedenem Sonnenstande die Temperaturen T_1 und T_2, so ist $J_2 : J_1$ bekannt.

Es ist aber $J_2 = J_0 \cdot a^{d_2}$, wenn J_0 die Intensität der Strahlen vor Eintritt in die Luft, a der Durchlässigkeitsfaktor und d_2 die Schichtdicke der Luft ist. Ebenso ist $J_1 = J_0 \cdot a^{d_1}$, es ist also $J_2 : J_1 = a^{d_2 - d_1}$.

(Gl. 4.) $$\log \text{nat}\, a^{d_2 - d_1} = \frac{c}{\lambda}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right).$$

Es kann somit der Durchlässigkeitsfaktor a durch Messung der Temperaturen bei verschiedener Schichtdicke d bestimmt werden.

z. B.: $\lambda = 0.588\,\mu$,
$d_1 = 1.24$ $d_2 = 2.60$,
$t_1 = 1322.5°$ C $t_2 = 1303°$ C $c = 14580$ $a = 0.868$,
$\vartheta_1 = 1332.7°$ C $\vartheta_2 = 1311.5°$ C $c = 14200$ $a = 0.861$.

Nach Gleichung 4 läßt sich dann mit Hilfe des nun bekannten Wertes von a die bei der Schichtdicke d_1 gemessene Temperatur T_1 auf die zur Schichtdicke $d = 0$ gehörige Temperatur T_0 reduzieren, indem T_0 als Unbekannte statt T_2 und $-d_1$ statt $d_2 - d_1$ eingesetzt wird. So ergibt sich z. B. auf $d = 0$ reduziert:

$t_0 = 1341°$ C statt 1322.5° C,
$\vartheta_0 = 1353°$ C statt 1332.7° C.

Die folgende Tabelle enthält die Durchlässigkeitsfaktoren a der Luft für verschiedene Wellenlängen, sowohl nach der Temperaturskala HOLBORN-DAY wie nach derjenigen HOLBORN-VALENTINER berechnet.

Temperaturskala	$\lambda = 0.651\,\mu$	$0.588\,\mu$	$0.521\,\mu$	$0.485\,\mu$
HOLBORN-DAY	$a = 0.885$	0.866	0.843	0.823
HOLBORN-VALENTINER	$a = 0.884$	0.859	0.828	0.805

Diese Mittelwerte für a sind aus je vier Einzelwerten berechnet, welche an vier verschiedenen Tagen gefunden sind. Sie zeigen eine deutliche Abnahme nach den kürzeren Wellenlängen hin. Für $\lambda = 0.651$ und $0.588\,\mu$, wofür die benutzten Temperaturen bei 1210 bzw. 1330° C

liegen und die Differenz der Temperaturskalen noch nicht groß ist, dürften die Werte wohl ungefähr auf 1 Prozent richtig sein. Meines Wissens ist der Durchlässigkeitsfaktor der Luft bisher für verschiedene Wellenlängen noch nicht bestimmt worden, wohl nur deshalb, weil keine genaue Methode zur Bestimmung vorlag. Durch die relativ gute Übereinstimmung dieser Werte bin ich selbst überrascht, denn nach den Abweichungen, die bei Temperaturbestimmungen an verschiedenen Tagen stattfinden, war dies nicht zu erwarten. Deshalb glaube ich, daß trotz der Klarheit der Luft doch noch gewisse Tageseinflüsse vorliegen.

Dieser Einfluß fiel aber bei Bestimmung des Durchlässigkeitsfaktors fort, da nur Werte benutzt wurden, die an dem gleichen Tage und nur bei verschiedenem Sonnenstande gefunden waren. Es sind zur Bestimmung des Durchlässigkeitsfaktors nur Schichtdicken benutzt, die 2 bis 3 Atm. nicht überschritten. Bei sehr tiefem Sonnenstande, also bei Höhenwinkeln kleiner als 15°, habe ich, trotzdem die Meßgenauigkeit eine sehr gute sein müßte, starke Abweichungen und viel zu kleine Werte für den Durchlässigkeitsfaktor erhalten; ich schließe daraus, daß hier das Bouguersche Gesetz nicht mehr gilt.

Mit Hilfe der angegebenen Durchlässigkeitsfaktoren sind nun die schwarzen Temperaturen der Magnesiaplatte für die verschiedenen Wellenlängen auf die Schichtdicke Null reduziert, natürlich jede Temperatur mit dem Durchlässigkeitsfaktor der gleichen Temperaturskala.

Es sind für jede Wellenlänge an acht verschiedenen vollkommen klaren Tagen je 10 bis 20 Temperaturbestimmungen gemacht. Hierbei kommen allerdings Abweichungen von 5 und selbst 10° vor, diese schreibe ich aber teils Tageseinflüssen zu, teils dem Umstande, daß die 11 benutzten Lampen, sechs Kohlefaden- und fünf Osramlampen, zum Teil auf verschiedene schwarze Körper geeicht waren. Es wurden drei verschiedene schwarze Körper, in der Ausführung nach Lummer und Kurlbaum, mit drei verschiedenen Thermoelementen benutzt.

Die auf Schichtdicke Null reduzierten Beobachtungen sind alle bei so hohem Sonnenstande ausgeführt, daß die Schichtdicke nie mehr als 1.3 Atm. betrug, es sind dann die Temperaturen ebenso wie die Schichtdicken einfach gemittelt.

Temperaturskala	$\lambda = 0.651\,\mu$	0.588	0.521	0.485
Holborn-Day	$d = 1.23$ $t = 1210.7°$ C	1.23 1319.3	1.24 1460.4	1.24 1536.6
Holborn-Day	$d = 0$ $t = 1225.6°$ C	0 1337.6	0 1483.4	0 1563.3
Holborn-Valentiner	$d = 0$ $\vartheta = 1228.7°$ C	0 1349.2	0 1515.7	0 1610.7

Aus diesen schwarzen Temperaturen der Magnesiaplatte kann nun die Temperatur der Sonne berechnet werden, und zwar muß hier, da die gesuchte Temperatur sehr hoch ist, die PLANCKsche Formel angewandt werden, am bequemsten in der Form:

$$\text{(Gl. 5.)} \qquad J_1 : J_2 = \left(e^{\frac{c}{\lambda T_2}} - 1\right) : \left(e^{\frac{c}{\lambda T_1}} - 1\right),$$

wobei T_1 gegeben und T_2 gesucht ist. An Stelle von $J_1 : J_2$ ist aber die S. 546 besprochene Lichtschwächung (Gl. 2) $L = R \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos 45^\circ$ zu setzen, an welcher noch eine Korrektion anzubringen ist.

Es war gesagt, daß bei Eichung der Glühlampen das Bild der Öffnung des schwarzen Körpers mit einer Projektionslinse in die Ebene des Bügels der Glühlampe geworfen wurde. Der Projektionslinse kommt ein Durchlässigkeitsfaktor a zu, welcher durch das Reflexions- und Absorptionsvermögen bedingt ist und auf ähnliche Weise bestimmt werden kann wie der Durchlässigkeitsfaktor der Erdatmosphäre. Man projiziert durch zweimalige naturgroße Projektion die Öffnung des schwarzen Körpers auf den Bügel der Glühlampe und mißt die Temperatur T_1, dann schaltet man die zu untersuchende Projektionslinse aus und projiziert nur einmal, wobei man die höhere Temperatur T_2 findet. Der Durchlässigkeitsfaktor l dieser Linse ist dann nach der WIENschen Gleichung:

$$\log \text{nat} \frac{J_2}{J_1} = \frac{c}{\lambda} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) = \log \text{nat} \frac{1}{l}.$$

Auf diese Weise wurde gefunden:

Temperaturskala	$\lambda = 0.651$	0.588	0.521	0.485
HOLBORN-DAY	$l = 0.891$	0.880	0.870	0.865
HOLBORN-VALENTINER	$l = 0.880$	0.868	0.856	0.851

Da diese Linse bei den Temperaturmessungen mit Hilfe der Sonnenstrahlen nicht eingeschaltet ist, so wird die wahre Lichtschwächung:

$$L_1 = \frac{R}{l} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos 45^\circ,$$

da das Fehlen der Linse in gewissem Sinne wie eine Verstärkung des Lichtes wirkt.

Daher erhalten wir nach Gl. 5:

$$R \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos 45^\circ : l = \left(e^{\frac{c}{\lambda T_2}} - 1\right) : \left(e^{\frac{c}{\lambda T_1}} - 1\right).$$

Hierin ist der scheinbare Halbmesser der Sonne für die Zeit in der Nähe des 1. März konstant gleich sin 0.269° gesetzt, für das diffuse Reflexionsvermögen ist entsprechend S. 544 der Wert 0.870 eingesetzt.

Die weiteren für die Gleichung nach den Temperaturskalen zusammengehörigen Wertpaare sind nach der:

Temperaturskala Holborn-Day, 1901. $c = 14580$.

λ	l	t_1	t_2	T_2
0.651 μ	0.891	1225.6° C	5509° C	5782° abs.
0.588	0.880	1337.6	5456	5729
0.521	0.870	1483.4	5471	5744
0.485	0.865	1563.3	5385	5658
		Mittel....	5455° C	5728° abs.

Temperaturskala Holborn-Valentiner, 1907. $c = 14200$.

λ	l	ϑ_1	ϑ_2	T_2
0.651 μ	0.880	1228.7° C	6002° C	6275° abs.
0.588	0.868	1349.2	6013	6286
0.521	0.856	1515.7	6217	6490
0.485	0.851	1610.7	6223	6496
		Mittel....	6114° C	6387° abs.

Nach der alten Skala liegt die Sonnentemperatur zwischen 5385 und 5509° C. Diese Übereinstimmung der Resultate kann bei der außerordentlich weiten Extrapolation wohl als befriedigend angesehen werden, namentlich da das Sonnenspektrum selbst wegen der Verteilung der Fraunhoferschen Linien ungleichmäßige Helligkeit besitzt.

Nach der neuen Skala liegt die Sonnentemperatur zwischen 6002 und 6223° C, was eine sehr starke Divergenz beider Skalen bedeutet, namentlich da die Temperaturen der alten Skala fallende, die der neuen Skala steigende Tendenz zeigen. Dieser Umstand ist wohl dahin zu deuten, daß die Abweichungen der Temperaturskalen keineswegs durch die verschiedenen Werte von c ausgeglichen sind.

Es ist leicht, relative Temperaturen mit Hilfe einer geeichten Glühlampe so genau zu messen, daß der photometrische Fehler z. B. zwischen 1100 und 1500° C nicht mehr als 1° C beträgt. Man stößt aber schon auf große Schwierigkeiten, wenn man eine Glühlampe mit Hilfe des schwarzen Körpers auf 5° genau eichen will. Die jetzige Differenz zwischen den verschiedenen Temperaturskalen, welche die Grundlage für solche Eichungen geben, ist allerdings wesentlich größer. Diese Schwierigkeit läßt sich für Temperaturmessungen der Sonne nicht dadurch umgehen, daß man etwa von der Temperatur 1200° C, die

sehr gut fundiert ist, ausgeht, weil die photometrische Helligkeit kürzerer Wellenlängen bei dieser Temperatur noch zu gering ist.

Es ist sehr zu wünschen, daß die Skala für höhere Temperaturen eine neue sichere Grundlage erhält, bei der großen Schwierigkeit der Aufgabe wird dies aber kaum in naheliegender Zeit geschehen.

Hier sei erwähnt, daß die Skala HOLBORN-VALENTINER nach Versuchen von Hrn. VALENTINER[1] mit dem STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetz in Einklang steht.

Zum Vergleich sind hier einige neuere Werte für die absolute Temperatur der Sonne zusammengestellt, die sich nach anderen Methoden berechnen lassen und in den »Vorlesungen über die Physik der Sonne« von E. PRINGSHEIM[2], S. 417—422 angegeben sind.

E. WARBURG[3] berechnet aus der Solarkonstante gleich 3 bis 4 g-Cal/cm²-Min. und der Konstante des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes $\sigma = 0.0176$ g-Cal/cm²-Sek. den Wert	6760° abs.
E. PRINGSHEIM setzt für σ den gleichen Wert, aber für die Solarkonstante als wahrscheinlichsten Wert 2.2 g-Cal/cm²-Min., dies ergibt	5990° »
Wird nach O. LUMMER und E. PRINGSHEIM $\lambda_{max} \cdot T = 2940$ und nach FRANC W. VERY $\lambda_{max} = 0.532\,\mu$ gesetzt, so ergibt sich	5530° »
$\lambda_{max} = 0.433\,\mu$ nach ABBOT und FOWLE ergibt . . .	6790° »
Nach D. A. GOLDHAMMER[4] ist die Temperatur, berechnet nach Energiekurven von LANGLEY aus dem Jahre 1881, der Größenordnung nach	10000° »
Meine Messungen ergeben im Mittel	
nach der Temperaturskala HOLBORN-DAY	5730° »
» » » HOLBORN-VALENTINER	6390° »

Sehr bemerkenswert ist die von Hrn. GOLDHAMMER gefundene Temperatur von 10000° abs. Hr. GOLDHAMMER bemerkt mit Recht, daß die höchste gemessene Temperatur der wahren Temperatur am nächsten kommen muß. Er findet für $\lambda = 1.8\,\mu$ die höchste Temperatur, es ist jedoch fraglich, ob die Beobachtungen von LANGLEY aus dem Jahre 1881 für diese Berechnung genau genug sind.

Wie man sieht, sind die Abweichungen in den Temperaturmessungen nach den verschiedenen Methoden noch sehr erheblich, aber sie

[1] S. VALENTINER, Ann. d. Phys. 31, 275, 1910.
[2] E. PRINGSHEIM, B. G. TEUBNER 1910.
[3] E. WARBURG, Verh. d. Phys. Ges. 1. 50, 1899.
[4] D. A. GOLDHAMMER, Ann. d. Phys. 25, 905, 1908.

sind, abgesehen von den Werten von Hrn. Goldhammer, nicht so erheblich, daß man hiernach auf ganz besonders selektive Eigenschaften der Sonne schließen müßte.

Nach Hrn. Goldhammer müßten allerdings solche Eigenschaften in sehr starkem Maße vorhanden sein, da die Temperatur bei den Wellenlängen $\lambda = 0.35$ bis $\lambda = 2.4\,\mu$ zwischen 4200° und 9200° abs. schwankt. Es sind aber wohl erst neuere Versuche abzuwarten, da die Bestimmung eines Normalspektrums mit genauer Intensitätsangabe sehr große experimentelle Schwierigkeiten bietet.

Die Abweichungen meiner Werte werden im wesentlichen durch die Unsicherheit innerhalb der Temperaturskalen und der zugehörigen Konstanten c bestimmt, da die reine Meßgenauigkeit der Methode sehr groß ist. Man wird daher sehr sichere Resultate erhalten können, wenn es sich nur um relative Bestimmungen, z. B. der Intensität im sichtbaren Spektralgebiet der Sonne, handelt.

Die Intensität der Strahlung, welche zur Erde gelangt, ist proportional $\sin^2\alpha$, wenn $\sin\alpha$ den scheinbaren Halbmesser der Sonne bezeichnet. Da α von Winter zu Sommer vom Wert 0.263° bis 0.272°, d. h. um 3.3 Prozent schwankt, so schwankt $\sin^2\alpha$, also auch die Intensität um 6.6 Prozent. Das ist aber ein Betrag, der mit mehreren geeichten Glühlampen sicher auf einer geeigneten Station nachzuweisen wäre, da die photometrische Genauigkeit etwa 1 Prozent beträgt und der zu Winter bzw. Sommer gehörige Durchlässigkeitsfaktor der Luft entsprechend genau bestimmt werden kann.

Jahresbericht über die Herausgabe der Monumenta Germaniae historica.

Von Reinhold Koser.

Die 37. Plenarversammlung der Centraldirection der Monumenta Germaniae historica wurde vom 20. bis 22. April d. J. in Berlin abgehalten. Anwesend waren die HH. Prof. Bresslau aus Straßburg i. E., Archivdirektor Archivrat Dr. Krusch aus Hannover, Hofrat Prof. Luschin Ritter von Ebengreuth aus Graz, Prof. von Ottenthal aus Wien, Geheimrat Prof. von Riezler aus München, Geh. Hofrat Prof. von Steinmeyer aus Erlangen, Prof. Werminghoff aus Königsberg i. Pr. sowie die hiesigen Mitglieder Wirkl. Geh. Rat Prof. Brunner Exz., Geh. Regierungsrat Prof. Holder-Egger, Wirkl. Geh. Oberregierungsrat Koser als Vorsitzender, Geheimrat Prof. Schäfer, Geh. Hofrat Prof. von Simson, Prof. Tangl, der das Protokoll führte, und Prof. Zeumer. Am Erscheinen verhindert war aus Familienrücksichten Hr. Prof. Redlich in Wien.

Seit der Erstattung des vorjährigen Berichtes wurden ausgegeben:

In der Abteilung *Scriptores*:

Scriptorum rerum Merovingicarum tomus V ed. Br. Krusch et W. Levison.

Scriptores rerum Germanicarum in usum scholarum separatim editi: Johannis abbatis Victoriensis liber certarum historiarum T. II ed. F. Schneider.

In der Abteilung *Leges*:

Constitutiones et acta publica imperatorum et regum. Tomi IV partis posterioris fasciculus II ed. J. Schwalm.

Vom *Neuen Archiv der Gesellschaft für ältere deutsche Geschichtskunde*:

Bd. XXXV Heft 3 und Bd. XXXVI Heft 1 und 2.

Im Druck befinden sich sechs Quart- und vier Oktavbände.

Der Schlußband (VI) der Serie der *Scriptores rerum Merovingicarum* ist im Drucke bis zum 23. Bogen gefördert. Für die älteste *Vita Lamberti* hat der Leiter dieser Serie, Hr. Archivdirektor Krusch in Hannover, sich bemüht, das außerordentlich umfangreiche Hand-

schriftenmaterial, das sich in zwei bis ins 8. Jahrhundert zurückreichende Familien spaltet, in möglichster Vollständigkeit zusammenzutragen: für den ältesten Text sind im ganzen 19, für zwei von einander unabhängige mittelalterliche Überarbeitungen seines barbarischen Lateins 27 Handschriften verglichen worden. Aber auch in die späteren Biographien des Märtyrers, für die bisher noch so gut wie nichts getan war, mußte tiefer eingedrungen werden, als ursprünglich beabsichtigt war, um an diesem typischen Beispiel durch Abdruck größerer Abschnitte aus der jüngeren Überlieferung das Überwuchern der Legende zu zeigen. Handschriften wurden für die Zwecke der Merowingerserie zugesandt von den Bibliotheken in Admont, Berlin, Bern, Bonn, Brüssel, Coblenz, Dijon, St. Gallen, Gießen, Halberstadt, Lüttich, Luxemburg, München, Prag, Trier (Dom-, Seminar- und Stadtbibliothek) und Würzburg. Der Leiter der k. k. Familienfideikommiß-Bibliothek in Wien, Hr. Dr. Schnürer, stellte eine photographische Aufnahme des eigentümlichen zweiten Sigiberttextes der Vita Lamberti zur Verfügung, da die Urschrift nicht versendbar war. Durch Besorgung von Kollationen, Auskünfte über einzelne Stellen und sonstige Mitteilungen unterstützten Hrn. Dr. Krusch die HH. P. Friedrich Fiedler in Admont, der Bollandist Hr. P. Albert Poncelet in Brüssel, die HH. P. Gregor Jacober und Fr. Gallus Bückel in Engelberg, Bibliothekar Dr. J. Brassinne in Lüttich, Bibliothekar Girard in Montpellier und Dr. Fedor Schneider in Rom. Eine Reise des ständigen Mitarbeiters Hrn. Prof. Levison in Bonn nach England galt insbesondere der Überlieferung der *Vita Wilfridi*. Neben dieser Vita wurden von demselben eine Reihe von Kapiteln der *Vita Trudonis* und die bisher ungedruckten *Miracula Gangulfi Tullensia*, zur Ergänzung der *Vita Gangulfi*, für den Druck fertiggestellt. Zu Dank verpflichteten ihn die HH. H. G. Aldis und Rogers von der Universitätsbibliothek und C. W. Moule und Dr. Strean vom Corpus Christi College in Cambridge, Rev. C. E. Woodruff und Dr. E. Moore in Canterbury, Rev. A. R. Maddison in Lincoln, Jenkins vom Lambeth Palace in London, A. Cowley von der Bodleiana, R. W. Livingstone vom Corpus Christi College und W. A. Stevenson vom St. Johns College in Oxford, Prof. Lebègue in Paris und Oberbibliothekar G. Leidinger in München, sowie die HH. Beamten des Britischen Museums in London und der Kgl. Bibliothek in Brüssel.

Die englische Forschungsreise des Hrn. Prof. Levison hat auch seinen Sammlungen für den zweiten Teil des *Liber Pontificalis* Ertrag geboten. Die Ergebnisse einer einschlägigen Einzeluntersuchung wurden in dem Aufsatze über *Pseudo-Liudprand* (Neues Archiv Bd. XXXVI) niedergelegt.

In der Hauptserie der *Scriptores* hat der Abteilungsleiter Hr. Geh. Regierungsrat Prof. Holder-Egger nach Wiederherstellung seiner Gesundheit, deren Zustand eine längere Unterbrechung seiner Tätigkeit erforderlich gemacht hatte, die Arbeiten für seine Lebensbeschreibung des Minoriten *Salimbene de Adam*, die nunmehr in Druck gegeben werden kann, und für seine Einleitung zu der im XXXII. Band der *Scriptores* vorliegenden Ausgabe *Salimbenes* wiederaufgenommen. Im zweiten Hefte des XXXVI. Bandes vom Neuen Archiv bewirkte er eine vorläufige Ausgabe des Schlußteiles des *Liber de historia Romana*, letzten Werkes des *Ricobald von Ferrara*, nach der 1901 von ihm abgeschriebenen einzigen Handschrift zu Poppi in Toskana; den Anlaß gab der Umstand, daß die Texthilfsquelle für diesen Schlußteil, eine bereits 1891 von Hrn. Holder-Egger geprüfte italienische Übersetzung auf der Marcus-Bibliothek in Venedig, vor kurzem durch Carlo Frati, aber noch ohne Heranziehung des lateinischen Originals, veröffentlicht worden ist. Abermals, wie im Vorjahre, war Hr. Holder-Egger in der Lage, über eine bisher unbekannte *Widukind*-Handschrift zu berichten (Neues Archiv XXXVI), die, auf Konrad Peutingers Veranlassung in der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts hergestellt, seit 1903 der Münchener Hof- und Staatsbibliothek gehört und durch den Hrn. Oberbibliothekar Dr. Leidinger freundlichst nachgewiesen und zur Verfügung gestellt wurde. Die im vorigen Jahresbericht angekündigte Untersuchung über die *Gesta Florentinorum* hat der ständige Mitarbeiter Hr. Privatdozent Dr. Schmeidler in Leipzig als letzte seiner der Ausgabe des *Tholomeus von Lucca* gewidmeten Vorarbeiten inzwischen in demselben Bande des Neuen Archivs erscheinen lassen.

Nachdem in der Sammlung der *Scriptores rerum Germanicarum* die fünfte, von Hrn. Holder-Egger besorgte Auflage der *Vita Karoli Magni* des *Einhard* schon fünf Jahre nach ihrem Erscheinen vergriffen war, hat der Bearbeiter sich entschlossen, für eine sechste Auflage den gesamten Handschriftenvorrat über die von den früheren Herausgebern Waitz und Jaffé geleistete kritische Arbeit hinaus einer durchgreifenden Revision zu unterziehen, wobei ihn die HH. Henri Lebègue in Paris, Dr. Dreyer in Florenz und Privatdozent Dr. Hirsch in Wien freundlichst unterstützten. Für die erforderliche neue Bearbeitung der Werke des *Liudprand von Cremona* ist Hr. Oberlehrer Dr. Josef Becker in Rogasen gewonnen worden; die der Vita Heinrici IV. hat gleichfalls der Abteilungsleiter übernommen. Hr. Dr. Schmeidler hat die Arbeiten für seine Ausgabe des Adam von Bremen vervollständigt; dem Hrn. Bibliothekar A. Björnbö in Kopenhagen verdankt er, neben fortgesetzter Unterstützung bei Benutzung des Kopenhagener Materials, den Hinweis auf eine Inkunabel der Prager Universitätsbibliothek, die auf

einigen Blättern eine aus dem Kloster Segeberg stammende Abschrift der *Epistola Sidonis* aus dem Beginn des 16. Jahrhunderts enthält; weiter war u. a. eine Handschrift der *Cronica Norwegie Dacie et Swecie* aus der Gymnasialbibliothek zu Coblenz, jetzt auf dem Staatsarchiv daselbst befindlich, neu heranzuziehen, die das vierte Buch der *Gesta Hammaburgensis ecclesiae* zum größten Teil wiedergibt. Für die Bearbeitung des kritischen Apparates zu *Cosmas von Prag* hat sich Hr. Landesarchivdirektor Bretholz in Brünn mit Hrn. Dr. Weinberger in Verbindung gesetzt; eine Bereicherung erhielt der Apparat durch die Wiederauffindung der verloren geglaubten Brewnower Handschrift. Von der durch den ständigen Mitarbeiter Hrn. Privatdozenten Dr. Hofmeister besorgten zweiten Auflage der Chronik *Ottos von Freising* steht nur der Druck der Vorrede und des Registers noch aus. Das Manuskript für die dritte Auflage der *Gesta Friderici I* von *Otto* und *Rahewin* hat Hr. Geh. Hofrat Prof. von Simson druckfertig eingeliefert. Hr. Prof. Uhlirz in Graz hat die für die Textkonstituierung der *Annales Austriae* grundlegenden Handschriften mit einem Besuche der Bibliotheken und Archive der Stifter St. Peter in Salzburg, Melk, Heiligenkreuz, Reun und Vorau nahezu erledigt; zu großem Danke verpflichteten ihn durch ihr Entgegenkommen die Direktion der k. k. Hofbibliothek in Wien, die hochwürdigsten HH. Äbte Willibald Hauthaler, Amandus John, D. Gregor Pöck, Benno Birbacher, der hochwürdige Hr. Prior Dr. R. Kortschau und die hochwürdigen HH. Bibliothekare P. Friedrich Feigl, D. Florian Watzl, Anton Weiss, Theodorich Lampel (†).

Für die Bearbeitung der *Historischen Lieder* in deutscher Sprache muß leider, da auch Hr. Dr. Michel von dieser Ausgabe zurückzutreten genötigt war, abermals ein Ersatz gesucht werden. Die Bearbeitung der Dichtungen *Suchenwirts* hofft Hr. Dr. Lochner in Göttingen demnächst abzuschließen.

In dem der Leitung des Hrn. Wirkl. Geh. Rats Prof. Brunner unterstellten Bereiche der *Leges* hat Hr. Geh. Justizrat Prof. Seckel eine achte Quellenstudie zu *Benedictus Levita* nahezu fertiggestellt; der Cod. Paris. lat. 4634, der den ganzen Benedictus enthält, ist durch Hrn. Dr. Caspar, die Handschrift 145 der Bibliothek zu Avranches für Benedictus I und II, 1—362 durch Hrn. Dr. E. Müller kollationiert worden. Der durch Hrn. Prof. von Schwind für das Neue Archiv bestimmten Abhandlung über das Verhältnis der Handschriften der *Lex Baiuwariorum* wird Hr. von Kralik eine kleine Untersuchung über die deutschen Wörter dieses Volksrechts folgen lassen. Hr. Privatdozent Dr. Freiherr von Schwerin hat in die Vorarbeiten für seine Ausgabe der *Lex Thuringorum* auch die in deren einziger Handschrift mitenthaltene *Lex Saxonum* mit den anschließenden beiden Kapitularien ein-

bezogen, um dadurch eine sicherere Lösung der noch ungeklärten Fragen nach der Heimat dieser Handschrift und des in der Ausgabe von Herold benutzten Kodex herbeizuführen.

Was die von Hrn. Prof. Zeumer geleiteten Serien der Abteilung *Leges* anbetrifft, so hat zunächst der ständige Mitarbeiter Hr. Dr. Krammer in der Abhandlung »Zur Entstehung der *Lex Salica*« (in der Festschrift für Heinrich Brunner, Weimar 1910) die Ergebnisse seiner Forschungen dahin zusammengefaßt, daß unsere ganze Überlieferung der *Lex Salica* auf eine Neubearbeitung des alten Gesetzes durch König Pippin, vermutlich aus den Jahren 762/64, zurückgeht; des weiteren beschäftigte ihn die Anlage des umfänglichen sachlichen Kommentars zu dem Urtext und die Abfassung einer als selbständiges Buch demnächst zu veröffentlichenden Textgeschichte der *Lex Salica*. Hr. Privatdozent D. Dr. Hubert Bastgen in Straßburg hat die für die Serie der *Concilia* von ihm übernommene Bearbeitung der *Libri Carolini* im druckfertigen Manuskript vorgelegt.

Der Plan zu einer Sammlung der *Hof- und Dienstrechte* des 11. bis 13. Jahrhunderts mußte bis auf weiteres zurückgestellt werden, da Hr. Dr. Bilger in Heidelberg nicht in der Lage ist, sich dieser Aufgabe weiter zu widmen.

In der Serie der *Constitutiones et acta publica regum et imperatorum* hat Hr. Bibliothekar Prof. Schwalm in Hamburg das Registerheft zu dem vierten Bande erscheinen lassen; der Index nominum ist von dem Herausgeber selber, der Index rerum et verborum von Hrn. Dr. R. Salomon, der Index chronologicus über die Bände I—IV dieser Serie von Hrn. Referendar F. Salomon verfaßt. Der Druck des zweiten Halbbandes von Bd. V ist durch Hrn. Prof. Schwalm bis zum Bogen 96 (Sommer 1324), der des zweiten Halbbandes von Bd. VIII durch den Herrn Abteilungsleiter und Hrn. Dr. R. Salomon bis zum Bogen 61 (Ende 1347) gefördert worden. Einen ausführlichen Bericht über seine in den Jahren 1908 und 1909 ausgeführten Forschungsreisen hat Hr. Dr. Salomon im Neuen Archiv Bd. XXXVI, 470—517 veröffentlicht; im September 1910 unternahm er eine Reise nach Paris. Durch Zusendung von Archivalien und Erteilung von Auskünften unterstützten den Abteilungsleiter und seinen Mitarbeiter die staatlichen Archive in Berlin, Breslau, Coblenz, St. Gallen, Karlsruhe, Marburg, München, Prag, Solothurn, Stuttgart, die Bezirksarchive in Colmar und Straßburg, die Stadtarchive in Colmar, Frankfurt a. M., Freiburg i. Br., Kaysersberg, Mülhausen i. E., Oberehnheim, Schlettstadt, Türkheim, Villingen, Weißenburg, das Deutschordenszentralarchiv in Wien, die Universitätsbibliothek in Leipzig; ferner die HH. Archivrat Dr. Jacobs in Wernigerode, Staatsarchivar A. Piaget in Neuenburg (Schweiz), Akademiker

Geh. Rat Salemann in St. Petersburg, P. Dr. Rudolf Schachinger in Melk, Archivassistent Dr. J. Schulze in Marburg, Staatsarchivar Prof. Dr. Türler in Bern.

Für die *Diplomata Karolinorum* hat Hr. Prof. Tangl die große Gruppe der Salzburger Urkunden, um den in der jüngst erschienenen ersten Lieferung des II. Bandes des Salzburger Urkundenbuchs unerledigt gebliebenen kritischen Fragen näherzutreten, zum Gegenstand einer umfassenden Untersuchung gemacht und zu diesem Behufe in die im k. und k. Haus-, Hof- und Staatsarchiv zu Wien befindlichen Originale dieser Gruppe im Herbst vorigen Jahres nochmals Einsicht genommen. Dabei ergab sich u. a., in Erweiterung der bisher an der großen Arnulf-Fälschung geübten Kritik, die Unechtheit der Arnulf-Urkunde Mühlbacher[2] Nr. 1858. Für die Urkunden Ludwigs des Frommen setzte Hr. Tangl die Bearbeitung der Empfängergruppen fort, der ständige Mitarbeiter, Hr. Dr. Müller, die der sachlichen Gruppen (Zollurkunden, Besitzurkunden, Immunitätsdiplome). Für die Urkunden Ludwigs des Deutschen legte derselbe ein Verzeichnis nach dem Rechtsinhalt an. Eine plumpe Fälschung auf den Namen Karls des Großen, die im Archivio Muratoriano Nr. VI veröffentlicht worden ist, ließ sich einem in der ersten Hälfte des 15. Jahrhunderts arbeitenden Fälscher, dem eine Urkunde aus der Kaiserzeit Karls IV. als Vorlage diente, zuweisen.

Die Arbeiten für den V. Band der *Diplomata saec. XI* sind durch Hrn. Prof. Bresslau zu Straßburg i. E. im Verein mit Hrn. Prof. Wibel weitergeführt worden. Ein Versuch, in Nordhausen Spuren einer noch von Förstemann gekannten handschriftlichen Überlieferung der Diplome Heinrichs III. wiederaufzufinden, ist leider erfolglos geblieben. Dagegen sind in Paderborn beim Umzug des bischöflichen Generalvikariats in ein neues Dienstgebäude die seit 60 Jahren vermißten Urkunden für das Kloster Helmarshausen wieder zum Vorschein gekommen, darunter außer einer erheblichen Anzahl von Mainzer Erzbischofs- und Paderborner Bischofsurkunden des 12. Jahrhunderts drei Diplome der salischen Zeit: das schön erhaltene Original für D K. II 190, ein nunmehr in Bd. V unter den Nachträgen nochmals zu veröffentlichendes Stück; die Urschrift der Fälschung auf den Namen Heinrichs IV., Stumpf 2938 und das Original der Urkunde Heinrichs V., St. 3017, die neben einem verlorenen Diplom Heinrichs IV. für jene Fälschung benutzt worden ist. Durch einen freundlichen Hinweis des Hrn. Oberlehrers Dr. Pfaff in Hofgeismar auf die Auffindung aufmerksam geworden, hat Hr. Prof. Bresslau dank dem Entgegenkommen des bischöflichen Generalvikars, Hrn. Dompropstes Schnitz in Paderborn, die Urkunden an Ort und Stelle prüfen können.

Unter Leitung des Hrn. Prof. von Ottenthal wurden in Wien die Arbeiten für die *Diplomata saec. XII* von ihm und den HH. Dr. Hirsch und Dr. Samanek in der Weise fortgesetzt, daß die mit Originalen Konrads III. einsetzenden deutschen Gruppen bis zum Ausgang der Regierungszeit Heinrichs VI. Erledigung fanden, und zwar die Gruppen Salem und St. Peter im Schwarzwald (aus Karlsruhe); Ranshofen, Ursberg, Waldsassen, Weißenohe (aus München); Kloster St. Lambrecht in Steiermark; Gottesgnade (aus Magdeburg), Nienburg (aus Magdeburg und Zerbst); außerdem einiges abschriftliche Material aus dem Staatsarchiv in Wetzlar und dem Haus- und Landesarchiv in Detmold. Eine weit größere Ausbeute gewährten zwei Reisen. Der Herr Abteilungsleiter, von den Vorständen der Archive überall auf das entgegenkommendste aufgenommen, verfolgte die abschriftlichen Überlieferungen der Gruppen Fulda (im Staatsarchiv zu Marburg), Elten und Stablo (Düsseldorf), Corvey, Marienmünster, Wildeshausen (Münster), Drübeck und Hilwartshausen (Wernigerode), Stadt Magdeburg und Alsleben (Magdeburg), Nienburg (Zerbst), Bürgeln (Altenburg, Weimar, Gotha); der Versuch, der noch unbekannten Überlieferung von Diplomen für Gerhard von Lochtum und Königslutter nachzukommen, blieb erfolglos. Der ständige Mitarbeiter, Hr. Privatdozent Dr. Hirsch, erledigte auf einer fünfwöchigen Reise die Gruppen Staatsverträge, S. Niccolò al Rialto, SS. Ilario e Benedetto in Venedig, Santa Maria in Porto in Ravenna und die Kaiserurkunden der Bistümer Treviso und Feltre. Das Staatsarchiv und die Biblioteca Marciana in Venedig, die Biblioteca Classensis und das Archivio Capitolare in Ravenna, das Archivio della mensa vescovile, die Biblioteca Capitolare und die Biblioteca Comunale in Treviso, das Museo civico in Bassano und in Belluno, das Archivio Capitolare und das Archivio Vescovile in Feltre, die Biblioteca Comunale in Udine und die Seminarbibliothek in Padua haben die Nachforschungen des Hrn. Dr. Hirsch mit größter Liberalität, auch durch die Erlaubnis zu photographischen Aufnahmen, unterstützt.

In der Abteilung *Epistolae* ist die Drucklegung der Briefe des Papstes *Nikolaus I.* bis zum 72. Bogen des zweiten Halbbandes von Band VI vorgeschritten. Durch Kollationen und Auskünfte unterstützten den Herausgeber Hrn. Privatdozenten Dr. Perels, außer dem mit der Leitung dieser Edition betrauten Hrn. Prof. Werminghoff in Königsberg, die HH. Privatdozent Dr. Caspar und Geheimrat Prof. Seckel in Berlin, Dr. Fedor Schneider in Rom, Hofrat Prof. Thaner in Graz. Für die ihm weiter übertragene Ausgabe der Briefe und Prologe des *Anastasius Bibliothecarius* kollationierte Hr. Dr. Perels die nach Berlin übersandte Handschrift der Bibliothek zu Chartres, unter Heranziehung der durch Hrn. Prof. Levison in Bonn von seiner englischen Studienreise mitge-

brachten Vergleichungen. Hr. Dr. Caspar hat für den VII. Band, von dem Abteilungsleiter Hrn. Prof. Tangl und Hrn. Dr. Perels unterstützt, den im September 1910 begonnenen Druck des *Registrum Johannis VIII.* bis zum Bogen 15 vorschreiten lassen und eine zusammenfassende Untersuchung über diese Quelle im XXXVI. Bande des Neuen Archivs vorgelegt. Auf einer für die Zwecke dieser Edition im März d. J. unternommenen Reise nach Italien hat er seine Studien über das päpstliche Registerwesen auf das Register *Gregors VII.* ausgedehnt und in Modena und Rom sowohl dessen älteste (vatikanische) Handschrift wie auch die jüngeren geprüft, nachdem er bereits im Juli und August 1910 eine Kollation der uns nach Berlin ausgeliehenen Handschrift von Troyes angefertigt hatte.

Für die Serie der *Poetae Latini* in der Abteilung *Antiquitates* hat deren ständiger Mitarbeiter Hr. Prof. Strecker nach Abschluß einer umfassenden, auf nahezu 40 Handschriften ausgedehnten Untersuchung über die *Cena Cypriani*, sowie nach Rezension ihrer Überarbeitung durch *Hrabanus Maurus*, der unter den Werken des Beda stehenden *Vita Justini*, der ungedruckten *Vita S. Christophori* und nach Bearbeitung rhythmischer Gedichte komputistischen Inhalts die Sammlung der karolingischen Rhythmen im Manuskript so weit fertiggestellt, daß der Druck in absehbarer Zeit beginnen kann. Für freundliche Unterstützung hat er zu danken den Vorständen der Bibliotheken in Avranches, Grénoble, Montpellier, Tours, Troyes, Ivrea, Brüssel, Leiden, München, Trier und Wien, ferner den HH. Bruno Albers in Monte Cassino, H. Brewer und P. Albert Poncelet in Brüssel, H. Dreyer in Florenz, G. Kentenich in Trier, H. Lebègue in Paris, W. Levison in Bonn, B. Rivière in Douai, F. Schneider in Rom, Hans Freiherrn von Soden und M. Tangl in Berlin.

Von dem vierten, durch Hrn. Pfarrer Dr. Adalbert Fuchs O.S.B. in Brunnkirchen bearbeiteten Bande (Passauer Diözese österreichischen Anteils) der Serie *Necrologia* liegen 21 Bogen gedruckt vor; leider konnte das dem Hrn. Abteilungsleiter Geheimrat Prof. Holder-Egger schon vor Jahresfrist übergebene Manuskript des V. Bandes mit den durch den Erzbischöflichen Bibliothekar Hrn. Dr. Fastlinger gesammelten Nekrologien aus dem bayerischen Anteil der Passauer Diözese von der bereits zu stark belasteten Druckerei noch nicht in Angriff genommen werden.

Die von Hrn. Prof. Ehwald in Gotha vorbereitete und nunmehr zum Druck angemeldete, bisher zur Aufnahme in die Sammlung der *Poetae Latini* bestimmte Ausgabe der Werke des *Aldhelm von Sherborne* wird auf Beschluß der Centraldirection als XV. (Schluß-) Band der *Auctores antiquissimi* erscheinen.

Nachdem der Herr Staatssekretär des Innern dem Hrn. Prof. Chroust in Würzburg für die Fortsetzung der von ihm herausgegebenen *Monumenta palaeographica* eine beträchtliche Unterstützung aus Reichsmitteln bewilligt und zugleich aus diesem Anlaß der Centraldirection der *Monumenta Germaniae* eine begutachtende Mitwirkung bei der genannten Publikation übertragen hat, haben wir für diese Aufgabe einen Ausschuß bestellt, dem außer dem Vorsitzenden die HH. Bresslau, von Ottenthal, von Steinmeyer und Tangl angehören.

Für die Zwecke der uns übergebenen *Traube-Bibliothek* wurde im Berichtsjahre unter der Verwaltung des Hrn. Bibliothekars Dr. Jacobs der Betrag von 4997 Mark aufgewandt.

Der vorstehende Bericht läßt von neuem ersehen, in wie ausgedehntem Maße und wie andauernd unsere Arbeiten von allen Seiten, sowohl von wissenschaftlichen Anstalten wie von einzelnen Gelehrten, Förderung erfahren. Zu immer erneutem Dank verpflichteten uns auch das Auswärtige Amt des Deutschen Reiches, das Kgl. Preußische Historische Institut in Rom, der Hr. Präfekt der Vatikanischen Bibliothek P. Franz Ehrle, Hr. Omont von der Nationalbibliothek in Paris und die Herren Beamten der Handschriftenabteilung und des Zeitschriftensaales der Berliner Kgl. Bibliothek.

Ausgegeben am 18. Mai.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
XXVI.

SITZUNGSBERICHTE
DER
KÖNIGLICH PREUSSISCHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

18. Mai. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Waldeyer i. V.

1. Hr. Fischer las über eine in Gemeinschaft mit Hrn. Dr. H. Scheibler ausgeführte Untersuchung »Zur Kenntniss der Walden-schen Umkehrung«. Verwandlungen der β-Aminobuttersäure.

Die Überführung der activen Aminosäure in Oxysäure giebt optisch verschiedene Producte, je nachdem sie durch salpetrige Säure oder durch Nitrosylchlorid und nachträgliche Behandlung der hierbei entstehenden Chlorbuttersäure bewirkt wird. Damit ist der Beweis geliefert, dass auch in der β-Reihe eine Umkehrung der Configuration möglich ist.

2. Vorgelegt wurde der 2. Band des mit Unterstützung der Akademie bearbeiteten Werkes Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit acht Dezimalstellen. Neu berechnet und hrsg. von J. Bauschinger und J. Peters. Leipzig 1911.

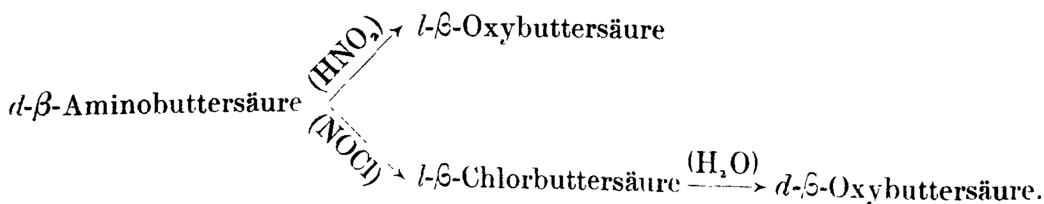
Zur Kenntnis der WALDENschen Umkehrung VI.[1]

Verwandlungen der β-Aminobuttersäure.

Von EMIL FISCHER und HELMUTH SCHEIBLER.

Um die Frage zu entscheiden, ob eine WALDENsche Umkehrung, die bisher nur bei α-substituierten Säuren festgestellt wurde, auch in der β-Reihe stattfinden kann, haben wir früher[2] Versuche mit der linksdrehenden β-Oxybuttersäure angestellt, konnten aber bei der Überführung in Chlorbuttersäure und deren Rückverwandlung in Oxysäure keinen Wechsel der Konfiguration nachweisen. Wir haben deshalb die Untersuchung auf die β-Aminobuttersäure ausgedehnt. Sie ist bisher nur in der racemischen Form bekannt. Ihre Spaltung in die optisch aktiven Komponenten hat uns besondere Mühe bereitet. Sie gelang erst durch Kristallisation des Kamphersulfonates ihres Methylesters.

Die aktive Aminosäure ließ sich nun auf zweierlei Weise in Oxysäure verwandeln, einmal durch salpetrige Säure und das andere Mal durch Behandlung mit Nitrosylchlorid und nachträgliches Kochen der dabei entstehenden Chlorbuttersäure mit Wasser. Beide Reaktionen verlaufen lange nicht so glatt wie bei den α-Aminosäuren. Außerdem findet ziemlich starke Racemisierung statt. Trotzdem glauben wir den Beweis liefern zu können, daß beide Wege von der gleichen Aminosäure zu den beiden optisch entgegengesetzten Oxysäuren führen.



Daraus folgt weiter, daß wenigstens bei einer der angewandten Reaktionen eine WALDENsche Umkehrung stattfindet. Dieses Phänomen ist also nicht mehr auf die α-substituierten Säuren beschränkt.

[1] Vgl. frühere Mitteilungen, Ber. d. D. chem. Ges. **40**. 489 (1907); **41**. 889 (1908); **41**. 2891 (1908); **42**. 1219 (1909); **43**. 2020 (1910).

[2] E. FISCHER und H. SCHEIBLER, Ber. d. D. chem. Ges. **42**. 1219 (1909).

Darstellung des *dl*-β-Aminobuttersäuremethylesters.

Da wir für die nachfolgenden Versuche erhebliche Mengen des Esters nötig hatten, so war es für uns wichtig, ein ergiebiges Verfahren für seine Darstellung auszuarbeiten. Wir haben deshalb die Methode von Engel[1] zur Bereitung der β-Aminobuttersäure aus Crotonsäure und Ammoniak, die trotz der Verbesserung von Th. Curtius[2] in bezug auf Ausbeute und Reinheit des Produktes zu wünschen übrigläßt, etwas abgeändert. Dabei kamen uns die Beobachtungen von G. Stadnikoff[3] zustatten, daß bei dieser Reaktion als Nebenprodukt sym. β-Iminodibuttersäure entsteht, deren Menge aber bei langer Dauer des Erhitzens viel geringer ist. Wir können diese Erfahrungen noch durch die Beobachtung ergänzen, daß die als Methylester isolierte β-Iminodibuttersäure sich durch 24 stündiges Erhitzen mit überschüssigem, wässerigem Ammoniak auf 130—140° zum größten Teil in β-Aminobuttersäure umwandeln läßt. Letztere haben wir bei dem Versuch in ganz reinem Zustand isoliert und durch die Analyse identifiziert.

Entsprechend diesen Erfahrungen haben wir 100 g Crotonsäure mit 1 *l* wäßrigem, in der Kälte gesättigtem Ammoniak in einem eisernen, mit Porzellaneinsatz versehenen Autoklaven 24 Stunden im Ölbad auf 130—140° (Temperatur des Öls) erhitzt, dann die Lösung in einer Schale auf dem Wasserbade verdampft und den Rückstand noch mehrmals mit Wasser eingedampft, um das Ammoniak möglichst zu entfernen. Für die Reinigung der Aminosäure haben wir ebenso wie Stadnikoff ihren Ester benutzt, aber statt der Äthylverbindung den Methylester dargestellt, weil wir ihn auch für die Spaltung in die aktiven Komponenten nötig hatten. Zu dem Zweck wurde die rohe Aminosäure mit überschüssiger Salzsäure versetzt, wieder verdampft, der zurückbleibende Sirup in 500 ccm Methylalkohol gelöst und die Flüssigkeit in der üblichen Weise mit gasförmiger Salzsäure gesättigt. Nach mehrstündigem Stehen wurde der Methylalkohol unter vermindertem Druck verdampft und die Veresterung mit trocknem Methylalkohol wiederholt. Beim abermaligen Verdampfen unter vermindertem Druck blieb das Hydrochlorid des Esters als Sirup zurück. Zur Darstellung des freien Esters haben wir es nicht mit Alkali, sondern mit Ammoniak zerlegt. Zu dem Zweck wurde der Sirup unter Kühlung durch eine Mischung von Eis und Kochsalz unter Schütteln mit

[1] R. Engel, Bull. soc. chim. **50.** 102 (1888).
[2] Th. Curtius, Journ. prakt. Ch. [2] **70.** 204 (1904).
[3] G. Stadnikoff, Chem. Zentralblatt 1909 II. 1988. Ber. d. D. chem. Ges. **44.** 46 (1911).

50 ccm bei 0° gesättigtem methylalkoholischem Ammoniak langsam versetzt und schließlich noch gasförmiges Ammoniak eingeleitet, bis die Flüssigkeit ziemlich stark danach roch. Die Temperatur blieb dauernd unter 0°. Dann wurde mit 500 ccm Äther versetzt, vom Chlorammonium abfiltriert, die Flüssigkeit 10 Minuten mit Kaliumcarbonat geschüttelt und unter vermindertem Druck aus einem Bade, dessen Temperatur nicht über 20° stieg. verdampft. Der Rückstand wurde in wenig Äther gelöst, mit Natriumsulfat getrocknet und nach dem Verjagen des Äthers bei ungefähr 15 mm fraktioniert. Die Fraktion von 45 bis 80° betrug 80 g. Sie wurde nochmals mit Natriumsulfat getrocknet. Abermalige Destillation gab jetzt 75 g (55 Prozent der Theorie) reinen Methylester ($Sdp._{24} = 62—63°$). Der Nachlauf war gering (3.7 g). Aus dem beträchtlichen Vorlauf wurden durch Verseifung mit Wasser noch 7.5 g (6.2 Prozent d. Th.) β-Aminobuttersäure erhalten. Die Gesamtausbeute betrug also gegen 61 Prozent d. Th.

0.1408 g Subst.: 0.2643 g CO_2, 0.1201 g H_2O
0.1794 g Subst.: 18.6 ccm N (18°, 760 mm)

$C_5H_{11}O_2N$ (117.1)	Berechnet:	C 51.23	H 9.47	N 11.96
	Gefunden:	C 51.19	H 9.54	N 12.02

Der β-Aminobuttersäuremethylester kocht unter 13 mm bei 54 bis 55°. $d^{20} = 0.993$. Er gleicht dem schon bekannten Äthylester[1], ist eine farblose, stark riechende Flüssigkeit, die sich in Wasser, Alkohol, Äther und Ligroin leicht löst.

dl-β-Aminobuttersäure.

Durch 4stündiges Kochen mit der 10fachen Menge Wasser am Rückflußkühler wird der Aminobuttersäureester völlig verseift, wie das Verschwinden der alkalischen Reaktion beweist, und beim Eindampfen der wäßrigen Lösung bleibt die inaktive β-Aminobuttersäure sofort kristallinisch und fast rein zurück. Zum Umkristallisieren löst man am besten in trocknem, kochendem Methylalkohol, wovon etwa die 20fache Gewichtsmenge nötig ist, konzentriert diese Lösung durch Abdampfen stark und fügt dann etwa die 10fache Menge heißen Äthylalkohol zu, worin die Aminosäure viel schwerer löslich ist. Beim Abkühlen erfolgt bald die Abscheidung von kugeligen Kristallaggregaten, die aus feinen Nadeln bestehen. Im Vakuumexsikkator getrocknet war dieses Präparat analysenrein.

---

[1] E. Fischer und G. Roeder, Ber. d. D. chem. Ges. 34. 3755 (1901).

0.1523 g Subst.: 0.2605 g CO_2, 0.1197 g H_2O
0.1675 g » 18.8 ccm N (12°, 770 mm)

$C_4H_9O_2N$ (103.1)	Berechnet:	C 46.56	H 8.80	N 13.59
	Gefunden:	C 46.65	H 8.79	N 13.52

Die Aminosäure zersetzt sich beim Schmelzen unter Gasentwicklung, weshalb der Schmelzpunkt nicht konstant ist. Wir fanden ihn im Kapillarrohr gegen 187—188° (korr. 191—192°), was mit der Angabe von Weidel und Roithner[1] (184°) oder Stadnikoff[2] (185—187°) genügend übereinstimmt.

Mit dem reinen Material haben wir die älteren Versuche über die Benzoyl-[3] und die Phenylisocyanatverbindung[3] wiederholt und bestätigt gefunden.

Das Kupfersalz[4] erhielt Engel durch Kochen der wäßrigen Lösung der Aminosäure mit Kupferoxyd. Wir haben aber gefunden, daß die Bildung des Salzes viel langsamer erfolgt als bei den α-Aminosäuren und führen zum Beweise dafür folgenden Versuch an.

0.5 g reine β-Aminobuttersäure wurde mit 10—15 ccm Wasser und überschüssigem, frisch gefälltem Kupferoxyd eine Stunde gekocht, dann filtriert und stark eingeengt. Die Kristallisation des Kupfersalzes begann bald. Zur völligen Abscheidung wurde die Flüssigkeit noch mit Alkohol versetzt. Die Ausbeute betrug aber nur 0.27 g, also noch nicht die Hälfte der Menge, die hätte entstehen müssen, und aus dem Filtrat konnte viel unveränderte Aminosäure isoliert werden.

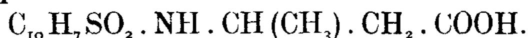
Wie E. Fischer und G. Zemplèn[5] betont haben, ist die Fähigkeit, in wäßriger, kochender Lösung reichliche Mengen von Kupferoxyd aufzunehmen, beschränkt auf die α- und β-Aminosäuren, denn γ-, δ- und ε-Säuren lösen unter diesen Bedingungen das Metalloxyd entweder gar nicht oder nur in sehr geringer Menge. Wie obiger Versuch zeigt, besteht nun auch noch zwischen α- und β-Aminosäuren ein Unterschied in der Leichtigkeit, die Kupferverbindung zu bilden.

Man stellt deshalb das Kupfersalz der β-Aminobuttersäure besser so dar, daß man 1 g Säure mit 0.96 g (äquimolekulare Menge) reinem, aus Wasser umkristallisiertem Kupferacetat in heißer wäßriger Lösung zusammenbringt, dann auf dem Wasserbade verdampft und nach Zusatz von Wasser das Verdampfen mehrmals wiederholt, bis der Geruch der

[1] H. Weidel und E. Roithner, Monatsh. **17**. 186 (1896).
[2] G. Stadnikoff, Ber. d. D. chem. Ges. **44**. 47 (1911).
[3] E. Fischer und G. Roeder, Ber. d. D. chem. Ges. **34**. 3755 (1901).
[4] R. Engel, Bull. soc. chim. **50**. 102 (1888).
[5] Ber. d. D. chem. Ges. **42**. 4883 (1909).

Essigsäure verschwunden ist. Das Kupfersalz läßt sich durch Umlösen aus Wasser leicht völlig reinigen und die Ausbeute ist nahezu quantitativ.

β-Naphthalinsulfo-*dl*-β-Aminobuttersäure.



$C_{10}H_7SO_2 . NH . CH(CH_3) . CH_2 . COOH$.

Sie läßt sich in derselben Weise wie das β-Naphthalinsulfoglycin[1] darstellen. Beim Ansäuern der alkalischen Lösung fällt sie erst ölig aus, kristallisiert aber bald. Zur völligen Reinigung wurde sie aus der 250fachen Menge siedendem Wasser umkristallisiert und für die Analyse im Vakuumexsikkator getrocknet.

0.1696 g Subst.: 0.3553 g CO_2, 0.0810 g H_2O
0.2029 g Subst.: 8.4 ccm N (19°, 767 mm)

$C_{14}H_{15}O_4NS$ (293.2)	Berechnet:	C 57.30	H 5.16	N 4.78
	Gefunden:	C 57.14	H 5.34	N 4.82

Aus Wasser kristallisiert sie in Prismen. Im Kapillarrohr sintert sie von 163° korr.) an und schmilzt bei 166—167° (korr.). In Alkohol und Essigester ist sie leicht löslich. Wegen der geringen Löslichkeit in Wasser kann sie zur Abscheidung und auch zur Erkennung der β-Aminobuttersäure benutzt werden.

β-Imino-dibuttersäuremethylester.

Er entspricht in Bildungsweise und Eigenschaften der von Stadnikoff beschriebenen Äthylverbindung[2]. Wir haben ihn bei der Darstellung des β-Aminobuttersäuremethylesters als Nebenprodukt erhalten, besonders dann, wenn die Erhitzung der Crotonsäure mit Ammoniak nach der Vorschrift von Curtius ausgeführt wurde.

Der zweimal destillierte Ester hat:

$Sdp._{12} = 135°$, $Sdp._{17} = 144—145°$: $d^{20} = 1.044$.

0.1512 g Subst.: 0.3050 g CO_2, 0.1186 g H_2O
0.2013 g Subst.: 11.2 ccm N (18°, 756 mm)

$C_{10}H_{19}O_4N$ (217.2)	Berechnet:	C 55.25	H 8.82	N 6.45
	Gefunden:	C 55.02	H 8.78	N 6.44

---

[1] E. Fischer und P. Bergell, Ber. d. D. Chem. Ges. 35. 3779 (1902).
[2] Ber. d. D. Chem. Ges. 44. 47 (1911).

Spaltung des *dl*-β-Aminobuttersäuremethylesters in die optisch aktiven Komponenten.

Zu einer Lösung von 116 g *d*-Kamphersulfosäure[1] (0.5 Mol.) in 350 g trocknem Methylalkohol fügten wir unter Kühlung zuerst 58.5 g reinen β-Aminobuttersäuremethylester (0.5 Mol.) und dann unter Umschütteln 1300 ccm trocknen Äther. Nach kurzer Zeit begann die Kristallisation des Kamphersulfonats, das sehr leichte mikroskopische Nädelchen bildet. Nach 12stündigem Stehen im Eisschrank wurde die Kristallmasse, welche die Flüssigkeit ganz durchsetzte, scharf abgesaugt und mit einer auf 0° abgekühlten Mischung von 1 Teil trocknem Methylalkohol und 3 Teilen trockenem Äther ausgewaschen. Die Ausbeute betrug ungefähr 130 g oder $\frac{3}{4}$ der Gesamtmenge des gelösten Salzes. Das Salz enthält den Ester der linksdrehenden Aminosäure im Überschuß, das Filtrat diente dementsprechend zur Darstellung der *d*-Verbindung. Das kristallisierte Salz wurde von neuem in der doppelten Gewichtsmenge trocknem Methylalkohol gelöst und nach Zusatz des dreifachen Volumens Äther im Eisschrank der Kristallisation überlassen, wobei wieder ungefähr $\frac{3}{4}$ der Gesamtmenge ausfielen. Die Trennung der beiden Kamphersulfonate ging leider auf diesem Wege so langsam vor sich, daß selbst nach zehnmaligem Umkristallisieren die optische Aktivität der aus dem Salz isolierten Aminosäure erst 40 Prozent des richtigen Wertes betrug. Wir haben uns deshalb in der Regel mit 4 oder 5 Kristallisationen begnügt und die aus dem Salze regenerierte Aminosäure durch Kristallisation aus Methylalkohol gereinigt. Nach der 5. Kristallisation betrug die Menge des Kamphersulfonates nur noch 45 g. Selbstverständlich haben wir dann alle Mutterlaugen systematisch aufgearbeitet.

Aus dem Kamphersulfonat ließ sich der freie Ester auf folgende Art isolieren. 45 g Salz wurden in etwa 22 ccm warmem Methylalkohol gelöst und hierzu ein geringer Überschuß von methylalkoholischem Ammoniak von bekanntem Titer zugegeben. Das schwer lösliche Ammoniumkamphersulfonat kristallisierte bald und wurde vollständig durch Zusatz des zehnfachen Volumens Äther gefällt. Nach einstündigem Stehen im Eisschrank wurde abgesaugt, mit etwas Äther nachgewaschen und das Filtrat unter vermindertem Druck bei etwa 20° eingedampft. Bei der Destillation des Rückstandes unter 12 mm Druck ging nach einem beträchtlichen Vorlauf der Ester von 53 bis 57° über. Es wurde mit Natriumsulfat getrocknet und zeigte bei abermaliger Fraktionierung bei 13 mm den Siedepunkt 54—55°.

[1] A. Reychler, Bull. soc. chim. [3] 19. 121 (1898).

0.1710 g Subst.: 0.3204 g CO_2, 0.1440 g H_2O
0.1869 g Subst.: 19.4 ccm N (17°, 744 mm)

$C_5H_{11}O_2N$(117.1)	Berechnet:	C 51.23	H 9.47	N 11.96
	Gefunden:	C 51.10	H 9.42	N 11.82

Der zweimal destillierte Ester hatte $d^{19} = 0.991$, er drehte im 1-dcm-Rohr bei 19° und Natriumlicht 6.91° (±0.02°) nach links. Mithin $[\alpha]_D^{19} = -6.97°$ (±0.02°).

Wie später auseinandergesetzt wird, ist diese Zahl viel zu klein. Sie beträgt kaum $\frac{1}{4}$ des richtigen Wertes.

Durch Kochen mit Wasser lieferte dieser Ester eine Aminosäure von der spezifischen Drehung —7.9°.

Aus der Mutterlauge, die bei der obenbeschriebenen ersten Kristallisation des *d*-kamphersulfosauren *l*-β-Aminobuttersäuremethylesters blieb und die noch 44 g Salz enthielt, wurde in der gleichen Weise ein rechtsdrehender β-Aminobuttersäuremethylester dargestellt. Er hatte nach zweimaligem Destillieren denselben Siedepunkt, drehte aber etwas stärker, und zwar bei 20° und Natriumlicht 8.81° (±0.02°) nach rechts $d^{20} = 0.989$. Mithin $[\alpha]_D^{20} = +8.91°$ (±0.02°).

0.1828 g Subst.: 0.3415 g CO_2, 0.1554 g H_2O
0.1755 g Subst.: 16.8 ccm N (15°, 777 mm)

$C_5H_{11}O_2N$(117.1)	Berechnet:	C 51.23	H 9.47	N 11.96
	Gefunden:	C 50.95	H 9.50	N 11.48

Aus diesem Ester wurde durch Verseifung eine β-Aminobuttersäure von $[\alpha]_D^{20} = +10.1°$ gewonnen. Nimmt man an, daß die später beschriebene aktive Aminosäure von $[\alpha]_D^{20} = +35.3°$ optisch rein gewesen ist und daß bei der Verseifung des Esters keine Racemisation eintritt, so würde sich für den reinen Methylester ungefähr $[\alpha]_D^{20} = +31°$ berechnen.

l-β-Aminobuttersäure.

Zur Gewinnung der Aminosäure aus dem Kamphersulfonat ihres Esters ist dessen Isolierung nicht nötig. Man kommt bequemer zum Ziel, wenn man seine ätherisch-methylalkoholische Lösung, die nach dem Auskristallisieren des kamphersulfosauren Ammoniums resultiert, wiederholt mit kleinen Mengen Wasser ausschüttelt, bis dieses nicht mehr alkalisch reagiert. Das ließ sich durch 10maliges Ausschütteln leicht erreichen. Die vereinigten wäßrigen Lösungen des Esters wurden dann 4 Stunden am Rückflußkühler gekocht und schließlich

die Flüssigkeit unter vermindertem Druck verdampft. Die Ausbeute an Aminosäure war so gut wie quantitativ. Die weitere Verarbeitung dieses Präparates auf optisch reine Aminosäure geschah durch Kristallisation aus trocknem Methylalkohol. Wir wollen den Verlauf der Kristallisation schildern für 8 g Aminosäure von $[\alpha]_D^{20} = -6.6°$, die also noch über 80 Prozent inaktive Substanz enthielt. Die 8 g Rohprodukt wurden in etwa 200 ccm trocknem Methylalkohol gelöst und auf 40 ccm eingeengt. Nach 15 stündigem Stehen im Eisschrank waren 4.5 g von $[\alpha]_D = -12°$ auskristallisiert. Die nach Einengen des Filtrats erhaltene zweite Kristallisation von 1.7 g erwies sich als fast inaktiv. Beim weiteren Umkristallisieren obiger 4.5 g aus der vierfachen Gewichtsmenge Methylalkohol wurden erst 3 g von $-18.2°$ und dann 2.1 g von $-26.8°$ erhalten. Das Präparat war nun soviel schwerer löslich geworden, daß die zur Lösung erforderliche Menge Methylalkohol relativ erheblich erhöht werden mußte und daß nach dem Einengen auch schon aus der achtfachen Gewichtsmenge Methylalkohol der größere Teil wieder ausfiel. Es wurden so erhalten 1.3 g von $-33.6°$, dann 1 g von $-34.9°$ und schließlich 0.6 g von $[\alpha]_D^{20} = 35.2°$. Da dasselbe Resultat auch bei der rechtsdrehenden Aminosäure erhalten wurde, so scheint hiermit der richtige Wert ganz oder doch nahezu erreicht zu sein. Leider war uns eine weitere Prüfung durch Kristallisation aus anderen Lösungsmitteln nicht möglich, denn das Trennungsverfahren ist nicht allein recht mühsam, sondern auch sehr verlustreich. Aus diesem Grunde haben wir auch für die Umsetzungen der Aminosäure nicht die Präparate vom höchsten optischen Wert, sondern die leichter zugänglichen mittleren Kristallisationen verwendet. Die von uns erhaltene reinste aktive β-Aminobuttersäure unterscheidet sich von dem Racemkörper sehr deutlich durch die Kristallform, die geringere Schmelzbarkeit und die geringere Löslichkeit in Methylalkohol.

Während der Racemkörper aus Methylalkohol in mikroskopischen Nädelchen ausfällt, die meist zu kugeligen Aggregaten vereinigt sind, kristallisiert die aktive Säure aus Methylalkohol in gut ausgebildeten dicken Prismen, die wir leicht bis zu 1 mm Länge erhielten. Beim langsamen Verdunsten der wäßrigen Lösung im Vakuumexsikkator bekamen wir dünnere, bis zu 1 cm lange Prismen. Der Geschmack ist wenig charakteristisch. Die Aminosäure hat keinen richtigen Schmelzpunkt. Beim raschen Erhitzen im offenen Kapillarrohr tritt gegen 220°, also etwa 30° höher als beim Racemkörper, völlige Zersetzung unter Gasentwicklung ein. Die über Schwefelsäure getrocknete Substanz verlor bei 76° und 15 mm über P_2O_5 nicht mehr an Gewicht. Die optisch reinste Aminosäure gab folgende Zahlen:

0.1201 g Subst.: 0.2059 g CO_2, 0.0964 g H_2O
0.1118 g Subst.: 12.8 ccm N (15°, 772 mm)

$C_4H_9O_2N$ (103.1) Berechnet: C 46.56 H 8.80 N 13.59
Gefunden: C 46.76 H 8.98 N 13.64

0.1290 g Subst., gelöst in Wasser, Gesamtgewicht 1.2947 g. d^{20} = 1.025. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 3.59° (±0.02°) nach links. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = -35.2° (\pm 0.2°).$$

Wir führen auch noch die optische Untersuchung der vorletzten Kristallisation an:

0.1290 g Subst., gelöst in Wasser, Gesamtgewicht 1.2917 g. d^{20} = 1.025. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 3.57° (±0.02°) nach links. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = -34.9° (\pm 0.2°).$$

d-β-Aminobuttersäure.

Sie wurde aus dem in der ersten methylalkoholischen Mutterlauge verbliebenen Kamphersulfonat des rechtsdrehenden Methylesters genau so dargestellt, wie zuvor für die *l*-Verbindung beschrieben ist. Das Rohprodukt hatte hier schon $[\alpha]_D^{20} = +10.1°$. Es gelang dementsprechend auch durch Kristallisation aus Methylalkohol rascher, die hoch drehenden Präparate zu erhalten. Die vorletzte Kristallisation zeigte $[\alpha]_D^{20} = +34.9°$ (±0.4°). Für die letzte Kristallisation geben wir die vollen Daten.

0.1520 g Subst.: 0.2597 g CO_2, 0.1214 g H_2O
0.1146 g Subst.: 13.2 ccm N (19°, 762 mm)

$C_4H_9O_2N$ (103.1) Berechnet: C 46.56 H 8.80 N 13.59
Gefunden: C 46.60 H 8.94 N 13.32

0.1297 g Subst., Gesamtgewicht der wäßrigen Lösung 1.3561 g. d^{20} = 1.023. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 3.45° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +35.3° (\pm 0.2°).$$

Die Substanz zeigte in Kristallform, Löslichkeit, Geschmack und Verhalten in der Hitze Übereinstimmung mit dem Antipoden.

Von diesem Präparat haben wir auch noch die Drehung in salzsaurer und in alkalischer Lösung bestimmt.

0.0454 g Subst., gelöst in n-Salzsäure. Gesamtgewicht 0.4843 g. $d^{20} = 1.04$. Drehung im $\frac{1}{2}$-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 1.45° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +29.7^\circ\ (\pm 0.4^\circ).$$

0.0343 g Subst., gelöst in n-Natronlauge. Gesamtgewicht 0.3805 g. $d^{20} = 1.06$. Drehung im $\frac{1}{2}$-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 0.70° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +14.7^\circ\ (\pm 0.4^\circ).$$

l-β-Aminobuttersäure und salpetrige Säure.

Die Verwandlung der Aminosäure in Oxyverbindung geht hier nicht so leicht vonstatten wie bei den aliphatischen α-Aminosäuren. Dasselbe zeigte sich bei der β-Amino-β-phenylpropionsäure[1] und dürfte also für die meisten β-Aminosäuren gelten.

1 g *l*-β-Aminobuttersäure von $[\alpha]_D^{20} = -28.7^\circ$ wurde in 10 ccm n-Schwefelsäure (1 Mol.) gelöst und mit einer konzentrierten Lösung von 0.7 g Natriumnitrit (1 Mol.) bei 0° langsam versetzt. Nach vier Stunden haben wir nochmals 2 ccm 5 n-Schwefelsäure und 0.7 g Natriumnitrit in konzentrierter, wäßriger Lösung zugefügt. Nach weiteren vier Stunden wurden das dritte Mol. Natriumnitrit und 2 ccm 5 n-Schwefelsäure angewandt. Nachdem nun die Flüssigkeit noch weitere 24 Stunden im Eisschrank aufbewahrt war, haben wir sie mit einem geringen Überschuß von Schwefelsäure versetzt, dann mit Natriumsulfat gesättigt und schließlich in einem Ätherextraktionsapparat 12 Stunden ausgezogen. Nachdem der Äther unter vermindertem Druck verdampft war, wog der ölige Rückstand 0.8 g; er enthielt etwas Salpetersäure. Eine zweite zwölfstündige Extraktion der wäßrigen Flüssigkeit blieb resultatlos. Der Rückstand von 0.8 g wurde mit wenig Wasser aufgenommen, wobei ein Öl übrigblieb. Um dies zu entfernen, haben wir die Flüssigkeit mit etwas Tierkohle geschüttelt, filtriert und unter geringem Druck verdampft. Zum Rückstand wurde Wasser gefügt und wieder eingedampft und diese Operation wiederholt, bis das Destillat nicht mehr sauer reagierte. Der Rückstand enthielt die β-Oxybuttersäure. Er wurde mit n-Natronlauge neutralisiert, wovon 3.84 ccm nötig waren. Daraus berechnet sich, daß im günstigsten Falle 39.5 Prozent der theoretischen Menge von β-Oxybuttersäure vorhanden waren. Die neutrale Lösung hinterließ beim Verdunsten das Natriumsalz der β-Oxybuttersäure, das nach einmaligem Umkristalli-

[1] E. Fischer, H. Scheibler und R. Groh, Ber. d. D. chem. Ges. **43**. 2028 (1910).

sieren aus Alkohol optisch geprüft wurde. Getrocknet wurde bis zum konstanten Gewicht unter 15 mm Druck bei 100°.

0.1557 g Subst., gelöst in Wasser. Gesamtgewicht der Lösung 1.5656 g. $d^{20} = 1.05$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 0.57° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +5.5^\circ \ (\pm 0.2^\circ).$$

Es handelt sich also um *d*-β-Oxybuttersäure. Da aber das Natriumsalz im optisch reinen Zustand die spezifische Drehung — 14.5° hat[1], so war obiges Präparat zu 62 Prozent racemisiert. Bei dem Versuch, durch nochmaliges Umkristallisieren aus Alkohol die Aktivität zu steigern, zeigte sich die gegenteilige Wirkung.

0.0910 g Subst., Gesamtgewicht der wäßrigen Lösung 1.2345 g. $d^{20} = 1.05$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 0.26° (± 0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +3.4^\circ \ (\pm 0.2^\circ).$$

Von diesem Präparat wurde eine Natriumbestimmung ausgeführt:

0.0761 g Subst.: 0.0437 g Na_2SO_4

$C_4H_7O_3Na$ (126.1)	Berechnet:	Na 18.24
	Gefunden:	Na 18.59

Ein zweiter Versuch mit 2 g *l*-β-Aminobuttersäure von nur $[\alpha]_D^{20} = -5^\circ$ gab ein ähnliches Resultat. Das Natriumsalz der hier entstandenen β-Oxybuttersäure drehte nach dem Umkristallisieren aus Alkohol ebenfalls nach rechts, aber viel schwächer als zuvor.

0.1444 g Subst., Gesamtgewicht der wäßrigen Lösung 1.4688 g. $d^{20} = 1.05$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 0.16° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +1.6^\circ \ (\pm 0.2^\circ).$$

β-Aminobuttersäuremethylester und salpetrige Säure.

Die Einwirkung der salpetrigen Säure auf inaktiven β-Aminobuttersäureäthylester ist schon von Curtius und Müller untersucht worden[2]. Sie erhielten dabei ein Öl, das nach der Destillation die Zusammensetzung des β-Oxybuttersäureesters hatte. Über den Verlauf der Reaktion und die Ausbeute machten sie keine Angaben. Um Erfahrungen über die Behandlung des teueren aktiven Esters zu sam-

[1] A. Magnus-Levy, Archiv für experim. Pathol. u. Pharm. **45**. 390 (1901).
[2] Th. Curtius und Müller, Ber. d. D. chem. Ges. **37**. 1277 (1904).

meln, haben wir den Versuch mit dem inaktiven β-Aminobuttersäuremethylester wiederholt.

2 g Ester wurden in 20.5 ccm n-Schwefelsäure (1.2 Mol.) bei 0° eingetragen und dazu langsam eine konzentrierte Lösung von 1.4 g Natriumnitrit (1.2 Mol.) unter Umrühren zugetropft. Die Stickstoffentwicklung trat bald ein. Nach vierstündigem Stehen bei 0° wurde die Lösung mit Natriumsulfat gesättigt, ausgeäthert, die ätherische Lösung mit Natriumsulfat getrocknet und das beim Verdampfen des Äthers zurückbleibende Öl fraktioniert. Unter 12 mm ging bei 60 bis 70° ein Öl (0.73 g) über, während im Kolben ein bedeutender Rückstand zurückblieb. Um den Ester als Derivat der β-Oxybuttersäure zu kennzeichnen, haben wir daraus das charakteristische Natriumsalz der β-Oxybuttersäure hergestellt. Das Öl wurde in 9.5 ccm n-Natronlauge gelöst und zur völligen Verseifung 12 Stunden bei Zimmertemperatur aufbewahrt, dann mit Schwefelsäure neutralisiert, unter vermindertem Druck verdampft, der Rückstand mit wenig überschüssiger 5n-Schwefelsäure aufgenommen und diese Flüssigkeit mit trockenem Natriumsulfat verrieben. Aus dieser Masse ließ sich im Extraktionsapparat die β-Oxybuttersäure leicht ausziehen. Nach dem Verdampfen des Äthers lösten wir den Rückstand in Wasser, filtrierten die mit Tierkohle geklärte Flüssigkeit, verdampften dann unter vermindertem Druck und wiederholten nach Zugabe von Wasser das Eindampfen, bis das Destillat nicht mehr sauer reagierte. Dadurch werden kleine Mengen flüchtiger, organischer Säuren entfernt. Die rückständige β-Oxybuttersäure haben wir mit n-Natronlauge neutralisiert, wozu 5.5 ccm erforderlich waren. Die Lösung des Natriumsalzes wurde unter vermindertem Druck verdampft und das Salz aus Alkohol umkristallisiert; Ausbeute 0.45 g. Zur Analyse war nochmals aus Alkohol umgelöst und unter 12 mm Druck bei 100° über Phosphorpentoxyd getrocknet worden.

0.1806 g Subst.: 0.2524 g CO_2, 0.0903 g H_2O
0.0802 g Subst.: 0.0455 g Na_2SO_4

$C_4H_7O_3Na$ (126.1)	Berechnet:	C 38.06	H 5.59	Na 18.24
	Gefunden:	C 38.12	H 5.59	Na 18.37

Auf dieselbe Art haben wir 2 g des linksdrehenden β-Aminobuttersäuremethylesters durch salpetrige Säure zersetzt und dazu ein Präparat von $[\alpha]_D = -7°$ verwandt, das also nach früherer Darlegung zu ungefähr $\frac{3}{4}$ racemisiert war. Der destillierte Oxysäureester, der allerdings nicht ganz rein war, drehte im $\frac{1}{2}$-dcm-Rohr 2.63° nach rechts. Das würde auch ungefähr einem zu $\frac{3}{4}$ racemisierten d-β-Oxy-

buttersäureester entsprechen, denn für den möglichst reinen optischen Antipoden haben wir früher im $\frac{1}{2}$-dcm-Rohr eine Linksdrehung von 11.16° beobachtet[1].

Aus dem Ester wurde, wie zuvor beschrieben, das Natriumsalz bereitet und aus Alkohol umkristallisiert.

0.1505 g Subst., gelöst in Wasser. Gesamtgewicht der Lösung 1.5371. $d^{20} = 1.048$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 0.17° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +1.7^\circ\ (\pm 0.2^\circ).$$

Bei der Wiederholung des Versuches mit demselben Ausgangsmaterial erhielten wir ein Natriumsalz von $[\alpha]_D^{20} = +2.1^\circ$; dieses Präparat diente auch zur Analyse.

0.0268 g Subst., gelöst in Wasser. Gesamtgewicht der Lösung 0.2731 g. $d^{20} = 1.048$. Drehung im $\frac{1}{2}$-dcm-Rohr 0.11° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +2.1^\circ\ (\pm 0.4^\circ).$$

0.0910 g Subst.: 0.0530 g Na_2SO_4

$C_4H_7O_3Na$ (126.1) Berechnet: Na 18.24
Gefunden: Na 18.86

Endlich haben wir noch denselben Versuch mit 2 g des rechtsdrehenden β-Aminobuttersäuremethylesters von $[\alpha]_D^{20} = +8.9^\circ$ ausgeführt und linksdrehendes oxybuttersaures Natrium erhalten.

0.2043 g Subst., gelöst in Wasser. Gesamtgewicht 2.0199 g. $d^{20} = 1.048$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 0.16° nach links. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = -1.5^\circ.$$

Da das reine Natriumsalz $[\alpha]_D^{15} = -14.5^\circ$ hat[2], so waren die von uns erhaltenen Präparate zwar sehr stark racemisiert, wie es bei dem von uns benutzten Ausgangsmaterial erwartet werden mußte; aber nach den beobachteten Drehungen des Esters und des Natriumsalzes kann man doch nicht zweifeln, daß aus dem *l*-β-Aminobuttersäuremethylester der Ester der *d*-β-Oxybuttersäure entstanden war. Daraus folgt, daß die Wirkung der salpetrigen Säure sowohl auf die aktive β-Aminobuttersäure als auch auf ihren Methylester optisch in gleichem Sinne verläuft.

[1] E. Fischer und H. Scheibler, Ber. d. D. chem. Ges. **42**. 1222 (1909).
[2] Mc Kenzie, Journ. chem. Soc. **81**. 1402 (1902).

Verwandlung der β-Aminobuttersäure in β-Chlorbuttersäure durch Nitrosylchlorid.

Im Gegensatz zu den α-Aminosäuren wird die β-Aminobuttersäure in halogenwasserstoffsaurer Lösung durch Stickoxyd und Chlor oder Brom bei 0° und gewöhnlichem Druck sehr langsam angegriffen. Die Umsetzung erfolgt jedoch, wenn man das ursprüngliche Verfahren von W. A. Tilden und Forster[1], die Aminosäuren mit fertigem Nitrosylchlorid unter Druck zu behandeln, auf die β-Säure anwendet. Man kann zu dem Zweck die gepulverte β-Aminobuttersäure mit einem großen Überschuß von Nitrosylchlorid im geschlossenen Rohr unter Zusatz von Glasperlen schütteln, wobei nach 1—2 Tagen bei gewöhnlicher Temperatur Lösung erfolgt. Noch besser verwendet man eine Lösung der β-Aminobuttersäure in starker Salzsäure, fügt unter starker Abkühlung überschüssiges Nitrosylchlorid zu und läßt im geschlossenen Rohr 2—3 Tage bei Zimmertemperatur stehen. Das Nitrosylchlorid löst sich unter diesen Bedingungen in erheblicher Menge mit dunkelbrauner Farbe und bewirkt dann die Umwandlung der Aminosäure. Wir haben den Versuch zunächst mit racemischer β-Aminobuttersäure ausgeführt.

1.5 g Aminosäure wurden im Einschmelzrohr mit 3 ccm 25prozentiger wäßriger Salzsäure gelöst, dazu ungefähr 5 g Nitrosylchlorid (5 Mol.), das in bekannter Weise aus Kochsalz und Bleikammerkristallen vorher bereitet war, zudestilliert, während das Rohr auf etwa —40° abgekühlt war, dann das Rohr zugeschmolzen und 24 Stunden bei gewöhnlicher Temperatur aufbewahrt. Als das Rohr nun in flüssiger Luft abgekühlt und geöffnet wurde, entwich eine große Menge Gas. Das wieder geschlossene Rohr wurde nach 24stündigem Stehen bei Zimmertemperatur in gleicher Weise geöffnet. Obschon noch Druck vorhanden war, haben wir doch den Versuch nun unterbrochen. Beim langsamen Auftauen entwich die Hauptmenge des unveränderten Nitrosylchlorids, der Rest wurde unter vermindertem Druck bei gewöhnlicher Temperatur verjagt. Die im Rohr zurückbleibende farblose Flüssigkeit haben wir mit dem doppelten Volumen Wasser verdünnt, wobei ein Öl ausfiel, und die gesamte Mischung ausgeäthert. In der wäßrigen Lösung war noch eine geringe Menge (0.1 g) einer in Äther unlöslichen, stickstoffhaltigen Substanz, sehr wahrscheinlich das Hydrochlorid von unveränderter Aminosäure. Der mit Natriumsulfat getrocknete, ätherische Auszug hinterließ beim Verdampfen einen farblosen Sirup, etwa 1 g. Er war ein Gemisch von β-Chlorbuttersäure

[1] Journ. chem. Soc. 67. 489 (1895).

mit anderen Produkten, von denen eines fest ist, viel Chlor enthält und von Alkalien mit gelber Farbe unter Zersetzung gelöst wird. Zur Isolierung der β-Chlorbuttersäure haben wir daher das Rohprodukt in mehreren Portionen mit Petroläther (etwa 15 ccm) kurz aufgekocht, die vereinigten Auszüge in Eis abgekühlt und vom Ungelösten abgegossen. Nachdem nun der Petroläther unter vermindertem Druck verdampft war, wurde das zurückbleibende Öl mit *n*-Natriumcarbonatlösung in geringem Überschuß durchgeschüttelt. Hierbei ging die Hauptmenge ohne Farbe in Lösung, während ein stechend riechendes Öl zurückblieb, das durch Ausäthern entfernt wurde. Die alkalische Lösung gab beim Ansäuern die β-Chlorbuttersäure, die in ätherischer Lösung getrocknet und nach dem Verdampfen des Äthers fraktioniert wurde. Ausbeute 0.25 g, die unter 15 mm Druck bei ungefähr 103 bis 105° kochten. Das Produkt war in 10 Teilen Wasser klar löslich. Eine Chlorbestimmung zeigte, daß es noch nicht ganz rein war.

0.1361 g Subst.: 0.1534 g AgCl

$C_4H_7O_2Cl$ (122.5) Berechnet: Cl 28.94
Gefunden: Cl 27.87

Zum Beweise, daß es sich aber wirklich um β-Chlorbuttersäure handelt, haben wir 0.3 g eines Präparates, das auf die gleiche Art dargestellt war, durch Kochen mit Wasser auf die früher für den *d*-β-Chlorbuttersäuremethylester beschriebene Weise[1] in das Natriumsalz der inaktiven β-Oxybuttersäure verwandelt. Seine Menge betrug nach dem Umkristallisieren aus Alkohol 0.15 g.

0.0730 g Subst.: 0.0407 g Na_2SO_4

$C_4H_7O_3Na$ (126.1) Berechnet: Na 18.24
Gefunden: Na 18.05

Versuch mit *d*-β-Aminobuttersäure. Verwandt wurden 2 g Aminosäure von $[\alpha]_D^{20} = +24.2°$. Die Ausbeute an destillierter β-Chlorbuttersäure war 0.3 g. Sie drehte ziemlich stark nach links. Zur weiteren Reinigung diente das Silbersalz. Für seine Bereitung wurden 0.3 g Säure in 2.45 ccm eiskaltem, wäßrigem *n*-Ammoniak (1 Mol.) gelöst und durch eine Lösung von 0.5 g Silbernitrat (1.2 Mol.) in 2 ccm Wasser bei 0° gefällt. Nach dem Auswaschen mit Eiswasser und Trocknen im Vakuumexsikkator betrug die Menge des Salzes 0.35 g. Es bildet farblose, ziemlich lichtbeständige Nadeln. Die Analyse, die durch Erhitzen mit rauchender Salpetersäure ausgeführt wurde, zeigte, daß das Salz noch nicht ganz rein war.

[1] E. Fischer und H. Scheibler, Ber. d. D. chem. Ges. 42, 1226 (1909).

0.0974 g Subst.: 0.0621 g AgCl

$C_4H_6O_2ClAg$ (229.4) Berechnet: Ag 47.03 Cl 15.46
Gefunden: Ag 47.98 Cl 15.77

Wir haben es deshalb bei 0° in *n*-Salpetersäure gelöst und die von einer geringen Menge Chlorsilber rasch abfiltrierte Flüssigkeit sofort mit der äquivalenten Menge *n*-Ammoniak ebenfalls bei 0° wieder gefällt. Das rasch mit Eiswasser gewaschene und im Vakuumexsikkator getrocknete Salz diente sowohl für die Bestimmung des Silbers wie für die optische Untersuchung. Zu dem Zweck wurde das Salz mit überschüssiger *n*-Salzsäure bei gewöhnlicher Temperatur geschüttelt, das Gesamtgewicht der Lösung festgestellt, dann filtriert und die Lösung optisch untersucht. Das ausgewaschene Chlorsilber wurde nochmals in verdünntem Ammoniak gelöst und durch Salpetersäure wieder abgeschieden.

0.0835 g Silbersalz (entsprechend 0.0446 g β-Chlorbuttersäure), versetzt mit *n*-Salzsäure. Gesamtgewicht 0.9866 g. Berechnet für AgCl 0.0522 g, also Gewicht der Lösung 0.9344 g. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 1.19° (±0.02°) nach links. — $d^{20} = 1.02$. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = -24.4° \ (\pm 0.4°).$$

0.0835 g Subst.: 0.0519 g AgCl

$C_4H_6O_2ClAg$ (229.4) Berechnet: Ag 47.03
Gefunden: Ag 46.78

Wir haben auch noch aus dem Silbersalz die Chlorbuttersäure durch *n*-Salzsäure in Freiheit gesetzt, ausgeäthert, in der ätherischen Lösung getrocknet und den Äther möglichst sorgfältig verdampft. Der Rückstand wurde in wäßriger Lösung optisch untersucht.

0.0632 g Subst., gelöst in Wasser. Gesamtgewicht 1.2883 g. $d^{20} = 1.02$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 1.20° (±0.02°) nach links. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = -24.0° \ (\pm 0.4°).$$

Für die β-Chlorbuttersäure, die auf die gleiche Art aus dem Silbersalz der ganz reinen *d*-Säure in Freiheit gesetzt war, haben wir unter genau denselben Bedingungen wie bei der ersten oben angeführten Bestimmung den Wert $[\alpha]_D^{20} = +47.7°$ gefunden. Die mit Nitrosylchlorid bereiteten Proben waren somit etwa zur Hälfte racemisiert. Da aber schon die angewandte *d*-β-Aminobuttersäure von $[\alpha]_D^{20} = +24.2°$ zu $\frac{1}{3}$ racemisch war, so kann man sagen, daß bei der Umwandlung der Aminosäure in Chlorsäure keine starke Racemisation stattfindet.

Einen mehr qualitativen Versuch ähnlicher Art haben wir mit der linksdrehenden β-Aminobuttersäure, die allerdings nur $[\alpha]_D^{20} = -14°$ hatte, durchgeführt und so eine Chlorbuttersäure erhalten, deren 10 prozentige Toluollösung im ½-dcm-Rohr 0.40° nach rechts drehte.

Im Anschluß an obige Versuche wollen wir noch einige neue Erfahrungen über Eigenschaften und Darstellung der

d-β-Chlorbuttersäure

mitteilen. Im Besitze größerer Mengen konnten wir die Säure durch wiederholte Kristallisation reinigen. Für ihre Darstellung haben wir wie früher[1] die aus diabetischem Harn gewonnene *l*-β-Oxybuttersäure benutzt. Die Veresterung der Säure hat auch gegen die frühere Vorschrift eine kleine Änderung erfahren.

100 g der sirupösen Säure wurden mit 300 g trocknem Methylalkohol, der 1 Prozent HCl enthielt, 4 Stunden am Rückflußkühler gekocht, dann die Salzsäure durch 3 stündiges Schütteln mit Kaliumkarbonat entfernt und die filtrierte Lösung unter vermindertem Druck verdampft. Der zurückbleibende Sirup wurde mit trocknem Äther aufgenommen, die von den ausgeschiedenen Salzen abfiltrierte Lösung verdampft und der Rückstand fraktioniert. Unter 13 mm Druck ging die Hauptmenge von 60 bis 70° über. Zur völligen Reinigung wurde nochmals mit Natriumsulfat getrocknet und fraktioniert. Ausbeute etwa 60 g. Das Verfahren ist nicht allein bequemer, sondern auch ergiebiger als das früher beschriebene. Das Drehungsvermögen variierte bei verschiedenen Darstellungen. Es wurde niemals höher als der früher angegebene Wert $[\alpha]_D^{20} = -21.1°$ gefunden, lag aber öfters einige Grade niedriger.

Die Bereitung des *d*-β-Chlorbuttersäuremethylesters aus der Oxyverbindung haben wir ebenfalls vereinfacht.

In 30 g β-Oxybuttersäuremethylester von $[\alpha]_D^{20} = -18.1°$, die durch eine Mischung von Eis und Salz gekühlt war, wurden 66 g gepulvertes Phosphorpentachlorid (1.25 Mol.) in kleinen Portionen im Lauf von 2 Stunden eingetragen. Der durch ein Chlorcalciumrohr vor Feuchtigkeit geschützte Kolben blieb noch einige Stunden bei 0° und dann 24 Stunden bei Zimmertemperatur stehen. Die fast ganz flüssige Mischung wurde nun auf 50 g zerstoßenes Eis, das sich in einem weiten Erlenmeyer-Kolben befand, gegossen und nun unter steter Kühlung und Schütteln mit festem Natriumbicarbonat neutralisiert. Wir haben nun mehrere solcher Portionen vereinigt und den β-Chlorbuttersäuremethylester, der mit Äther etwas flüchtig ist, unter starker

[1] E. Fischer und H. Scheibler, Ber. d. D. chem. Ges. 42. 1224 (1909).

Kühlung mit Äthylchlorid ausgeschüttelt. Nach dem Abdestillieren des Äthylchlorids, das wieder zu neuen Extraktionen benutzt werden kann, wurde der Ester noch mit Natriumsulfat getrocknet und unter 13 mm Druck fraktioniert. 60 g Oxysäureester gaben bei der ersten Destillation 37 g und bei nochmaliger Fraktionierung 34 g Chlorbuttersäuremethylester; außerdem ein höher siedendes Nebenprodukt (13.5 g). Den Siedepunkt fanden wir in Übereinstimmung mit der früheren Angabe bei 48—51°. Unter gewöhnlichem Druck lag er bei 148—152°. $[\alpha]_D^{20} = +22.6°$. Dieser Wert ist aber sehr wahrscheinlich zu niedrig, da bei der Verseifung des Esters eine ziemlich stark racemisierte Chlorbuttersäure entstand.

Die Verseifung des Esters durch starke Salzsäure haben wir neuerdings, um Racemisation möglichst zu vermeiden, bei Zimmertemperatur ausgeführt.

20 g Ester von $[\alpha]_D^{20} = +22.6°$ wurden mit 100 ccm Salzsäure ($d = 1.19$) bei ungefähr 20° bis zur Lösung geschüttelt, was ungefähr 2 Tage dauerte. Die Flüssigkeit blieb dann bei derselben Temperatur 8 Tage stehen, wurde nun mit dem gleichen Volumen Wasser verdünnt und bei 0° mit einer konzentrierten Lösung von Kaliumcarbonat bis zur alkalischen Reaktion versetzt. Nachdem der unverseifte Ester ausgeäthert war, wurde die wäßrige Lösung angesäuert, ausgeäthert, der ätherische Auszug mit Natriumsulfat getrocknet und nach dem Verdampfen des Äthers unter 13 mm Druck destilliert, wobei die Chlorbuttersäure konstant bei 101° kochte. Ausbeute nur 11.5 g, da ein Teil des Esters noch nicht verseift war. Für diese Säure lag $[\alpha]_D^{20}$ zwischen +27 und +29° in 10prozentiger Lösung in *n*-Natronlauge. Aus dem Präparat ließ sich aber eine viel höher drehende Säure gewinnen. Zu dem Zweck haben wir 14 g der destillierten Säure mit 3.5 ccm Ligroin vermischt, in einer Mischung von Eis und Salz gekühlt, die bald ausgeschiedenen Kristalle abgesaugt und mit wenig kaltem Ligroin gewaschen. Ausbeute 6.2 g. Sie wurden aus 7 ccm warmem Ligroin auf die gleiche Weise umkristallisiert und dabei 5.4 g zurückgewonnen. Bei nochmaliger Kristallisation änderte dieses Präparat weder den Schmelzpunkt noch die spezifische Drehung. Zur Analyse war im Vakuum über Paraffin und Phosphorpentoxyd getrocknet.

0.1711 g Subst.: 0.0888 g H_2O
0.2451 g CO_2
0.1824 g Subst.: 0.2130 g AgCl

$C_4H_7O_2Cl$ (122.5)	Berechnet:	C 39.18	H 5.76	Cl 28.95
	Gefunden:	C 39.07	H 5.80	Cl 28.89

Diese vermutlich reine d-β-Chlorbuttersäure schmolz bei 43—44.5° (korr.), während der Schmelzpunkt des Racemkörpers bei 16—16.5° angegeben ist[1].

Sie kristallisiert aus warmem Ligroin in ziemlich großen Prismen und ist hierin schwerer löslich als der Racemkörper. Für die optische Untersuchung haben wir die Lösung in Wasser benutzt. Die nachfolgenden Zahlen beziehen sich auf zwei Präparate, von denen das erste zweimal und das andere zum drittenmal aus Ligroin kristallisiert war.

0.2222 g Subst., gelöst in Wasser. Gesamtgewicht der Lösung 2.2485 g. $d^{20} = 1.025$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 5.04° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +49.8^\circ \ (\pm 0.2^\circ).$$

0.1316 g Subst., Gesamtgewicht der wäßrigen Lösung 1.3483 g. $d^{20} = 1.025$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 4.95° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +49.5^\circ \ (\pm 0.2^\circ).$$

Ferner wurde noch das Drehungsvermögen der Lösung in Toluol ermittelt.

0.1387 g Subst., gelöst in Toluol. Gesamtgewicht 1.3576 g. $d^{20} = 0.890$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 4.24° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +46.6^\circ \ (\pm 0.2^\circ).$$

Um das Drehungsvermögen des Natriumsalzes zu ermitteln, wurde die Säure bei 0° in der äquivalenten Menge n-Natronlauge gelöst. Diese Lösung ist bei Zimmertemperatur hinreichend beständig.

0.0309 g Subst., gelöst in n-Natronlauge. Gesamtgewicht 0.3397 g. $d^{20} = 1.06$. Drehung im $\frac{1}{2}$-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 1.99° (±0.02°) nach rechts. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +41.3^\circ \ (\pm 0.4^\circ).$$

Silbersalz der d-β-Chlorbuttersäure.

0.5 g Säure wurde mit 1 ccm Wasser übergossen, auf 0° abgekühlt, durch Zusatz von 4.08 ccm n-Ammoniak (1 Mol.), das ebenfalls auf 0° abgekühlt worden war, gelöst und sofort durch eine starke, wäß-

[1] A. M. Cloves, Ann. d. Chem. 319. 360 (1901).

rige Lösung von 0.8 g Silbernitrat (1.2 Mol.) gefällt. Wird das alsbald in feinen farblosen Nadeln kristallisierende Silbersalz nach kurzem Stehen abgesaugt, mit kaltem Wasser gewaschen und im Vakuumexsikkator getrocknet, so hält es sich auch am Lichte ziemlich lange unverändert. Ausbeute gegen 90 Prozent d. Th. Zur Bestimmung von Silber und Chlor wurde das Salz in der üblichen Weise mit rauchender Salpetersäure im Rohr zersetzt.

0.1163 g Subst.: 0.0725 g AgCl

$C_4H_6O_2ClAg$ (229.4)	Berechnet:	Cl 15.46	Ag 47.03
	Gefunden:	Cl 15.43	Ag 46.92

Auf dieselbe Weise läßt sich das sehr ähnliche racemische β-chlorbuttersaure Silber darstellen, von dem ebenfalls eine Analyse ausgeführt wurde.

0.2053 g Subst.: 0.1280 g AgCl

$C_4H_6O_2ClAg$ (229.4)	Berechnet:	Cl 15.46	Ag 47.03
	Gefunden:	Cl 15.42	Ag 46.92

Eine andere Probe des aktiven Silbersalzes haben wir durch Zersetzung mit Salzsäure in bezug auf Silbergehalt und Drehungsvermögen ebenso analysiert, wie es früher für das aus Aminobuttersäure enthaltene aktive chlorbuttersaure Silber beschrieben wurde.

0.1301 g Silbersalz (entsprechend 0.0695 g *d*-β-Chlorbuttersäure), behandelt mit *n*-Salzsäure. Gesamtgewicht 1.4950 g. Berechnet für AgCl 0.0814 g, also Gewicht der Lösung 1.4136 g. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 2.39° (±0.02°) nach rechts. $d^{20} = 1.02$. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = +47.7^\circ\ (\pm 0.2^\circ).$$

0.1301 g Subst.: 0.0812 g AgCl

$C_4H_6O_2ClAg$ (229.4)	Berechnet:	Ag 47.03
	Gefunden:	Ag 46.97

Im Besitz größerer Mengen der stark drehenden *d*-β-Chlorbuttersäure haben wir endlich die früher nur flüchtig studierte Verwandlung in *l*-β-Oxybuttersäure wiederholt.

Die Oxybuttersäure wurde als Natriumsalz isoliert und analysiert.

0.0773 g Subst.: 0.0443 g Na_2SO_4

$C_4H_7O_3Na$ (126.1)	Berechnet:	Na 18.24
	Gefunden:	Na 18.57

0.1201 g Subst., gelöst in Wasser. Gesamtgewicht 1.2788 g. $d^{20} = 1.048$. Drehung im 1-dcm-Rohr bei 20° und Natriumlicht 0.43° (±0.02°) nach links. Mithin

$$[\alpha]_D^{20} = -4.4° \ (\pm 0.2°).$$

Das Salz war also zu 70 Prozent racemisiert. Dabei ist aber zu berücksichtigen, daß bei der Kristallisation des Salzes, die für die völlige Reinigung unvermeidlich ist, der Racemkörper sich anreichert.

Beiträge zur Konvergenz von Funktionenfolgen.

Von
Prof. Dr. C. Carathéodory und Prof. Dr. E. Landau
in Breslau in Göttingen.

(Vorgelegt von Hrn. Schottky am 20. April 1911 [s. oben S. 439].)

Einleitung.

Der sogenannte Weierstrasssche[1] Doppelreihensatz war das Anfangsglied einer Kette von Sätzen, welche sukzessive aus immer geringeren Voraussetzungen dasselbe Ergebnis lieferten: den Nachweis, daß ein gewisser Ausdruck eine analytische Funktion darstellt. In der vorliegenden Arbeit liegt es uns hauptsächlich daran, einen Satz (VI) zu beweisen, der alle Sätze jener Kette als Spezialfälle enthält, und der bisher weder ausgesprochen noch bewiesen worden ist, so nahe auch drei neuere Autoren (Vitali[2], Montel[3], Severini[4]) herangekommen sind. Allerdings stützt sich unser — nur wenige Zeilen langer — Beweis auf einen Satz aus dem Picard-Landau-Schottky-Carathéodoryschen Ideenkreise, der erst vor wenigen Monaten von Landau formuliert und bewiesen wurde. Trotz der Kürze unseres Beweises wollen wir uns nicht auf die Publikation jener wenigen Zeilen beschränken, sondern einerseits noch tiefer in die Probleme eindringen, anderseits zunächst

---

[1] *Zur Functionenlehre* [Monatsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin aus dem Jahre 1880, S. 719—743; Abhandlungen aus der Functionenlehre (1886), S. 67—101; Mathematische Werke, Bd. II (1895), S. 201—230], S. 723—726 bzw. 73—76 bzw. 205—208. Dieser fundamentale Weierstrasssche Satz spielt in der ganzen modernen Analysis eine ausschlaggebende Rolle und findet sich natürlich jetzt in jedem Lehrbuche der Funktionentheorie.

[2] *Sopra le serie di funzioni analitiche* [Annali di Matematica pura ed applicata, Ser. III, Bd. X (1904), S. 65—82], S. 80—81.

[3] *Sur les points irréguliers des séries convergentes de fonctions analytiques* [Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris, Bd. CXXXXV (1907), S. 910—913], S. 911—912; *Leçons sur les séries de polynomes à une variable complexe* [Paris (Gauthier-Villars), 1910], S. 124—125. Die erstere Note (in der allerdings die Beweise nicht angegeben sind) ist Hrn. Severini entgangen, die Severinische Arbeit Hrn. Montel bei Drucklegung seines Buches nicht bekannt gewesen.

[4] *Sulle successioni infinite di funzioni analitiche* [Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici (Roma, 6—11 Aprile 1908), Bd. II (1909), S. 183—193], S. 186—188.

aus der etwas reichhaltig vorhandenen und ziemlich zerstreuten Literatur die einfachsten Beweise für diejenigen nach WEIERSTRASS gefundenen Tatsachen zusammenstellen, welche wir brauchen.

Bei unseren ganzen Betrachtungen sprechen wir nur von einem Kreise (statt eines Bereiches allgemeinerer Art), wählen hierfür den Einheitskreis und nehmen meist unsere Funktionen auch noch auf dessen Rande regulär an; dies läßt nämlich den Kern der ganzen Untersuchung am deutlichsten hervortreten und stellt tatsächlich keine Beschränkung der Allgemeinheit dar.

Die §§ 1—3 enthalten nichts Neues, abgesehen von einem am Ende des § 3 mitgeteilten neuen Beweis von Hrn. stud. math. P. BERNAYS in Göttingen für den Hilfssatz von LANDAU, von welchem schon oben die Rede war. § 4 enthält für unseren neuen Hauptsatz (VI) den Beweis, die §§ 5—7 eine von der ersten unabhängige Beweisanordnung und weitergehende Verallgemeinerungen, die in dem von uns mit IX bezeichneten Satze gipfeln.

§ 1.

Der klassische WEIERSTRASSsche Satz lautet:

Satz I: *Es seien die analytischen Funktionen*

$$f_1(x), f_2(x), \cdots, f_n(x), \cdots \text{ ad inf.}$$

für $|x| \leqq 1$ *regulär. Es existiere für* $|x| \leqq 1$

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x),$$

und zwar gleichmäßig. Dann ist $f(x)$ *für* $|x| < 1$ *eine reguläre analytische Funktion.*

Von den vielen Möglichkeiten, ihn zu beweisen, soll hier natürlich nicht die Rede sein. Übrigens wird er zufällig nicht einmal im folgenden angewendet werden.

Unter Überspringung mehrerer Zwischenstationen nennen wir jetzt folgenden schönen Satz, den man Hrn. VITALI[1] verdankt:

Satz II: *Es seien die analytischen Funktionen*

$$f_1(x), f_2(x), \cdots, f_n(x), \cdots$$

---

[1] *Sopra le serie di funzioni analitiche* [Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere, Ser. II, Bd. XXXVI (1903), S. 772—774; im Sitzungsbericht vom 18. Juni 1903] und S. 73—74 der oben zitierten Abhandlung (im Märzheft 1904). Im Jahre darauf wurde der Satz von Hrn. PORTER wiederentdeckt: *Concerning Series of Analytic Functions* [Annals of Mathematics, Ser. II, Bd. VI (1904—1905), S. 190—192; im Juliheft 1905]; diese Arbeit fehlt übrigens in dem ausführlichen Literaturverzeichnis des Hrn. SEVERINI (a. a. O. S. 183—184).

für $|x| \leqq 1$ *regulär und gleichmäßig beschränkt. D. h. es gebe eine absolute (von x und n unabhängige) Konstante g derart, daß für* $|x| \leqq 1$ *und alle ganzen* $n \geqq 1$

$$|f_n(x)| \leqq g$$

ist. Es existiere

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)$$

für unendlich viele Punkte des Gebietes $|x| \leqq 1$, *welche mindestens einen Häufungspunkt im Innern des Einheitskreises haben*[1]. *Dann existiert*

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x)$$

für alle Punkte des Gebietes $|x| < 1$; *dies* $f(x)$ *ist ferner für* $|x| < 1$ *eine reguläre analytische Funktion, und es ist sogar bei festem* ϑ, *das* > 0 *und* < 1 *ist, für* $|x| \leqq \vartheta$ *gleichmäßig*

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x).$$

Der Satz II soll im nächsten Paragraphen (§ 2) auf dem einfachsten der bekannten[2] Wege bewiesen werden. Wenn wir auch später einen allgemeineren Satz (VI) entwickeln werden, so werden wir nämlich den Satz II beim Beweise des neuen Satzes anwenden.

Es sei hier sogleich darauf aufmerksam gemacht, daß die Voraussetzungen des Satzes II in denen des Satzes I enthalten sind. Denn aus der im Satz I vorausgesetzten gleichmäßigen Existenz des $\lim\limits_{n=\infty} f_n(x)$ für $|x| \leqq 1$ ergibt sich das Vorhandensein eines $N \geqq 1$ derart, daß für $n > N$ und $|x| \leqq 1$

$$|f_n(x) - f_N(x)| \leqq 1,$$

also

$$|f_n(x)| \leqq |f_N(x)| + 1$$

ist; wenn nun eine Konstante G so gewählt wird, daß für $|x| \leqq 1$

$$|f_1(x)| \leqq G, \dots, |f_N(x)| \leqq G$$

ist, so ist, was auch das $n \geqq 1$ bedeuten mag, für $|x| \leqq 1$

$$|f_n(x)| \leqq G + 1 = g;$$

---

[1] Es würde genau dasselbe wie im Text bedeuten, wenn die Existenz des Limes für unendlich viele Punkte vorausgesetzt wird, welche bei festem $\Theta < 1$ dem Gebiet $|x| \leqq \Theta$ angehören. Im Häufungspunkt selbst wird die Existenz des Limes nicht vorausgesetzt.

[2] Vgl. S. 68—69 und 75—77 in Hrn. Montels Thèse *Sur les suites infinies de fonctions* [Paris (1907); abgedruckt in den Annales scientifiques de l'École Normale supérieure, Ser. III, Bd. XXIV (1907), S. 233—334, woselbst S. 300—301 und 307—309 in Betracht kommen] und sein Buch, S. 20—25. Hrn. Montels Literaturangaben daselbst ist obiger Hinweis auf Vitali und Porter hinzuzufügen.

d. h. die $f_n(x)$ sind für $|x| \leqq 1$ gleichmäßig beschränkt. Die übrigen Annahmen des Satzes II sind offenbar geringer als die entsprechenden des Satzes I. Gleichmäßige Konvergenz wird überhaupt nirgends vorausgesetzt und Konvergenz nicht einmal im ganzen Gebiete, sondern eventuell nur in abzählbar vielen Punkten, die nicht einmal überall dicht zu liegen brauchen, sondern nur mindestens einen Häufungspunkt im Innern haben müssen.

§ 2.

Erster Hilfssatz: *Es sei für* $\nu \geqq 1$, $m \geqq 0$

$$|c_{\nu m}| \leqq g,$$

also für jedes $\nu \geqq 1$ *die Potenzreihe*

$$F_\nu(x) = \sum_{m=0}^{\infty} c_{\nu m} x^m = c_{\nu 0} + c_{\nu 1} x + c_{\nu 2} x^2 + \cdots$$

im Kreise $|x| < 1$ *konvergent. Es sei für jedes* $m \geqq 0$

$$\lim_{\nu=\infty} c_{\nu m} = c_m$$

vorhanden, wobei eo ipso

$$|c_m| \leqq g$$

ist und infolgedessen die Potenzreihe

$$F(x) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m x^m = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \cdots$$

für $|x| < 1$ *konvergiert. Dann ist für* $|x| < 1$

$$\lim_{\nu=\infty} F_\nu(x) = F(x),$$

und zwar ist bei festem ϑ *zwischen* 0 *(ausschl.) und* 1 *(ausschl.) im Gebiete* $|x| \leqq \vartheta$ *gleichmäßig*

$$\lim_{\nu=\infty} F_\nu(x) = F(x).$$

Beweis: Es sei ϑ zwischen 0 und 1 gegeben und fest $(0 < \vartheta < 1)$; ferner sei ein $\delta > 0$ gegeben. Man wähle ein ganzes positives $k = k(\delta)$ so, daß

$$\frac{g\vartheta^k}{1-\vartheta} \leqq \frac{\delta}{3}$$

ist. Dann ist für $|x| \leqq \vartheta$

$$(1) \quad \left| F(x) - \sum_{m=0}^{k-1} c_m x^m \right| = \left| \sum_{m=k}^{\infty} c_m x^m \right| \leqq g \sum_{m=k}^{\infty} \vartheta^m = \frac{g\vartheta^k}{1-\vartheta} \leqq \frac{\delta}{3},$$

desgleichen für $|x| \leqq \vartheta$ bei jedem $\nu \geqq 1$

$$(2) \qquad \left| F_\nu(x) - \sum_{m=0}^{k-1} c_{\nu m} x^m \right| = \left| \sum_{m=k}^{\infty} c_{\nu m} x^m \right| \leqq g \sum_{m=k}^{\infty} \vartheta^m \leqq \frac{\delta}{3}.$$

Nun werde ein $N = N(\delta)$ so gewählt, daß für $\nu \geqq N$ und $0 \leqq m \leqq k-1$

$$|c_{\nu m} - c_m| < \frac{\delta}{3k}$$

ist; dann ist für $|x| \leqq \vartheta$

$$(3) \left| \sum_{m=0}^{k-1} c_{\nu m} x^m - \sum_{m=0}^{k-1} c_m x^m \right| = \left| \sum_{m=0}^{k-1} (c_{\nu m} - c_m) x^m \right| < \frac{\delta}{3k} \sum_{m=0}^{k-1} 1 = \frac{\delta}{3}.$$

Aus (1), (2), (3) folgt für $\nu \geqq N(\delta)$ im Gebiete $|x| \leqq \vartheta$

$$|F_\nu(x) - F(x)| < \frac{\delta}{3} + \frac{\delta}{3} + \frac{\delta}{3} = \delta,$$

womit gleichmäßige Konvergenz im Gebiete $|x| \leqq \vartheta$, also insbesondere (da das positive ϑ beliebig nahe unterhalb 1 liegen konnte) Konvergenz für $|x| < 1$ bewiesen ist.

Zweiter Hilfssatz: *Es sei für $n \geqq 1$, $m \geqq 0$*

$$|a_{nm}| \leqq g,$$

so daß für jedes feste $m \geqq 0$ die Menge a_{nm} $(n = 1, 2, \cdots)$ mindestens eine Häufungsstelle hat. Dann läßt sich eine Folge wachsender ganzer positiver Zahlen $n_1, n_2, \cdots, n_\nu, \cdots$ derart auswählen, daß für jedes $m \geqq 0$ die Folge

$$a_{n_1 m}, a_{n_2 m}, \cdots, a_{n_\nu m}, \cdots$$

gegen einen Limes konvergiert:

$$\lim_{\nu=\infty} a_{n_\nu m} = a_m.$$

Hierbei darf außerdem noch für ein $m = m_0$ vorgeschrieben werden, welche der Häufungsstellen der Menge a_{nm_0} $(n = 1, 2, \cdots)$ — falls es deren überhaupt mehr als eine gibt — die Zahl a_{m_0} bezeichnet.

Beweis: Ohne Beschränkung der Allgemeinheit (da ja kein m den Vorrang vor einem anderen hat) darf beim Beweise angenommen werden, daß die Häufungsstelle a_0 der a_{n0} vorgeschrieben ist.

Man wähle eine wachsende Folge von Indizes

$$[0] \qquad n_{00}, n_{01}, n_{02}, \cdots, n_{0k}, \cdots$$

derart, daß, wenn n diese Folge durchläuft,

$$\lim_{[0]} a_{n0} = a_0$$

ist[1].

Es bezeichne a_1 eine Häufungsstelle der Menge, welche aus denjenigen a_{n1} besteht, bei denen n der Folge [0] angehört. Es werde aus der Folge [0] eine solche wachsende Folge

[1] $$n_{10}\,,\; n_{11}\,,\; n_{12}\,,\; \cdots,\; n_{1k}\,,\; \cdots$$

ausgewählt, daß erstens

$$n_{10} = n_{00}$$

und zweitens, wenn n die Folge [1] durchläuft,

$$\lim_{[1]} a_{n1} = a_1$$

ist.

Jetzt bezeichne a_2 eine Häufungsstelle der Menge, welche aus denjenigen a_{n2} gebildet wird, bei denen n der Folge [1] angehört. Es werde aus der Folge [1] eine solche wachsende Folge

[2] $$n_{20}\,,\; n_{21}\,,\; n_{22}\,,\; \cdots,\; n_{2k}\,,\; \cdots$$

ausgewählt, daß erstens

$$n_{20} = n_{10}\,,\; n_{21} = n_{11}$$

und zweitens, wenn n die Folge [2] durchläuft,

$$\lim_{[2]} a_{n2} = a_2$$

ist.

Und so fort.

So entsteht ein Schema

[0] $$n_{00}\,,\; n_{01}\,,\; n_{02}\,,\; \cdots,\; n_{0k}\,,\; \cdots$$

[1] $$n_{10}\,,\; n_{11}\,,\; n_{12}\,,\; \cdots,\; n_{1k}\,,\; \cdots$$

[2] $$n_{20}\,,\; n_{21}\,,\; n_{22}\,,\; \cdots,\; n_{2k}\,,\; \cdots$$

. . . .

[m] $$n_{m0}\,,\; n_{m1}\,,\; n_{m2}\,,\; \cdots,\; n_{mk}\,,\; \cdots$$

. . . .

mit folgenden vier Eigenschaften. Erstens enthält jede Zeile lauter wachsend geordnete positive ganze Zahlen. Zweitens ist jede Spalte von dem Gliede der Hauptdiagonale an konstant. Drittens kommen

---

[1] Wir wollen hier die schwerfällige Schreibweise

$$\lim_{k=\infty} a_{n_{0k},\,0} = a_0$$

und in der Folge das Entsprechende vermeiden.

die Zahlen jeder Zeile in der vorigen (also in jeder vorangehenden) vor. Viertens ist für jedes $m \geqq 0$

(4) $$\lim_{[m]} a_{nm} = a_m .$$

Es werde nun

$$n_{00} = n_1 , \quad n_{11} = n_2 , \quad n_{22} = n_3 , \quad \cdots , \quad n_{\nu\nu} = n_{\nu+1} \quad \cdots$$

gesetzt. Von diesen Zahlen $n_\nu (\nu = 1, 2, \cdots)$ ist jede größer als die vorangehende, weil für $\nu \geqq 0$

$$n_{\nu+1,\, \nu+1} > n_{\nu+1,\, \nu} = n_{\nu\nu}$$

ist. Ferner erfüllen die Zahlen n_ν für jedes $m \geqq 0$ die in der Behauptung vorkommende Gleichung

$$\lim_{\nu = \infty} a_{n_\nu m} = a_m ,$$

d. h. es ist wirklich

(5) $$\lim_{\nu = \infty} a_{n_{\nu\nu} m} = a_m ;$$

in der Tat sind $n_{mm}, n_{m+1,\, m+1}, \cdots$ zur Zeile $[m]$ gehörig; also ist wegen (4) a fortiori (5) erfüllt.

Damit ist der zweite Hilfssatz bewiesen.

Aus den beiden Hilfssätzen ergibt sich nun folgender

Beweis des Satzes II: Es soll zunächst festgestellt werden, daß in dem Koeffizientenschema der

$$f_n(x) = a_{n0} + a_{n1} x + \cdots + a_{nm} x^m + \cdots = \sum_{m=0}^{\infty} a_{nm} x^m$$

für jedes $m \geqq 0$

$$\lim_{n = \infty} a_{nm}$$

existiert.

Jedenfalls ist nach der CAUCHYschen Koeffizientenabschätzung

$$|a_{nm}| \leqq \frac{g}{1^m} = g ,$$

so daß für jedes m die Menge $a_{nm} (n = 1, 2, \cdots)$ mindestens eine Häufungsstelle hat. Würde nun nicht stets (d. h. nicht für jedes $m \geqq 0$)

$$\lim_{n = \infty} a_{nm}$$

existieren, so hätte für mindestens ein m die Menge a_{nm} mindestens zwei Häufungsstellen. Etwa für $m = m_0$ seien a und b zwei solche, also

$$a \neq b .$$

Dann läßt sich einerseits nach dem zweiten Hilfssatz eine wachsende Folge $n_1, n_2, \cdots, n_\nu, \cdots$ derart finden, daß für jedes $m \geqq 0$

$$\lim_{\nu=\infty} a_{n_\nu m} = a_m$$

existiert und hierbei

$$a_{m_0} = a$$

ist; anderseits läßt sich nach dem zweiten Hilfssatz eine wachsende Folge $N_1, N_2, \cdots, N_\nu, \cdots$ derart finden, daß für jedes $m \geqq 0$

$$\lim_{\nu=\infty} a_{N_\nu m} = b_m$$

existiert und hierbei

$$b_{m_0} = b$$

ist.

Es werde nun für $\nu = 1, 2, \cdots$

$$f_{n_\nu}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{n_\nu m} x^m = F_\nu(x)$$

und

$$\sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m = F(x),$$

ferner

$$f_{N_\nu}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{N_\nu m} x^m = G_\nu(x)$$

und

$$\sum_{m=0}^{\infty} b_m x^m = G(x)$$

gesetzt. Dann ist jede der soeben erklärten Funktionen für $|x| < 1$ regulär. Ferner ist nach dem ersten Hilfssatz für $|x| < 1$

$$\lim_{\nu=\infty} F_\nu(x) = F(x)$$

und

$$\lim_{\nu=\infty} G_\nu(x) = G(x).$$

Nach einer gemachten Voraussetzung ist für eine gewisse Punktmenge im Kreise $|x| \leqq 1$ mit mindestens einem Häufungspunkt im Innern

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)$$

vorhanden. Für jene Punkte ist

$$F(x) = \lim_{\nu=\infty} f_{n_\nu}(x) = \lim_{\nu=\infty} f_{N_\nu}(x) = G(x).$$

Die beiden für $|x| < 1$ konvergenten Potenzreihen $F(x)$ und $G(x)$ müßten also identisch übereinstimmen, was sich mit

$$a_{m_0} = a \neq b = b_{m_0}$$

nicht verträgt.

Die Annahme, daß für irgendein $m \geqq 0$

$$\lim_{n=\infty} a_{nm}$$

nicht existiert, ist also falsch. Daher existiert für jedes $m \geqq 0$

$$\lim_{n=\infty} a_{nm} = c_m.$$

Wenn

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_m x^m = f(x)$$

gesetzt wird, ist nach dem ersten Hilfssatz für $|x| < 1$

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x),$$

und zwar ist nach jenem Hilfssatz für $|x| \leqq \vartheta$, wo $0 < \vartheta < 1$ und ϑ fest ist, gleichmäßig

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x).$$

Damit ist der Satz II bewiesen.

§ 3.

Hr. Schottky[1] hat die wichtige Entdeckung gemacht:

Satz III: *Es sei für* $|x| < 1$ *die Funktion*

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_m x^m + \cdots$$

regulär, $\neq 0$ *und* $\neq 1$. *Es sei* $0 < \Theta < 1$. *Dann existiert eine nur von* Θ *und* a_0 *(nicht von* $a_1, a_2, \cdots$*) abhängige Zahl* $\Omega = \Omega(\Theta, a_0)$ *derart, daß für* $|x| \leqq \Theta$

$$|F(x)| \leqq \Omega$$

ist.

Mit anderen Worten: Wenn Θ eine feste Zahl zwischen 0 und 1 ist und man von $F(x)$ nur weiß, daß es für $|x| < 1$ regulär, $\neq 0$, $\neq 1$ ist, und außerdem, welchen Wert es im Punkte 0 hat, so kann man eine absolut feste Schranke angeben, welche von $|F(x)|$ in keinem Punkte des Kreises $|x| \leqq \Theta$ übertroffen wird.

[1] *Über den Picard'schen Satz und die Borel'schen Ungleichungen* [Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, Berlin, Jahrgang 1904, S. 1244—1262], S. 1255—1256.

Hr. SCHOTTKY hatte aber a. a. O. noch mehr bewiesen. Ein Blick auf seine explizite Formel für $\Omega(\Theta, a_0)$ lehrt den

Satz[1] IV: *Es sei für* $|x| < 1$ *die Funktion*

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_m x^m + \cdots$$

regulär, $\neq 0$ *und* $\neq 1$. *Es sei* $0 < \Theta < 1$. *Es erfülle bei festem, aber beliebig großem* ω *und bei festem, aber beliebig kleinem positiven* ε *die Zahl* a_0 *die Bedingungen*[2]

$$|a_0| \geqq \varepsilon, \ |a_0 - 1| \geqq \varepsilon, \ |a_0| \leqq \omega.$$

Dann existiert eine nur von Θ, ω *und* ε *(nicht von* $a_0, a_1, a_2, \cdots$*) abhängige Zahl* $\Psi = \Psi(\Theta, \omega, \varepsilon)$ *derart, daß für* $|x| \leqq \Theta$

$$|F(x)| \leqq \Psi$$

ist.

Erst kürzlich bewies LANDAU[3], daß hierin die ε-Beschränkung glatt fortbleiben kann, d. h. den

Satz V: *Es sei für* $|x| < 1$ *die Funktion*

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_m x^m + \cdots$$

regulär, $\neq 0$ *und* $\neq 1$. *Es sei* $0 < \Theta < 1$, *ferner*

$$|a_0| \leqq \omega.$$

Dann existiert eine nur von Θ *und* ω *(nicht von* $a_0, a_1, a_2, \cdots$*) abhängige Zahl* $\Phi = \Phi(\Theta, \omega)$ *derart, daß für* $|x| \leqq \Theta$

$$|F(x)| \leqq \Phi$$

ist.

---

[1] Hr. MONTEL schreibt auf S. 124 seines Buches irrtümlich die SCHOTTKYschen Sätze III, IV LANDAU zu und formuliert IV außerdem unrichtig. Er gibt nämlich die ε-Bedingung (die seinerzeit noch erforderlich war) richtig an, läßt jedoch die ω-Bedingung fort; dadurch entsteht ein offenkundig falscher Satz, wie schon das triviale Beispiel $F(x) = a_0$ lehrt. Wenngleich Hrn. MONTELS Behandlung der vorliegenden Probleme uns zu verschiedenen Beanstandungen historischer und sachlicher Art veranlaßt, so wollen wir doch nicht unterlassen, besonders hervorzuheben, daß wir sowohl seine Thèse als auch sein Buch sehr hoch schätzen und viel Neues daraus gelernt haben. Sie enthalten wichtige Fortschritte nicht nur bei vielen anderen Problemen, sondern auch bei Fragen, welche den unsrigen nahe liegen und welche wir in unserem auf ein bestimmtes Ziel hinsteuernden Text unerwähnt gelassen haben.

[2] D. h. a_0 ist um mindestens eine angebbare Größe von 0 und von 1 verschieden und gehört einem angebbaren endlichen Gebiet der Ebene an.

[3] Vgl. den (wie a. a. O. angegeben) von ihm herrührenden § 2 (S. 309—312) seiner gemeinsam mit Hrn. BOHR verfaßten Arbeit (deren interessantestes Ergebnis, der § 1, wie a. a. O. angegeben, von Hrn. BOHR allein herrührt): *Über das Verhalten von* $\zeta(s)$ *und* $\zeta_\varkappa(s)$ *in der Nähe der Geraden* $\sigma = 1$ [Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse, Jahrgang 1910, S. 303—330].

Die HH. Severini[1] und Montel[2] waren nicht im Besitze des Satzes V, sondern bedienten sich bei ihren Untersuchungen des Satzes IV mit dem erschwerenden Ballast der ε-Bedingung[3]. Und doch ist es nicht einmal nötig, wenn man den Satz IV kennt, nochmals in die Tiefen der Modulfunktionen bzw. der durch Hrn. Borel begründeten elementaren, aber komplizierten Beweismethoden hinabzusteigen, um zum Satz V zu gelangen. Das hat allerdings erst Hr. Bernays entdeckt und noch nicht publiziert; wir benutzen diese Gelegenheit, um seinen direkten Übergang vom Satz IV zum Satz V mitzuteilen.

Hr. Bernays schließt so: Für $|x| < 1$ ist unter den Voraussetzungen des Satzes V

$$F(x) = e^{b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots},$$

wo der Wert $b_0 = \log a_0$ so gewählt sei, daß

$$-3\pi < \mathfrak{J}(b_0) \leqq -\pi$$

ist. Die Funktion

$$G(x) = \frac{1}{2\pi i}(b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \cdots$$

ist für $|x| < 1$ regulär und keine ganze Zahl, speziell $\neq 0$ und $\neq 1$.

Erster Fall: Es sei

$$\Re(a_0) \geqq \frac{1}{2}.$$

Dann ist

$$|a_0| \geqq \frac{1}{2},$$

$$-\log 2 \leqq \log|a_0| = \Re(b_0) \leqq \log \omega,$$

$$|\Re(b_0)| \leqq \text{Max.}(\log 2, |\log \omega|) = g_1(\omega).$$

Wegen

$$|\mathfrak{J}(b_0)| \leqq 3\pi$$

---

[1] A. a. O., S. 187.

[2] A. a. O. (Buch), S. 124.

[3] Das Vorhandensein der ε-Bedingung veranlaßt beide Autoren zur Heranziehung eines Osgoodschen Satzes, den wir nicht brauchen (»aus der Konvergenz von $f_n(x)$ in einem Gebiete folgt die Existenz eines Teilgebietes, in welchem die Konvergenz gleichmäßig ist«), infolgedessen zu der Annahme der Konvergenz von $f_n(x)$ im ganzen Gebiete und auf dem genannten Umwege sogar zu einem Fehlschluß. Hr. Montel übersieht auf S. 124, Z. 6—3 v. u., daß sein $\lim_{n=\infty} P_n(x) = f(x)$ in dem betreffenden Teilgebiet identisch 0 oder identisch 1 sein kann $\left(\text{z. B. für } P_n(x) = \frac{n}{n+1}\right)$, so daß sein Punkt x_1 nicht zu existieren braucht. Hr. Severini hatte auf S. 188, Z. 3—4, dasselbe Versehen gemacht. Der Fall, daß $f(x)$ identisch 0 oder 1 ist (selbst im ganzen Gebiet), ist keineswegs als trivial ausschließbar, da ja nicht nur Regularität von $f(x)$, sondern auch gleichmäßige Konvergenz behauptet wird. Bei Anwendung des Satzes V bedarf jener Fall überhaupt keiner besonderen Diskussion.

ist also

(6) $$\left|\frac{b_0}{2\pi i}\right| \leqq \frac{g_1(\omega)+3\pi}{2\pi} = g_2(\omega).$$

Anderseits ist

(7) $$\Re\left(\frac{b_0}{2\pi i}\right) = \frac{\Im(b_0)}{2\pi} \leqq -\frac{1}{2}.$$

Das konstante Glied $c_0 = \frac{b_0}{2\pi i}$ in $G(x)$ gehört nach (6) und (7) dem Gebiete

$$|c_0| \geqq \frac{1}{2}, \quad |c_0 - 1| \geqq \frac{1}{2}, \quad |c_0| \leqq g_2(\omega)$$

an. Nach dem Schottkyschen Satz IV ist also für $|x| \leqq \Theta$

$$|G(x)| \leqq \Psi\left(\Theta, g_2(\omega), \frac{1}{2}\right) = g_3(\Theta, \omega),$$

$$|F(x)| \leqq e^{|2\pi i G(x)|} \leqq e^{2\pi g_3(\Theta,\omega)} = g_4(\Theta, \omega).$$

Zweiter Fall: Es sei

$$\Re(a_0) < \frac{1}{2}.$$

Dann ist

$$1 - F(x) = 1 - a_0 + \cdots$$

für $|x| < 1$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$, und der reelle Teil des konstanten Gliedes hierin ist $> \frac{1}{2}$; ferner ist

$$|1 - a_0| \leqq 1 + \omega.$$

Nach dem Ergebnis des ersten Falles ist also für $|x| \leqq \Theta$

$$|1 - F(x)| \leqq g_4(\Theta, 1+\omega) = g_5(\Theta, \omega),$$

$$|F(x)| \leqq 1 + g_5(\Theta, \omega) = g_6(\Theta, \omega).$$

Wird nun

$$\text{Max.}\,(g_4(\Theta, \omega), g_6(\Theta, \omega)) = \Phi(\Theta, \omega)$$

gesetzt, so erkennt man die Richtigkeit des Satzes V.

Soweit Hrn. Bernays' Beitrag zu unserer vorliegenden Arbeit.

§ 4.

Hauptzweck dieser Arbeit ist der Beweis für den neuen Satz VI: *Es seien die analytischen Funktionen*

$$f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x), \ldots$$

für $|x| \leqq 1$ *regulär. Es gebe zwei verschiedene komplexe Konstanten a und b derart, daß für* $|x| \leqq 1$ *jede der Funktionen* $f_n(x)$ *beide Werte a und b ausläßt. Es existiere*

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)$$

für unendlich viele Punkte, die mindestens einen Häufungspunkt im Innern des Einheitskreises haben. Dann ist für alle x des Gebietes $|x| < 1$

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x)$$

vorhanden. Ferner ist $f(x)$ *für* $|x| < 1$ *regulär. Endlich ist, wenn* $0 < \vartheta < 1$ *und* ϑ *fest ist, für* $|x| \leqq \vartheta$ *gleichmäßig*

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x)\,.$$

Vorbemerkungen: 1. Der Satz VI enthält offenbar den Satz II als Spezialfall. Denn, wenn für $|x| \leqq 1$ alle $f_n(x)$ gleichmäßig beschränkt sind, d. h. stets

$$|f_n(x)| \leqq g$$

ist, so gibt es natürlich zwei Werte (nämlich zwei beliebig außerhalb des Kreises mit dem Radius g um den Nullpunkt zu wählende Zahlen a, b), so daß alle $f_n(x)$ diese beiden Werte für $|x| \leqq 1$ auslassen.

2. Das äußerste in dieser Richtung in der Literatur[1] bisher erreichte Ziel ist mehr als II und weniger als VI, nämlich VI mit vorausgesetzter Existenz von $\lim_{n=\infty} f_n(x)$ im ganzen Gebiete $|x| \leqq 1$.

3. Beim Beweis darf ohne Beschränkung der Allgemeinheit

$$a = 0\,, b = 1$$

[1] Vgl. die in der Einleitung zitierten Stellen bei den HH. Vitali, Montel und Severini. Daß auch der im Text genannte Wortlaut, der weniger als VI besagt, von den HH. Montel und Severini nicht einwandfrei bewiesen wurde, haben wir schon erwähnt. Der Beweis von Hrn. Vitali (der übrigens nur die Regularität von $f(x)$, nicht die gleichmäßige Konvergenz für $|x| \leqq \vartheta$ feststellen will) enthält eine andere Lücke; es handelt sich um seine Behauptung auf S. 80, Z. 5 v. u., daß sein $\tau(u_n)$ für jeden Punkt von C_t konvergiert. Wir sehen keine Möglichkeit, diese Lücke ohne Zuhilfenahme der beschränkenden Voraussetzung auszufüllen, daß mindestens ein $x = x_0$ existiert, für welches $\lim_{n=\infty} f_n(x_0)$ von Null und Eins verschieden ist. Die Möglichkeit, daß $\lim_{n=\infty} f_n(x)$ für einen Teil des Gebietes gleich Null und für einen anderen Teil gleich Eins sei, ist zwar als Folge unseres Satzes VI ausgeschlossen; für dieses Resultat scheinen aber die Hilfsmittel. welche Hrn. Vitali zur Verfügung standen, nicht auszureichen. Anderseits müssen wir konstatieren, daß Hr. Montel (auf S. 912 seiner in der Einleitung zitierten Note) und Hr. Severini (auf S. 188 seiner ebenda genannten Abhandlung) die Stelle bei Hrn. Vitali erwähnen, ohne irgendein Bedenken geltend zu machen.

angenommen werden, da man sonst nur nötig hätte, die Funktionen

$$\frac{f_n(x)-a}{b-a}$$

an Stelle der $f_n(x)$ zu betrachten.

4. Beim Beweis darf ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen werden, daß der Punkt 0 zu den Konvergenzpunkten gehört. Denn sonst könnte man, wenn x_0 ein bestimmter im Kreise gelegener Konvergenzpunkt ist, durch eine lineare Transformation

$$y=\frac{x-x_0}{1-x\bar{x}_0}$$

den Einheitskreis so auf sich abbilden, daß $x=x_0$ in $y=0$ fällt, und die Eigenschaften der $f_n(x)$ als Funktionen von y liefern unmittelbar die Behauptungen.

Beweis: Aus der nach 4. vorhandenen Existenz von

$$\lim_{n=\infty} f_n(0)$$

folgt

$$|f_n(0)|\leqq \omega$$

bei passender Wahl von ω.

Es sei $0<\vartheta<1$ und ϑ fest gegeben. Es werde Θ oberhalb ϑ, oberhalb des absoluten Betrages der vorausgesetzten Häufungsstelle und unterhalb 1 gewählt. Aus der nach 3. gemachten Voraussetzung

$$f_n(x)\neq 0 \text{ und } \neq 1 \text{ für } |x|\leqq 1$$

folgt nach Satz V für $|x|\leqq\Theta$

$$|f_n(x)|\leqq\Phi=\Phi(\Theta,\omega),$$

wo Φ von n und x unabhängig ist. Die Funktionen $f_n(x)$ sind also für $|x|\leqq\Theta$ regulär und gleichmäßig beschränkt. Es existiert ferner nach Voraussetzung

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)$$

für unendlich viele x mit einem Häufungspunkt im Innern des Kreises $|x|\leqq\Theta$. Nach dem Vitalischen Satze II[1] gibt es daher eine für $|x|<\Theta$ reguläre Funktion $f(x)$ derart, daß für $|x|\leqq\vartheta$ gleichmäßig

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)=f(x)$$

ist. Jenes $f(x)$ ist somit für $|x|<1$ regulär, und für $|x|<1$ ist

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)=f(x).$$

[1] Derselbe war oben nur für den Einheitskreis als Grundbereich formuliert, gilt aber selbstverständlich infolgedessen auch für $|x|\leqq\Theta$ als Grundbereich.

§ 5.

Wir beweisen ferner den

Satz VII: *Es sei* $f_n(x)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ *für* $|x| \leqq 1$ *regulär,* $\neq a_n$ *und* $\neq b_n$, *wobei nach Annahme eines gewissen festen* γ

$$|a_n| < \gamma, \; |b_n| < \gamma, \; |a_n - b_n| > \frac{1}{\gamma}$$

ist. Es existiere

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)$$

für unendlich viele Punkte mit einer Häufungsstelle im Innern des Einheitskreises. Dann ist für $|x| \leqq \vartheta$, *wo* $0 < \vartheta < 1$ *ist, gleichmäßig*

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x)$$

vorhanden.

Dies $f(x)$ muß natürlich dann für $|x| < 1$ regulär sein.

Beweis: Es darf Konvergenz für $x = 0$ vorausgesetzt werden; dann ist

$$|f_n(0)| \leqq \omega,$$

$$\left|\frac{f_n(0) - a_n}{b_n - a_n}\right| \leqq \frac{\omega + \gamma}{\frac{1}{\gamma}} = \gamma(\omega + \gamma).$$

Für $|x| \leqq 1$ ist

$$\frac{f_n(x) - a_n}{b_n - a_n} \neq 0 \text{ und } \neq 1.$$

Wenn $0 < \vartheta < 1$ ist und Θ wie beim Beweise des Satzes VI gewählt wird, ist nach Satz V für $|x| \leqq \Theta$

$$\left|\frac{f_n(x) - a_n}{b_n - a_n}\right| \leqq \Phi = \Phi(\Theta, \gamma(\omega + \gamma)),$$

wo Φ von n und x unabhängig ist, also

$$|f_n(x)| \leqq |a_n| + |b_n - a_n| \Phi < \gamma + 2\gamma\Phi.$$

Die $f_n(x)$ sind also für $|x| \leqq \Theta$ gleichmäßig beschränkt. Nach Satz II ist daher für $|x| \leqq \vartheta$ gleichmäßig

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x)$$

vorhanden, womit Satz VII bewiesen ist.

Den Gedanken, die Ausnahmewerte a_n und b_n von n abhängig zu lassen, hat auch schon Hr. Vitali[1] angewendet; sein diesbezügliches

[1] Vgl. S. 82 seiner in der Einleitung zitierten Arbeit.

Resultat besagte jedoch weniger als der Satz VII; insbesondere setzte er Konvergenz im ganzen Bereiche voraus. Außerdem können wir aus dem in § 4 erwähnten Grunde nicht anerkennen, daß er sein Resultat bewiesen hat.

§ 6.

Der Satz VII scheint — uninteressante Ausdehnungen unberücksichtigt gelassen — der allgemeinste zu sein, den man mit Hilfe der von uns bisher benutzten Methode beweisen kann. Wir wollen jetzt eine zweite Methode entwickeln, die uns erlauben wird, Sätze zu beweisen, welche VI und VII als spezielle Fälle enthalten; diese Methode erscheint uns übrigens auch an sich interessant.

Es ist uns jetzt bequem, wenn wir von einer Folge komplexer Zahlen und von einem Limes sprechen, auch ∞ als Zahl und als Limes zuzulassen. Wenn wir also sagen, eine Folge von Zahlen

$$y_1, y_2, \cdots, y_n, \cdots$$

sei gegeben, so steht an jeder Stelle eine endliche Zahl oder das Symbol ∞. Wenn wir sagen, daß

$$\lim_{n=\infty} y_n = \eta$$

ist, so bedeutet das im Falle eines endlichen η, daß bei gegebenem positiven δ von einer gewissen Stelle an (für $n \geqq n_0(\delta)$) die Zahl y_n endlich und

$$|y_n - \eta| < \delta$$

ist; es bedeutet im Falle $\eta = \infty$, daß bei gegebenem positiven δ von einer gewissen Stelle an (für $n \geqq n_0(\delta)$) entweder $y_n = \infty$ oder y_n endlich und

$$|y_n| > \delta$$

ist.

Die oben angekündigte zweite Methode beruht auf folgendem Hilfssatze, der aus einer Verallgemeinerung einer Schlußfolgerung von Hrn. Montel[1] entsteht.

Dritter Hilfssatz: *Es seien*

$$(8) \qquad F_1(x), F_2(x), \cdots, F_n(x), \cdots \textit{ ad inf.}$$

für $|x| < 1$ *eindeutig erklärt*[2]; *es brauchen nicht einmal analytische Funktionen zu sein. Wir setzen voraus, daß man aus jeder unendlichen Teil-*

[1] Vgl. S. 21—22 seines Buches.

[2] Hierbei ist, wie gesagt, auch ∞ als Wert zulässig.

folge von (8) eine neue Teilfolge aussondern kann, die für $|x| < 1$ gegen eine daselbst meromorphe Funktion konvergiert[1].

Dann ist entweder die Folge (8) für $|x| < 1$ gegen eine dort meromorphe Funktion konvergent[2], *oder die Menge der Konvergenzpunkte der Folge (8) im Kreise $|x| < 1$ hat in dessen Innern keine Häufungsstelle.*

Beweis: 1. Es existiere

$$\lim_{n=\infty} F_n(x) = F(x)$$

für $|x| < 1$. Dann ist $F(x)$ für $|x| < 1$ meromorph; denn wir können nach Voraussetzung eine Teilfolge von (8) bilden, die gegen eine für $|x| < 1$ meromorphe Funktion konvergiert, und diese muß mit $F(x)$ identisch sein.

2. Es existiere

$$\lim_{n=\infty} F_n(x)$$

nicht im ganzen Einheitskreise. Es sei x_0 ein Divergenzpunkt im Einheitskreise. Dann hat die Folge

$$F_1(x_0),\ F_2(x_0),\ \cdots,\ F_n(x_0),\ \cdots$$

mindestens zwei verschiedene Häufungsstellen α, β, falls der Punkt ∞ eventuell mitgezählt wird. Man kann also aus (8) zwei Teilfolgen

$$F_{\mu_1}(x),\ F_{\mu_2}(x),\ \cdots,\ F_{\mu_k}(x),\ \cdots \tag{9}$$

und

$$F_{\nu_1}(x),\ F_{\nu_2}(x),\ \cdots,\ F_{\nu_k}(x),\ \cdots \tag{10}$$

aussondern, für welche

$$\lim_{k=\infty} F_{\mu_k}(x_0) = \alpha$$

und

$$\lim_{k=\infty} F_{\nu_k}(x_0) = \beta$$

ist. Nach Voraussetzung können wir aber aus (9) eine Teilfolge aussondern, die für $|x| < 1$ gegen eine dort meromorphe Funktion $\Phi_1(x)$ konvergiert; ebenso aus (10) eine Teilfolge, die für $|x| < 1$ gegen eine dort meromorphe Funktion $\Phi_2(x)$ konvergiert. Dann ist

$$\Phi_1(x) - \Phi_2(x) = \Psi(x)$$

für $|x| < 1$ meromorph, aber nicht identisch 0, weil

$$\Psi(x_0) = \alpha - \beta \neq 0$$

---

[1] In der Terminologie von Hrn. Fréchet würde man diese Bedingung ausdrücken, indem man sagt, daß die Menge F_1, F_2, $\cdots$ kompakt ist; vgl. seine Thèse *Sur quelques points du Calcul Fonctionnel* [Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, Bd. XXII (1906), S. 1—74], S. 6.

[2] In einem Pole der Grenzfunktion bedeutet dies nach dem Obigen, daß der Limes der Folge ∞ ist.

ist. Folglich hat die Menge der Nullstellen von $\Psi(x)$ im Innern des Kreises $|x| < 1$ keine Häufungsstelle. Die Folge (8) kann aber höchstens in Nullstellen von $\Psi(x)$ konvergieren.

Damit ist der dritte Hilfssatz bewiesen.

Es ist nun nützlich, folgende Definition einzuführen.

Definition: *Es sei $\Phi(x)$ für $|x| \leqq r$, wo $r > 0$ ist, meromorph; $\Phi(x)$ sei also dort regulär mit etwaiger Ausnahme endlich vieler Pole $x_1, \cdots, x_p$. Diese Pole seien irgendwie durch solche Kreise $K_1, \cdots, K_p$ ausgeschnitten, daß für jede dieser Kreisflächen ausschl. des Mittelpunktes, aber einschl. des Randes $\Phi(x)$ regulär und von Null verschieden ist. Dann heiße eine Funktionenfolge*

$$F_1(x),\ F_2(x),\ \cdots \textit{ ad inf.}$$

für $|x| \leqq r$ gleichmäßig gegen $\Phi(x)$ konvergent, wenn nicht nur für $|x| \geqq r$

$$\lim_{n=\infty} F_n(x) = \Phi(x)$$

ist, sondern erstens in demjenigen Teil des Kreises $|x| \leqq r$, der außerhalb von $K_1, \cdots, K_p$ liegt, im üblichen Sinne gleichmäßig

$$\lim_{n=\infty} F_n(x) = \Phi(x)$$

ist, zweitens im übrigen Teile des Kreises $|x| \leqq r$ im üblichen Sinne gleichmäßig

$$\lim_{n=\infty} \frac{1}{F_n(x)} = \frac{1}{\Phi(x)}$$

ist.

Diese Definition muß durch die — leicht beweisbare — Bemerkung gestützt werden: Wenn bei einer Wahl der Kreise $K_1, \cdots, K_p$ sie gleichmäßige Konvergenz liefert, so liefert sie die gleichmäßige Konvergenz auch bei irgendeiner anderen Wahl $\bar{K}_1, \cdots, \bar{K}_p$ jener Kreise. In der Tat werde der Ring zweier verschiedener Kreise K_ν, $\bar{K}_\nu$ um den Pol x_ν ins Auge gefaßt, deren Radien ρ_ν, $\bar{\rho}_\nu$ seien: es sei etwa $\rho_\nu < \bar{\rho}_\nu$. Dann hat $|\Phi(x)|$ für den Ring $\rho_\nu \leqq |x - x_\nu| \leqq \bar{\rho}_\nu$ eine positive untere und eine endliche obere Grenze, und die beiden Aussagen »$F_n(x)$ konvergiert für den Ring im üblichen Sinne gleichmäßig gegen $\Phi(x)$« und »$\frac{1}{F_n(x)}$ konvergiert für den Ring im üblichen Sinne gleichmäßig gegen $\frac{1}{\Phi(x)}$« sind völlig gleichbedeutend. Die Definition hängt also, wie es sich gehört, nur von den Funktionen $F_n(x)$, nicht etwa von der Größe der Radien der um die Pole ihrer Grenzfunktion gezogenen Kreise ab.

Wir können jetzt den dritten Hilfssatz folgendermaßen vervollständigen:

Vierter Hilfssatz: *Die Funktionen* (8) *seien für* $|x|<1$ *eindeutig erklärt. Es lasse sich aus jeder Teilfolge von* (8) *eine neue Teilfolge aussondern, die für* $|x|<1$ *gegen eine meromorphe Funktion konvergiert, und zwar bei festem* ϑ *zwischen* 0 *(ausschl.) und* 1 *(ausschl.) für* $|x|\leqq\vartheta$ *gleichmäßig.*

Es sei die Folge (8) *für* $|x|<1$ *konvergent. Dann konvergiert sie gleichmäßig für* $|x|\leqq\vartheta$.

Beweis: Die Folge (8) konvergiert nach dem dritten Hilfssatz für $|x|<1$ gegen eine dort meromorphe Funktion $F(x)$. Wir behaupten, daß diese Konvergenz für $|x|\leqq\vartheta$ eine gleichmäßige ist Die etwaigen Pole von $F(x)$ im Gebiete $|x|\leqq\vartheta$ seien $x_1, \cdots, x_p$; es seien $K_1, \cdots, K_p$ irgendwelche Kreisflächen um $x_1, \cdots, x_p$, die einschließlich ihres Randes keine singuläre Stelle und keine Nullstelle von $F(x)$ enthalten.

Gesetzt, die Konvergenz von (8) sei für $|x|\leqq\vartheta$ ungleichmäßig. Dann existieren ein positives δ und unendlich viele verschiedene positive ganze Zahlen

$$\nu_1, \nu_2, \cdots, \nu_j, \cdots$$

und ihnen entsprechende komplexe Zahlen

$$y_1, y_2, \cdots, y_j, \cdots$$

im Gebiete $|x|\leqq\vartheta$ derart, daß

$$|F_{\nu_j}(y_j)-F(y_j)|>\delta$$

bzw.

$$\left|\frac{1}{F_{\nu_j}(y_j)}-\frac{1}{F(y_j)}\right|>\delta$$

ist, je nachdem y_j innerhalb einer der Kreisflächen $K_1, \cdots, K_p$ (einschl. Rand) liegt oder nicht. Unter diesen Umständen wäre es aber unmöglich, aus der Folge

$$F_{\nu_1}(x), F_{\nu_2}(x), \cdots$$

eine Teilfolge auszusondern, die für $|x|\leqq\vartheta$ gleichmäßig gegen $F(x)$ konvergiert. Damit ist der vierte Hilfssatz bewiesen.

Wir wollen jetzt folgenden Satz beweisen, der den Satz VI als Spezialfall enthält.

Satz VIII: *Es seien die analytischen Funktionen*

$$(11) \qquad f_1(x), f_2(x), \cdots, f_n(x), \cdots$$

für $|x|<1$ *meromorph. Es gebe drei verschiedene komplexe Konstanten*[1] a, b, c *und drei positive ganze Zahlen*[2] k, l, m *mit folgenden Eigenschaften.*

---

[1] Eine der Zahlen a, b, c darf ∞ sein.

[2] Jede der Zahlen k, l, m darf ∞ sein. $k=\infty$ bedeutet z. B. bei endlichem a, daß die Funktion $f_n(x)-a$ identisch 0 ist oder für $0<|x|<1$ nicht verschwindet.

Erstens ist

(12) $$\frac{1}{k}+\frac{1}{l}+\frac{1}{m}<1.$$

Zweitens hat für $0<|x|<1$ *jede Nullstelle von* $f_n(x)-a$ *(bzw. für* $a=\infty$ *von* $\frac{1}{f_n(x)}$*) ihre Ordnung*[1] *durch* k *teilbar*[2], *und es gilt das Entsprechende, wenn* a, k *durch* b, l *bzw.* c, m *ersetzt wird.*

Ferner existiere

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)$$

für unendlich viele Punkte, die mindestens einen Häufungspunkt im Innern des Einheitskreises haben; dieser Grenzwert sei für mindestens einen dieser Punkte endlich.

Dann ist für alle x *des Gebietes* $|x|<1$

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)=f(x)$$

vorhanden und meromorph. Ferner ist, wenn $0<\vartheta<1$ *und* ϑ *fest ist, für* $|x|\leqq\vartheta$ *gleichmäßig*

$$\lim_{n=\infty} f_n(x)=f(x).$$

Beweis: Ohne Beschränkung der Allgemeinheit dürfen wir von vornherein annehmen, daß k, l und m endlich sind. Denn andernfalls kann man für diejenigen dieser drei Zahlen, die ∞ sind, solche endlichen Zahlen setzen, daß für das neue, endliche System k', l', m'

$$\frac{1}{k'}+\frac{1}{l'}+\frac{1}{m'}<1$$

ist, also alle Voraussetzungen des Satzes VIII gelten.

Wir werden zeigen, daß man aus der Folge (11) eine Teilfolge aussondern kann, die für $|x|<1$ gegen eine meromorphe Funktion konvergiert, und daß für $|x|\leqq\vartheta$ die Konvergenz eine gleichmäßige ist. Wenn wir das gezeigt haben werden, so dürfen wir es offenbar statt auf (11) auf jede beliebige Teilfolge von (11) anwenden; es wird sich alsdann aus dem dritten Hilfssatz ergeben, daß die Folge (11) für $|x|<1$ gegen eine dort meromorphe Funktion $f(x)$ konvergiert, und aus dem vierten Hilfssatz, daß diese Konvergenz für $|x|\leqq\vartheta$ eine gleichmäßige ist, womit alles im Satz VIII Behauptete begründet sein wird.

---

[1] Wenn die Funktion identisch 0 ist, sagen wir, die Ordnung (∞) sei für jedes x und jedes k durch k teilbar.

[2] D. h. $(f_n(x)-a)^{\frac{1}{k}}$ bzw. $\left(\frac{1}{f_n(x)}\right)^{\frac{1}{k}}$ ist in der Umgebung jeder Nullstelle im Gebiete $0<|x|<1$ unverzweigt.

Es sei u_0 eine beliebige Häufungsstelle der Zahlen $f_n(0)$; dann können wir aus (11) eine Teilfolge

$$f_{q_1}(x), f_{q_2}(x), \cdots, f_{q_n}(x), \cdots$$

aussondern, für welche

$$\lim_{n=\infty} f_{q_n}(0) = u_0$$

ist. Wenn u_0 entweder mit b oder mit c zusammenfallen sollte, können wir in unserer Bezeichnungsweise den betreffenden Wert mit a vertauschen und eine entsprechende Permutation unter den Zahlen k, l, m vornehmen. Wir können also ohne Beschränkung der Allgemeinheit voraussetzen, daß

$$u_0 \neq b$$

und

$$u_0 \neq c$$

ist; ferner, daß unter den Funktionen $f_{q_n}(x)$ keine einzige für $x = 0$ den Wert b oder c hat.

Wir führen nun die für $|x| < 1$ meromorphen Funktionen

$$(13) \qquad \phi_n(x) = \frac{(f_{q_n}(x) - a)(b - c)}{(f_{q_n}(x) - c)(b - a)}$$

ein; hierbei bedeutet natürlich, wenn eine der Zahlen a, b, c unendlich ist, $\phi_n(x)$ den durch Weglassung der betreffenden zwei (∞ seienden) Faktoren (oben und unten) entstehenden Bruch. Diese Funktionen $\phi_n(x)$ haben folgende Eigenschaften:

Erstens existiert

$$\lim_{n=\infty} \phi_n(0) = \frac{(u_0 - a)(b - c)}{(u_0 - c)(b - a)} = y_0;$$

dies y_0 ist endlich (weil $u_0 \neq c$ ist) und von 1 verschieden (weil $u_0 \neq b$ ist).

Zweitens ist $\phi_n(0)$ für jedes n endlich und $\neq 1$.

Drittens sind für $0 < |x| < 1$ die Funktionen

$$(\phi_n(x))^{\frac{1}{k}}, \ (\phi_n(x) - 1)^{\frac{1}{l}}, \ \left(\frac{1}{\phi_n(x)}\right)^{\frac{1}{m}}$$

in der Umgebung ihrer Nullstellen unverzweigt.

Wir betrachten jetzt in einer komplexen Zahlenebene w ein Kreisbogendreieck OAB, dessen eine Ecke O mit dem Koordinatenanfangspunkt $w = 0$ zusammenfällt, während die Seite OA ein Stück der positiven reellen Achse und OB ein geradliniger Strahl ist, der mit dem ersten den Winkel $\frac{\pi}{k}$ einschließt. Der Kreisbogen AB ist derart gewählt, daß er mit den beiden Strahlen OA und OB bzw. die

Winkel $\frac{\pi}{l}$ und $\frac{\pi}{m}$ einschließt und den Einheitskreis der ω-Ebene orthogonal schneidet. Ein derartiges Dreieck existiert unter der gemachten Annahme (12) immer.

Wir bilden das Innere dieses Dreiecks auf die obere Hälfte der y-Ebene derart ab, daß den Punkten O, A, B der ω-Ebene die Punkte 0, 1, ∞ der y-Ebene entsprechen. Diese Abbildung geschieht bekanntlich mit Hilfe eines bestimmten Zweiges einer Funktion $\omega(y)$, die folgende Eigenschaften hat:

1. Die Funktion $\omega(y)$ ist überall regulär bis auf die Punkte $y = 0, 1, \infty$. Diese sind Verzweigungspunkte in jedem Blatt der Riemannschen Fläche, und zwar bzw. von der Ordnung k, l, m.

2. Ihre Umkehrung $y(\omega)$ ist für $|\omega| < 1$ meromorph und über den Kreis $|\omega| = 1$ nicht fortsetzbar.

3. Der in Betracht kommende Zweig besitzt außerdem in der Umgebung von $y = 0$ die Entwicklung

$$\omega = y^{\frac{1}{k}} (a_0 + a_1 y + \cdots),$$

wo $a_0 \neq 0$ ist.

Wir betrachten nun die Funktion

$$\Omega(y) = \omega^k(y),$$

die bei analogen Problemen schon gute Dienste geleistet hat[1]. Sie besitzt folgende Eigenschaften:

1. Die Funktion $\Omega(y)$ ist überall regulär bis auf die Punkte 0, 1, ∞. Von diesen sind $y = 1$ und $y = \infty$ überall Verzweigungspunkte, und zwar l-ter bzw. m-ter Ordnung; $y = 0$ ist, abgesehen von einem Blatt, Verzweigungspunkt k-ter Ordnung.

2. Ihre Umkehrung $y(\Omega)$ ist für $|\Omega| < 1$ meromorph und über den Kreis $|\Omega| = 1$ nicht fortsetzbar.

3. Eine Entwicklung von $\Omega(y)$ in der Umgebung von $y = 0$ hat die Gestalt

$$\Omega = b_1 y + b_2 y^2 + \cdots, \tag{14}$$

wo $b_1 \neq 0$ ist.

Wir schneiden nun die y-Ebene längs einer geraden Linie auf, welche die Punkte 1 und ∞ verbindet und weder den Punkt 0 noch den Punkt y_0 enthält. Die so aufgeschnittene Ebene wird durch den soeben betrachteten Zweig (14) auf ein Gebiet der Ω-Ebene abgebildet, das wir mit $\bar{\Omega}$ bezeichnen wollen.

---

[1] Vgl. Carathéodory, *Sur quelques applications du théorème de Landau-Picard* [Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris, Bd. CXXXXIV (1907), S. 1203—1206].

Durch die Funktion $\Omega(y)$ wird auf das Innere des Kreises $|\Omega| < 1$ eine Riemannsche Fläche konform abgebildet, die aus unendlich vielen Blättern besteht, von denen immer je k im Punkte $y = 0$, je l im Punkte $y = 1$ und je m im Punkte $y = \infty$ zusammenhängen, mit Ausnahme eines einzigen Blattes dieser Fläche, das im Punkte $y = 0$ unverzweigt ist. Dies Blatt entspricht dem Zweige, den wir soeben betrachteten.

Nun kehren wir zu unseren Funktionen $\phi_n(x)$ zurück und setzen sie für y in $\Omega(y)$ ein; wir können und wollen dabei festsetzen, daß dem Punkte $\phi_n(0)$ immer ein Punkt des Innern oder des Randes von $\bar{\Omega}$ entsprechen soll. Genauer soll, wenn $\phi_n(0)$ auf dem Schnitt von 1 bis ∞ liegt, derjenige Wert in $\bar{\Omega}$ genommen werden, der einem bestimmten Ufer des Schnittes entspricht. Dann ist für jedes n

$$\Omega_n(x) = \Omega(\phi_n(x))$$

im Punkte $x = 0$ eindeutig bestimmt und für $|x| < 1$ regulär, mit Rücksicht auf die oben zusammengestellten Eigenschaften der Funktionen ϕ_n und Ω. In der Tat ist jeder Punkt des Gebiets $0 < |x| < 1$, in welchem $\phi_n(x)$ einen der Werte 0, 1 oder ∞ hat, regulärer Punkt für $(\phi_n(x))^{\frac{1}{k}}$ bzw. $(\phi_n(x) - 1)^{\frac{1}{l}}$ bzw. $\left(\frac{1}{\phi_n(x)}\right)^{\frac{1}{m}}$, also regulärer Punkt für $\Omega(\phi_n(x))$.

$\Omega_n(x)$ ist daher für $|x| < 1$ regulär; überdies ist für $|x| < 1$ nach den Eigenschaften der Ω-Funktion $|\Omega_n(x)| < 1$.

Wir können also wie beim Beweise des Satzes II aus der Folge $\Omega_1, \Omega_2, \cdots$ eine Teilfolge

$$\Omega_{\varkappa_1}, \Omega_{\varkappa_2}, \ldots, \Omega_{\varkappa_j}, \cdots$$

aussondern, die für $|x| < 1$ gegen eine reguläre analytische Funktion $\Omega_0(x)$ konvergiert, und zwar bei festem ϑ zwischen 0 und 1 gleichmäßig für $|x| \leqq \vartheta$. Für $|x| < 1$ ist dann

$$|\Omega_0(x)| \leqq 1;$$

da nun

$$|\Omega_0(0)| = |\lim_{n=\infty} \Omega(\phi_n(0))| = |\Omega(y_0)| < 1$$

ist, so ist für $|x| < 1$

$$|\Omega_0(x)| < 1;$$

denn wäre einmal

$$|\Omega_0(x')| = 1,$$

wobei $|x'| < 1$ ist, so wäre $\Omega_0(x)$ gewiß keine Konstante; also wäre in einem passend wählbaren Punkte x'' im Innern des Einheitskreises

$$|\Omega_0(x'')| > 1.$$

Wir behaupten, daß die entsprechenden Funktionen

$$\phi_{\varkappa_j}(x) = y\left(\Omega\left(\phi_{\varkappa_j}(x)\right)\right) = y\left(\Omega_{\varkappa_j}(x)\right),$$

welche nach Voraussetzung für $|x| < 1$ meromorph sind, dort für $j = \infty$ einem Limes $\phi(x)$ zustreben, und zwar für $|x| \leqq \vartheta$ gleichmäßig.

Läßt man j bei festem x wachsen, so konvergiert $\Omega_{\varkappa_j}(x)$ für $|x| < 1$ gegen $\Omega_0(x)$; da für $|\Omega'| < 1$

$$\lim_{\Omega = \Omega'} y(\Omega) = y(\Omega')$$

ist, so existiert

$$\lim_{j=\infty} \phi_{\varkappa_j}(x) = y\left(\Omega_0(x)\right) = \phi(x).$$

Diese Funktion $y\left(\Omega_0(x)\right)$ ist nun für $|x| < 1$ entweder meromorph oder konstant ∞. Nach (13) hängen die Funktionen $\phi_n(x)$ mit unseren ursprünglichen Funktionen $f_{q_n}(x)$ durch eine linear gebrochene Substitution zusammen. Aus der Reihe der $f_n(x)$ können wir also eine Teilfolge aussondern (nämlich die aus denjenigen $f_{q_n}(x)$ bestehende, für welche $n = \varkappa_j$ ist), die für $|x| < 1$ konvergiert, und zwar entweder gegen eine dort meromorphe Funktion oder gegen ∞; letzteres ist aber ausgeschlossen, da wir von vornherein nur solche Folgen $f_n(x)$ betrachtet haben, die für mindestens einen Wert von x gegen eine endliche Zahl konvergieren.

Es bleibt zu beweisen, daß die Konvergenz für $|x| \leqq \vartheta$ eine gleichmäßige ist. Dazu ist es hinreichend festzustellen, daß für jedes x im Einheitskreise eine Umgebung existiert, in welcher die Konvergenz eine gleichmäßige ist. Es sei also

$$|\xi| < 1,$$

und es werde

$$\phi(\xi) = \eta$$

und

$$\Omega_0(\xi) = \zeta$$

gesetzt. Dann ist sicher

$$|\zeta| < 1.$$

Nun nehmen wir einen beliebigen Kreis um ζ, der dem Innern des Einheitskreises der Ω-Ebene angehört und so klein ist, daß außer höchstens der Stelle ζ keine einzige Nullstelle und kein Pol der Funktion $y(\Omega)$ in ihm oder auf seiner Peripherie liegt. Es sei 2ρ der Radius dieses Kreises und σ der Radius eines Kreises der x-Ebene, dessen Mittelpunkt ξ ist und der so klein ist, daß für alle seine Punkte

$$|x - \xi| < \frac{1 - |\xi|}{2}$$

und

$$|\Omega_0(x) - \zeta| < \rho$$

ist. Dann wird im selben Kreise der x-Ebene wegen der gleichmäßigen Konvergenz der Folge $\Omega_{\varkappa_j}(x)$ von einem gewissen j an

$$|\Omega_{\varkappa_j}(x) - \zeta| < 2\rho$$

sein. Unter den von uns gemachten Voraussetzungen zieht dadurch die gleichmäßige Konvergenz (im üblichen Sinne) der $\Omega_{\varkappa_j}(x)$ diejenige der $\phi_{\varkappa_j}(x)$ (bzw., falls $\eta = \infty$ ist, diejenige von $\frac{1}{\phi_{\varkappa_j}(x)}$) nach sich.

Hieraus folgt schließlich, daß die $f_{\eta_{\varkappa_j}}(x)$ auch gleichmäßig konvergieren.

§ 7.

Wir können jetzt genau wie beim Satze VII die Zahlen a, b, c von n abhängig machen, wenn nur gewisse Bedingungen erfüllt sind. Das Ziel dieses Schlußparagraphen ist nämlich der

Satz IX: *Es seien die analytischen Funktionen*

(15) $$f_1(x), \; f_2(x), \; \cdots, \; f_n(x), \; \cdots$$

für $|x| < 1$ *meromorph. Es seien* k, l, m *drei positive ganze Zahlen (einschließlich* ∞*) und*

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{l} + \frac{1}{m} < 1.$$

Jeder Funktion der Folge (15) *seien drei verschiedene Konstanten* a_n, b_n, c_n *mit folgenden Eigenschaften zugeordnet. Erstens sind für keine Teilfolge* n_ν, *bei der*

$$\lim_{\nu=\infty} a_{n_\nu} = \alpha, \quad \lim_{\nu=\infty} b_{n_\nu} = \beta, \quad \lim_{\nu=\infty} c_{n_\nu} = \gamma$$

existieren, irgend zwei unter den drei Zahlen α, β, γ *einander gleich. Zweitens hat für* $0 < |x| < 1$ *jede Nullstelle von* $f_n(x) - a_n$ *(bzw. für* $a_n = \infty$ *von* $\frac{1}{f_n(x)}$*) ihre Ordnung durch* k *teilbar, und es gilt das Entsprechende, wenn* a_n, k *durch* b_n, l *bzw.* c_n, m *ersetzt wird.*

Es existiere

(16) $$\lim_{n=\infty} f_n(x)$$

für unendlich viele Punkte, die mindestens einen Häufungspunkt im Innern des Einheitskreises haben; dieser Grenzwert (16) *sei für mindestens einen dieser Punkte endlich.*

Dann ist für alle x *des Gebietes* $|x| < 1$

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x)$$

vorhanden und meromorph. Ferner ist für $|x| \leqq \vartheta$ *gleichmäßig*

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x) .$$

Vorbemerkung: Die im Satz VII gemachten Annahmen über a_n und b_n sind, wenn $c_n = \infty$ gesetzt wird, selbstverständlich in unseren jetzigen Annahmen enthalten. Daher enthält offenbar der Satz IX den Satz VII und damit auch die Sätze I, II und VI. Außerdem enthält Satz IX den Satz VIII.

Beweis: Ohne Beschränkung der Allgemeinheit dürfen offenbar k, l, m als endlich angenommen werden.

Es ist wiederum nur nötig, aus (15) eine Teilfolge auszusondern, die für $|x| < 1$ gegen eine meromorphe Funktion konvergiert, und zwar für $|x| \leqq \vartheta$ gleichmäßig.

Erster Schritt: Wir wählen eine Folge verschiedener positiver ganzer Zahlen $r_1, r_2, \cdots, r_j, \cdots$ derart, daß

$$\lim_{j=\infty} a_{r_j} = a, \quad \lim_{j=\infty} b_{r_j} = b, \quad \lim_{j=\infty} c_{r_j} = c$$

existieren. Nach Voraussetzung sind alsdann a, b, c drei verschiedene Zahlen.

Zweiter Schritt: Aus der Menge r_j wählen wir eine Teilmenge q_n aus, so daß

$$\lim_{n=\infty} f_{q_n}(0) = u_0$$

existiert. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit darf angenommen werden, daß $u_0 \neq b$ und $u_0 \neq c$ ist, sowie jede der Zahlen $f_{q_n}(0)$ von b_{q_n} und c_{q_n} verschieden ist.

Dritter Schritt: Wir führen die für $|x| < 1$ meromorphen Funktionen

$$\phi_n(x) = \frac{(f_{q_n}(x) - a_{q_n})\ (b_{q_n} - c_{q_n})}{(f_{q_n}(x) - c_{q_n})\ (b_{q_n} - a_{q_n})}$$

ein. Die Funktionen $\phi_n(x)$ haben folgende Eigenschaften.

Erstens existiert

$$\lim_{n=\infty} \phi_n(0) = \frac{(u_0 - a)\ (b - c)}{(u_0 - c)\ (b - a)} = y_0;$$

dies y_0 ist endlich und $\neq 1$.

Zweitens ist $\phi_n(0)$ für jedes n endlich und $\neq 1$.

Drittens sind für $0 < |x| < 1$ die Funktionen

$$(\phi_n(x))^{\frac{1}{k}},\ (\phi_n(x) - 1)^{\frac{1}{l}},\ \left(\frac{1}{\phi_n(x)}\right)^{\frac{1}{m}}$$

in der Umgebung ihrer Nullstellen unverzweigt.

Sie haben also genau dieselben Eigenschaften wie die Funktionen $\phi_n(x)$, die wir zum Beweise des Satzes VIII eingeführt haben. Wir können nach dem damals Geschlossenen aus dieser Folge eine neue Folge

$$\phi_{\varkappa_1}(x), \phi_{\varkappa_2}(x), \cdots, \phi_{\varkappa_j}(x), \cdots$$

aussondern, so daß

$$\lim_{j=\infty} \phi_{\varkappa_j}(x) = \phi(x)$$

für $|x| < 1$ existiert und eine meromorphe Funktion oder die Zahl ∞ darstellt, und daß außerdem für $|x| \leqq \vartheta$ die Konvergenz eine gleichmäßige ist.

Wenn wir nun zu den $f_n(x)$ zurückkehren, so sehen wir, daß wir im Besitz einer Teilfolge sind, die für $|x| < 1$ konvergiert, und zwar gegen eine dort meromorphe Funktion oder gegen ∞; letzteres ist nach Voraussetzung ausgeschlossen.

Daß diese Konvergenz für $|x| \leqq \vartheta$ gleichmäßig ist, ersieht man ebenso wie beim Beweise des Satzes VIII.

Schluß.

Die ganzen Resultate dieser Untersuchungen dürfen wir wohl als recht merkwürdig bezeichnen; hatte doch bereits Stieltjes, der eine gewisse Zwischenstation zwischen Satz I und Satz II (historisch die erste über Weierstrass hinausgehende) erreicht hatte, in einem Briefe an Hermite[1] (vom 14. 2. 1894) seiner Verwunderung über sein eigenes Ergebnis in folgenden Worten Ausdruck verliehen: »ayant longuement réfléchi sur cette démonstration, je suis sûr qu'elle est bonne, solide et valable. J'ai dû l'examiner avec d'autant plus de soin qu'*a priori* il me semblait que le théorème énoncé *ne pouvait pas exister* et *devait être faux*. Je vous avouerai cependant que je serais heureux si quelqu'un voulait examiner la démonstration; peut-être M. Picard qui a le coup d'œil si facile et si juste...« Mit ähnlichen Empfindungen hatte Landau im Jahre 1904 den Beweis seiner Verallgemeinerung des Picardschen Satzes betrachtet und lange mit der Publikation gezögert, da auch der Beweis richtig, aber der Satz zu unwahrscheinlich erschien. Und nun findet das merkwürdige Zusammentreffen statt, daß der Stieltjessche Satz (in der Vitalischen Verschärfung) und der Landausche Satz (in der Schottky-Landauschen Verschärfung) vor dasselbe Problem mit Erfolg gespannt wurden.

[1] Correspondance d'Hermite et de Stieltjes, Bd. II (1905) [S. 368—370], S. 370.

Ausgegeben am 1. Juni.

SITZUNGSBERICHTE 1911.

XXVII.

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

18. Mai. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

Hr. Burdach las »Die älteste Gestalt des West-östlichen Divans. Zweite Untersuchung«. (Ersch. später.)

Die Berkaer Anfänge der Dichtung (Juni 1814) werden gewürdigt aus der Goethe damals umfangenden musikalischen Atmosphäre: »Epimenides«, »Proserpina«, »Die Weisen und die Leut'«, »gesellige Lieder«; Bach'sche Sonaten, Eberwein, Bernh. Anselm Weber, Zelter; Fr. A. Wolf's Theorie altgriechischer Musik und Metrik (Trochäen). An den vor der Rheinreise und an den während der fünf Reisetage (Weimar-Wiesbaden: 25.—29. Juli 1814) entstandenen Gedichten wird das Werden des neuen lyrischen Stils dargelegt, im steten Hinblick auf die Operndramen »Epimenides«, »Der Löwenstuhl« und auf das gesellige Lied.

Ausgegeben am 1. Juni.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.
XXVIII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1. Juni. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

1. Hr. Penck las über einige verwickelte Hebungserscheinungen. (Ersch. später.)

Auf die bekannte Hebung, welche durch die Bohrlöcher an den Säulen des Serapistempels bei Pozzuoli angezeigt wird, ist nunmehr eine Senkung gefolgt, welche in den letzten Jahren 1.5 cm jährlich betragen hat. Auch an der Punta di Sorrento, an der Villa des Pollio, finden sich Spuren mariner Thätigkeit 5—6 m über dem heutigen Meeresspiegel am römischen Mauerwerke und daneben Anzeichen ganz jugendlicher Senkung. Hiernach können die Hebungen und Senkungen des Serapistempels nicht auf Vorgänge speciell im Bereiche eines alten Vulkans zurückgeführt werden. Bei Mombasa spielten sich während der Quartärperiode ab: 1. eine Senkung, angezeigt durch den unteren todten Riffkalk, 2. eine darauffolgende Hebung, angezeigt durch Verwitterungserscheinungen auf der Oberfläche dieses Riffkalkes, 3. eine neuerliche Senkung, repräsentirt durch den oberen todten Riffkalk, 4. eine zweite Hebung, welche das Einschneiden von Thälern zur Folge hatte, 5. eine dritte Senkung, durch welche die Thäler in tiefe Buchten verwandelt wurden; während derselben erfolgte die Bildung des lebenden Riffes an der Aussenküste.

2. Hr. Frobenius legte eine Mittheilung des Hrn. Prof. I. Schur in Berlin vor: Über Gruppen periodischer linearer Substitutionen.

Es wird gezeigt, dass jede derartige Gruppe eine invariante Abelsche Untergruppe von endlichem Index enthält, und ein Verfahren angegeben, die unendlichen periodischen Substitutionsgruppen aus den endlichen Gruppen abzuleiten.

3. Die Akademie genehmigte die Aufnahme einer von Hrn. Waldeyer in der Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe vom 18. Mai 1911 vorgelegten Abhandlung des Hrn. Dr. K. Agadschanianz in St. Petersburg über die Kerne des menschlichen Kleinhirns in den Anhang zu den Abhandlungen dieser Classe.

4. Das correspondirende Mitglied der Akademie Hr. Ernst Ehlers in Göttingen hat am 18. Mai das fünfzigjährige Doctorjubiläum gefeiert; die Akademie hat ihm eine Adresse gewidmet, deren Wortlaut unten folgt.

5. Zu wissenschaftlichen Unternehmungen hat die Akademie durch die physikalisch-mathematische Classe bewilligt: Hrn. Engler zur Fortführung des Werkes »Das Pflanzenreich« 2300 Mark; Hrn. F. E. Schulze zur Fortführung des Unternehmens »Das Tierreich« 7650 Mark; Hrn. Rubens zur Fortführung seiner Untersuchungen auf dem Gebiete der langwelligen Strahlung 1000 Mark; dem correspondirenden Mitglied Hrn. Woldemar Voigt in Göttingen zur Beschaffung eines Magneten behufs Untersuchung der Gesetze der complicirten Typen des Zeeman-Effectes 5000 Mark; dem von dem II. Deutschen Kalitage für die wissenschaftliche Erforschung der norddeutschen Kalisalzlager eingesetzten Comité als fünfte Rate 1000 Mark; der Zoologischen Station in Roscoff gegen Einräumung eines von der Akademie zu vergebenden Arbeitsplatzes für die Dauer eines Jahres eine dritte Rate von 1500 Frcs.; als Beihülfe zu den Kosten der Herausgabe einer Sammlung aller in der Literatur vorkommenden physikalisch-chemischen Constanten 1000 Mark; Hrn. Prof. Dr. Julius Franz in Breslau zur Fortsetzung seiner für die Internationale Mond-Nomenclatur-Commission übernommenen Arbeit an der Bestimmung der Coordinaten lunarer Objecte 600 Mark; Hrn. Dr. Victor Franz in Frankfurt a. M. zur Fortsetzung seiner Untersuchungen über Fischwanderungen 300 Mark; Hrn. Prof. Dr. Friedrich Freiherrn von Huene in Tübingen zu einer Reise nach Nordamerika behufs Studien über fossile Reptilien 750 Mark; Hrn. Prof. Dr. Heinrich Poll in Berlin zur Fortsetzung seiner Studien über Kreuzung und Vererbung 700 Mark; Hrn. Prof. Dr. Otto Ruff in Danzig zur Fortsetzung seiner Untersuchungen über das Osmium 500 Mark; Hrn. Prof. Dr. Gustav Tornier in Berlin zu Untersuchungen über den Bau der paläontologischen Dinosaurier 900 Mark.

Über Gruppen periodischer linearer Substitutionen.

Von Prof. Dr. I. Schur
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. Frobenius.)

Eine lineare homogene Substitution

$$(A) \qquad x'_k = a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \cdots + a_{kn}x_n \qquad (k = 1, 2, \cdots, n)$$

nennt man *periodisch,* wenn unter ihren Potenzen $A, A^2, A^3, \cdots$ die identische Substitution E vorkommt. Der kleinste Exponent m, für den $A^m = E$ wird, heißt die *Ordnung* von A. Notwendig und hinreichend für die Periodizität einer Substitution A ist, daß die charakteristische Determinante $|A - xE|$ von A nur für Einheitswurzeln $\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_n$ verschwindet und lauter lineare Elementarteiler besitzt. Die Ordnung von A ist gleich dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Exponenten, zu denen die Einheitswurzeln $\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_n$ gehören.

Unter einer *periodischen Substitutionsgruppe* verstehen wir im folgenden eine Gruppe linearer homogener Substitutionen, die sämtlich periodisch sind. Zu diesen Gruppen gehören insbesondere alle endlichen Gruppen linearer Substitutionen von nicht verschwindenden Determinanten. Es gibt aber auch unendliche Gruppen dieser Art. Das einfachste Beispiel bildet die Gesamtheit der Substitutionen $x' = \rho x$, wo ρ alle Einheitswurzeln durchläuft. Ferner erzeugt jedes unendliche System von Substitutionen der Form

$$x'_1 = \rho_1 x_{\alpha_1}, \qquad x'_2 = \rho_2 x_{\alpha_2}, \qquad \cdots, \qquad x'_n = \rho_n x_{\alpha_n},$$

wo $\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_n$ Einheitswurzeln sind und $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ bis auf die Reihenfolge die Zahlen $1, 2, \cdots, n$ bedeuten, eine unendliche periodische Substitutionsgruppe.

Ein einfaches Kriterium für die Endlichkeit einer periodischen Substitutionsgruppe verdankt man Hrn. W. Burnside[1], der gezeigt hat,

[1] *On criteria for the finiteness of the order of a group of linear substitutions,* Proceedings of the London Mathematical Society, Ser. 2, Vol. 3 (1905), S. 435. Vgl. auch A. Loewy, *Über die Gruppen linearer homogener Substitutionen vom Typus einer endlichen Gruppe,* Math. Annalen, Bd. 64, S. 264.

daß *eine solche Gruppe stets und nur dann endlich ist, wenn die Ordnungen aller Substitutionen der Gruppe unterhalb einer endlichen Schranke liegen.*

Unter Benutzung dieses Kriteriums soll hier gezeigt werden, daß für jede periodische Substitutionsgruppe 𝔊 in n Variabeln folgende Sätze bestehen:

I. *Jedes System von endlich vielen Substitutionen der Gruppe 𝔊 erzeugt eine endliche Gruppe.*

II. *Die Gruppe 𝔊 ist eine* HERMITE*sche Gruppe, d. h. es gibt mindestens eine positiv definite* HERMITE*sche Form (von nicht verschwindender Determinante), die durch jede Substitution von 𝔊 in sich transformiert wird.*

III. *Die Gruppe 𝔊 enthält eine invariante* ABEL*sche Untergruppe 𝔄, deren Index endlich ist und unterhalb einer allein von n abhängigen Schranke liegt, sowie eine endliche Untergruppe 𝔋, deren Elemente zusammen mit den Elementen von 𝔄 die ganze Gruppe 𝔊 erzeugen.*

Durch diese Sätze wird die enge Verwandtschaft der allgemeinen periodischen Substitutionsgruppen mit den endlichen Gruppen dargetan. Der Satz III bildet ein Analogon zu dem bekannten von Hrn. C. JORDAN herrührenden Theorem über endliche Gruppen und liefert ein Verfahren zur Aufstellung aller periodischen Substitutionsgruppen mit gegebener Variabelnanzahl. Der Beweis dieses Satzes wird hier geführt mit Hilfe einer von Hrn. L. BIEBERBACH[1] angegebenen und von Hrn. G. FROBENIUS[2] vereinfachten Methode.

§ 1.

Der Beweis des Satzes I stützt sich auf folgenden Hilfssatz:

Es seien $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_p$ beliebige reelle oder komplexe Zahlen und es sei $K = P(\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_p)$ derjenige Zahlkörper, der aus dem Körper P der rationalen Zahlen durch Adjunktion von $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_p$ hervorgeht. Dann ist der Teilkörper A von K, der von den in K enthaltenen (in bezug auf P) algebraischen Zahlen gebildet wird, ein endlicher algebraischer Zahlkörper über P. Ist ferner n eine ganze rationale Zahl, so gibt es nur endlich viele Einheitswurzeln ρ, die Gleichungen nten Grades mit Koeffizienten aus dem Körper K genügen.

Wir können ohne Beschränkung der Allgemeinheit annehmen, daß unter den p Größen $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_p$ die ersten q transzendente Zahlen sind, zwischen denen keine algebraische Gleichung

$$(1.) \qquad \sum A_{\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q} \omega_1^{\nu_1} \omega_2^{\nu_2} \cdots \omega_q^{\nu_q} = 0$$

---

[1] *Über einen Satz des Hrn. C.* JORDAN *in der Theorie der endlichen Gruppen linearer Substitutionen,* Sitzungsberichte 1911, S. 231.

[2] *Über den von L.* BIEBERBACH *gefundenen Beweis eines Satzes von C.* JORDAN, Sitzungsberichte 1911, S. 241.

mit rationalen Koeffizienten besteht, während für $\nu > q$ die Zahlen $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_q, \omega_\nu$ durch eine Gleichung dieser Art verbunden sind. Es gibt dann auch keine ganze rationale Funktion $f(x_1, x_2, \cdots, x_q)$ mit algebraischen Koeffizienten, die für $x_1 = \omega_1, x_2 = \omega_2, \cdots, x_q = \omega_q$ verschwindet. Denn ersetzt man in f die Koeffizienten auf alle möglichen Arten durch die konjugiert algebraischen Zahlen, so würde das Produkt $F(x_1, x_2, \cdots, x_q)$ der so entstehenden Funktionen $f, f', f'', \cdots$ eine ganze rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten werden. Da aber auch $F(\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_q) = 0$ wird, so würden wir eine Gleichung der Form (1.) erhalten.

Bezeichnet man nun den Körper $\mathrm{P}(\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_q)$ mit Ω, so sind $\omega_{q+1}, \omega_{q+2}, \cdots, \omega_p$ als algebraische Zahlen in bezug auf Ω anzusehen, daher wird

$$\mathrm{K} = \Omega(\omega_{q+1}, \omega_{q+2}, \cdots, \omega_p)$$

ein endlicher algebraischer Zahlkörper über Ω. Ist k der Grad dieses Körpers, so besteht für je $k+1$ Zahlen $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{k+1}$ von K eine Gleichung der Form

$$\varphi_1 \alpha_1 + \varphi_2 \alpha_2 + \cdots + \varphi_{k+1} \alpha_{k+1} = 0,$$

wo $\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_{k+1}$ gewisse ganze rationale Funktionen von $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_q$ mit rationalen Koeffizienten sind. Die linke Seite dieser Gleichung läßt sich als ganze rationale Funktion von $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_q$ schreiben, deren Koeffizienten die Form

$$(2.) \qquad a_1 \alpha_1 + a_2 \alpha_2 + \cdots + a_{k+1} \alpha_{k+1}$$

besitzen, wo $a_1, a_2, \cdots, a_{k+1}$ rationale Zahlen bedeuten. Sind aber speziell $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{k+1}$ (in bezug auf P) algebraische Zahlen, so müssen alle Koeffizienten (2.) verschwinden, denn andernfalls würde sich für $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_q$ eine Gleichung mit algebraischen Koeffizienten ergeben. Der Teilkörper A von K besitzt also die Eigenschaft, daß je $k+1$ der in ihm enthaltenen Zahlen in bezug auf P linear abhängig sind. Hieraus folgt aber, daß A ein endlicher algebraischer Zahlkörper über P ist, dessen Grad höchstens gleich k wird.

Ist nun ρ eine primitive $m$te Einheitswurzel, für die eine Gleichung $n$ten Grades mit Koeffizienten aus dem Körper K besteht, so denken wir uns die Gleichung

$$(3.) \qquad f(x) = x^{n'} + k_1 x^{n'-1} + \cdots + k_{n'} = 0 \qquad (n' \leq n)$$

niedrigsten Grades gebildet, der ρ im Körper K genügt. Dann muß $f(x)$ ein Divisor von $x^m - 1$ sein. Die Wurzeln der Gleichung (3.) sind daher sämtlich $m$te Einheitswurzeln, und demnach die Koeffizienten $k_1, k_2, \cdots, k_{n'}$ algebraische Zahlen, die als Größen von K im Körper A enthalten sein müssen. Bildet man nun aber, wenn l der Grad des

algebraischen Zahlkörpers A ist, das Produkt $g(x)$ der l zu $f(x)$ konjugiert algebraischen Funktionen $f, f', \cdots, f^{(l-1)}$, so wird $g(x)$ eine ganze rationale Funktion des Grades $n'l$ mit rationalen Koeffizienten, die für $x = \rho$ verschwindet. Die Gleichung niedrigsten Grades, der ρ im Gebiete der rationalen Zahlen genügt, ist aber die $m$te Kreisteilungsgleichung, deren Grad gleich $\varphi(m)$ ist. Daher ist

$$\varphi(m) \leqq n'l \leqq nl.$$

Hieraus folgt aber, daß m bei festgehaltenem n eine gewisse endliche Schranke nicht überschreiten kann. Daher kommen für die Einheitswurzel ρ nur endlich viele Werte in Betracht.

Es sei nun $\mathfrak{G}$ eine beliebige periodische Substitutionsgruppe in n Variabeln. Man wähle in $\mathfrak{G}$ irgendwelche endlich viele Elemente $H_1, H_2, \cdots, H_r$ und betrachte die durch sie erzeugte Untergruppe $\mathfrak{H}$ von $\mathfrak{G}$. Die Koeffizienten einer Substitution H von $\mathfrak{H}$ sind dann gewisse ganze rationale Funktionen der $p = n^2 r$ Koeffizienten $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_p$ von $H_1, H_2, \cdots, H_r$, also in dem Körper $K = P(\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_p)$ enthalten. Die charakteristische Gleichung $|H - xE| = 0$ von H ist daher eine Gleichung $n$ten Grades, deren Koeffizienten dem Körper K angehören. Die Wurzeln dieser Gleichung sind aber, da H als Element von $\mathfrak{G}$ periodisch ist, Einheitswurzeln. Aus dem oben bewiesenen Hilfssatz ergibt sich daher, daß unter den charakteristischen Wurzeln aller Substitutionen H von $\mathfrak{H}$ nur endlich viele voneinander verschiedene Größen vorkommen. Folglich kommen auch für die Ordnungen der Substitutionen H nur endlich viele Werte in Betracht. Nach dem Burnsideschen Kriterium ist daher $\mathfrak{H}$ eine endliche Gruppe.

§ 2.

Eine Gruppe $\mathfrak{G}$ linearer homogener Substitutionen in n Variabeln wird als *irreduzibel* bezeichnet, wenn sich kein System von $m < n$ Linearformen $y_1, y_2, \cdots, y_m$ angeben läßt, die durch alle Substitutionen von $\mathfrak{G}$ untereinander linear transformiert werden. Die Gruppe $\mathfrak{G}$ heißt ferner *vollständig reduzibel*, wenn sie sich durch eine lineare Transformation P der Variabeln in eine mit ihr ähnliche Gruppe $\mathfrak{G}' = P\mathfrak{G}P^{-1}$ überführen läßt, welche die Form

$$\mathfrak{G}' = \begin{pmatrix} \mathfrak{G}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathfrak{G}_2 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \\ 0 & 0 & \cdots & \mathfrak{G}_k \end{pmatrix}$$

besitzt, wo $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \cdots, \mathfrak{G}_k$ irreduzible Gruppen sind. Diese k Gruppen sind, wenn ähnliche Gruppen als nicht voneinander verschieden an-

gesehen werden, durch die Gruppe $\mathfrak{G}$ bis auf die Reihenfolge eindeutig bestimmt und werden als die *irreduziblen Bestandteile* von $\mathfrak{G}$ bezeichnet. Zu den vollständig reduziblen Gruppen gehören insbesondere die endlichen Gruppen und allgemeiner alle Hermiteschen Gruppen. Umgekehrt ist jede vollständig reduzible Gruppe, deren irreduzible Bestandteile Hermitesche Gruppen sind, selbst eine Hermitesche Gruppe[1].

Um nun den Satz II zu beweisen, genügt es zu zeigen:

1. Jede periodische Substitutionsgruppe $\mathfrak{G}$ ist vollständig reduzibel.

2. Eine irreduzible periodische Substitutionsgruppe ist eine Hermitesche Gruppe.

Es sei nämlich r die Anzahl der linear unabhängigen Substitutionen in der Gruppe $\mathfrak{G}$. Besitzen dann die Substitutionen $H_1, H_2, \cdots, H_r$ diese Eigenschaft, so läßt sich jedes Element G von $\mathfrak{G}$ in der Form

$$G = a_1 H_1 + a_2 H_2 + \cdots + a_r H_r \tag{4.}$$

darstellen. Nun ist aber die durch $H_1, H_2, \cdots, H_r$ erzeugte Untergruppe $\mathfrak{H}$ von $\mathfrak{G}$ nach Satz I eine endliche Gruppe, also vollständig reduzibel. Ist insbesondere $\mathfrak{H}$ eine irreduzible Gruppe, so ist a fortiori auch $\mathfrak{G}$ irreduzibel. Im anderen Falle bestimme man die lineare Transformation P der Variabeln, so daß $P\mathfrak{H}P^{-1}$ vollständig zerfällt. Dann lehrt uns die aus (4.) hervorgehende Gleichung

$$PGP^{-1} = a_1 PH_1 P^{-1} + a_2 PH_2 P^{-1} + \cdots + a_r PH_r P^{-1},$$

daß PGP^{-1} in derselben Weise zerfällt wie die Substitutionen der Gruppe $P\mathfrak{H}P^{-1}$. Da dies für jedes Element G von $\mathfrak{G}$ gilt, so ist $\mathfrak{G}$ eine vollständig reduzible Gruppe. Zugleich ergibt sich, daß $\mathfrak{G}$ nur dann irreduzibel ist, wenn unter den endlichen Untergruppen von $\mathfrak{G}$ auch irreduzible Gruppen vorkommen.

Es sei nun $\mathfrak{G}$ eine irreduzible periodische Substitutionsgruppe, $\mathfrak{H}$ eine irreduzible endliche Untergruppe der Ordnung h von $\mathfrak{G}$. Wir können dann jedenfalls eine positiv definite Hermitesche Form F angeben, die durch alle Substitutionen von $\mathfrak{H}$ in sich transformiert wird. Diese Form F ist ferner, da $\mathfrak{H}$ irreduzibel ist, bis auf einen konstanten Faktor eindeutig bestimmt[2]. Ich behaupte nun, daß auch jede beliebige Substitution G von $\mathfrak{G}$ die Form F ungeändert läßt. In der Tat sei $\mathfrak{H}'$ die durch die h Elemente von $\mathfrak{H}$ und das Element G erzeugte Gruppe. Da $\mathfrak{H}'$ nach Satz I wieder eine endliche Gruppe ist,

---

[1] Vgl. den Artikel von Hrn. A. Loewy in Pascals Repertorium der höheren Mathematik, 2. Auflage, Bd. I, Kap. III, § 9.

[2] Vgl. W. Burnside, *On the reduction of a group of homogeneous linear substitutions of finite order*, Acta Mathematica, Bd. 28, S. 369; ferner G. Frobenius und I. Schur, *Über die reellen Darstellungen der endlichen Gruppen*, Sitzungsberichte 1906, S. 186.

so gibt es eine positiv definite HERMITEsche Form F', die durch alle Substitutionen von $\mathfrak{H}'$ in sich übergeführt wird. Diese Form wird aber speziell auch durch die Substitutionen von $\mathfrak{H}$ nicht geändert und muß sich daher von F nur um einen konstanten Faktor unterscheiden. Hieraus folgt aber, daß die Substitution G die Form F in sich transformiert. Hiermit ist der Satz II vollständig bewiesen.

Bestimmt man, wenn F eine positiv definite HERMITEsche Form der Variabeln $x_1, x_2, \cdots, x_n$ ist, die durch alle Substitutionen einer Gruppe $\mathfrak{G}$ nicht geändert wird, die lineare Transformation

$$(P) \qquad y_k = p_{k1}x_1 + p_{k2}x_2 + \cdots + p_{kn}x_n, \qquad (k = 1, 2, \cdots, n)$$

so daß

$$F = |y_1|^2 + |y_2|^2 + \cdots + |y_n|^2$$

wird, so führen die Substitutionen der mit $\mathfrak{G}$ ähnlichen Gruppe $P\mathfrak{G}P^{-1}$ die HERMITEsche Einheitsform in sich über. Eine solche lineare Substitution bezeichnet man als *unitär*. Der Satz II läßt sich daher auch folgendermaßen aussprechen:

II*. *Jede periodische Substitutionsgruppe ist einer Gruppe unitärer Substitutionen ähnlich.*

Eine unendliche Gruppe unitärer Substitutionen besitzt stets infinitesimale Operationen, d. h. es läßt sich zu jedem positiven ε eine von der identischen Substitution E verschiedene Substitution A der Gruppe angeben, deren Koeffizienten sich dem absoluten Betrage nach von den Koeffizienten von E um weniger als ε unterscheiden[1]. Aus II* ergibt sich daher:

Eine periodische Substitutionsgruppe, die keine infinitesimalen Operationen enthält, ist eine endliche Gruppe.

§ 3.

Nach dem Vorgange von Hrn. FROBENIUS (vgl. die in der Einleitung zitierte Arbeit) soll, wenn S eine beliebige lineare Substitution in n Variabeln ist, die Quadratsumme der absoluten Beträge der n^2 Koeffizienten von S mit $\mathfrak{S}(S)$ bezeichnet werden. Für jede unitäre Substitution U ist dann

$$\mathfrak{S}(S) = \mathfrak{S}(US) = \mathfrak{S}(SU) = \mathfrak{S}(U^{-1}SU).$$

Es gilt ferner, wie Hr. FROBENIUS gezeigt hat, folgender Satz:

Sind A und B zwei unitäre Substitutionen einer endlichen Gruppe und ist

$$(5.) \qquad \mathfrak{S}(E-A) < \frac{1}{2}, \qquad \mathfrak{S}(E-B) < 4,$$

so ist A mit B vertauschbar.

---

[1] Vgl. L. BIEBERBACH, *Über die Bewegungsgruppen der Euklidischen Räume* (§ 9). Math. Annalen, Bd. 70, S. 297.

Der Beweis des Satzes III ergibt sich nun, indem man die von Hrn. Frobenius für den Fall einer endlichen Gruppe durchgeführte Betrachtung fast wörtlich wiederholt. Wir können wegen II* annehmen, daß die Substitutionen der zu betrachtenden periodischen Substitutionsgruppe $\mathfrak{G}$ sämtlich unitär sind. Je zwei Substitutionen A, B von $\mathfrak{G}$, die den Bedingungen (5.) genügen, sind dann, da sie in einer endlichen Gruppe, nämlich in der durch sie erzeugten Gruppe, enthalten sind, untereinander vertauschbar. Diejenigen Elemente A von $\mathfrak{G}$, für die

$$\mathfrak{S}(E-A) < \frac{1}{2} \tag{6.}$$

ist, erzeugen daher eine Abelsche Untergruppe $\mathfrak{A}$ von $\mathfrak{G}$. Da ferner für jedes Element G von $\mathfrak{G}$ aus (6.) auch

$$\mathfrak{S}(E-G^{-1}AG) = \mathfrak{S}[G^{-1}(E-A)G] = \mathfrak{S}(E-A) < \frac{1}{2}$$

folgt, so ist $\mathfrak{A}$ eine invariante Untergruppe von $\mathfrak{G}$. Zwei Elemente R und S von $\mathfrak{G}$, für welche die Komplexe $\mathfrak{A}R$ und $\mathfrak{A}S$ voneinander verschieden sind, müssen der Bedingung $\mathfrak{S}(R-S) \geqq \frac{1}{2}$ genügen. Denn andernfalls würde sich

$$\mathfrak{S}(E-SR^{-1}) = \mathfrak{S}[(R-S)R^{-1}] = \mathfrak{S}(R-S) < \frac{1}{2}$$

ergeben, d. h. SR^{-1} müßte in $\mathfrak{A}$ enthalten sein; hieraus würde aber $\mathfrak{A}R = \mathfrak{A}S$ folgen. Die Anzahl der unitären Substitutionen $R_1, R_2, \cdots$ in n Variabeln, für die

$$\mathfrak{S}(R_\alpha - R_\beta) \geqq \frac{1}{2}$$

wird, ist aber endlich und zwar kleiner als $\lambda_n = (\sqrt{8n}+1)^{2n^2}$. Daher ist der Index p der Untergruppe $\mathfrak{A}$ von $\mathfrak{G}$ endlich und kleiner als λ_n.

Wird nun

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{A}R_1 + \mathfrak{A}R_2 + \cdots + \mathfrak{A}R_p,$$

so erzeugen $R_1, R_2, \cdots R_p$ eine endliche Untergruppe $\mathfrak{H}$ von $\mathfrak{G}$. Die Elemente dieser endlichen Gruppe erzeugen dann zusammen mit den Elementen von $\mathfrak{A}$ die ganze Gruppe $\mathfrak{G}$.

§ 4.

Nimmt man die endlichen Substitutionsgruppen als bekannt an, so läßt sich auf Grund des Satzes III ein Verfahren angeben, auch alle unendlichen periodischen Substitutionsgruppen aufzustellen.

Es sei nämlich $\mathfrak{K}$ eine beliebige endliche Gruppe linearer homogener Substitutionen in n Variabeln, $\mathfrak{B}$ irgendeine invariante Abelsche Untergruppe von $\mathfrak{K}$; hierbei kann $\mathfrak{B}$ auch die Ordnung 1 besitzen, d. h. nur die identische Substitution E enthalten. Wir können

die Gruppe $\mathfrak{K}$ durch eine mit ihr ähnliche Gruppe $\mathfrak{K}' = P\mathfrak{K}P^{-1}$ ersetzen, in der jedes Element B der Untergruppe $\mathfrak{B}' = P\mathfrak{B}P^{-1}$ die Normalform

$$(7.) \qquad x_1' = \beta_1 x_1, \quad x_2' = \beta_2 x_2, \quad \cdots, \quad x_n' = \beta_n x_n$$

besitzt. Man wähle nun irgendwelche Substitutionen $R, S, \cdots$, von denen jede die Form

$$(8.) \qquad x_1' = \rho_1 x_1, \quad x_2' = \rho_2 x_2, \quad \cdots, \quad x_n' = \rho_n x_n$$

hat, wo $\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_n$ beliebige Einheitswurzeln sind, die nur der Bedingung unterliegen, daß stets $\rho_\varkappa = \rho_\lambda$ sein soll, wenn in allen Substitutionen B von $\mathfrak{B}'$ die Zahl $\beta_\varkappa$ gleich β_λ ist. Es soll nun gezeigt werden:

1. Die durch die Substitutionen $R, S, \cdots$ und die Elemente von $\mathfrak{K}'$ erzeugte Gruppe $\mathfrak{G}'$ ist eine periodische Substitutionsgruppe.

2. Jede periodische Substitutionsgruppe $\mathfrak{G}$ ist einer Gruppe $\mathfrak{G}'$ ähnlich, die in der geschilderten Weise aus einer endlichen Gruppe $\mathfrak{K}$ hervorgeht.

Man betrachte nämlich die durch die Substitutionen $R, S, \cdots$ und die Elemente von $\mathfrak{B}'$ erzeugte Abelsche Gruppe $\mathfrak{C}$. Diese Gruppe ist vollständig zerfallend und besitzt, wegen der über die Substitutionen $R, S, \cdots$ gemachten Voraussetzung, genau ebenso viele voneinander verschiedene irreduzible Bestandteile wie die Gruppe $\mathfrak{B}'$. In einer vollständig reduziblen Abelschen Gruppe ist aber bekanntlich die Anzahl der linear unabhängigen Substitutionen gleich der Anzahl der voneinander verschiedenen irreduziblen Bestandteile der Gruppe. Daher ist jede der Substitutionen $R, S, \cdots$ von den Elementen der Gruppe $\mathfrak{B}'$ linear abhängig. Da ferner $\mathfrak{B}'$ eine invariante Untergruppe von $\mathfrak{K}$ sein soll, so sind für jedes Element K von $\mathfrak{K}$ auch die Substitutionen

$$(9.) \qquad K^{-1}RK, \quad K^{-1}SK, \quad \ldots$$

als lineare homogene Verbindungen der Elemente von $\mathfrak{B}'$ darstellbar; daher besitzen sie sämtlich die Normalform (8.). Läßt man nun in (9.) das Element K alle Substitutionen der Gruppe $\mathfrak{K}$ durchlaufen, so erzeugen die so entstehenden Substitutionen, da sie periodisch und untereinander vertauschbar sind, eine periodische Substitutionsgruppe $\mathfrak{D}$, die durch jedes Element von $\mathfrak{K}$ in sich transformiert wird. Beachtet man, daß jedes Element Q der zu betrachtenden Gruppe $\mathfrak{G}'$ die Form DK hat, wo D in der Gruppe $\mathfrak{D}$ und K in der Gruppe $\mathfrak{K}$ enthalten ist, so ergibt sich unmittelbar, daß $\mathfrak{G}'$ eine periodische Substitutionsgruppe ist.

Es sei nun $\mathfrak{G}$ eine beliebige periodische Substitutionsgruppe, für welche die Untergruppen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{H}$ dieselbe Bedeutung haben mögen

wie in § 3. In der Abelschen Gruppe $\mathfrak{A}$ bestimme man m Elemente $B_1, B_2, \cdots, B_m$, durch die sich alle übrigen Elemente von $\mathfrak{A}$ linear und homogen darstellen lassen. Es bedeute $\mathfrak{K}$ die durch $B_1, B_2, \cdots, B_m$ und die Elemente von $\mathfrak{H}$ erzeugte Gruppe, ferner sei $\mathfrak{B}$ der größte gemeinsame Teiler von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{K}$. Dann ist $\mathfrak{K}$ eine endliche Gruppe, in der $\mathfrak{B}$ als invariante Abelsche Untergruppe enthalten ist. Man bestimme nun eine lineare Transformation P der Variabeln, so daß die Substitutionen B der Gruppe $P\mathfrak{B}P^{-1}$ die Normalform (7.) erhalten, und betrachte die Gruppe $\mathfrak{G}' = P\mathfrak{G}P^{-1}$. Diese Gruppe wird durch die von den Elementen B von $\mathfrak{B}'$ verschiedenen Substitutionen $R, S, \cdots$ der Untergruppe $\mathfrak{A}' = P\mathfrak{A}P^{-1}$ und die Substitutionen der endlichen Gruppe $\mathfrak{K}' = P\mathfrak{K}P^{-1}$ erzeugt. Da aber $R, S, \cdots$ als lineare homogene Verbindungen der Elemente B von $\mathfrak{B}'$ darstellbar sind, so zerfallen sie in derselben Weise wie die Substitutionen B. Dies lehrt uns aber, daß die zu $\mathfrak{G}$ ähnliche Gruppe $\mathfrak{G}'$ in der vorhin angegebenen Weise aus einer endlichen Gruppe $\mathfrak{K}$ abgeleitet werden kann.

Adresse an Hrn. Ernst Ehlers zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 18. Mai 1911.

Hochgeehrter Herr Kollege!

Freudigen Anteil nimmt an der goldenen Jubelfeier Ihrer medizinischen Doktorwürde heute die Berliner Akademie der Wissenschaften, welche Sie mit Stolz seit 14 Jahren zu den Ihrigen zählt.

Daß Sie, wie so viele Zoologen, in der medizinischen Fakultät Ihre erste wissenschaftliche Ausbildung erhalten haben, ist für die Richtung Ihrer zoologischen Arbeiten bedeutungsvoll geworden. Unter dem mächtigen Einfluß Ihres geistvollen Lehrers in der Anatomie, Jakob Henle, haben Sie die strenge Methode des Denkens und Forschens sowie jene Vorliebe für gründliche anatomische Studien gewonnen, welche alle Ihre Publikationen auszeichnet.

Durch den glücklichen Umstand, daß Sie noch vor Beendigung Ihrer Studienzeit Ihren Freund und Lehrer in der Zoologie, Wilhelm Keferstein, auf einer längeren Forschungsreise nach dem Eldorado aller Zoologen, Neapel und Messina, begleiten durften, wurde Ihre Neigung zur Zoologie in dem Maße verstärkt, daß Sie sich, obwohl noch lange als anatomischer Prosektor tätig, doch ganz der Wissenschaft zuwandten, in welcher Sie sich bald als Forscher und Lehrer so große Verdienste erwerben sollten.

In jedem Bezirke des weiten Tierreichs wohl orientiert, haben Sie sich doch seit Ihrer Doktordissertation, welche den merkwürdigen Sternwurm Priapulus behandelte, vorwiegend mit dem als phylogenetische Ausgangsgruppe aller höheren Tierabteilungen so überaus wichtigen und interessanten Stamm der Würmer beschäftigt. Schon in dem Bericht, welchen Sie im Vereine mit Keferstein über die gemeinsamen Untersuchungen der niederen Mittelmeerfauna herausgaben, spielen die speziell von Ihnen näher studierten Gephyreen eine hervorragende Rolle. Und wenige Jahre später haben Sie mit Ihrer »Monographie der Borstenwürmer« ein für Anatomie und Systematik dieser höchstentwickelten Würmer grundlegendes Werk geschaffen. Gleiche Sorgfalt und Genauigkeit zeigt die lange Reihe der Publikationen, in

welchen Sie die Ausbeute an Borstenwürmern von zahlreichen deutschen und fremdländischen Expeditionen wissenschaftlich verwertet haben, sowie die vielen Mitteilungen über einzelne Arten und Organe von Würmern, welche sich sogar auf fossile Angehörige dieser Tiergruppe ausdehnten.

Doch entsprach es keineswegs Ihrer Neigung, sich ausschließlich auf diese eine Abteilung der Tiere zu beschränken oder nur anatomische Zergliederungen vorzunehmen. Auch wichtige systematische, entwicklungsgeschichtliche und faunistische Abhandlungen verdanken wir Ihnen, und nicht nur über die Würmer, sondern über die verschiedensten Tiergruppen, Vortizellen, Bryozoen, Milben, Mollusken, Fische und Säugetiere. Selbst in das Gebiet der Anthropologie und Prähistorik haben Sie hinübergegriffen.

So war es denn begreiflich, daß der alternde hochverdiente Mitbegründer und Herausgeber unserer vornehmsten zoologischen Zeitschrift, von Siebold, gerade Sie zum Beistand bei den Redaktionsgeschäften heranzog, welche Sie dann, nach von Siebolds Tode, im Verein mit Kölliker und seit 5 Jahren allein in bewunderungswürdiger Weise geführt haben und hoffentlich noch recht lange führen werden.

Neben diesen vielseitigen erfolgreichen Forschungsarbeiten und den zeitraubenden Redaktionsgeschäften haben Sie sich mit gleicher Hingebung dem Lehrberufe gewidmet, wofür Ihnen die zahlreichen und vielfach als tüchtige Hochschullehrer wirkenden Schüler treue Dankbarkeit bewahren.

Besonders hervorzuheben ist endlich Ihre langjährige Tätigkeit an der Spitze der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, die in der letzten Zeit mit unserer Akademie durch das Kartell und die Assoziation in innigere Beziehung getreten ist. Wenn diese Verbindungen der Akademieen sich segensreich entwickelt haben und die Schwierigkeiten der Gründung und Ausgestaltung glücklich überwunden worden sind, so wird Ihrer besonnenen und einsichtsvollen Mitwirkung dabei ein guter Teil des Erfolges verdankt.

Möge es Ihnen, hochverehrter Jubilar, vergönnt sein, noch lange in gleicher Weise wie bisher, in voller geistiger und körperlicher Rüstigkeit — ein echter deutscher Gelehrter — zum Nutzen der Wissenschaft als Forscher, Lehrer und Leiter zu wirken; das wünscht mit Ihren Schülern und Verehrern

die Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften.

Inschriften aus Rantidi in Kypros.

Von Prof. Richard Meister
in Leipzig.

(Vorgelegt von Hrn. v. Wilamowitz-Moellendorff am 11. Mai 1911 [s. oben S. 539].)

Hierzu Taf. IV.

Die von Hrn. Dr. Zahn 1910 in Rantidi ausgegrabenen griechischen Inschriften sind alle im kyprischen Syllabar von links nach rechts geschrieben, und zwar zeigen die Buchstaben *e, o, u, le, va, ko, to* die spezifisch paphischen, vom gemeinkyprischen Syllabar abweichenden Formen, während die übrigen Buchstaben gemeinkyprisch sind. In der Tabelle auf S. 632 habe ich alle Buchstabenformen der bis jetzt bekannten Rantidi-Inschriften vereinigt.

Die zehn Inschriften aus Rantidi, die schon vor Dr. Zahns Grabung zum Vorschein gekommen waren (Sächs. Berichte 1910, 243 ff., Taf. II. III), stimmen nach Schriftcharakter und Inhalt mit den neu gefundenen im ganzen überein (einige Verschiedenheiten werden gleich zur Sprache kommen). Sechs von ihnen habe ich in den Sächsischen Berichten a. a. O. publiziert; ich wiederhole sie hier in der griechischen Umschrift:

1. [Τι]μυκρέτεο[ϲ τῶ] | Ὀναϲαγόραυ τῶ Τί[μω].
2. Ἀνικάτω θιᾶϲ.
3. Ἀπόλ(λ)ωνι Τιμοθία.
4. Φίλοϲ θιόϲ.
5. - - - γίραα | αἴ|θετυ | θυμι|jατά.
6. Θεὰ ϝηρπό(μ)πα.

Die übrigen vier lasse ich jetzt folgen. Die Steine befinden sich, wie alle übrigen in Rantidi gefundenen, im Cyprus-Museum zu Nicosia.

Die Abklatsche, nach denen ich sie gelesen habe, und einige Notizen über die Steine verdanke ich Hrn. Kleanthis Pieridis in Limassol.

7. »Long. 0.54, larg. 0.39, épaiss. 0.25.« Buchstabenhöhe c. 0.13.

to te o to a τῶ θεῶ τῶ Ἀ-
po lo no se πόλ(λ)ωνος.

Auch auf der Rückseite des Steins sollen nach Pieridis' Angabe Zeichen sein.

8. »Long. 0.55, larg. 0.35, épaiss. 0.21.« Buchstabenhöhe c. 0.10.

to te o to *a* τῶ θεῶ τῶ Ἀ-
po lo no se πόλ(λ)ωνος.

9. »Morceau d'une grande pierre.« Nach dem Abklatsch gemessen 0.23 lang, 0.14 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12.

si ta ma [z. B. Ὀνα]σιδάμα.

10. »Pierre longe de 0.60, cassée. Les morceaux peut-être ne sont pas classés par ordre.« 4 Steinfragmente, von Pieridis mit α, β, γ, δ numeriert. Buchstabenhöhe c. 0.10.

β) to te γ) o to a po α) *lo* δ) no se
τῶ θεῶ τῶ Ἀπόλ(λ)ωνος.

Diese zehn Inschriften sind nach Pieridis' Angabe außer Nr. 1 an der Stelle, wo Hr. Dr. Zahn später gegraben hat, gefunden worden, Nr. 1 aber, wie Hr. Pieridis Hrn. Dr. Zahn mitgeteilt hat, an einer anderen Stelle des großen Gebiets von Rantidi. Die Inschrift Nr. 1 unterscheidet sich auch durch ihre Beschaffenheit von den übrigen. Es ist die einzige, die bustrophedon geschrieben ist; ihr Schriftcharakter ist altertümlicher; das Zeichen *ra* hat den oberen Querstrich ungewöhnlich hoch über dem oben offenen Winkel; sollte es eine Grabinschrift sein, was ich annahm, so würde sie sich auch dadurch von den übrigen Rantidi-Inschriften, in denen sich nichts Sepulkrales findet, unterscheiden.

Die von Dr. Zahn ausgegrabenen Inschriften gebe ich auf Grund der von ihm mir freundlichst zur Verfügung gestellten Abklatsche, Photographien und Beschreibungen. Abklatsche habe ich von jeder Inschrift mindestens ein Exemplar erhalten, von den meisten zwei, von einigen drei. Photographien sind von 28 Inschriften vorhanden, allerdings kleinen Formats (Größe 0.115 × 0.08); auf einigen Platten sind mehrere Steine zusammen photographiert. Von 51 Steinen liegen Beschreibungen vor. Die Erhaltung der Inschriften ist im ganzen schlecht; die meisten sind fragmentiert, das Material ist weich und brüchig, die Zeichen sind außerdem bei nicht wenigen geflissentlich zerstört worden. Auf den Abklatschen von 12 Steinen [Z. 14A. 28b. 53. 57. 58. 64. 83. 110. 111. 120. 127; ohne Zahl (c)] habe ich keine Inschrift gefunden. Ich zitiere hinter der Nummer jeder Inschrift die von Dr. Zahn [Z.] auf den Stein geschriebene Zahl (fünf Steine sind ohne Zahl geblieben) und das mir vorliegende Material. Die in An-

Buchstabenformen der Inschriften aus Rantidi.

Vokale	*a*	*e*	*i*	*o*	*u*
j	*ja*	—	—	—	—
v	*va*	*ve*	—	*vo*	—
r	*ra*	*re*	*ri*	*ro*	—
l	*la*	*le*	—	*lo*	—
m	*ma*	—	*mi*	*mo*	*mu*
n	*na*	*ne*	*ni*	*no*	—
Gutturale	*ka*	*ke*	*ki*	*ko*	*ku*
Dentale	*ta*	*te*	*ti*	*to*	*tu*
Labiale	*pa*	—	*pi*	*po*	—
s	*sa*	*se*	*si*	—	—
x	*xa*	—	—	—	—

führungsstrichen gegebenen Beschreibungen der Steine stammen von Dr. Zahn. In der Silbenumschrift gebe ich, wie gewöhnlich, die deutlichen Zeichen durch kursive, die nach den mir zu Gebote stehenden Hilfsmitteln als undeutlich zu bezeichnenden durch stehende Buchstaben wieder. Divisoren bezeichne ich durch Punkte.

Inschrift des apollinischen Orakeltempels.

11. [Z. ohne Zahl (*b*)] Großer Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.70 lang, 0.30 breit, Buchstabenhöhe c. 0.12. 1 Abklatsch.

a po lo no se to te — Ἀπόλ(λ)ωνος τόδε
to to ma lo ki o ne — τὸ δῶμα λόγιον.

ΔΩ͂ΜΑ bezeichnet den Tempel (wie z. B. in der kyprischen Sakralinschrift, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1910, 151, Z. 16). Mit ΤῸ ΔΩ͂ΜΑ ΛΌΓΙΟΝ vgl. ΟἹ ΛΌΓΙΟΙ »die Weissager«, ΤᾺ ΛΌΓΙΑ »die weissagenden Sprüche«.

Tempelsatzungen.

12. [Z. 4] »Rohe Platte aus weißem Stein. Links oben ein Loch. Höhe 0.99; Breite 0.46; Dicke 0.20—0.22«. Buchstabenhöhe c. 0.12. Nur die oberste Zeile ist lesbar. 2 Abklatsche.

te se mo se ΘΕϹΜΌϹ.

Die Setzung des Silbenzeichens *se* für Ϲ vor Μ drückt aus, daß -Ϲ- zur ersten Silbe gehört und -ϹΜ- als »getrennte« Lautgruppe geschrieben wurde, wie das auch aus der Schreibung *i na la li si me na* = ἸΝΑΛΑΛΙϹΜΈΝΑ SGDI 60_{26} [Hoffm. 135] ersichtlich ist (Verf., Idg. Forsch. 4, 185).

13. [Z. 102] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.42 lang, 0.18 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche, Photographie.

te se *mo* ΘΕϹΜΌ[Ϲ].

Inschriften apollinischen Eigentums und dem Apollon dargebrachter Weihungen.

14. [Z. 80] »Stück eines rohen Quadersteins«, nach dem Abklatsch gemessen 0.46 lang, 0.25 breit. Buchstabenhöhe c. 0.07. 3 Abklatsche.

a po lo no se ἈΠΌΛ(Λ)ΩΝΟϹ.

15. [Z. ohne Zahl (*a*)] Großer Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.96 lang, 0.25 breit. Buchstabenhöhe in der oberen Zeile c. 0.12, in der unteren c. 0.09. Von den Zeichen sind auf dem Stein nur ganz schwache Spuren erhalten. 1 Abklatsch.

ku po ro ke re te se a ri si to ta mo
a po lo ni o ne te ke i tu ka i a za ta i
ΚΥΠΡΟΚΡΈΤΗϹ ἈΡΙϹΤΟΔΆΜΩ
ἈΠΌΛ(Λ)ΩΝΙ ὈΝΈΘΗΚΕ Ἰ(Ν) ΤΎΧΑΙ ἈΖΑΘΑ͂Ι.

16. [Z. 101] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.82 lang, 0.33 breit. Buchstabenhöhe c. 0.13. 1 vollständiger Abklatsch, 1 Teilabklatsch der unteren Zeile, Photographie.

to i a po *lo* ni ΤΩ͂Ι ἈΠΌΛ(Λ)ΩΝΙ
a ti *ja* ra *se* Ἀ(Ν)ΤῚ JΑΡΑ͂Ϲ.

Mit der Schreibung Ἀ(Ν)ΤῚ JΑΡΑ͂Ϲ vgl. ἈΠΌΛ(Λ)ΩΝΙ JΑΡΑ͂ SGDI 72 [Hoffm. 147], ΔΙϜῚ JΑΞΊΑϹ Ostrakon, Sächs. Abhandlungen 27 [1909], 309 u. a. — ἈΝΤῚ ἈΡΑ͂Ϲ »für das Gelübde«, dem Sinne nach so viel wie ἈΡΆ Nr. 66: SGDI 72 [Hoffm. 147]; Verf., Gr. Dial. II 175, Nr. 25[1] [Hoffm. 83] und ΕΥ̓ΧΩΛΑ͂ SGDI 27 [Hoffm. 94].

17. [Z. 96] Großer Stein. »Inschrift auf zwei Seiten« *a* (nach dem Abklatsch gemessen 0.54 lang, 0.66 hoch) und *b* (nach dem Abklatsch gemessen 0.50 lang, 0.17 breit).

a) Buchstabenhöhe c. 0.12. 1 vollständiger Abklatsch, 1 Teilabklatsch der unteren 3 Zeilen, Photographie. Oben, links und unten scheint der Stein gebrochen, rechts ist freier Raum am Ende der Zeilen.

- - - -	[τῶι θεῶι]
a po lo ni	[τῶι] Ἀπόλ(λ)ωνι
ke re te se	[z. B. Τιμο]κρέτηϲ
ke re te o *se*	[z. B. Τιμο]κρέτεοϲ
ri *si* to ka *mo*	[τῶ Ἀ]ριϲτογάμω
te te ke i tu	[κα]τέθηκε ἰ(ν) τύ-
- - - - -	[χαι ἀζαθαῖ].

b) Buchstabenhöhe c. 0.12. 1 Abklatsch.

mo ta mo	[z. B. Τι]μοδάμω.

18. [Z. 34] »Platte von weißlichem Steine. Länge 0.59; Breite 0.50; Höhe 0.18.« Buchstabenhöhe c. 0.13. Auf zwei aneinanderstoßenden Schmalseiten (*a*, *b*) einer Platte: von *a* 1 Abklatsch, von *b* 3 Abklatsche.

a) to · *te* o · *b*) to · a po lo ni

τῶ θεῶ τῶ Ἀπόλ(λ)ωνι.

19. [Z. 26] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.47 lang, 0.15 breit. Buchstabenhöhe c. 0.14. »Oben Eintiefung.« 2 Abklatsche, Photographie.

to *te o a po lo* ni	τῶ θεῶ Ἀπόλ(λ)ωνι.

20. [Z. 6] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.41 lang, 0.19 breit. Buchstabenhöhe c. 0.13. 2 Abklatsche.

te o a po *lo* ni	- - θεῶ Ἀπόλ(λ)ωνι.

21. [Z. 60] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.38 lang, 0.12 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

to a po *lo ni*	τῶ Ἀπόλ(λ)ωνι.

22. [Z. 97] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.47 lang, 0.22 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche.

a po *lo* ni	Ἀπόλ(λ)ωνι.

23. [Z. 65] »Etwa die Hälfte einer Platte aus grauweißem Steine. Länge 0.46; Breite 0.29; Dicke 0.15.« Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

a po *lo* ni	Ἀπόλ(λ)ωνι.

24. [Z. 70] »Ganz zerstörter Stein mit oberer Eintiefung.« Nach dem Abklatsch gemessen 0.65 lang, 0.15 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche.

lo ni to te o o ne te ke	- - [Ἀπό]λ(λ)ωνι τῶ θεῶ ὀνέθηκε - -

25. [Z. 109] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.45 lang, 0.24 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. 2 Abklatsche, Photographie.

o ne te ke to a po - - ὀνέθηκε τῶ Ἀπό[λ(λ)ωνι].

26. [Z. 19] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.23 lang, 0.18 breit. Buchstabenhöhe c. 0.07. 2 Abklatsche.

o ne te ke to a - - ὀνέθηκε τῶ Ἀ[πόλ(λ)ωνι].

27. [Z. 54 B] Kleines Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.14 lang, 0.11 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. 1 Abklatsch.

lo ni [Ἀπό]λ(λ)ωνι.

28. [Z. 17] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.27 lang, 0.26 breit. Buchstabenhöhe 0.08. 2 Abklatsche. Auf dem Fragment befinden sich die Schlußzeichen von drei Zeilen. Erkennbar sind nur die der dritten Zeile.

lo ni - - [Ἀπό]λ(λ)ωνι.

29. [Z. 94] Kleines Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.13 lang, 0.09 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. 1 Abklatsch.

lo ni [Ἀπό]λ(λ)ωνι.

30. [Z. 88] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.35 lang, 0.13 breit. Buchstabenhöhe 0.09. 1 Abklatsch.

a po lo no se *e* - Ἀπόλ(λ)ωνός ἠ[μι].

31. [Z. 25] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.39 lang, 0.26 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche, Photographie.

te o a po lo θεῶ Ἀπόλ(λ)ω[ν - -].

32. [Z. 8] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.31 lang, 0.21 breit. Buchstabenhöhe c. 0.15. 3 Abklatsche.

te o *a* po lo θεῶ Ἀπόλ(λ)ω[ν - -].

33. [Z. 123] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.38 lang, 0.19 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12. 2 Abklatsche, Photographie.

to a po lo τῶ Ἀπόλ(λ)ω[ν - -].

34. [Z. 31] »Fragment einer großen Platte. Zeichen auf der Oberseite.« Nach dem Abklatsch gemessen 0.48 lang, 0.21 breit. Buchstabenhöhe c. 0.16. 2 Abklatsche.

to a τῶ Ἀ[πόλ(λ)ων - -].

Über dem Zeichen *to* ist der Horizontalstrich eines Zeichens der oberen Zeile erhalten.

35. [Z. 52] »Fragmentierte Quader aus weißlichem Steine. Länge 0.41; Breite 0.26; Höhe 0.15.« Buchstabenhöhe c. 0.18. 2 Abklatsche.

a po lo Ἀπόλ(λ)ω[ν - -].

36. [Z. 24] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.29 lang, 0.13 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 3 Abklatsche. Das Fragment zeigt Reste von Zeichen in drei Zeilen; erkennbar ist in der dritten Zeile:

a po *lo* Ἀπόλ(λ)ω[ν - -].

37. [Z. 29] Kleines Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.19 lang, 0.11 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. 1 Abklatsch.

a po lo ᾿Απόλ(λ)ω[ν - -].

38. [Z. 32] »Oben Eintiefung. Links fragmentiert. Länge 0.31; Breite 0.31; Höhe 0.12. Grauweißer Stein.« Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche.

a po lo ᾿Απόλ(λ)ω[ν - -].

Stein mit dem Namen der Aphrodite im Nominativ.

39. [Z. 16] »Rohe Quader aus weißlichem Stein. Länge 1.01; Breite 0.47; Höhe 0.33.« Buchstabenhöhe c. 0.08. 2 Abklatsche, Photographie.

a te a *a a po ro ti ta* ἁ θεὰ ἁ ᾿Αφροδίτα.

Inschriften aphroditischen Eigentums und der Aphrodite dargebrachter Weihungen.

40. [Z. 11*b*, 11*a*] »Inschrift auf zwei Seiten.« Die beiden Wörter auf je einer Seite (*a* und *b*). Nach dem Abklatsch gemessen ist *a* 0.53 lang, 0.12 breit; *b* 0.17 lang, 0.12 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. Von jeder Seite 2 Abklatsche.

a) a po ro ti ta se ᾿Αφροδίτας
b) *e* mi ἠμί.

41. [Z. 100*b*, 100*a*] »Oben Eintiefung. Inschrift auf zwei Seiten.« *a* (nach dem Abklatsch gemessen 0.31 lang, 0.14 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12) und *b* (nach dem Abklatsch gemessen 0.46 lang, 0.12 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11). Von Seite *a* 1 Abklatsch, von Seite *b* 2 Abklatsche. 1 photographische Aufnahme von *b* hat mir auch Hr. Dr. Ohnefalsch-Richter zur Verfügung gestellt; es ist dieselbe, nach der der Stein im Globus 1910, S. 295 Abb. 3 im Zusammenhang mit einem Aufsatze Dr. Ohnefalsch-Richters abgebildet ist.

a) *a po ro ti ta se* ᾿Αφροδίτας
b) e mi ἠμί.

42. [Z. 12] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.46 lang, 0.19 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12. 2 Abklatsche.

a po ro ti ta se ᾿Αφροδίτας.

43. [Z. 43] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.32 lang, 0.23 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

a po *ro ti ta* se ᾿Αφροδίτας.

44. [Z. 46] »Platte aus weißem Stein, ringsum Rand. Länge 0.53; Breite 0.38; Höhe 0.16.« Buchstabenhöhe c. 0.09. Inschrift auf einer Breitseite (*a*) und einer Schmalseite (*b*). Von *a* 3 Abklatsche

und 1 Teilabklatsch des rechten Endes; Photographie. Von *b* 1 Abklatsch.

a) a po ro ti ta *se* Ἀφροδίτας
b) *o* - - - - - -

45. [Z. 89] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.48 lang, 0.12 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. »Oben Eintiefung.« 2 Abklatsche, Photographie.

a po ro ti ta se Ἀφροδίτας.

46. [Z. 98] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.49 lang, 0.16 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche.

a po ro ti ta se Ἀφροδίτας.

47. [Z. 49] »Einfache Platte aus weißlichem Stein. Inschrift auf der einen Langseite (*a*). Rest einer zweiten Inschrift auf der andern Langseite (*b*). Auf der Oberseite vielleicht ⳩. Länge 0.67; Breite 0.40; Höhe 0.15.« Buchstabenhöhe c. 0.11. Von *a* 3 Abklatsche, von *b* 1 Abklatsch.

a) pa *si* te *mi se* Πασίθεμις
b) o ne te ke ta *a po* ro ti ta - ὀνέθηκε τᾶ Ἀφροδίτα[ι].

48. [Z. 108] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.42 lang, 0.28 breit. Buchstabenhöhe in der oberen Zeile c. 0.15, in der unteren c. 0.09. 2 Abklatsche, Photographie.

- - - - - - - - -
a a [τᾶ θε]ᾶ Ἀ[φροδίται]
te ke i tu ka [ὀνέ]θηκε ἰ(ν) τύχα[ι ἀζαθᾶι].

49. [Z. 23] »Bruchstück. Auch hinten gebrochen. Länge 0.37; Breite 0.12; Dicke 0.05.« Buchstabenhöhe c. 0.10. Inschriften auf der Oberseite (*a*) und Vorderseite (*b*). Von *a* 2 Abklatsche, von *b* 1 Abklatsch.

a) *te* a *a po* ro [τᾶ] θεᾶ Ἀφρο[δίται]
b) von 3 Zeichen nicht sicher zu deutende Spuren. - - - - - - -

50. [Z. 69] »Roher großer Baustein von graulicher Farbe. Länge 1.02; Breite 0.29; Höhe 0.47. Inschrift absichtlich getilgt.« Buchstabenhöhe c. 0.20. 2 Abklatsche.

te *a* i *a* [τᾶ] θεᾶι Ἀ[φροδίται].

51. [Z. 40] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.22 lang, 0.19 breit. Buchstabenhöhe 0.09. 2 Abklatsche.

a *a po* ro [τᾶ θε]ᾶ Ἀφρο[δίται].

52. [Z. 54 A] »Platte aus weißlichem Steine, wohl vollständig. An der rechten Seite roh, aber doch Spuren von Bearbeitung. Länge 0.47; Breite 0.44; Höhe 0.14.« Sehr große Buchstaben (c. 0.30

hoch). Die Inschrift lief über mehrere Platten. 1 Abklatsch, Photographie.

a a [ΤᾶΙ θε]ᾶι Ἀ[φροδίται].

Links Spuren von *te*, rechts Spuren von *po*.

53. [Z. 55] Bruchstück mit drei Zeilen, nach dem Abklatsch gemessen 0.25 lang, 0.17 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. Erkennbar sind nur die Zeichen der ersten Zeile. 2 Abklatsche.

te a *a* po ro [ΤᾶΙ] θεᾶι Ἀφρο[δίται].

54. [Z. 62] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.29 lang, 0.25 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. »Obere Eintiefung.« 1 Abklatsch.

a ta a po ro [Τᾶι θε]ᾶι τᾶι Ἀφρο[δίται].

55. [Z. 104] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.24 lang, 0.12 breit. Buchstabenhöhe c. 0.07. 1 Abklatsch.

a po ro ti Ἀφροδί[τα - -].

56. [Z. 22] Kleines Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.11 lang, 0.12 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

po ro [Ἀ]φρο[δίτα - -].

57. [Z. 48] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.20 lang, 0.19 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12. »Oben Eintiefung.« Außer den zwei Buchstaben noch Spuren einer oberen und einer unteren Zeile. 1 Abklatsch.

- - - -   - - - -

po ro [Ἀ]φρο[δίτα - -]

- - - -   - - - -

58. [Z. 59] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.20 lang, 0.24 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. 2 Abklatsche.

a po ro Ἀφρο[δίτα - -].

59. [Z. 71] »Stück einer Platte. Gelblichgrauer Stein. Länge 0.66; Breite 0.46; Höhe 0.20.« Buchstabenhöhe c. 0.16. 2 Abklatsche.

a po ro Ἀφρο[δίτα - -].

Der Vanassa (= Aphrodite) dargebrachte Weihung.

60. [Z. 131] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.50 lang, 0.34 breit. Buchstabenhöhe c. 0.15. 1 vollständiger Abklatsch, 1 Teilabklatsch vom rechten Ende.

ta te a i ta *va* - - τᾶ θεᾶι τᾶ ϝα[νάσσαι] - -.

Vanassa war der Titel der Aphrodite in Paphos. Der königliche Priester der Aphrodite von Paphos nennt sich in seinen Weihinschriften: ὁ Πάφω βασιλεὺς (z. B. Νικοκλέϝης) ὁ ἰ(ε)ρεὺς τᾶς ϝανάσ(σ)ας. vgl. SGDI 38 [Hoffm. 103]; 39 [104]; 40 [105]; Verf., Gr. Dial. II 179 Nr. 36ª [102]; 180 Nr. 36ᵇ [101] usw.

Namen im Nominativ, durch die Aphrodite oder ihr verwandte göttliche Wesen bezeichnet zu sein scheinen.

61. [Z. 103] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.86 lang, 0.19 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. Schöne, regelmäßige, tief eingehauene Buchstaben. 2 Abklatsche, Photographie.

ro to sa ka ra pa Ροδοσκάρφα.

»Rosenstreuerin«, vgl. Hes. σκαρφᾶσθαι· σκεδάννυσθαι.

62. [Z. 78] »Etwa die Hälfte eines ovalen Steines. Weißlicher Stein. Länge 0.25; Breite 0.35; Höhe 0.18. Breite der Eintiefung 0.24.« Buchstabenhöhe c. 0.09. 2 Abklatsche.

ta lo i e - Θαλ(λ)ῶι ἠ[μι].

Von *mi* ist noch ein Rest erhalten. Θαλλώ hieß in Athen eine der drei Horen (Preller-Robert I 478).

63. [Z. 76] »Weißer Stein, an der Oberfläche gelblich. Länge 0.71; Breite 0.365; Höhe 0.23. Obere Eintiefung 0.46 × 0.28. Schriftzeichen auf drei Seiten.« Schmalseite *a*, Langseite *b*, Oberseite *c*. »An der Langseite und der Schmalseite sind die Schriftzeichen absichtlich getilgt.« Buchstabenhöhe auf *a* und *b* c. 0.13, auf *c* c. 0.08. Von *a* 1 Abklatsch, von *b* und *c* je 2 Abklatsche und Photographie.

a) *te a·* *b*) *a mo lo po to ra* Θεὰ ἁ μολποδώρα.

c) ka *lo pi vo* Καλοβίϝω.

Der Name des Weihenden im Genitiv mit hinzugedachtem ἠμί wie Nr. 74. 75 u. ö. Καλόβιϝος ist bemerkenswert wegen des bei βίος nach der Etymologie (Prellwitz, Etym. Wörterb.[2] 77) zu erwartenden, bisher aber noch nicht belegten Digamma.

64. [Z. 1] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.45 lang, 0.21 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

e u ti ja· Εὐδίjα.

Die »Freundliche« oder »Heitere«.

Drei Namen einer Göttin im Nominativ.

65. [Z. 61[a], 61[b]] »Weicher hellgelber Stein. Länge 0.78; Breite 0.45; Höhe 0.24—0.25. Obere Eintiefung 0.60 × 0.35.« Die Inschriften *a* und *b* stehen auf den Langseiten des Steins; Inschrift *a* füllt die ganze Länge der Seite, Buchstabenhöhe c. 0.08; Inschrift *b* ist nur 0.265 lang, Buchstabenhöhe c. 0.04. Auf Tafel IV sind beide Inschriften nach Dr. Zahns Photographien abgebildet. Außer den Photographien habe ich von *a* 2 Abklatsche, von *b* 3 Abklatsche.

Einige Buchstaben zeigen eine von den übrigen Rantidi-Inschriften abweichende Gestalt. In *b* unterscheidet sich das vierte Zeichen (von links)

von der in Rantidi gebräuchlichen Gestalt des *ra* dadurch, daß es einen Kreis und unter ihm eine ihn nicht tangierende Horizontale zeigt. Fremdartig erscheinen in *a* das zweite und vierte Zeichen (von links). Das zweite ist sicher kein *se*; bemerkenswert sind die beiden nahe aneinander befindlichen vertikalen Parallelstriche in der unteren Hälfte des Zeichens; von den drei oberen Parallelstrichen scheinen die beiden äußeren in gekrümmten Linien nach unten fortgesetzt gewesen zu sein:)¦(. Ist dies so, dann unterscheidet sich das Zeichen vom paphischen in den Rantidi-Inschriften angewendeten *va* nur dadurch, daß statt des liegenden Kreuzes zwei nach außen geöffnete Bogenlinien, wie im gemeinkyprischen *va*, eingemeißelt sind. Auch das andere der beiden fremdartig aussehenden Zeichen entpuppt sich vielleicht als ein bekanntes, nur durch zufällige Einwirkungen absonderlich gestaltetes Syllabarzeichen. Zunächst dürfte der auf Photographie und Abklatsch erscheinende Strich, der auf der linken Seite des Zeichens von der Mitte nach links abwärts führt, lediglich auf Verletzung der Oberfläche des Steins beruhen. Lassen wir diesen Strich unbeachtet, so zeigt sich der Buchstabe gebildet aus zwei nach außen geöffneten Bogenlinien, zwischen denen sich oben zwei kleine unten vereinigte Parallelstriche befinden. Die Krümmung der beiden Bogenlinien ist dem Steinmetzen nicht gut geglückt — nur dadurch scheint sich das Zeichen von der gemeinkyprischen und auch in Rantidi gebräuchlichen Form des *ma* zu unterscheiden. Die übrigen Zeichen der Inschriften sind deutlich.

a) *ti* [va] *e* [ma] *mo e i ta a* Δί[ϝα] ἠ [Μα]μ(μ)ὼ ἠ Ἰδάα.
b) *si ti ja ra ta* se Σι(ν)διjάρτας.

Durch den letzten der drei Namen wird die Göttin als die auf dem Ida wohnende Μήτηρ Ἰδαία (vgl. z. B. Eur. Or. 1453) bezeichnet, und danach dürfen wir [Μα]μ(μ)ώ als Nebenform ihrer Namen Μᾶ und Ἀμμάς (Hes.) auffassen. Δί[ϝ]α erscheint als Nebenform des Namens Διϝία, den wir in der großen Inschrift von Sillyon (Sächs. Berichte 1904, 3ff., besonders S. 16ff.) kennen gelernt haben; ob der Name Δία einer in Phlius und Sikyon verehrten Göttin (Strab. 8, 6, 24; Paus. 2, 13, 4) auf Δίϝα oder Διϝία zurückgeht, läßt sich nicht ausmachen; daß in Sillyon wie in Phlius und Sikyon die Μήτηρ mit diesem Namen ursprünglich bezeichnet worden sei, habe ich a. O. wahrscheinlich zu machen versucht, und durch die Inschrift aus Rantidi scheint die Identifizierung bestätigt zu werden. Der Name dessen, der das Weihgeschenk der dreinamigen Göttin dargebracht hat, ist ungriechisch; die Umschrift Σι(ν)διjάρτας habe ich nur beispielsweise eingesetzt. Er stellte sein Weihgeschenk an diesem Platze, an dem die griechische Aphrodite verehrt wurde, wahrscheinlich deshalb auf,

weil er zwischen der kleinasiatischen Muttergöttin und der griechischen Aphrodite, die beide Göttinnen der Fruchtbarkeit waren und manches im Mythos (vgl. Adonis-Attis; Ἰδαίης Ἀφροδίτης Anth. Pal. App. 51, 4) gemeinsam hatten, eine gewisse Wesensverwandtschaft sah. Sprachlich bemerkenswert ist Ἰδάα (aus Ἰδαία) wegen des Verlustes des Iota, da die kurzen *i*-Diphthonge vor Vokal im Kyprischen gewöhnlich ihr Iota behalten, und wegen des zum homerischen Dialekt stimmenden digammalosen Anlauts des Bergnamens Ἴδᾱ (über den kretischen Ζεὺς Βιδάτας und Βιδᾶς oder Βίδας vgl. Verf., Dorer und Achäer I 88, A. 3).

Bruchstücke von Weihinschriften ohne Götternamen.

66. [Z. 3] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.72 lang, 0.20 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12. 2 Abklatsche.

a ra · la o ἀρᾶ Λαο[z. B. τίμω].

Ex voto Lao[*timi*]. — Der Göttername steht bei ἀρᾶ, ἀ(ν)τὶ ἀρᾶς, εὐχωλᾶ im Dativ, abhängig von dem Verbum »geweiht« oder »er weihte«: ἀρᾶ Διί Verf., Gr. Dial. II 175 Nr. 25[1] [HOFFM. 83]; ὀνέθηκε Ὀνασίτιμος τῶι Ἀπόλ(λ)ωνι ϳαρᾶ ἰ(ν) τέμενος SGDI 72 [HOFFM. 147]; τῶι θεῶι τῶ Ὑλάταi Ὀνασίϝοικος ὁ Στασιϝοίκων κατέστασε εὐχωλᾶ ἰ(ν) τύχαι SGDI 27 [HOFFM. 94]; τῶι Ἀπόλ(λ)ωνι ἀ(ν)τὶ ϳαρᾶς oben Nr. 16. Bemerkenswert ist, daß auch in diesem neuen Beispiel ἀρᾶ in der echten Instrumentalform, ohne Iota, geschrieben ist (Verf., Gr. Dial. II 295 f.; Sächs. Berichte 1904, 18 f.; Ein Ostrakon, Sächs. Abh. 27 [1909], 323 f.).

67. [Z. 105] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.28 lang, 0.11 breit. Buchstabenhöhe c. 0.09. 1 Abklatsch.

to *te o* to - - τῶ θεῶ τῶ - -

68. [Z. 99] »Roh zugehauene Quader aus weißem, an der Oberfläche gelblichem Steine. Länge 0.80; Breite 0.35–0.39; Höhe 0.25.« Von den zwei Zeilen, die der Stein trug, sind nur noch wenige Buchstaben erkennbar. Buchstabenhöhe c. 0.09. 2 Abklatsche.

si - - - - - -
te o to - - θεῶ τῶ - -

69. [Z. 87] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.30 lang, 0.14 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

te o - - θεῶ - -

70. [Z. 124] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.28 lang, 0.14 breit. Buchstabenhöhe 0.10. Vier Zeichen, von denen nur die beiden mittleren erkennbar sind.

te o - - θεῶ - -

71. [Z. 112] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.25 lang, 0.10 breit. Buchstabenhöhe c. 0.06. 1 Abklatsch.

o ne te ke - - ὀνέθηκε - -

72. [Z. 39] »Oben Eintiefung.« Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.28 lang, 0.15 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12. 2 Abklatsche.

te ke *si* - - [ὀνέ]θηκε (oder [κατέ]θηκε) Cί(z. B. μμις).

73. [Z. 82] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.28 lang, 0.15 breit. »Oben Eintiefung.« Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

te ke - - [ὀνέ]θηκε (oder [κατέ]θηκε) - -

Personennamen, vermutlich zu Weihinschriften gehörig.

74. [Z. 28] »Gelblichweißgrauer Stein. Länge 0.99; Breite 0.46; Höhe 0.36. Obere Eintiefung 0.70×0.30. Der Rand um die Eintiefung wurde später weggemeißelt, um den Block als Quader zu verwenden.« Buchstabenhöhe c. 0.11. Schöne regelmäßige Zeichen. 2 Abklatsche und 1 Teilabklatsch des rechten Endes. Photographie.

pa si ti mo • e mi Πασιτίμω ἠμί.

»Ich bin (das Weihgeschenk) des Pasitimos«.

75. [Z. 10] »Quader aus weißlichem Steine, roh gearbeitet. Länge 0.87; Breite 0.40; Höhe 0.34.« Schriftzeichen auf der Oberseite (*a*) und Vorderseite (*b*). »Die Buchstaben der Vorderseite sind teilweise ausgemeißelt.« Buchstabenhöhe auf der Oberseite c. 0.14, auf der Vorderseite c. 0.09. Von diesem Stein erhielt ich bereits im September 1910 durch Hrn. Dr. Ohnefalsch-Richter Photographien nach zwei Aufnahmen (die eine Aufnahme hat Hr. Dr. Ohnefalsch-Richter in der Zeitschrift Globus 1910, S. 295 Abb. 4 reproduzieren lassen) und Abklatsche, und schickte auf seine Bitte eine kurze Mitteilung über die Lesung der Inschrift an die Londoner Times (abgedruckt in der Nummer vom 12. Nov. 1910, S. 13). Später erhielt ich durch Hrn. Dr. Zahn von dem Stein 2 photographische Aufnahmen und sehr gut gelungene, scharfe Abklatsche (von *a* 2, von *b* 3), aus denen ich bei wiederholter Beschäftigung mit dem Stein erkannte, daß mehrere Zeichen der schwer lesbaren Inschrift anders, als ich sie anfangs gedeutet hatte, zu lesen sind.

a) *ti* ma se Τίμας

b) *e* mi ti ve o se ἠμὶ Διϝεος.

»Ich bin (das Weihgeschenk) der Tima, der Tochter des Dives«. Der Personenname Δί(ϝ)ης (Fick-Bechtel 99) ist in Kleinasien häufig, namentlich in der kleinasiatischen Äolis, z. B. Nominativ Δίης IG XII 2, Mytilene 35^{b}_{15}; 209; 257; 329; Genitiv Δίους ebenda 35^{b}_{15}; Genitiv Δίη ebenda 222_{2}; 333. Aus Kypros stammt der Genitiv Δίευ, der zur folgenden Inschrift angeführt werden wird.

76. [Z. 27] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.66 lang, 0.16 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche, Photographie.

e *mi ro te u* - - - ἠμι Ῥόδευ (oder Ῥόδηυ).

Der Genitiv des Eigennamens ist nicht erhalten, Ρόδευ (-ηυ) ist der Genitiv von Ρόδη(ς), dem Namen des Vaters des Dedikanten. Mit Ρόδευ vgl. Τιμάσευ (-ηυ) von Τιμάση(ς) Sächs. Berichte 1909,8 ff. und Δίευ von Δίη(ς) in der Inschrift einer reichziselierten Silberschale aus Kurion, Hall, Journal of the American Oriental Society XI 1885, Octob. p. IV. V; Cesnola, Descriptive Atlas Bd. I, Taf. XXXIII n. 1; Bd. III, Taf. CXLI n. 3; Meister, Gr. Dial. II 180, 52[c]; Hoffmann I 63, 122. Alle Buchstaben sind, wie ich mich durch Autopsie überzeugt habe, klar und deutlich; Hall hat bei seiner Publikation im Journal *ti* für *si* verlesen und den letzten Buchstaben der ersten Zeile *u* übersehen; die Abbildung, die im Cesnolaschen Atlas Bd. III abgedruckt ist, läßt auch den letzten Buchstaben der zweiten Zeile *mi* nicht erkennen:

Ἐπιόρω (oder -ώρω) Δίευ (oder Δίηυ)
ἀ φιάλα ἠμί.

77. [Z. ohne Zahl (*e*)] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.76 lang, 0.20 breit. Buchstabenhöhe c. 0.14. 1 Abklatsch.

to *e mi* (freier Raum) [z. B. Ἀρίσ]τω ἠμί.

78. [Z. 56] »Graulicher Stein, links etwas fragmentiert. Länge 0.39; Breite 0.33; Höhe 0.19. Obere Eintiefung 0.34×0.26.« Schriftzeichen auf einer Langseite (*a*) und rechts sich anschließender Schmalseite (*b*). Buchstabenhöhe c. 0.08. Von *a* und *b* je 2 Abklatsche.

a) *b*)
i mo · - - - *e* (Loch) - ίμω - - - ἠ[μί].

79. [Z. 75] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.42 lang, 0.22 breit. Buchstabenhöhe c. 0.09. 2 Abklatsche, Photographie.

e mi · *vo* - - - ἠμὶ Fo[z. B. ικοκρέτεος].

80. [Z. 15] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.54 lang, 0.21 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche, Photographie.

e u va te o Εὐfά(ν)θεο[ς].

81. [Z. 81] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.40 lang, 0.16 breit. Buchstabenhöhe c. 0.09. 2 Abklatsche.

to · *e ki na o* - - - τω Ἐχινάω.

Mit (Ἐχέναος:) Ἐχίναος (s. Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1910, 153—156) vgl. den Phäakennamen Ἐχένηος η 155. λ 342, den Namen Ἐχεναΐς aus Pharsalos IG IX 2, 255,.

82. [Z. 126] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.45 lang, 0.14 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche, Photographie.

ri si to ta *mo* [Ἀ]ριστοδάμω.

83. [Z. 36] »Kleine Quader aus weißlichem Steine, nach hinten unregelmäßig. Länge 0.39; Breite 0.20; Höhe 0.18. Inschrift auf der Vorderseite.« Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche.

si mo ta z. B. [Ὀνα]σίμω Δα[μοκλέϝεος].

84. [Z. 38] »Ungefähr quaderförmiger Stein.« Nach dem Abklatsch gemessen 0.63 lang, 0.22 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12. 2 Abklatsche.

ti o ta u· ΔΙΟΔΑΥ̊ (oder ΘΙΟΔΑΥ̊).

Vgl. Διόδης Fick-Bechtel 99, Θευδᾶς ebenda 105, ⌜Θ⌝ούδης ebenda.

85. [Z. 5] »Graugelblicher Stein, roh bearbeitet. Länge 0.63; Breite 0.34; Höhe 0.28. Obere Eintiefung 0.47×0.27.« Buchstabenhöhe c. 0.10. Die Inschrift füllt die eine Langseite aus. 3 Abklatsche, Photographie.

pi ti a ke le *ve o ta mo* Φεία Κλεϝεοδάμω.

Bemerkenswert ist der altachäische Eigenname Φεία.

86. [Z. 9] »Fragment eines Bausteines.« Nach dem Abklatsch gemessen 0.45 lang, 0.23 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. 3 Abklatsche.

te ta ma mo (freier Raum) Τέτ(τ)α Μάμ(μ)ω.

Beides »kleinasiatische« Lallnamen.

87. [Z. 42] Großer Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.72 lang, 0.30 breit, mit drei Zeilen, die durch horizontale Linien voneinander getrennt sind; so schlecht erhalten, daß sich nur der Anfang der ersten Zeile und ein Zeichen am Ende der zweiten entziffern läßt. Buchstabenhöhe c. 0.12. 1 Abklatsch.

pi lo *ku* po ro se - - - Φιλόκυπρος - - -
- - - - - - - - *ku* - - - - - - - -
- - - - - - - - - - - - - - - - - -

88. [Z. 92] »Fragment eines Bausteines«, nach dem Abklatsch gemessen 0.63 lang, 0.20 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12. 2 Abklatsche.

mi se · *pa si ku* [- - θε]μις Πασικύ[πρω].

89. [Z. 106] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.50 lang, 0.17 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche.

pa si to ro se Πασίδωρος.

90. [Z. 121] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.32 lang, 0.19 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche.

mo te o *se* [Τι]μόθεος.

91. [Z. 132] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.50 lang, 0.27 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche.

ke re te *se* - - κρέτης.

92. [Z. 41] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.35 lang, 0.16 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

vo te [Δι]ϝοθε[μι - -].

93. [Z. 66] »Weißgrauer fragmentierter, etwa quaderförmiger Baustein.« Nach dem Abklatsch gemessen 0.46 lang, 0.16 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12. 3 Abklatsche.

o na si ke Ὀνασικ[z. B. ρετ - -].

94. [Z. 113] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.46 lang, 0.24 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. 3 Abklatsche, Photographie.

o na si te mi ᾿Ονασιθεμι - -.

95. [Z. 85 B] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.25 lang, 0.20 breit. Buchstabenhöhe c. 0.14. 2 Abklatsche.

na si te [᾿Ο]νασιθε[μι - -].

96. [Z. 129] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.45 hoch, 0.22 breit. Buchstabenhöhe c. 0.15. 1 Abklatsch.

se ti a

Zu einem Namen wie Θεστίας, Μενεστίας, Τελεστίας gehörig?

97. [Z. 134] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.25 hoch, 0.18 lang. Buchstabenhöhe c. 0.06. 2 Abklatsche.

o na si o z. B. ᾿Ονασίο[ρος] (oder - βίω[ρος]).

Vgl. ᾿Ονασίορο(ς) Athienu SGDI 75 [Hoffm. 150]; möglich ist auch ᾿Ονασιό[ρω], ᾿Ονάσιο[ς], ᾿Ονασίω.

Inschriften, in denen nur ἠμί sicher erkennbar ist.

98. [Z. 18] Großer Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.98 lang, 0.18 breit. Buchstabenhöhe c. 0.14. 1 Abklatsch, Photographie.

e mi

Nach den erhaltenen Spuren vor ἠμί vielleicht mo, nach ἠμί vielleicht ku po ro ke, also vermutungsweise:

- - [- μω] ἠμὶ [Κυπροκρέτεος].

99. [Z. ohne Zahl (*d*)] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.50 lang, 0.24 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 1 Abklatsch.

e *mi* [᾿Αφροδίτας?] ἠμί.

Die Spuren vor ἠμί scheinen auf ta · se · zu deuten.

100. [Z 63] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.27 lang, 0.15 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. 1 Abklatsch.

e mi

Die Spuren von ἠμί deuten auf se, also [- - ς] ἠμι.

101. [Z. 114] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.19 lang, 0.20 breit. Buchstabenhöhe c. 0.06. 1 Abklatsch.

e mi - - ἠμι.

102. [Z. 130] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.21 lang, 0.155 breit. Buchstabenhöhe c. 0.07. 2 Abklatsche.

e mi - - ἠμι.

103. [Z. 68] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen in der Zeilenrichtung 0.12 lang, 0.23 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. 2 Abklatsche.

e mi - - ἠμι.

104. [Z. 93] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.35 lang, 0.18 breit. Buchstabenhöhe c. 0.12. 2 Abklatsche.

mi (freier Raum) - - [Ἠ]μι.

Inschriften, in denen nur vereinzelte Zeichen erhalten oder sicher erkennbar sind.

105. [Z. 2] »Platte aus grauweißem Steine. Länge 0.46; Breite 0.39; Dicke 0.18.« Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche.

si

te

In der zweiten Zeile ist nach *te* aus einigen Spuren die Lesung ke möglicherweise zu gewinnen. Danach vielleicht: - - [ὀνέ]θη[κε] - -.

106. [Z. 33] »Stück einer Quader? Weißer Stein. Fossile Pflanzenabdrücke. Länge 0.34; Breite 0.24; Höhe 0.20.« Buchstabenhöhe c. 0.09. 2 Abklatsche.

e - *na*

te

Zwischen *e* und *na* scheint ein Buchstabe gestanden zu haben; für *mi* ist der Zwischenraum etwas zu schmal.

107. [Z. 74] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.30 lang, 0.20 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. 2 Abklatsche.

e - *na*

In dem Raum zwischen den beiden Buchstaben ist jetzt ein Loch im Stein; es könnte *mi* dort gestanden haben.

108. [Z. 77] »Grauweißer Stein, links beschädigt. Länge 0.54; Breite 0.33; Höhe 0.24. Eintiefung 0.48×0.28.« Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

ro va te

Etwa ein Eigenname [Κυπ]ροϝάδη[ς] (oder [Κυπ]ροϝάδε[ος]), vergleichbar mit Δημάδης, Λεάδης, Λεώδης, Παιάδης Λάκων (IG II 3126)?

109. [Z. 86] Hohes, aber schmales Bruchstück eines großen Steins, das von drei Zeilen nur je 1 Buchstaben erhalten hat; nach dem Abklatsch gemessen 0.43 hoch, 0.16 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

te

to

a

110. [Z. 118] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.28 lang, 0.18 breit. Buchstabenhöhe 0.15. 2 Abklatsche.

a

111. [Z. 7] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.30 lang, 0.25 breit. Buchstabenhöhe 0.20. 2 Abklatsche.

a

112. [Z. 47] »Oben Eintiefung.« Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.38 lang, 0.11 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

a

Nach a noch unbestimmbare Reste von zwei Zeichen.

113. [Z. 50] »Unregelmäßige Platte aus weißem Steine. Länge 0.42; Breite 0.36; Höhe 0.07.« Buchstabenhöhe 0.14. 1 Abklatsch.

a

114. [Z. 79] »Fragment einer Quader-Inschrift ausgemeißelt.« Nach dem Abklatsch gemessen 0.32 lang, 0.25 breit. Buchstabenhöhe 0.18. 2 Abklatsche.

a

Vor *a* Spuren eines zweiten a, also wahrscheinlich - - [θεᾶ] Ἀ[φροδίται] - -.

115. [Z. 67] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.25 lang, 0.23 breit. Buchstabenhöhe 0.13. 1 Abklatsch.

a

Links davon vielleicht o, dann möglicherweise te, also [θεῶ] Ἀ - -? Von einer oberen Zeile sind Reste sichtbar.

116. [Z. 107] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.43 lang, 0.11 breit. Buchstabenhöhe 0.11. Die Inschrift scheint weggemeißelt zu sein. 1 Abklatsch.

a

117. [Z. 128] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.38 lang, 0.30 breit. Buchstabenhöhe 0.23. 1 Abklatsch.

a

Anscheinend vorher a, nachher po, also vielleicht - - [θεᾶ] Ἀ[φροδίται] - -.

118. [Z. 95] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.21 lang, 0.10 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

a

Dann nach schwachen Spuren vielleicht po ro ti, also möglicherweise Ἀ[φροδίτα - -].

119. [Z. 37] »Fragment einer größeren, wohl quadratischen Platte aus weißlichem Steine. Länge 0.43; Breite 0.25; Höhe 0.16.« Buchstabenhöhe 0.16. 2 Abklatsche.

mi

120. [Z. 115] »Inschrift auf zwei Seiten« (*a* und *b*). »Oben Eintiefung.« Nach dem Abklatsch gemessen *a* 0.31 lang, 0,12 breit; *b* 0.20 lang, 0.13 breit. Buchstabenhöhe 0.10. Von *a* und *b* je 1 Abklatsch.

a) Nichts zu erkennen. *b*) *mi*

Vor *mi* eine Spur von e, also wahrscheinlich - - [ἤ]μι.

121. [Z. 119] Fragment, nach dem Abklatsch gemessen 0.68 lang, 0.20 breit. Buchstabenhöhe c. 0.11. 2 Abklatsche, Photographie.

(freier Raum) *e sa la ro*

Nach *ro* ist noch ein vertikaler Strich sichtbar, der ein Divisor sein oder zu einem *ne* gehören kann. Etwa ἧσ(σ)α (hom. εἷσα)? Dann λαρό[ν] aus *λαϝρο - = λαϊνο - »steinern«?

122. [Z. 13] Kleines Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.15 lang, 0.10 breit. Buchstabenhöhe etwa 0.07. 1 Abklatsch.

mo

Links davon ein horizontaler, zu einem ta passender Strich; vielleicht [Δα]μο - - (oder - - [δα]μο - - oder - - [δά]μω).

123. [Z. 30] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.30 lang, 0.19 breit. Buchstabenhöhe 0.15. 1 Abklatsch.

pi

Vorher ein Rest, der zu a oder i passen würde; möglich z. B. [Ἀ(μ)]φι - - .

124. [Z. 14 B] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.48 lang, 0.28 breit. Buchstabenhöhe 0.12. 1 Abklatsch.

ro

Nach den Spuren ist es möglich, links davon po, rechts davon ti zu lesen, also vielleicht [Ἀφ]ρο[δίτα - -].

125. [Z. 20] Kleines Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.13 lang, 0.13 breit. Buchstabenhöhe 0.06. 3 Abklatsche.

se (danach leerer Raum) - - ς.

126. [Z. 116] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.24 lang, 0.18 breit. Buchstabenhöhe 0.11. 2 Abklatsche.

si

127. [Z. 117] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.20 lang, 0.20 breit. Buchstabenhöhe 0.17. 1 Abklatsch.

si

128. [Z. 133] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.49 lang, 0.11 breit. Buchstabenhöhe 0.10. 2 Abklatsche, Photographie.

si

129. [Z. 45] Kleines Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.19 lang, 0.18 breit. Buchstabenhöhe schätzungsweise 0.24. 1 Abklatsch.

ta

130. [Z. 90] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.36 lang, 0.18 breit. Buchstabenhöhe c. 0.09. 2 Abklatsche.

te

Links davon zunächst ein ganz unkenntlich gewordenes Zeichen, dann ein liegendes Kreuz.

131. [Z. 85A] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.30 lang, 0.26 breit. Buchstabenhöhe 0.07. 1 Abklatsch.

ti

Inschriften, von deren Zeichen sich keines mehr sicher erkennen läßt.

132. [Z. 21] Kleines Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.20 lang, 0.115 breit. 1 Abklatsch.

Striche eines Zeichens sichtbar, das o, lo, na, si sein kann.

133. [Z. 51] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.27 lang, 0.13 breit. Buchstabenhöhe c. 0.13. 2 Abklatsche.

Striche von drei oder vier unbestimmbaren Zeichen.

134. [Z. 91] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.32 lang, 0.28 breit Buchstabenhöhe c. 0.06. Inschrift in mehreren Zeilen. 2 Abklatsche.

In der ersten Zeile links anscheinend ti.

135. [Z. 125] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.37 lang, 0.28 breit. Buchstabenhöhe c. 0.22. 2 Abklatsche.

Ein Zeichen, tief eingegraben, stark ausgebrochen oder zerhauen; es könnte vielleicht ke gewesen sein.

136. [Z. 122] Stein, nach dem Abklatsch gemessen 0.34 lang, 0.18 breit. Buchstabenhöhe c. 0.13. 1 Abklatsch.

In der Mitte anscheinend o, rechts davon vielleicht se.

137. [Z. 35] »Vorderstück einer großen Platte aus weißlichem Stein. Länge 0.64; Breite 0.14; Dicke 0.16.« Buchstabenhöhe 0.10. 2 Abklatsche.

In der Mitte i oder a.

138. [Z. 72] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.33 lang, 0.19 breit. Buchstabenhöhe c. 0.10. 2 Abklatsche.

Möglicherweise ist mo se zu lesen.

Phönizische Inschrift?

139. [Z. 73] Bruchstück, nach dem Abklatsch gemessen 0.35 lang, 0.20 breit. Buchstabenhöhe c. 0.08. 2 Abklatsche. Das Bruchstück enthält Reste von 2 Zeilen, in der unteren Zeile 3 ziemlich deutliche Buchstaben, die dem kyprischen Syllabar nicht angehören, sondern phönizisch zu sein scheinen. Hr. Prof. M. Lidzbarski in Greifswald, dem ich einen Abklatsch zur Prüfung zugesandt hatte, gab mir freundlichst folgende Auskunft: »Man kann das kleine Fragment phönizisch lesen. In diesem Falle stände in Zeile 1 die Zahl 32, in Zeile 2 *qlj*

‚seine (oder ‚ihre‘ fem.) Stimme‘. Aber auch diese Lesung bietet Bedenken. Für die hier angenommenen Werte *lj* zeigen die sonstigen kyprisch-phönizischen Inschriften andere Formen; auch stehen vor dem angenommenen *q* Striche, die sich im phönizischen Alphabet nicht unterbringen lassen. Die Zahl 32 könnte nur zu einem Datum und danach in den Anfang der Inschrift gehören, während *qlj* zur Schlußformel gehört. Die beiden Zeilen müßten also eine ungewöhnliche Länge gehabt haben.«

Ausgegeben am 15. Juni.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.



Inschrift Nr. 65 a.



Inschrift Nr. 65 b.

R. Meister: Inschriften aus Rantidi in Kypros.

SITZUNGSBERICHTE 1911.

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

XXIX.

15. Juni. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

1. Hr. Roethe las über die mhd. »Farbendeutung«. (Ersch. später.)

Eine kritische Ausgabe auf Grund von 7 Hss. wurde vorgelegt; daran wurden Beobachtungen über Reim, Versbau, Composition gereiht; vor allem wurde an der Hand der anaphorischen Reihen und der Stichomythie auf die besonderen Stilbedingungen der mhd. Allegorien hingewiesen, die an lateinische Vorbilder geknüpft wurden.

2. Vorgelegt wurden Fasc. II des aus einer Preisaufgabe der Charlotten-Stiftung hervorgegangenen Werkes M. Tulli Ciceronis Paradoxa Stoicorum, Academicorum reliquiae cum Lucullo, Timaeus usw. ed. O. Plasberg. Lipsiae 1911 und H. Morf, Aus Dichtung und Sprache der Romanen. 2. Reihe. Strassburg 1911.

Ausgegeben am 22. Juni.

SITZUNGSBERICHTE 1911.

XXX.

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

15. Juni. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Schwarz berichtete über einige Ergebnisse einer Untersuchung, mit welcher er seit einigen Jahren beschäftigt ist, betreffend die Bestimmung aller reellen und nicht reellen Minimalflächen, welche eine (oder mehr als eine) Schaar von Curven zweiten Grades enthalten. (Ersch. später.)

Insbesondere wurde die Gleichung einer nicht reellen Minimalfläche vierten Grades $x^2 + y^2 + z^2 + \lambda z^2(x+yi) = 0$ mitgetheilt.

2. Hr. Frobenius legte eine Arbeit vor: Über die unzerlegbaren discreten Bewegungsgruppen.

Die Herleitung, die Hr. Bieberbach für diese Gruppen mit endlichem Fundamentalbereich gegeben hat, wird mit Hülfe des Begriffes der Spannung einer Matrix vereinfacht.

3. Hr. Rubens berichtete über die Fortsetzung seiner in Gemeinschaft mit Hrn. Prof. Dr. Otto von Baeyer ausgeführten Untersuchung der langwelligen Strahlung der Quarz-Quecksilberlampe.

Durch stärkere Belastung der Lampe sowie durch Anwendung einer lichtstärkeren Quarzlinsenanordnung war es den Verfassern möglich, die Energievertheilung der genannten Strahlung mit Hülfe des Interferometers zu untersuchen. Hierbei konnte das Vorhandensein zweier Emissionsgebiete nachgewiesen werden, von welchen das eine bei 218μ, das andere bei 343μ ein Maximum besitzt.

4. Hr. Prof. Dr. Karl Peter in Greifswald übersendet einen S. A. aus dem »Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen« Bd. XXXI: Neue experimentelle Untersuchungen über die Grösse der Variabilität und ihre biologische Bedeutung. Leipzig 1911, als Bericht über seine 1910 in der Zoologischen Station in Neapel mit Unterstützung der Akademie ausgeführten Arbeiten.

Über die unzerlegbaren diskreten Bewegungsgruppen.

Von G. Frobenius.

Die Bewegungsgruppen des n-dimensionalen euklidischen Raumes, insbesondere die mit einem endlichen Fundamentalbereich, hat Hr. L. Bieberbach in einer Mitteilung in den Göttinger Nachrichten 1910 bestimmt. Den algebraischen Teil der Untersuchung hat er in einer im 70. Bande der Mathematischen Annalen erschienenen Abhandlung vollständig ausgeführt. Diese Entwicklungen lassen sich in ähnlicher Art vereinfachen, wie ich es hier vor kurzem von seinem Beweise des Jordanschen Satzes gezeigt habe, der mit jenen Untersuchungen im engsten Zusammenhang steht. Ich werde meine Arbeit *Über den von L. Bieberbach gefundenen Beweis eines Satzes von C. Jordan* und ihre Fortsetzung *Über unitäre Matrizen* mit J., die beiden Arbeiten des Hrn. Bieberbach mit G. und H. zitieren.

Durch eine lange Kette höchst scharfsinniger Überlegungen, die sich eng an die Betrachtungen anschließen, mittels deren Hr. Schoenflies die Einteilung der Kristalle für $n = 3$ begründet hat, gelangt Hr. Bieberbach zu dem wichtigen Ergebnis, daß es bei gegebenem n nur eine endliche Anzahl von Bewegungsgruppen mit endlichem Fundamentalbereich, also (nach G. XV) von unzerlegbaren diskreten Bewegungsgruppen, gibt. Dabei sind zwei Gruppen nicht als verschieden betrachtet, wenn sie (einstufig) isomorph sind (G. S. 2 und 9). Da es aber in der Kristalltheorie nicht auf die Struktur der *abstrakten* Gruppen, sondern auf ihre *Darstellung* durch lineare Substitutionen von $n = 3$ Variabeln ankommt, so betrachte ich hier zwei Gruppen nur dann als äquivalent, wenn sie *ähnlich* sind, und ich beweise den Satz des Hrn. Bieberbach für diese engere Definition der Gleichheit.

Da nun die rotativen Teile der Bewegungen einer Gruppe doch jeder beliebigen Transformation unterworfen werden können, so ist es vorzuziehen, gleich von vornherein eine Bewegungsgruppe als eine Gruppe von Substitutionen zu definieren, deren rotative Teile irgendeine *positive Hermitesche Form* ungeändert lassen. Gerade in dem letzten, rein

arithmetischen Abschnitt der Entwicklung, deren Fortgang Hr. Bieberbach (G. S. 6—8) vollständig angedeutet, aber noch nicht ausgeführt hat, erweist sich diese Definition als besonders vorteilhaft. Nur für den Teil der Untersuchung, worin die Abschätzung der Größe der Koeffizienten der einzelnen Substitutionen eine Rolle spielt, ist es bequem, jene Hermitesche Form als die Hauptform vorauszusetzen.

§ 1.

Setzt man zwei nichthomogene lineare Substitutionen

(1.) $$x_\varkappa = p_\varkappa + \sum_\lambda a_{\varkappa\lambda}\, y_\lambda$$

und

$$y_\lambda = q_\lambda + \sum_\mu b_{\lambda\mu}\, z_\mu$$

zusammen, wo sich jeder Index von 1 bis n bewegt, so erhält man eine Substitution

$$x_\varkappa = r_\varkappa + \sum_\mu c_{\varkappa\mu}\, z_\mu\,,$$

deren Koeffizienten man auf folgende Art durch Komposition von Matrizen finden kann. Die aus den n^2 Koeffizienten $a_{\varkappa\lambda}$ gebildete Matrix bezeichne ich mit A, die aus den n Größen $p_\varkappa$ gebildete Spalte (oder einspaltige Matrix) mit p, und die Matrix $(n+1)$ ten Grades

$$\begin{matrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} & p_1 \\ . & \cdots & . & . \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} & p_n \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{matrix} = \begin{pmatrix} A & p \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mit (A, p). Dann ist (G. S. 327)

(2.) $$(C, r) = (A, p)(B, q)\,, \qquad C = AB\,, \qquad r = Aq + p\,,$$

und insbesondere

$$(A, p)^{-1} = (A^{-1}, -A^{-1}p)\,.$$

Eine aus solchen Substitutionen $(A, p), (B, q), (C, r), \cdots$ gebildete Gruppe $\mathfrak{H}$ nenne ich eine *Bewegungsgruppe der Dimension n*, wenn es eine positive Hermitesche Form H gibt, die von den homogenen Substitutionen $A, B, C, \cdots$ in sich transformiert wird, $\bar{A}' H A = H$. Jedes *Element* (A, p) der Gruppe $\mathfrak{H}$ nenne ich eine Bewegung, A ihren rotativen, p ihren translativen Teil. Ist E die Hauptmatrix, so nenne ich (E, t) oder kurz t eine Translation. Da

(3.) $$(A, p)(E, t) = (E, At)(A, p)\,, \qquad (E, s)(E, t) = (E, s+t)$$

ist, so bilden die Translationen von $\mathfrak{H}$ eine invariante, kommutative Untergruppe $\mathfrak{T}$, und wenn t eine Translation ist, so ist auch At eine solche. Nach (2.) und

$$(4.)\quad (A,p)(A,q)^{-1} = (E,p-q), \qquad (E,p)(A,q) = (A,p+q)$$

bilden die rotativen Teile einer Bewegungsgruppe $\mathfrak{H}$ eine mit $\mathfrak{H}$ homomorphe, mit $\mathfrak{H}:\mathfrak{T}$ isomorphe Gruppe $\mathfrak{H}'$. Die Bewegung $(A,p) = (E,p)(A,0)$ läßt sich aus der Translation p und der Rotation A zusammensetzen. Diese brauchen aber nicht einzeln der Gruppe $\mathfrak{H}$ anzugehören.

Ist U irgendeine Matrix $n$ten Grades von nicht verschwindender Determinante, so nenne ich die Bewegungsgruppe

$$(5.)\qquad (U,s)^{-1}\,\mathfrak{H}\,(U,s) = \mathfrak{G}$$

der Gruppe $\mathfrak{H}$ *äquivalent*. Die Substitutionen der zugeordneten Gruppe $\mathfrak{G}'$ führen die Form $\bar{U}'HU$ in sich über. Durch die *Transformation* (U,s) geht $\mathfrak{H}$ in $\mathfrak{G}$ und die Bewegung (A,p) in

$$(U,s)^{-1}(A,p)(U,s) = (U^{-1}AU,\, U^{-1}(As-s+p))$$

über. Insbesondere ist

$$(6.)\quad U^{-1}(A,p)U = (U^{-1}AU, U^{-1}p), \qquad (E,-s)(A,p)(E,s) = (A,p-(E-A)s).$$

Links ist, wie stets in solchen Zusammensetzungen geschehen soll, U für $(U,0)$ geschrieben.

Man kann U so wählen, daß $\bar{U}'HU = E$ wird. Ist dies der Fall, so sind $A, B, C\cdots$ *unitäre* Substitutionen. Für den algebraischen (aber nicht für den arithmetischen) Teil der Untersuchung erweist sich die Annahme $H = E$ als besonders bequem, und wird daher zunächst immer gemacht werden. Die abgeleiteten Sätze gelten aber alle unabhängig von dieser Voraussetzung. Ist in der Gleichung (5.) U eine unitäre Matrix, so nenne ich $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{H}$ *kongruent*.

Ich setze voraus, daß die Gruppe $\mathfrak{H}$ unendlich und diskret ist, daß es also darin nicht zu jeder gegebenen Größe ε eine von $(E,0)$ verschiedene Substitution (A,p) gibt, in der $\vartheta(E-A)$ und $\vartheta(p)<\varepsilon$ ist. Mit $\vartheta(p)$ wird die Summe der Normen der n^2 Koeffizienten $p_1, p_2, \cdots p_n$ bezeichnet.

Dadurch ist ausgeschlossen, daß die Substitutionen von $\mathfrak{H}$ homogen sind, daß also darin die translativen Teile $p, q, r\cdots$ sämtlich verschwinden. Denn da die Koeffizienten der unitären Matrizen $A, B, C\cdots$ alle absolut $\leqq 1$ sind, so muß es in unendlich vielen Systemen von je n^2 Koeffizienten eine Häufungsstelle geben (G. S. 327). In deren

Umgebung gibt es zu jedem gegebenen ε zwei verschiedene Matrizen P und Q von $\mathfrak{H}$, wofür $\vartheta(P-Q)<\varepsilon$ ist. Da nun (J(6.))

$$(7.) \qquad \vartheta(P-Q) = \vartheta(E-PQ^{-1})$$

ist, so ist $R = PQ^{-1}$ von E verschieden und $\vartheta(E-R)<\varepsilon$.

§ 2.

I. *In einer diskreten Bewegungsgruppe ist jede Matrix, worin die Differenz von je zwei Wurzeln absolut* kleiner *als* 1 *ist, mit jeder andern Matrix derselben Art vertauschbar.*

Die $n+1$ Wurzeln der Matrix (A,p) sind die Zahl 1 und die n auf dem Einheitskreise liegenden Wurzeln $a_1, a_2, \cdots a_n$ der unitären Matrix A. Demnach werden die Differenzen $|a_\varkappa - a_\lambda|$ und $|1-a_\lambda|$ alle $\leqq k < 1$ vorausgesetzt. Diese Bedingungen sind sämtlich erfüllt, wenn $2\vartheta(E-A) < 1$ ist (J. S. 245).

Ist U eine unitäre Matrix, und ist P eine Matrix von n Zeilen und einer beliebigen Anzahl von Spalten, so ist $\vartheta(UP) = \vartheta(P)$ (J. (5.)). Ist A eine unitäre Form, so kann man die unitäre Substitution U so bestimmen, daß

$$UAU^{-1} = \sum a_\lambda x_\lambda y_\lambda$$

die Normalform wird. Ist t eine Spalte, so ist auch $Ut = s$ eine Spalte, deren Koeffizienten $s_1, s_2, \cdots s_n$ seien. Dann ist die Spannung

$$\vartheta((E-A)t) = \vartheta(U(E-A)U^{-1}s) = \vartheta((E-UAU^{-1})s) = \sum |(1-a_\lambda)s_\lambda|^2$$

und

$$\sum |s_\lambda|^2 = \vartheta(s) = \vartheta(t),$$

und mithin, wenn $|1-a_\lambda| \leqq k$ ist,

$$\vartheta((E-A)t) \leqq k^2\vartheta(t).$$

Allgemein ist, wenn P und Q zwei beliebige Matrizen sind,

$$\vartheta(PQ) = \sum_{\varkappa,\lambda} \Big|\sum_\varrho p_{\varkappa\varrho} q_{\varrho\lambda}\Big|^2$$

und

$$\Big|\sum_\varrho p_{\varkappa\varrho} q_{\varrho\lambda}\Big|^2 \leqq \Big(\sum_\varrho |p_{\varkappa\varrho} q_{\varrho\lambda}|\Big)^2 \leqq \Big(\sum_\varrho |p_{\varkappa\varrho}|^2\Big)\Big(\sum_\sigma |q_{\sigma\lambda}|^2\Big)$$

und mithin

$$(1.) \qquad \vartheta(PQ) \leqq \vartheta(P)\vartheta(Q).$$

Der Kommutator von (A, p) und (B, q) sei (C, r). Dann ist $C = ABA^{-1}B^{-1}$ und

$$r = p - ABA^{-1}p + Aq - ABA^{-1}B^{-1}q. \tag{2.}$$

Aus der Ungleichheit (J. (7.))

$$\sqrt{\vartheta(P-Q)} \leqq \sqrt{\vartheta(P)} + \sqrt{\vartheta(Q)}$$

folgt daher

$$\sqrt{\vartheta(r)} \leqq \sqrt{\vartheta((E-ABA^{-1})p)} + \sqrt{\vartheta(A(E-BA^{-1}B^{-1})q)}.$$

Nun ist

$$\vartheta((E-ABA^{-1})p) \leqq \vartheta(E-ABA^{-1})\vartheta(p) = \vartheta(E-B)\vartheta(p) = b\vartheta(p)$$

und

$$\vartheta(A(E-BA^{-1}B^{-1})q) = \vartheta((E-BA^{-1}B^{-1})q) \leqq k^2\vartheta(q),$$

und folglich ist

$$\sqrt{\vartheta(r)} \leqq k\sqrt{\vartheta(q)} + \sqrt{b\vartheta(p)}.$$

Jetzt sei (D, s) der Kommutator von (A, p) und (C, r), $\cdots$ (M, v) der von (A, p) und (L, u), (N, w) der von (A, p) und (M, v). Dann ist (J. S. 376), wenn $|a_\varkappa - a_\lambda| \leqq k$ ist,

$$\vartheta(E-C) \leqq bk^2, \qquad \vartheta(E-D) \leqq bk^4, \cdots \qquad \vartheta(E-M) \leqq bk^{2\nu-2}$$

und

$$\vartheta(E-N) \leqq bk^{2\nu}.$$

Ferner ist

$$\sqrt{\vartheta(s)} \leqq k\sqrt{\vartheta(r)} + \sqrt{\vartheta(E-C)\vartheta(p)} \leqq k^2\sqrt{\vartheta(q)} + 2k\sqrt{b\vartheta(p)}.$$

und wenn

$$\vartheta(v) \leqq k^{\nu-1}\sqrt{\vartheta(q)} + (\nu-1)k^{\nu-2}\sqrt{b\vartheta(p)}$$

ist, auch

$$\vartheta(w) \leqq k\sqrt{\vartheta(v)} + \sqrt{\vartheta(E-M)\vartheta(p)} \leqq k^\nu\sqrt{\vartheta(q)} + \nu k^{\nu-1}\sqrt{b\vartheta(p)}.$$

Ist also $k < 1$, so werden die Spannungen $\vartheta(E-N)$ und $\vartheta(w)$ mit wachsendem ν unendlich klein. Ist daher $\mathfrak{H}$ eine diskrete Gruppe, so muß einmal $\vartheta(w) = 0$ und $\vartheta(E-N) = 0$, demnach $(N, w) = (E, 0)$ werden. Genügen nun die Wurzeln der Matrix (B, q) denselben Bedingungen wie die von (A, p), so ist nach J. § 6 auch $M = E$, $L = E$, $\cdots$ $C = E$, also $AB = BA$. Dann ist aber nach (2.)

$$r = (E-B)p - (E-A)q \tag{3.}$$

und

$$s = (A-E)r, \cdots \qquad w = (A-E)v = (A-E)^{\nu-1}r.$$

Da die Formen A und B miteinander vertauschbar sind, so kann man sie nach J. § 1 durch eine unitäre Substitution U gleichzeitig in ihre Normalformen transformieren, und weil

$$U(A, p)U^{-1} = (UAU^{-1}, Up)$$

ist, so bleibt dabei $\vartheta(p) = \vartheta(Up)$ ungeändert. Dann stellt $w = 0$ die n Gleichungen

$$(1-a_\lambda)^{\nu-1}\big((1-b_\lambda)p_\lambda-(1-a_\lambda)q_\lambda\big) = 0$$

dar. Nun kann man aber in dieser ganzen Entwicklung A und B vertauschen. Für ein hinlänglich großes ν ist also auch

$$(1-b_\lambda)^{\nu-1}\big((1-b_\lambda)p_\lambda-(1-a_\lambda)q_\lambda\big) = 0\,,$$

mithin

$$r_\lambda = (1-b_\lambda)p_\lambda-(1-a_\lambda)q_\lambda = 0$$

oder symbolisch

$$r = (Aq+p)-(Bp+q) = 0\,.$$

Nach (2.) § 1 ist daher (A, p) mit (B, q) vertauschbar.

§ 3.

Der Komplex aller Elemente der Gruppe $\mathfrak{H}$, welche die Bedingung des Satzes I erfüllen, sei

$$\mathfrak{S} = (A, p)+(B, q)+(C, r)+\cdots.$$

Insbesondere gehören dazu alle etwa in $\mathfrak{H}$ enthaltenen Translationen (E, t). Da

$$(L, u)(A, p)(L, u)^{-1} = (LAL^{-1}, v)$$

ist und LAL^{-1} dieselben Wurzeln wie A hat, so ist $\mathfrak{S}$ ein in $\mathfrak{G}$ invarianter Komplex. Je zwei der Bewegungen von $\mathfrak{S}$ sind miteinander vertauschbar, also auch je zwei der Formen $A, B, C, \cdots$. Man kann daher durch eine unitäre Substitution die linear unabhängigen unter ihnen und folglich alle gleichzeitig in ihre Normalformen transformieren. Für je zwei Bewegungen von $\mathfrak{S}$ ist $Aq+p = Bp+q$, also $(1-b_\lambda)p_\lambda = (1-a_\lambda)q_\lambda$, und mithin

$$p_\lambda : q_\lambda : r_\lambda : \cdots = 1-a_\lambda : 1-b_\lambda : 1-c_\lambda : \cdots.$$

Sind nun für einen Index λ die Differenzen auf der rechten Seite nicht alle 0, so ist

$$p_\lambda = (1-a_\lambda)s_\lambda\,, \qquad q_\lambda = (1-b_\lambda)s_\lambda\,, \qquad r_\lambda = (1-c_\lambda)s_\lambda\,, \cdots.$$

In der Substitution (A, p) lautet daher die λte Gleichung

$$x_\lambda = a_\lambda y_\lambda+(1-a_\lambda)s_\lambda\,, \qquad x_\lambda-s_\lambda = a_\lambda(y_\lambda-s_\lambda)\,.$$

Durch eine Translation s des Koordinatensystems kann man folglich bewirken, daß $p_\lambda, q_\lambda, r_\lambda, \cdots$ alle verschwinden. Dies möge eintreten für die Zeilen $\lambda = 1, 2, \cdots k$. Dann hat jede Bewegung von $\mathfrak{S}$ die Gestalt (H. S. 326).

$$(1.) \qquad (A, p) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

wo jetzt p_2 eine Spalte von $n-k$ Koeffizienten bezeichnet. Ist $\varkappa$ einer der Indizes $1, 2, \cdots k$, so sind die Differenzen $1-a_\varkappa$, $1-b_\varkappa$, $1-c_\varkappa, \cdots$ nicht alle Null. Mithin kann man unter den Bewegungen von $\mathfrak{S}$ eine endliche Anzahl so auswählen, daß in keiner der k linearen Formen

$$(1-a_\varkappa)\xi + (1-b_\varkappa)\eta + (1-c_\varkappa)\zeta + \cdots$$

der Variabeln $\xi, \eta, \zeta, \ldots$ alle Koeffizienten verschwinden. Daher kann auch das Produkt dieser k Formen, also die Determinante der Matrix k ten Grades

$$(2.)\qquad \xi(E_1-A_1) + \eta(E_1-B_1) + \zeta(E_1-C_1) + \cdots$$

nicht identisch verschwinden.

Ist die Gruppe $\mathfrak{H}$ reell, so kann man die komplexe Normalform der Bewegungen von $\mathfrak{S}$ zunächst dazu benutzen, aus ihnen, wie oben, eine endliche Anzahl $A, B, C, \cdots$ auszuwählen. Dann hat die Matrix $\xi A + \eta B + \zeta C + \cdots$ die Wurzel $\xi a_1 + \eta b_1 + \zeta c_1 + \cdots$, also wenn $\xi, \eta, \zeta, \cdots$ reelle Variable sind, und $a_1, b_1, c_1 \cdots$ nicht alle reell sind, auch die konjugiert komplexe Wurzel, etwa $\xi a_2 + \eta b_2 + \zeta c_2 + \cdots$. Nun ist

$$\begin{pmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}.$$

Seien jetzt $A_1, B_1, C_1, \cdots$ die reellen orthogonalen reduzierten Formen, die man durch diese Umformung erhält. Dann behalten sie die Eigenschaft, daß die Determinante der Matrix (2) nicht identisch verschwindet. Ferner kann man die Substitution U so bestimmen, daß für jedes Element von $\mathfrak{S}$ gleichzeitig

$$U^{-1}AU = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \qquad U^{-1}BU = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \cdots$$

wird. Da aber die rechten Seiten ebenso wie $A, B, C, \cdots$ reelle orthogonale Matrizen sind, so kann man dann auch eine reelle orthogonale Substitution U finden, die diesen Gleichungen genügt. Die Bewegung (A, p) von $\mathfrak{S}$ geht durch die Substitution $(U, 0)$ in

$$\begin{pmatrix} A_1 & 0 & p_1 \\ 0 & E_2 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

wo jetzt p_1 eine Spalte von k Koeffizienten bedeutet. Aus der komplexen Normalform schließen wir, daß es eine Spalte s_1 gibt, die gleichzeitig den Bedingungen

$$(E_1-A_1)s_1 = p_1, \quad (E_1-B_1)s_1 = q_1, \quad (E_1-C_1)s_1 = r_1, \cdots$$

genügt. Da die Koeffizienten dieser Gleichungen reell sind, so haben sie auch eine reelle Lösung. Durch diese Translation s_1 gehen (A_1, p_1), $(B_1, q_1), \cdots$ in $(A_1, 0)$, $(B_1, 0), \cdots$ über.

Irgendeine Bewegung von $\mathfrak{H}$ sei

$$(L, u) = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & u_1 \\ L_{21} & L_{22} & u_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

so geschrieben, daß die ersten k Zeilen und Spalten von den folgenden $n-k$ abgetrennt sind. Zu jeder Matrix (A, p) des invarianten Komplexes $\mathfrak{S}$ gibt es eine andere (B, q), so daß $(L, u)\ (A, p) = (B, q)\ (L, u)$ ist oder

$$\begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & u_1 \\ L_{21} & L_{22} & u_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & q_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & u_1 \\ L_{21} & L_{22} & u_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Daher ist

$$L_{21}(E_1 - A_1) = 0, \quad (E_1 - B_1) L_{12} = 0, \quad (E_1 - B_1) u_1 + L_{12} p_2 = 0,$$

also auch

$$L_{21}\big(\xi(E_1 - A_1) + \eta(E_1 - B_1) + \zeta(E_1 - C_1) + \cdots\big) = 0$$

und mithin $L_{21} = 0$. Ebenso ist $L_{12} = 0$, demnach $(E_1 - B_1) u_1 = 0$, und folglich $u_1 = 0$. Jede Bewegung von $\mathfrak{H}$ hat demnach die Gestalt

$$(3.) \qquad (L, u) = \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & u_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Nun kann nicht $k = n$ sein. Denn sonst würde in jeder Bewegung (L, u) der translative Teil u verschwinden. Ist $k < n$ aber > 0, so wird eine Gruppe von Bewegungen *zerlegbar* genannt, wenn in einer kongruenten Gruppe alle Bewegungen die Gestalt (3.) haben (H. § 8). Soll also $\mathfrak{H}$ unzerlegbar sein, so muß $k = 0$ sein, und folglich ist in jeder Bewegung (1.) des Komplexes $\mathfrak{S}$ der rotative Teil $A = E$, also ist $(A, p) = (E, p)$ eine Translation. Da umgekehrt $\mathfrak{S}$ alle Translationen enthält, so ist $\mathfrak{S} = \mathfrak{T}$.

II. *Jede Bewegung einer unendlichen diskreten unzerlegbaren Bewegungsgruppe, worin die Differenz von je zwei Wurzeln absolut kleiner als* 1 *ist, ist eine Translation.*

Ist also (L, u) eine Bewegung einer solchen Gruppe, und ist L von E verschieden, so ist $2\vartheta(E-L) \geq 1$.

§ 4.

Sind P und Q zwei verschiedene Elemente von $\mathfrak{H}'$, so ist $PQ^{-1} = L$ von E verschieden, und mithin ist (J. (6.))

$$\vartheta(P-Q) = \vartheta(E-L) \geq \frac{1}{2}.$$

Es gibt aber nur eine endliche Anzahl unitärer Matrizen, von denen je zwei dieser Ungleichheit genügen. Diese Zahl liegt unterhalb einer bestimmten, nur von n abhängigen Grenze (J. (14.)). Daher ist $\mathfrak{H}'$ eine endliche Gruppe. Würde nun $\mathfrak{H}$ keine Translation enthalten, so würde jedem Elemente L von $\mathfrak{H}'$ nur ein Element (L, u) von $\mathfrak{H}$ entsprechen, und folglich wäre auch $\mathfrak{H}$ eine endliche Gruppe. Daher muß jede unzerlegbare, unendliche, diskrete Bewegungsgruppe Translationen enthalten.

Die Anzahl der linear unabhängigen Translationen von $\mathfrak{H}$ kann höchstens n sein. Ist sie gleich $n-k>0$, so kann man die Matrizen von $\mathfrak{T}$ durch eine unitäre Substitution gleichzeitig in

$$(1.)\qquad (E,p) = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

transformiert werden, wo die Spalte p_2 nur $n-k$ Koeffizienten hat. Denn man kann eine *unitäre* Matrix U so bestimmen, daß jede ihrer k ersten Zeilen $u_{\varkappa 1}, u_{\varkappa 2}, \cdots u_{\varkappa n}$ den Gleichungen

$$\sum_\lambda p_\lambda u_{\varkappa\lambda} = 0\,, \qquad \sum_\lambda q_\lambda u_{\varkappa\lambda} = 0\,, \qquad \sum_\lambda r_\lambda u_{\varkappa\lambda} = 0\,, \cdots$$

genügt, unter denen $n-k$ unabhängig sind. (Vgl. z. B. ERHARD SCHMIDT, *Dissertation* § 3.) Dann ist

$$U(E,p)U^{-1} = (E, Up)$$

und in Up verschwinden die ersten k Koeffizienten.

Da $\mathfrak{T}$ eine invariante Untergruppe von $\mathfrak{H}$ ist, so ist

$$(L,u)(E,p) = (E,q)(L,u)\,, \qquad Lp = q\,, \qquad L_{12}p_2 = 0\,,$$

also ist $L_{12} = 0$, denn für p_2 kann man $n-k$ linear unabhängige Spalten setzen. Da L unitär ist, so muß, wenn $L_{12} = 0$ ist, auch $L_{21} = 0$ sein. Daher ist

$$(L,u) = \begin{pmatrix} L_1 & 0 & u_1 \\ 0 & L_2 & u_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Jedem der h verschiedenen Elemente $L, M, N, \cdots$ von $\mathfrak{H}'$ ordne man willkürlich ein Element

$$(2.)\qquad (L,u)\,, \qquad (M,v)\,, \qquad (N,w)\,, \cdots$$

von $\mathfrak{H}$ zu. Dann erhält man alle Elemente von $\mathfrak{H}$, indem man in der Matrix

$$(E,p)(L,u) = \begin{pmatrix} L_1 & 0 & u_1 \\ 0 & L_2 & u_2 + p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

für (L, u) der Reihe nach jene h ausgewählten Bewegungen und für (E, p) alle Translationen setzt. In der Substitution (1.) § 1, die dieser Matrix entspricht, hängen die k Variabeln $x_1, \cdots x_k$ nur von $y_1, \cdots y_k$ ab. Die von den Koeffizienten dieses Teils der Substitutionen gebildeten Matrizen

$$\begin{pmatrix} L_1 & u_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

bilden eine endliche Gruppe. Durch eine Verlegung des Koordinatenanfangs (nach dem Schwerpunkt der h Punkte $u_1, v_1, w_1, \cdots$) kann man daher, wie ich in § 5 zeigen werde, erreichen, daß in jeder dieser h Bewegungen $u_1 = 0$ wird. Ist dann $k > 0$, so ist $\mathfrak{H}$ zerlegbar.

III. *In einer unendlichen diskreten unzerlegbaren Bewegungsgruppe der Dimension n befinden sich n linear unabhängige Translationen. Die rotativen Teile der Bewegungen bilden eine endliche Gruppe, deren Ordnung eine bestimmte nur von n abhängige Schranke nicht überschreitet.*

§ 5.

Die Summe der translativen Teile der ausgewählten h Bewegungen (2.) § 4 bezeichne ich mit

$$hs = u + v + w + \cdots.$$

So lange jene Auswahl noch nicht getroffen ist, ist s nur bis auf den $h$ten Teil einer willkürlichen Translation genau bestimmt. Verlegt man den Koordinatenanfang nach s, so geht (L, u) in

$$(E, -s)\ (L, u)\ (E, s) = (L, Ls - s + u)$$

über. Ist nun $LM = N$, so ist

$$(L, u)\ (M, v) = (N, w + z),$$

wo z eine Translation von $\mathfrak{G}$ ist. Wenn man hier (L, u) festhält, aber (M, v) die h Bewegungen (2.) § 4 durchlaufen läßt, so durchläuft auch (N, w) diese h Bewegungen. Durch Addition der h Gleichungen

$$Lv + u = w + z$$

ergibt sich

$$hLs + hu = hs + t, \qquad h(Ls - s + u) = t,$$

wo t als Summe von Translationen in $\mathfrak{H}$ auch eine solche ist.

IV. *In einer unendlichen diskreten unzerlegbaren Bewegungsgruppe seien $L, M, N, \cdots$ die h verschiedenen rotativen Teile der Bewegungen, und $(L, u), (M, v), (N, w), \cdots$ h beliebig ausgewählte Bewegungen, deren rotative Teile verschieden sind. Man verlege den Koordinatenanfang nach*

dem Schwerpunkte der Punkte $u, v, w, \cdots$. *Ist dann* (A, p) *irgendeine Bewegung der Gruppe, so ist* (E, hp) *eine Translation der Gruppe.*

Dieselbe Betrachtung kann man in dem Falle anwenden, wo $\mathfrak{H}$ eine endliche Gruppe ist. Verlegt man dann den Koordinatenanfang nach dem Schwerpunkte von $u, v, w, \cdots$, so verschwinden in allen Bewegungen der Gruppe die translativen Teile, und man erhält eine mit der Darstellung (2.) § 4 kongruente Darstellung der Gruppe durch homogene Substitutionen $(L, 0)$, $(M, 0)$, $(N, 0)$, $\cdots$. Durch diese Reduktionsmethode hat Hr. J. Schur in § 3 seiner Arbeit *Neue Begründung der Theorie der Gruppencharaktere, Sitzungsber. 1905*, für endliche Gruppen die Methode von Maschke (H. S. 327) ersetzt.

Die weiteren Entwicklungen des Hrn. Bieberbach sind rein arithmetischer Natur, beziehen sich nur auf reelle Gruppen und stützen sich auf Sätze von Minkowski. Sein Hauptresultat läßt sich in etwas schärferer Fassung (indem *Isomorphismus* durch *Äquivalenz* ersetzt wird) so aussprechen:

V. *Die unendlichen diskreten, unzerlegbaren, reellen Bewegungsgruppen der Dimension n zerfallen in eine endliche Anzahl äquivalenter Gruppen.*

Man kann eine endliche Anzahl von Bewegungsgruppen $\mathfrak{H}$ (nicht in orthogonaler Gestalt) angeben, unter denen sich aus jeder Klasse mindestens eine findet.

Die Substitutionen jeder endlichen Gruppe $\mathfrak{H}$ von Matrizen $n$ten Grades, deren Koeffizienten ganze Zahlen sind, transformieren eine positive quadratische Form in sich. Zwei solche Gruppen $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{H}$ nenne ich (G. S. 8) unimodular äquivalent, und ich rechne sie zu derselben Klasse, wenn $\mathfrak{G}$ durch eine ganzzahlige Substitution der Determinante ± 1 in $\mathfrak{H}$ transformiert werden kann. Aus einem Satze von Minkowski folgt dann, daß diese Gruppen in eine endliche Anzahl von Klassen zerfallen. Sei $\mathfrak{H}' = A + B + C + \cdots$ der Repräsentant einer dieser Klassen, h die Ordnung von $\mathfrak{H}'$. Die zu definierenden Bewegungsgruppen $\mathfrak{H}$ haben alle dieselbe Translationsgruppe $\mathfrak{T}$. Sie besteht aus allen Translationen t, deren Koeffizienten ganze Zahlen sind. Die Gruppe $\mathfrak{H}$ besteht aus den Substitutionen

$$(1.)\qquad \left(A, \frac{1}{h} t_A\right), \quad \left(B, \frac{1}{h} t_B\right), \quad \left(C, \frac{1}{h} t_C\right), \cdots,$$

worin für $t_A, t_B, t_C, \cdots$ alle Spalten ganzer Zahlen zu setzen sind, die einer bestimmten Spalte (mod. h) kongruent sind. Die Spalten t_A, t_B, t_C bilden (mod. h) *eine* Lösung der Kongruenzen, die man aus

$$(2.)\qquad A t_B + t_A \equiv t_{AB} \pmod{h}$$

erhält, indem man für A und B irgend zwei Elemente von $\mathfrak{H}'$ setzt. Der Gruppe $\mathfrak{H}'$ entsprechen so viele Gruppen $\mathfrak{H}$, als diese Kongruen-

zen Systeme inkongruenter Lösungen zulassen. Ist s eine willkürliche Spalte ganzer Zahlen, so genügen die Spalten $t_A = (E-A)s$ jenen Kongruenzen. Zwei Lösungen, deren Differenz diese Gestalt hat, führen auf kongruente Gruppen. Aus einer Lösung $t_A, t_B, t_C, \cdots$ kann man eine neue $Pt_A, Pt_B, Pt_C, \cdots$ ableiten, wenn P, wie z. B. pE eine ganzzahlige Matrix ist, die mit jedem Elemente der Gruppe $\mathfrak{H}'$ vertauschbar ist.

Jede Wurzel r der charakteristischen Gleichung $f(s) = 0$ der Substitution A ist eine Einheitswurzel. Gehört sie zum Exponenten k, so ist

$$\varphi(k) \leqq n. \tag{3.}$$

Da die Koeffizienten von $f(s)$ ganze Zahlen sind, so genügen jener Gleichung auch die $\varphi(k)$ mit r konjugierten Einheitswurzeln. Daraus ergibt sich leicht, daß $2\vartheta(E-A) \geqq 1$ ist, und so kann man die Geltung des Satzes I für die Substitutionen von $\mathfrak{H}$ bestätigen.

Über die Energieverteilung der von der Quarzquecksilberlampe ausgesandten langwelligen Strahlung.

Von H. Rubens und O. von Baeyer.

In einer kürzlich veröffentlichten Abhandlung[1] haben wir über eine äußerst langwellige Strahlung berichtet, welche man aus der Emission der Quarzquecksilberlampe mit Hilfe der von dem einen von uns in Gemeinschaft mit Hrn. R. Wood angegebenen Quarzlinsenanordnung[2] isolieren kann. Mit dem Quarzplatteninterferometer[3] gemessen, ergab sich die mittlere Wellenlänge dieser Strahlung aus dem ersten Minimum der Interferenzkurve zu 272 μ (entsprechend 13 Trommelteilen), wenn die Strahlung durch eine 2 mm dicke Platte aus amorphem Quarz hindurchgegangen war, und zu 314 μ (15 Trommelteilen entsprechend), wenn eine 0.4 mm dicke Platte aus schwarzem Karton als Strahlenfilter verwendet wurde. Die Strahlung erwies sich als sehr inhomogen. Die Lage des ersten Maximums war aus diesem Grunde und infolge der Kleinheit der beobachteten Ausschläge nicht mit Sicherheit festzulegen.

Es ist uns nunmehr gelungen, sowohl durch höhere Belastung unserer Quarzquecksilberlampe als auch durch Anwendung einer erheblich lichtstärkeren Quarzlinsenanordnung die beobachteten Ausschläge auf den 2½fachen Betrag zu erhöhen, ohne die Konstanz der Lampe und die Meßgenauigkeit der Anordnung zu verringern. Wir sind daher jetzt in der Lage, die Interferenzkurven weiter zu verfolgen und können aus ihrem Verlaufe einigermaßen zuverlässige Rückschlüsse auf die Energieverteilung der beobachteten Strahlung ziehen.

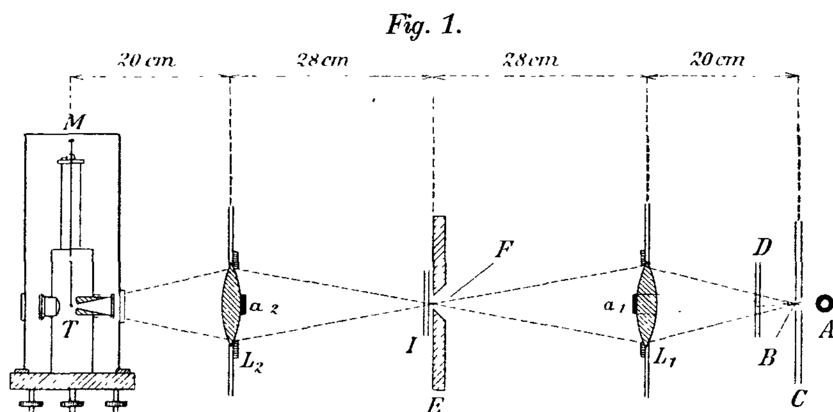
Die Belastung unserer Lampe konnten wir dadurch erhöhen, daß wir statt der früher benutzten 120-Volt-Batterie eine solche von 160 Volt

[1] H. Rubens und O. v. Baeyer, diese Berichte S. 339, 1911.
[2] H. Rubens und R. W. Wood, diese Berichte, S. 1122, 1910.
[3] Die Beschreibung des Interferometers siehe H. Rubens und H. Hollnagel, diese Berichte, S. 26, 1910.

verwendeten. Es ließ sich auf diese Weise die Klemmspannung der Lampe von 100 Volt auf 133 Volt steigern, während allerdings die Stromstärke von 4 auf 3,5 Amp. zurückging. Immerhin würde auf diese Weise eine Vergrößerung der Ausschläge um etwa 20 Prozent erreicht.

Die von uns neuerdings benutzten bikonvexen Quarzlinsen hatten einen Durchmesser von 10 cm und eine Brennweite von 25 cm für Lichtstrahlen. Sie waren an den Rändern 5 mm, in der Mitte 12 mm dick. Die gesamte im Strahlengange befindliche Quarzschicht betrug hier im Durchschnitt etwa 23 mm gegen 17 mm bei der früher verwendeten Anordnung, bei welcher die Quarzlinsen nur einen Durchmesser von 7 cm besaßen.

Fig. 1.



Die Entfernung der Linsen voneinander und von den Diaphragmen ist aus Fig. 1 zu ersehen. Um mit möglichst großen Öffnungskegeln zu arbeiten, benutzten wir die Quarzlinsen nicht in symmetrischer Stellung, sondern wählten die Entfernung der Linsen L_1 und L_2 von dem Diaphragma F größer als ihren Abstand von der Lichtquelle A bzw. von dem Thermoelement T. Wir erreichten hierdurch zugleich, daß die Divergenz der Strahlen in der Luftplatte des Interferometers I geringer war, als sie sich bei symmetrischem Durchgang der Strahlen durch die Linsen L_1 und L_2 ergeben hätte. Die Randstrahlen des Kegels bildeten mit dem Zentralstrahl unter den von uns gewählten Bedingungen einen Winkel ϕ von 10°, während der mittlere Neigungswinkel der Strahlen gegen die Achse des Strahlenkegels auf etwa 7° veranschlagt werden kann. Dieser mangelnde Parallelismus des Strahlenbündels übt auf die Form der beobachteten Interferenzkurven einen doppelten Einfluß aus. Erstens ergeben sich die Maxima und Minima der Interferenzkurve sämtlich bei etwas größeren Dicken der Luftplatte, als dies der Fall sein würde, wenn alle Strahlen durch die

Luftplatte senkrecht hindurchgingen. Der Gangunterschied der interferierenden Strahlen ist infolge ihrer schiefen Inzidenz nicht gleich der doppelten Dicke der Luftplatte $2d$, sondern gleich $2d\cos\phi$, worin $\cos\phi$ zwischen 1 (für den Zentralstrahl) und 0.985 (für den Randstrahl) schwankt und im Mittel etwa 0.993 beträgt. Zweitens erfährt der Verlauf der Interferenzkurve infolge des mangelnden Parallelismus der Strahlung eine Veränderung in dem gleichen Sinne, in welchem eine Verminderung der Homogenität auf die Form der Kurve einwirken würde. Diese Änderung ist aber hier von so geringer Größe, daß ihr Einfluß vernachlässigt werden kann. Dagegen müssen sämtliche aus der Lage der Maxima und Minima der Interferenzkurven unter der Annahme senkrechten Durchgangs der Strahlen durch die Luftplatte berechneten Wellenlängen mit dem Korrektionsfaktor 0.993 multipliziert werden.

Mit der neuen Quarzlinsenanordnung wurden die folgenden Interferometerkurven aufgenommen:

1. für die Strahlung der Quarzquecksilberlampe unfiltriert (Kurve *a*, Fig. 2);
2. für die durch 2 mm amorphen Quarz filtrierte Strahlung der Quarzquecksilberlampe (Kurve *b*, Fig. 3);
3. für die Strahlung der Quarzquecksilberlampe, filtriert durch schwarzen Karton von 0.4 mm Dicke (Kurve *c*, Fig. 4).

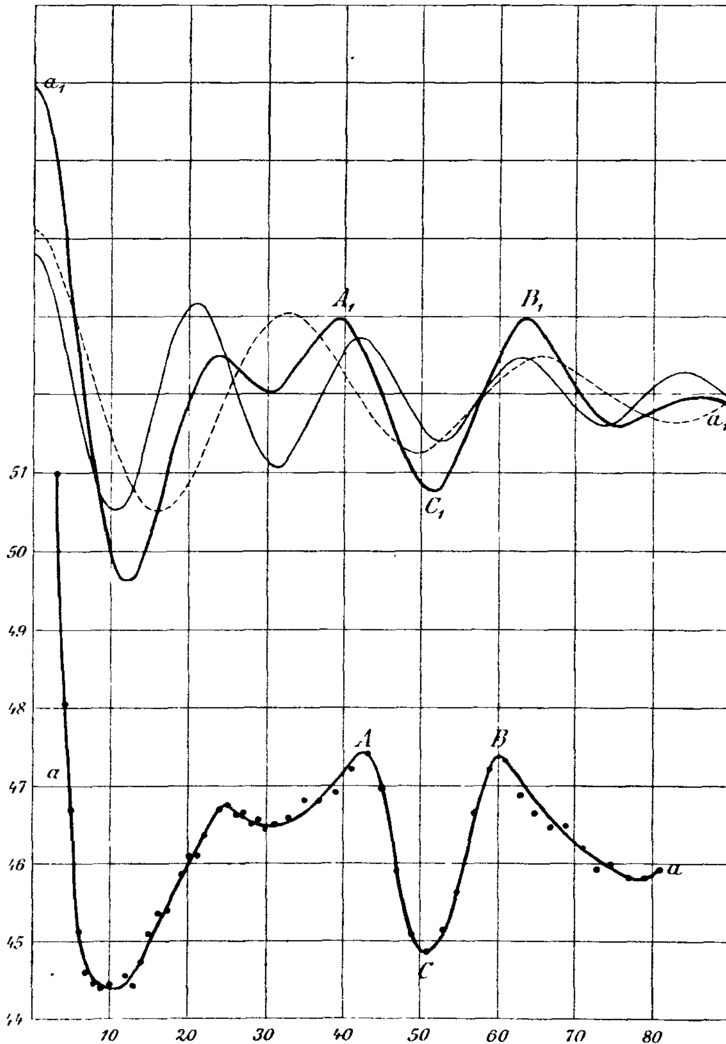
Als Abszissen sind die Dicken der Luftplatte des Interferometers in Trommelteilen (1 Teil = 5.23 μ), als Ordinaten die beobachteten Ausschläge des Mikroradiometers aufgetragen. Für geringe Dicken der Luftplatte (unter 0.03 mm) wurde wie früher die Dickenbestimmung nicht mit Hilfe der Trommelteilung, sondern auf optischem Wege durch Abzählen von Interferenzstreifen senkrecht einfallenden Natriumlichts vorgenommen.

Infolge der erheblich größeren Dicke der im Strahlengang befindlichen Quarzschicht tritt bei den hier beschriebenen Versuchen der Einfluß der von den Quarzwänden der Lampe herrührenden relativ kurzwelligen Strahlung gegenüber der langwelligen Strahlung des Quecksilberdampfes selbst viel mehr zurück, als dies bei der früher benutzten Linsenanordnung der Fall war. Hierauf und auf die höhere Belastung der Lampe ist die Tatsache zurückzuführen, daß jetzt die Lage des ersten Minimums der Interferenzkurve auch ohne Anwendung eines besonderen Strahlenfilters erst bei etwa 10 Trommelteilen beobachtet wird (Kurve *a*) und daß die entsprechende Kurve im Gegensatz zu unsern früheren Versuchen einen verhältnismäßig glatten Verlauf zeigt[1].

---

[1] Das erste Stück der Interferenzkurve *a* ist in Fig. 2 weggelassen. Der Dicke Null der Luftplatte entspricht der Ausschlag $\alpha = 54.7$ mm.

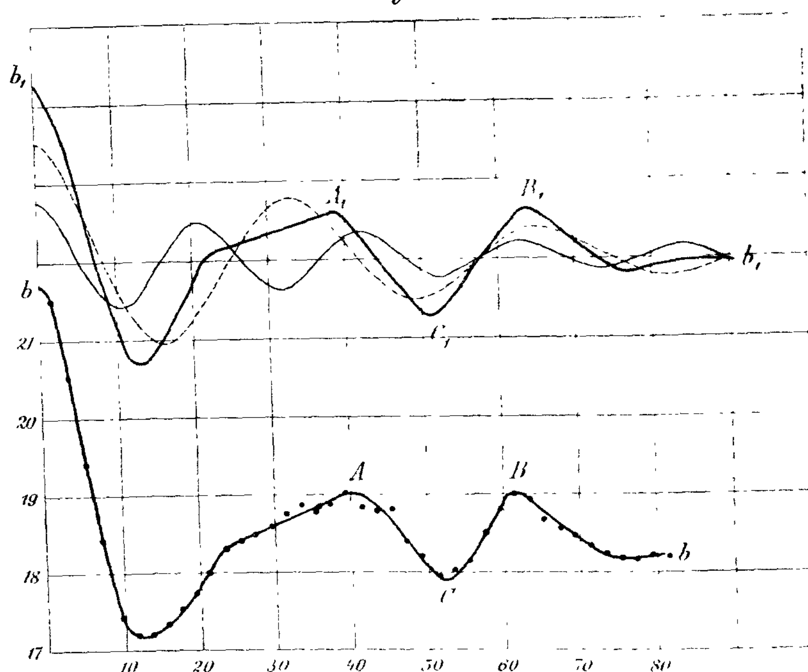
Fig. 2.



Immerhin ist auch in Kurve *a* der Einfluß der Quarzstrahlung noch deutlich bemerkbar. Er äußert sich hauptsächlich in einer Verschiebung des ersten Minimums nach kleineren Schichtdicken. Dagegen darf in den Kurven *b* und *c* der Einfluß der Quarzstrahlung wohl als nahezu beseitigt gelten.

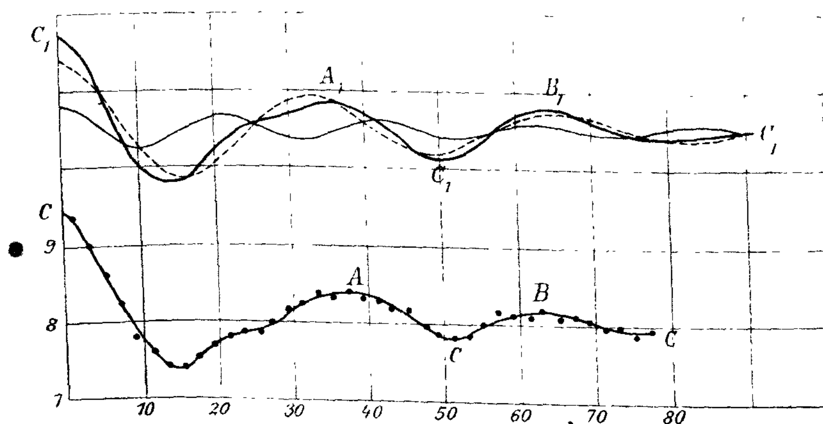
Alle 3 Interferenzkurven lassen sofort erkennen, daß es sich hier nicht um eine homogene Strahlung handelt, sondern daß die beobachtete Strahlung im wesentlichen zwei verschiedenen, ziemlich ausgedehnten Spektralgebieten angehört. Dabei zeigt sich die spektrale Ausdehnung oder Inhomogenität der einzelnen Emissionsgebiete durch die Dämpfung der betreffenden Interferenzkurven. Mit ziemlich guter Annäherung lassen sich alle 3 Kurven *a*, *b* und *c* durch Superposition

Fig. 3.



zweier gedämpfter Sinuskurven darstellen, wie dies aus den Kurven a_1 (Fig. 2), b_1 (Fig. 3) und c_1 (Fig. 4) zu ersehen ist. Die langwelligere dieser beiden gedämpften Sinuskurven besitzt stets eine Wellenlänge von 33 Trommelteilen und ein logarithmisches Dekrement $\gamma_1 = 0.71$, die kurzwelligere dagegen eine Wellenlänge von 21 Trommelteilen und ein logarithmisches Dekrement $\gamma_2 = 0.44$. Verschieden ist bei den Kurven a_1, b_1 und c_1 nur die Höhe der Anfangsamplituden der beiden gedämpften Sinuswellen. In allen 3 Fällen ist die Anfangsamplitude der längeren Welle die größere. Jedoch verhalten sich die Anfangsamplituden für beide Wellen im Fall der Kurve a_1 wie 7 : 6, im Fall

Fig. 4.



der Kurve b_1 wie 2 : 1 und im Fall der Kurve c_1 wie 3 : 1. Diesen beiden gedämpften Sinuswellen entsprechen zwei Strahlenkomplexe von der mittleren Wellenlänge

$$\lambda_1 = 33 \times 2 \times 5.23 \times 0.993\,\mu = 343\,\mu$$

$$\lambda_2 = 21 \times 2 \times 5.23 \times 0.993\,\mu = 218\,\mu$$

Offenbar wird, wenn die langwellige Quecksilberdampfstrahlung die Platte aus amorphem Quarz oder schwarzem Karton durchdringt, stets das kurzwelligere Strahlenbündel stärker absorbiert als das langwelligere. Im letzteren Falle ergibt sich das Intensitätsverhältnis der beiden Strahlenbündel, welches mit dem Verhältnis der Anfangsamplituden der beiden Sinuswellen der Kurve c_1 übereinstimmt, gleich 3 : 1. Dieses entspricht einer mittleren Wellenlänge des gesamten, den schwarzen Karton durchdringenden Strahlenkomplexes von 312 μ, was mit dem früher erhaltenen, aus dem ersten Minimum der Interferometerkurve berechneten Wert gut übereinstimmt.

Daß in der Kurve *a* die Tiefe des ersten Minimums den aus der AIRYschen Formel berechneten Wert bei weitem nicht erreicht, ist schon aus dem Grunde erklärlich, weil hier der Quecksilberdampfstrahlung noch die sehr inhomogene Strahlung der heißen Quarzwände in erheblicher Stärke beigemischt ist, welche für sich betrachtet bei 5—6 Trommelteilen ein Minimum, bei 10—11 Trommelteilen ein Maximum der Interferenzkurve bewirken würde. Es ist jedoch auffallend, daß auch bei den Interferenzkurven *b* und *c* die Tiefe des ersten Minimums keineswegs dem aus der AIRYschen Formel berechneten Werte entspricht, sondern erheblich dahinter zurückbleibt, wenn man annimmt, daß es sich hier nur um die beiden Emissionsgebiete mit den mittleren Wellenlängen 343 μ und 218 μ handelt. Es kann daher keinem Zweifel unterliegen, daß die betrachtete Strahlung noch andere Wellenlängengebiete enthält, welche aber wegen zu geringer Stärke oder zu großer Inhomogenität an der Interferenz nicht merklich teilnehmen und im wesentlichen nur eine Parallelverschiebung der Interferenzkurve nach Seite der größeren Ausschläge bewirken. Daß es sich hier nicht um kurzwellige Strahlung handeln kann, geht aus der Tatsache hervor, daß die Durchdringungsfähigkeit der Strahlung, welche bereits durch eine 0.4 mm dicke Kartonschicht hindurchgegangen ist, mit der Zahl der eingeschalteten Kartonplatten nur sehr langsam zunimmt. Die entsprechenden Zahlen sind in der folgenden Tabelle 1 enthalten. Die benutzten Kartonplatten waren aus derselben Tafel geschnitten und erwiesen sich ihrer Wirkung nach als nahezu gleichwertig. Die Einschaltung der Platten in den Strahlengang geschah stets in unmittelbarer Nähe des Diaphragmas *F*.

Tabelle 1.

Zahlen der eingeschalteten Kartonplatten n	Ausschlag α mm	Durchlässigkeit $D_1 = \frac{\alpha_n}{\alpha_0}$	Durchlässigkeit $D_2 = \frac{\alpha_n}{\alpha_{n-1}}$
0	85.0	—	—
1	12.4	14.6 Proz.	14.6 Proz.
2	4.30	5.06 »	35.5 »
3	1.73	2.04 »	40.2 »
4	0.71	0.83 »	41.0 »

Die Durchlässigkeit D_1 bezieht sich stets auf sämtliche eingeschaltete Platten, während D_2 die Durchlässigkeit der neuhinzugekommenen Platte für denjenigen Teil der Strahlung ausdrückt, welcher durch die übrigen Platten bereits hindurchgegangen ist. Die Durchdringungsfähigkeit der Strahlung ist aus dem Wert von D_2 zu ersehen, welcher, nachdem erst eine Kartonplatte eingeschaltet ist, kaum noch wächst. Da man nun annehmen muß, daß der Karton eine mit zunehmender Wellenlänge steigende Durchlässigkeit besitzt, so wird man zu dem Schlusse geführt, daß die an der Interferenz nicht merklich teilnehmende Strahlung, welche in der durch schwarzen Karton filtrierten Emission der Quarzquecksilberlampe außer den beiden Strahlenbündeln von 218 μ und 343 μ mittlerer Wellenlänge noch vorhanden ist, jedenfalls dem Spektralgebiet oberhalb 200 μ angehören muß.

Vergleicht man die von uns aufgenommenen Interferenzkurven a, b und c mit den entsprechenden aus der Superposition zweier gedämpfter Sinuswellen entstandenen Kurven a_1, b_1, c_1 genauer, so erkennt man übrigens, daß die Übereinstimmung keineswegs eine innerhalb der Fehlergrenzen vollkommene ist. Während die Lage des Minimums C bzw. C_1 der beobachteten und berechneten Kurven gleich gewählt ist, zeigt sich in allen berechneten Kurven das Maximum A_1 gegen A nach links, das Maximum B_1 gegen B nach rechts verschoben. Durch Annahme eines dritten Emissionsgebietes von größerer Wellenlänge (etwa 600 μ) ließe sich diese Diskrepanz zwischen beobachteten und berechneten Kurven beseitigen und auch in den übrigen Teilen der Interferenzkurve eine vollkommene Übereinstimmung erzielen. Indessen läßt sich dasselbe Ziel auch ohne Anwendung eines dritten Emissionsgebietes erreichen, wenn man die willkürliche Voraussetzung fallen läßt, daß die Energieverteilung innerhalb der beiden Emissionsgebiete bei $\lambda_1 = 343\,\mu$ und $\lambda_2 = 218\,\mu$ durch eine Resonanzkurve von der Form

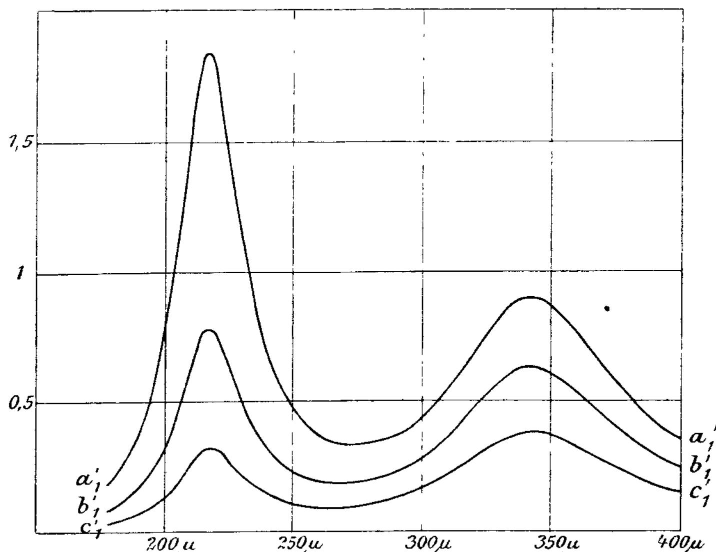
$$\Phi_\lambda = \Phi_1 \frac{\gamma_1^2}{\gamma_1^2 + 4\pi^2 z^2}; \qquad z = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1}$$

dargestellt wird.

In Wirklichkeit wird diese Annahme, welche nur zur Vereinfachung der Rechnung gemacht ist, nur in roher Annäherung erfüllt sein. Nimmt man aber eine von der symmetrischen Form abweichende Energieverteilung in beiden Emissionsgebieten an, so lassen sich wahrscheinlich die beobachteten und berechneten Interferenzkurven bis zu einem sehr hohen Grade von Annäherung bringen.

Den berechneten Interferenzkurven a_1, b_1 und c_1 der Fig. 2, 3 und 4 entsprechen angenähert die in Fig. 5 wiedergegebenen Energieverteilungskurven a'_1, b'_1, c'_1[1].

Fig. 5.



Man erkennt, daß die spektrale Ausdehnung der Emissionsgebiete so groß ist, daß sie ineinander übergehen. Es läßt sich jedoch hieraus noch nicht unmittelbar auf das Vorhandensein einer kontinuierlichen Emission in dem gesamten zwischen 200 μ und 400 μ gelegenen Spektralgebiet schließen. Es bleibt daneben die Möglichkeit bestehen, daß die Strahlung von einer größeren Zahl von diskontinuierlichen Emissionsbanden herrührt, welche in der Nähe der Emissionsmaxima bei 218 μ und 343 μ besonders intensiv sind oder besonders dicht beieinander liegen.

Es schien uns von Interesse, festzustellen, ob auch in dem Spektrum der Quecksilberamalgamlampe eine langwellige Strahlung ähnlich der bei der Quecksilberlampe beobachteten vorhanden wäre und ge-

[1] Siehe H. RUBENS und H. HOLLNAGEL, a. a. O. S. 37. H. RUBENS, Verhandl. d. Dt. Phys. Ges. XIII, S. 102, 1911. Es mag hier daran erinnert werden, daß das Verhältnis $\frac{\Phi_1}{\Phi_2}$ nicht das Höhenverhältnis der Maxima beider Energiekurven, sondern das Verhältnis ihrer Flächeninhalte bedeutet.

gebenenfalls die Zusammensetzung dieser Strahlen zu untersuchen. Es stand uns eine Amalgamlampe von Heräus zur Verfügung, welche etwa 60 Prozent Quecksilber, 20 Prozent Wismut, 20 Prozent Blei sowie Spuren von Cadmium und Zink enthielt. Die Lampe konnte bei einer Lichtbogenlänge von 6 cm mit 130 Volt und 4 Amp. belastet werden und gab dann, als Lichtquelle bei unserer neuen Quarzlinsenanordnung benutzt, einen Ausschlag von etwa 100 mm, also von derselben Größenordnung wie die Quecksilberlampe unter den gleichen Bedingungen. Leider erwies sich die Strahlung der Amalgamlampe als weniger konstant als diejenige der Quecksilberlampe, vermutlich infolge des an den Quarzwänden stets auftretenden Niederschlages fester Metallteilchen. Wir verzichteten deshalb auf die Aufnahme einer Interferenzkurve und begnügten uns damit, die Strahlung der Amalgamlampe mit derjenigen der Quecksilberlampe durch Messung der Absorption zu vergleichen, welche beide Strahlungen in einer 2 mm dicken Platte von geschmolzenem Quarz und in einer 0.4 mm dicken Kartonplatte erfahren. Die betreffenden Zahlen sind aus den beiden ersten Horizontalreihen der Tabelle 2 zu ersehen.

Tabelle 2.

Lichtquelle	Durchlässigkeit beob. für amorphen Quarz	Durchlässigkeit beob. für schwarze Pappe
Quecksilberlampe	32.4	14.6
Amalgamlampe	32.0	14.7
Cadmiumlampe	16.4	4.0
Amorpher Quarz	14.4	3.8

Der Betrag der Durchlässigkeit ist für beide Strahlungsquellen und für beide absorbierenden Substanzen innerhalb der Fehlergrenzen der gleiche. Es ist hiernach höchst wahrscheinlich, daß sich auch die Strahlungen beider Lichtquellen nur wenig unterscheiden. Dieses Resultat ließ sich insofern als wahrscheinlich voraussehen, als auch in der Amalgamlampe der bei weitem größte Teil des Dampfes aus Quecksilber besteht, welches nicht nur in größeren Mengen vorhanden ist, sondern auch bei den hier in Betracht kommenden Temperaturen einen erheblich größeren Dampfdruck besitzt als die übrigen in der Lampe vorhandenen Metalle.

Tabelle 2 enthält ferner die Resultate einiger Versuche, welche mit einer Kadmiumlampe als Lichtquelle ausgeführt worden sind. Die Lampe bestand aus einem bis zur Hälfte mit Kadmium gefüllten U-förmigen Quarzrohr, welches durch einen seitlichen Rohransatz mit einer Gaedepumpe in Verbindung stand. Die Vorwärmung geschah mit einer Ge-

bläseflamme. Die Einleitung des Lichtbogens wurde durch einen Induktionsfunken bewirkt. Die Lampe ergab bei einem Energieverbrauch von 5.3 Amp. und 34 Volt eine etwa viermal schwächere langwellige Strahlung als die Quecksilberlampe, und es ließ sich durch Beobachtungen unmittelbar vor und nach dem Auslöschen der Lampe leicht zeigen, daß der größte Teil dieser Strahlung von den heißen Wänden des Quarzrohres herrührte. Dennoch lassen sich, wie es scheint, auch bei der Kadmiumlampe Spuren einer von dem Metalldampfe ausgehenden langwelligen Strahlung wahrnehmen. Um hierfür einen Anhaltspunkt zu geben, sind in der letzten Spalte der Tabelle 2 die Werte der Durchlässigkeit angegeben, welche für die amorphe Quarzplatte und die verwendete Pappschicht beobachtet wurden, wenn als Strahlungsquelle ein mit Hilfe einer Bunsenflamme[1] erhitztes Rohr aus amorphem Quarz diente, dessen Wandstärke etwa 1 mm betrug. Diese Werte sind merklich kleiner als die entsprechenden Zahlen, welche mit der Kadmiumlampe erhalten worden waren, so daß man berechtigt ist, in der Strahlung der Kadmiumlampe einen langwelligen, nicht von den Quarzwänden herrührenden Bestandteil zu vermuten. Für eine eingehendere Untersuchung der langwelligen Kadmiumdampfstrahlung ist jedoch die beobachtete Energiemenge viel zu gering.

Die Frage, ob es sich bei der beobachteten langwelligen Emission des Quecksilberdampfes um eine Lumineszenzstrahlung oder um eine Temperaturstrahlung handelt, bleibt auch nach der Erweiterung, welche unsere Kenntnis ihrer spektralen Zusammensetzung durch die vorstehende Untersuchung erfahren hat, noch unentschieden. Nimmt man jedoch Strahlungserregung durch Lumineszenz an, so kann ein von Hrn. F. A. Lindemann herrührender Gedanke mit Vorteil zur Deutung des Emissionsvorganges herangezogen werden. Hiernach sollen die im Entladungsraum vorhandenen positiven und negativen Atomionen, soweit sie sich nach erfolgter Annäherung nicht wieder auf hyperbolischer Bahn voneinander entfernen oder bei ihrem Zusammenstoß sofort neutralisieren, wie Doppelsterne umeinander rotieren, und zwar in einem gegenseitigen Abstand, welcher annähernd von derselben Größe ist, wie ihn die Moleküle des festen und flüssigen Quecksilbers besitzen. Für einfach geladene, in dieser Weise umeinander rotierende Atomionen würde dann die Gleichung erfüllt sein müssen

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{e^2}{4 r^2},$$

[1] Der von der Bunsenflamme selbst herrührende Ausschlag betrug nur etwa 4 Prozent desjenigen, welcher von dem heißen Quarzrohr hervorgerufen wurde. Von der langwelligen Strahlung des Bunsenbrenners gingen 9.4 Prozent durch die 2 mm dicke Platte aus amorphem Quarz hindurch.

worin m die Masse eines Ions, v seine Geschwindigkeit, r der Radius der Bahn, e das Elementarquantum der Elektrizität in elektrostatischen Einheiten bedeutet. Hieraus folgt

$$v = \frac{e}{2}\sqrt{\frac{1}{rm}}$$

und für die Tourenzahl ν ergibt sich dann

$$\nu = \frac{v}{2r\pi} = \frac{e}{4\pi}\sqrt{\frac{1}{r^3 m}}.$$

Benutzt man die von Hrn. Regener[1] aus der Zählung der α-Teilchen gewonnenen Daten

$$e = 4.8 \times 10^{-10}\, S.E. \qquad m_{Hg} = 200 \cdot 1.654 \cdot 10^{-24}_{g} = 3.31 \cdot 10^{-22}_{g}$$

und setzt man ferner tetraedrische Anordnung der Moleküle in flüssigem Quecksilber voraus, unter welcher Bedingung sich $r = 1.63 \cdot 10^{-8}$ cm ergibt, so erhält man für ν den Wert $1.014 \cdot 10^{12}$, entsprechend einer Wellenlänge in Luft von $\lambda_1 = 296\,\mu$.

Betrachtet man ferner den Fall, daß sich ein einfach geladenes (negatives) und ein doppelt geladenes (positives) Ion in der gleichen Weise und in demselben Abstande umkreisen wie in dem ersten Falle, so wird die zu erwartende Schwingungszahl $\sqrt{2}$ mal größer, die zugehörige Wellenlänge $\sqrt{2}$ mal kleiner, und man erhält $\lambda_2 = 209\,\mu$. Die Übereinstimmung dieser Werte mit den von uns gefundenen mittleren Wellenlängen der beiden Emissionsgebiete ist immerhin bemerkenswert. Die Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung lassen sich ohne Schwierigkeit einerseits aus der Unsicherheit des zur Rechnung benutzten Zahlenmaterials, insbesondere desjenigen. welches die Ermittlung des Radius r betrifft, anderseits aus der Tatsache erklären. daß der Bahnradius der rotierenden Ionen nicht konstant ist, sondern je nach der Geschwindigkeit der zusammentreffenden Ionen innerhalb gewisser Grenzen schwanken muß, wobei die hier für den Bahnradius r und für die Wellenlänge λ berechneten Werte als untere Grenzwerte anzusehen sind. Man wird daher annehmen müssen, daß die emittierte Strahlung ziemlich inhomogen ist und sich über ein größeres Wellenlängenbereich erstreckt.

In einer kürzlich erschienenen, sehr interessanten Mitteilung hat Hr. Kamerlingh-Onnes[2] aus Messungen des elektrischen Leitvermögens

[1] E. Regener, diese Berichte S. 948, 1909.

[2] H. Kamerlingh-Onnes, Communications from the Physical Laboratory of Leiden Nr. 119 und 120, 1911.

an festem Quecksilber im Gebiete der tiefsten Temperaturen auf eine Eigenfrequenz der Quecksilbermoleküle von etwa $\nu = 6 \times 10^{11}$ geschlossen. Diese Frequenz liegt in derselben Größenordnung wie die beiden von uns im leuchtenden *Hg*-Dampf beobachteten Schwingungszahlen. Nimmt man jedoch die von Hrn. Lindemann gegebene, im vorstehenden dargelegte Theorie der Strahlungserregung in der Quecksilberbogenlampe als richtig an, so würde ein einfacher Zusammenhang zwischen den von Hrn. Kamerlingh-Onnes berechneten und von uns beobachteten Eigenfrequenzen nicht ohne weiteres zu erkennen sein.

Ausgegeben am 22. Juni.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1911.

XXXI.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

22. Juni. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

*1. Hr. Schäfer las Über die materiellen Kräfte des schwedischen Staatswesens zur Zeit von Gustaf Adolf's Regierungsantritt.

Er legte vergleichend dar, wie bescheiden sie waren neben denen des rivalisirenden Dänemark und der führenden Territorien des gleichzeitigen Deutschland. Erst die Feststellung dieser Thatsache setzt die persönliche Bedeutung Gustaf Adolf's in das rechte Licht.

2. Hr. Frobenius legte eine Arbeit vor: Gruppentheoretische Ableitung der 32 Krystallclassen.

Die Lehre von den Gruppencharakteren wird benutzt, um die Eintheilung der Krystalle in Classen abzuleiten und die 32 Classen in übersichtlicher Weise anzuordnen.

3. Das correspondirende Mitglied Hr. Jacobi in Bonn hat eine Mittheilung übersandt, betitelt: Zur Frühgeschichte der indischen Philosophie. (Ersch. später.)

Es wird gezeigt, dass im 4. Jahrhundert v. Chr. Mīmāṃsā, Sāṅkhya, Yoga und Lokāyata schon anerkannte philosophische Systeme waren, während Nyāya und Vaiśeṣika sowie wahrscheinlich auch die buddhistische Philosophie erst später entstanden sind.

4. Hr. von Wilamowitz-Moellendorff legte vor: Arkadische Forschungen von F. Freiherrn Hiller von Gaertringen und H. Lattermann. (Abh.)

Die Abhandlung enthält einen Bericht über die von März bis Juni 1910 für das arkadische Inschriftenwerk (Inscriptiones Graecae V 2) unternommene Reise. Als Beispiel für die epigraphische Forschung wird das bekannte »Gottesurtheil von Mantineia«, für die topographische Orchomenos und die (bis 369) ϹΥΝΤΕΛΟΥϹΑΙ ΠΌΛΕΙϹ, Methydrion mit einem neu ausgegrabenen Tempel, Thisoa und Teuthis behandelt. Topographische Kartenaufnahmen und Photographien von Hrn. Lattermann erläutern die Ausführungen.

5. Die Akademie genehmigte die Aufnahme einer von Hrn. Schwarz in der Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe vom 15. Juni vorgelegten Arbeit des Hrn. Dr. Leon Lichtenstein hierselbst in den Anhang zu den Abhandlungen: Beweis des Satzes, dass

jedes hinreichend kleine im wesentlichen stetig gekrümmte, singularitätenfreie Flächenstück auf einen Theil einer Ebene zusammenhängend und in den kleinsten Theilen ähnlich abgebildet werden kann.

6. Der Vorsitzende überreichte den Bericht der Commission für den Thesaurus linguae Latinae über die Zeit vom 1. October 1910 bis 1. April 1911.

7. Die Akademie hat nunmehr die Bestimmungen über die Verleihung des aus der v. Böttinger-Stiftung beschafften Mesothoriumbromids (vgl. Sitzungsber. 1910, S. 949) festgesetzt. Sie folgen unten im Wortlaut.

8. Folgende Druckschriften wurden vorgelegt: Bd. 19 der von der Deutschen Commission der Akademie herausgegebenen Deutschen Texte des Mittelalters, enthaltend die poetische Bearbeitung des Buches Daniel hrsg. von A. Hübner. Berlin 1911; zwei neu erschienene Bände der Ergebnisse der Plankton-Expedition der Humboldt-Stiftung, Bd. II. H. e enthaltend die Chätognathen von R. von Ritter-Záhony und Bd. III. L. h. 11 enthaltend von den tripyleen Radiolarien die Challengeridae von A. Borgert. Kiel und Leipzig 1911; drei mit Unterstützung der Akademie gedruckte Bände des von Hrn. Engler und Hrn. O. Drude in Dresden herausgegebenen Sammelwerkes »Die Vegetation der Erde«, Bd. 11: L. Adamović, Die Vegetationsverhältnisse der Balkanländer, Bd. 12: A. Weberbauer, Die Pflanzenwelt der peruanischen Anden und Bd. 13: J. W. Harshberger, Phytogeographic Survey of North America. Leipzig 1909—11; ferner zwei Werke von correspondirenden Mitgliedern: W. Körner, Über die Bestimmung des chemischen Ortes bei den aromatischen Substanzen. Vier Abhandlungen. Leipzig 1910 und W. James (†), Some Problems of Philosophy. New York 1911; endlich die 15. wissenschaftliche Veröffentlichung der Deutschen Orient-Gesellschaft: R. Koldewey, Die Tempel von Babylon und Borsippa. Leipzig 1911.

Gruppentheoretische Ableitung der 32 Kristallklassen.

Von G. Frobenius.

Die von Hrn. L. Bieberbach entwickelte Theorie der unzerlegbaren, unendlichen, diskreten Bewegungsgruppen habe ich in einer kürzlich hier erschienenen Arbeit vereinfacht. Die reellen Gruppen der Dimension 3 stehen in engster Beziehung zu den Symmetrieeigenschaften der Kristalle. Zwei Kristalle werden zu derselben *Klasse* gerechnet, wenn die beiden ihren Gruppen $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H}_0$ zugeordneten endlichen Gruppen $\mathfrak{H}'$ und $\mathfrak{H}_0'$ äquivalent sind, $\mathfrak{H}_0' = U^{-1}\mathfrak{H}'U$. Diese endlichen Gruppen sind dadurch charakterisiert, daß sie Gruppen äquivalent sind, deren Koeffizienten ganze Zahlen sind. Die Aufgabe ist also, alle nicht äquivalenten endlichen ternären Gruppen mit ganzzahligen Koeffizienten zu ermitteln.

Die Substitutionen einer solchen Gruppe, die ich jetzt mit $\mathfrak{H}$ bezeichnen will, lassen eine positive quadratische Form mit ganzen Koeffizienten ungeändert. Die Gruppen können daher aus der Theorie der Reduktion der positiven ternären Formen abgeleitet werden. Hier aber will ich einen anderen Weg einschlagen und sie allein aus der Lehre von den *Gruppencharakteren* entwickeln. Transformiert man jene quadratische Form in eine Summe von Quadraten, so erhält man eine mit $\mathfrak{H}$ äquivalente Gruppe orthogonaler Substitutionen. In dieser Gestalt, die der geometrischen Deutung bequemer zugänglich ist, werden diese Gruppen gewöhnlich betrachtet. Aber eine Kristallklasse wird durch eine endliche orthogonale Gruppe nur dann definiert, wenn sie einer ganzzahligen Gruppe äquivalent ist. Glücklicherweise lassen sich 25 der 32 Gruppen $\mathfrak{H}$ als ganzzahlige orthogonale Gruppen darstellen, nur die 7 Gruppen des hexagonalen Systems lassen eine solche Darstellung nicht zu.

Der Ausdruck *Gruppe* wird hier meist in dem Sinne von *Darstellung* einer abstrakten Gruppe gebraucht. Zwei endliche Gruppen von Matrizen $\mathfrak{H} = A + B + C + \cdots$ und $\mathfrak{H}_0 = A_0 + B_0 + C_0 + \cdots$ werden *äquivalent* genannt, wenn es eine solche Substitution U gibt, daß $U^{-1}AU$,

$U^{-1}BU, U^{-1}CU, \cdots$, *abgesehen von der Reihenfolge* mit $A_0, B_0, C_0, \cdots$ übereinstimmen. Dann gibt es, wenn $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H}_0$ ganzzahlig sind, auch stets eine ganzzahlige Substitution U, die $\mathfrak{H}$ in $\mathfrak{H}_0$ überführt. Denn die Koeffizienten von U sind aus linearen Gleichungen (z. B. $AU = UC_0$) zu berechnen.

Die eben aufgestellte Definition einer Kristallklasse findet sich nicht überall mit ausreichender Genauigkeit gegeben. Die Definition der Äquivalenz von zwei Darstellungen derselben abstrakten Gruppe $\mathfrak{G}$ ist etwas schärfer, und erfordert, daß $U^{-1}AU = A_0$, $U^{-1}BU = B_0 \cdots$ ist. Dazu ist notwendig und hinreichend, daß $\mathfrak{H} = A + B + C + \cdots$ und $\mathfrak{H}_0 = A_0 + B_0 + C_0 + \cdots$ in dieser Reihenfolge der Substitutionen *isomorph*, und mit $\mathfrak{G}$ *homomorph* sind, und daß entsprechende Substitutionen die gleiche *Spur* $\chi(A) = \chi(A_0)$, $\chi(B) = \chi(B_0), \cdots$ haben. Dieser Satz gestattet genau zu erkennen, welche der ermittelten Gruppen äquivalent und welche wirklich verschieden sind.

§ 1.

Die Sätze, die ich aus der Theorie der *Gruppencharaktere* brauche, will ich hier kurz zusammenstellen. Ist $\chi(R)$ der Charakter einer irreduzibeln oder transitiven Gruppe $\mathfrak{H}$ der Ordnung h, so ist

$$\sum_R \chi(R^{-1})\,\chi(R) = h. \tag{1.}$$

Ist $\psi(R)$ ein von $\chi(R)$ verschiedener Charakter, so ist

$$\sum \psi(R^{-1})\,\chi(R) = 0, \tag{2.}$$

insbesondere ist, wenn ψ der Hauptcharakter ist,

$$\sum \chi(R) \equiv \text{oder } h, \tag{3.}$$

das letztere, wenn $\chi(R)$ auch der Hauptcharakter ist. Sind $f, f', f'', \cdots$ die Grade der sämtlichen verschiedenen transitiven Darstellungen von $\mathfrak{H}$, so ist

$$f^2 + f'^2 + f''^2 + \cdots = h. \tag{4.}$$

Ferner ist

$$\sum \chi(R^2) = ch. \tag{5.}$$

Hier ist $c = 1$, wenn die Darstellung reell (einer reellen äquivalent) ist, sonst ist $c = -1$ oder 0, je nachdem sie der konjugiert komplexen Darstellung äquivalent ist oder nicht. (*Über die reellen Darstellungen der endlichen Gruppen*, Sitzungsber. 1906.) Eine reelle Darstellung, die nur reell unzerlegbar ist, zerfällt in zwei konjugiert komplexe Darstellungen, die einander äquivalent sein können oder nicht.

Das Produkt von zwei Charakteren ist eine lineare Verbindung der Charaktere, deren Koeffizienten (positive oder negative) ganze Zahlen sind. Ist daher $f(x)$ eine ganze Funktion der Variabeln x, deren Koeffizienten ganze Zahlen sind, so ist auch $f(\chi(R))$ eine solche Verbindung, und mithin ist nach (3.)

$$(6.) \qquad \sum f(\chi(R)) \equiv 0 \pmod{h}.$$

In der folgenden Untersuchung sind die h Werte von $\chi(R)$ rationale ganze Zahlen. Kommen unter ihnen nur m verschiedene vor, $v_1, v_2, \cdots v_m$, und zwar g_λ mal der Wert v_λ, so ist demnach (vgl. J. Schur, *Über eine Klasse von endlichen Gruppen linearer Substitutionen*, Sitzungsber. 1905)

$$(7.) \qquad \sum_\lambda g_\lambda f(v_\lambda) \equiv 0 \pmod{h},$$

also für $f(x) = (x-v_2)(x-v_3)\cdots(x-v_m)$

$$(8.) \qquad g_1(v_1-v_2)(v_1-v_3)\cdots(v_1-v_m) \equiv 0 \pmod{h}.$$

Diese Relation gilt aber auch, wenn $v_1, \cdots v_m$ nicht rationale Zahlen sind. Es kann sogar unter $\chi(R)$ eine lineare Verbindung

$$v = u'\chi'(R) + u''\chi''(R) + u'''\chi'''(R) + \cdots$$

der unabhängigen Variabeln $u', u'', u''', \cdots$ verstanden werden, deren Koeffizienten mehrere verschiedene Charaktere sind, und unter $v_1, v_2, \cdots v_m$ die verschiedenen unter diesen linearen Funktionen.

§ 2.

Bei den abzuleitenden 32 Gruppen unterscheide ich 4 *Typen*. Die Gruppen des letzten, *regulären* Typus sind irreduzibel; die des ersten, *elementaren* zerfallen in 3 reelle Komponenten, ihre Substitutionen haben alle die Ordnung 2. Die des zweiten und dritten Typus zerfallen in 2 Komponenten der Grade 1 und 2. Beim dritten, *metazyklischen* Typus ist die binäre Komponente überhaupt irreduzibel, beim zweiten, *zyklischen*, ist sie nur reell unzerlegbar. Der erste und der zweite Typus enthalten die kommutativen Gruppen.

Außerdem erreiche ich eine besondere Übersichtlichkeit, indem ich die Gruppen nicht wie üblich in 2, sondern in 3 *Arten* teile. Die Substitutionen der betrachteten Gruppen haben die Determinante +1 oder −1. Je nachdem heißen sie *eigentliche* Substitutionen (Drehungen), oder *uneigentliche*. Es gibt nur eine Substitution, deren 3 charakteristische Wurzeln alle gleich −1 sind, die *Inversion* $J = -E$. Die 11 Gruppen $\mathfrak{A}$ der ersten Art enthalten nur Drehungen, die 11 Gruppen $\mathfrak{C}$ der dritten Art enthalten die Inversion, die 10 Gruppen $\mathfrak{B}$ der zweiten Art enthalten nicht die Inversion und nicht nur Drehungen.

Eine Substitution R einer dieser ternären Gruppen kann nur die Ordnung

$$k = 1, 2, 3, 4, 6$$

haben, weil nach der Formel (3.) § 5 meiner Arbeit *Über die unzerlegbaren diskreten Bewegungsgruppen* $\varphi(k) \leqq 3$ sein muß. Die 3 Wurzeln einer solchen Matrix R sind durch die *Spur* $\chi(R)$ und die Determinante ε vollständig bestimmt, sie genügen der Gleichung

$$s^3 - \chi(R)s^2 + \chi(R)\varepsilon s - \varepsilon = 0.$$

Gehört die Matrix R einer Gruppe $\mathfrak{A}$ der ersten Art an, ist also ihre Determinante gleich $+1$, so sind für ihre 3 charakteristischen Wurzeln nur die folgenden 5 Kombinationen zulässig, worin ρ eine primitive kubische Einheitswurzel bezeichnet:

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & i & \rho & -\rho \\ 1 & -1 & -i & \rho^2 & -\rho^2 \end{matrix} .$$

Die Summe der 3 Wurzeln oder der Charakter $\chi(R)$ ist entsprechend

$$\chi: \qquad 3 \quad -1 \quad 1 \quad 0 \quad 2 .$$

Nach (8.) § 1 geht daher die Ordnung h von $\mathfrak{A}$, weil $g_3 = 1$ ist, in $(3+1)(3-1)(3-0)(3-2) = 24$ auf. Unter den h Werten $\chi(R)$ seien g_λ gleich $\lambda\ (= 0, \pm 1, 2, 3)$.

Zerfällt die Gruppe $\mathfrak{A}$ in 3 reelle Komponenten, so haben ihre Substitutionen die Gestalt

$$(1.) \qquad x = \pm x', \qquad y = \pm y', \qquad z = \pm z',$$

weil $+1$ und -1 die einzigen reellen Einheitswurzeln sind. Die 4 eigentlichen unter diesen 8 Substitutionen bilden die Vierergruppe $\mathfrak{A}_{2.2}$, worin die Gruppen $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$ der Ordnungen 1 und 2 enthalten sind.

Ist dagegen $\mathfrak{A}$ irreduzibel, so ist nach (1.) § 1, weil der Charakter $\chi(R) = \chi(R^{-1})$ reell ist,

$$\sum g_\lambda \lambda^2 = h, \qquad \sum g_\lambda = h, \qquad \sum g_\lambda(\lambda^2 - 1) = 0,$$

also

$$(2.) \qquad g_0 = 8 + 3g_2,$$

wo g_0 und g_2 die Anzahl der Substitutionen der Ordnungen 3 und 6 bezeichnen. Mithin ist $h \geqq g_3 + g_0 \geqq 9$ (was auch aus (4.) § 1 folgt), und daher $h = 12$ oder 24.

Ist $h = 12$, so ist $g_2 = 0$. Sonst wäre $h \geqq g_3 + g_0 + g_2 \geqq 9 + 4g_2 \geqq 13$. Daher ist $g_0 = 8$, und $\mathfrak{A}$ enthält 4 Untergruppen $\mathfrak{G}$ der Ordnung 3. Folglich ist die Gruppe $\mathfrak{A}$ isomorph einer Gruppe von Permutationen von

$(\mathfrak{A}:\mathfrak{G}) = 12:3 = 4$ Symbolen, der Tetraedergruppe. In der Tat läßt sich diese stets und nur in einer Art als irreduzible ternäre Gruppe $\mathfrak{A}_{12}$ darstellen (*Über Gruppencharaktere*, § 8; Sitzungsber. 1896).

Ist $h = 24$, so ist nach (8.) § 1

$$g_2(2-3)(2+1)(2-1)(2-0) \equiv 0 \qquad (\text{mod. } 24).$$

Ist also $g_2 > 0$, so ist $g_2 \geqq 4$ und $h \geqq g_3 + g_0 + g_2 \geqq 9 + 4g_2 \geqq 25$. Daher ist $g_2 = 0$, und $\mathfrak{A}$ enthält 4 Untergruppen $\mathfrak{G}$ der Ordnung 3. Die mit $\mathfrak{G}$ vertauschbaren Substitutionen von $\mathfrak{A}$ bilden eine Gruppe $\mathfrak{G}'$ der Ordnung $24:4 = 6$. Folglich ist $\mathfrak{A}$ isomorph einer Gruppe von Permutationen von $(\mathfrak{A}:\mathfrak{G}') = 4$ Symbolen, der Oktaedergruppe, vorausgesetzt, daß $\mathfrak{G}'$ keine invariante Untergruppe von $\mathfrak{A}$ enthält (*Über endliche Gruppen*, § 4; Sitzungsber. 1895). Nun ist $\mathfrak{G} = E + L + L^2$ wohl in $\mathfrak{G}'$, aber nicht in $\mathfrak{A}$ invariant, eine Untergruppe $\mathfrak{J} = E + M$ der Ordnung 2 ist aber nicht einmal in $\mathfrak{G}'$ invariant, sonst wäre L mit M vertauschbar, und LM hätte die Ordnung 6, während $g_6 = 0$ ist. In der Tat besitzt die Oktaedergruppe zwei und nicht mehr irreduzible ternäre Darstellungen, $\mathfrak{A}_{24}$ und $\mathfrak{B}_{24}$ (*Über Gruppencharaktere*, § 8). Die letztere entsteht, indem man von der Gruppe aller Permutationen von 4 Symbolen die dem Hauptcharakter entsprechende Darstellung abspaltet, und enthält daher 12 eigentliche Substitutionen ($\mathfrak{A}_{12}$) und 12 uneigentliche. Multipliziert man diese 12 mit $-E$, so erhält man die zu $\mathfrak{B}_{24}$ *assoziierte* Darstellung $\mathfrak{A}_{24}$ (vgl. § 4).

§ 3.

Besitzt die Gruppe $\mathfrak{A}$ zwei reelle Komponenten, so hat jede ihrer Substitutionen R die Gestalt

$$x = \alpha x' + \beta y', \qquad y = \gamma x' + \delta y', \qquad z = \varepsilon z'.$$

Hier ist $\varepsilon = \pm 1$, und mithin $\alpha\delta - \beta\gamma = \varepsilon$. Folglich ist R durch seinen binären Teil vollständig bestimmt; dieser allein soll daher in diesem Paragraphen mit R bezeichnet werden, und die von diesen Substitutionen R gebildete binäre Gruppe mit $\mathfrak{A}$. Für die Wurzeln von R sind nur die folgenden 6 Kombinationen

$$\begin{matrix} 1 & -1 & i & \rho & -\rho & 1 \\ 1 & -1 & -i & \rho^2 & -\rho^2 & -1 \end{matrix}$$

zulässig, denen die Werte des Charakters

$$\chi: \qquad 2 \quad -2 \quad 0 \quad -1 \quad 1 \quad 0$$

entsprechen. Es ist $g_2 = 1$, und $g_{-2} = 1$ oder 0, je nachdem die Substitution $F = -E$ in $\mathfrak{A}$ vorkommt oder nicht.

Ist die Gruppe $\mathfrak{A}$ nur reell unzerlegbar, so sind ihre beiden Komponenten konjugiert komplex (und nicht äquivalent); folglich kann keine Substitution von $\mathfrak{A}$ die Wurzeln $1, -1$ haben.

Ist $g_{-2} = 0$, so ist auch $g_0 = 0$ und $g_1 = 0$. Denn hat R die Wurzeln $i, -i$, so hat R^2 die Wurzeln $-1, -1$. Nach (8.) § 1 ist daher h ein Divisor von 3, und man erhält die zyklische Gruppe $\mathfrak{A}_3$.

Ist $g_{-2} = 1$, so schließe ich aus (1.) und (2.) § 1

$$\sum g_\lambda \lambda^2 = 2h, \qquad \sum g_\lambda (\lambda^2 - 1) = h, \qquad g_0 = 6-h,$$

demnach $h = 4$ oder 6. Ist $h = 4$, so ist $g_0 = 2$; ist $h = 6$, so ist $g_0 = 0$, $g_1 + g_{-1} = 4$. Da aber $-E$ in $\mathfrak{A}$ vorkommt, so ist $g_1 = g_{-1} = 2$, weil jeder Substitution R der Ordnung 3 oder 6 eine Substitution $-R$ der Ordnung 6 oder 3 entspricht. So erhält man die beiden zyklischen Gruppen $\mathfrak{A}_4$ und $\mathfrak{A}_6$.

Ist aber $\mathfrak{A}$ im Bereiche aller Größen irreduzibel, so ist

$$\sum g_\lambda \lambda^2 = h, \qquad \sum g_\lambda (\lambda^2 - 1) = 0, \qquad g_0 = 3(g_2 + g_{-2}).$$

Ist $g_{-2} = 0$, so ist $g_0 = 3$, $h \geqq 4$, und nach (8.) § 1 ist h ein Divisor von 6, demnach $h = 6$. Folglich enthält $\mathfrak{A}$ keine Substitution R der Ordnung 4 (mit den Wurzeln $i, -i$), sondern $g_0 = 3$ Substitutionen M der Ordnung 2 (mit den Wurzeln $1, -1$), also kein Element der Ordnung 6, aber zwei Elemente L und L^{-1} der Ordnung 3. Daher ist $M^{-1}LM = L^{-1}$, und wir erhalten eine Diedergruppe oder *metazyklische* Gruppe. Diese besitzt eine und nach (4.) § 1 nur eine binäre Darstellung $\mathfrak{A}_{3.2}$.

Ist aber $g_{-2} = 1$, so ist $g_0 = 6$. In diesem Falle müssen wir die Formel (5.) § 1

$$\sum \chi(R^2) = h$$

zu Hilfe nehmen. Von jenen $g_0 = 6$ Substitutionen mögen g' die Wurzeln $i, -i$ haben, g'' die Wurzeln $1, -1$. Dann ergibt sich

$$g' - g'' = 6-h, \qquad 2g' = 12-h, \qquad 2g'' = h.$$

Daher ist $h \leqq 12$, $h \geqq g_2 + g_{-2} + g_0 \geqq 8$. Als Divisor von 24 ist daher $h = 8$ oder 12.

Ist $h = 8$, so enthält $\mathfrak{A}$ genau $g' = 2$ Substitutionen L und L^{-1} der Ordnung 4, also eine invariante Untergruppe $\mathfrak{L}$ der Ordnung 4, und außer E und $L^2 = F$ nur noch $g'' = 4$ Substitutionen M der Ordnung 2. Demnach ist $\mathfrak{A} = \mathfrak{L} + \mathfrak{L}M$, $(LM)^2 = E$, $M^{-1}LM = L^{-1}$. Aus (4.) § 1 ergibt sich leicht, daß diese (nicht kommutative) Diedergruppe eine und nur eine binäre Darstellung $\mathfrak{A}_{4.2}$ besitzt.

Ist $h = 12$, so ist $g' = 0$, $g'' = 6$, $g_1 + g_{-1} = 4$, mithin $g_1 = g_{-1} = 2$. Die Gruppe enthält genau $g_1 = 2$ Substitutionen L und L^{-1} der

Ordnung 6, und außer F noch $g'' = 6$ Substitutionen M der Ordnung 2, und es ist $M^{-1}LM = L^{-1}$. Ihre Kommutatorgruppe $E + L^2 + L^4$ hat die Ordnung 3. Daher hat die Gruppe $12 : 3 = 4$ Darstellungen des Grades $f = 1$. Ist $\mathfrak{F} = E + F$, so ist die Gruppe $\mathfrak{A} : \mathfrak{F}$ mit $\mathfrak{A}_{3.2}$ isomorph und besitzt daher eine binäre Darstellung, deren Charakter $\psi(R)$ für $R = F$ den Wert $\psi(F) = +2$ hat. Außer diesen mit $\mathfrak{A}$ homomorphen Darstellungen hat sie daher nach (4.) § 1 eine und nur eine mit $\mathfrak{A}$ isomorphe binäre Darstellung $\mathfrak{A}_{6.2}$, worin $\chi(F) = -2$ ist.

Von den 6 abgeleiteten binären Gruppen enthalten $\mathfrak{A}_3$, $\mathfrak{A}_4$ und $\mathfrak{A}_6$ nur eigentliche binäre Substitutionen, $\mathfrak{A}_{3.2}$, $\mathfrak{A}_{4.2}$ und $\mathfrak{A}_{6.2}$ auch uneigentliche. Mit Hilfe der Substitutionen

$$(1.)\quad L_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad L_3 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad L_6 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},\quad M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

lassen sich diese Gruppen ganzzahlig darstellen.

Es gibt zwei irreduzible binäre Gruppen $\mathfrak{Q}$ und $\mathfrak{Q}'$ der Ordnungen 8 und 12, die vollständig durch die Bedingungen bestimmt sind, daß sie nur ein Element der Ordnung 2 enthalten und doch nicht kommutativ sind. $\mathfrak{Q}$ ist die bekannte Quaternionengruppe. Für die Wurzeln ihrer Substitutionen sind auch nur die obigen Kombinationen zulässig, ihre Charaktere sind reell, aber die Gruppen lassen sich nicht in reeller Gestalt darstellen, sondern sind der konjugiert komplexen Gruppe äquivalent. Daher ist $\sum \chi(R^2) = -h$ und $g'' = 0$. Um diese beiden Gruppen auszuschließen, mußte ich oben von der Formel (5.) § 1 Gebrauch machen.

§ 4.

In der obigen Entwicklung hätte ich, ohne die Schlüsse zu ändern, mit den Gruppen der ersten Art $\mathfrak{A}$ auch gleich die der zweiten Art $\mathfrak{B}$ ermitteln können. Eine deutlichere Einsicht in den Bau und die Beziehungen dieser Gruppen erhält man aber, wenn man sie auf die der ersten Art zurückführt.

Die eigentlichen Substitutionen einer Gruppe $\mathfrak{B}$ bilden eine Gruppe der ersten Art $\mathfrak{A}'$, deren Ordnung h die Hälfte der Ordnung $2h$ von $\mathfrak{B}$ ist. Die h Matrizen der uneigentlichen Substitutionen von $\mathfrak{B}$, unter denen sich $-E$ nicht befindet, seien $-P, -Q, -R, \cdots$. Von den eigentlichen Substitutionen $P, Q, R, \cdots$, deren Komplex ich mit $\mathfrak{P}'$ bezeichne, ist keine in $\mathfrak{A}'$ enthalten, denn sonst enthielte $\mathfrak{B}$ die Substitutionen P und $-P$, also auch die Inversion $-E$. Sie bilden mit den Substitutionen von $\mathfrak{A}'$ zusammen eine Gruppe $\mathfrak{A}' + \mathfrak{P}' = \mathfrak{A}$ der ersten Art von der Ordnung $2h$. Analog bezeichne ich den Komplex $-P, -Q, -R, \cdots$ mit $-\mathfrak{P}'$ und setze $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}' + (-\mathfrak{P}')$ oder kürzer $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}' - \mathfrak{P}'$. Mit Aus-

nahme von $\mathfrak{B}_1$ enthält jede Gruppe der zweiten Art eine *Spiegelung* S, kann also $\mathfrak{L}' = -\mathfrak{A}'S = -S\mathfrak{A}'$ gesetzt werden.

Sei umgekehrt $\mathfrak{A}$ eine Gruppe der ersten Art von gerader Ordnung $2h$, die invariante Untergruppen von Index 2 hat. Ist $\mathfrak{A}'$ irgendeine solche, und $\mathfrak{L}'$ der Komplex der h anderen Substitutionen, so ist $\mathfrak{A}'-\mathfrak{L}' = \mathfrak{B}$ eine Gruppe der zweiten Art. Zwei Gruppen $\mathfrak{A} = \mathfrak{A}'+\mathfrak{L}'$ und $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}'-\mathfrak{L}'$ werden *assoziiert* genannt. $\mathfrak{A}'$ ist der größte gemeinsame Divisor von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$.

Das hier benutzte allgemeine Prinzip der Gruppentheorie lautet so: Besitzt eine Gruppe einen Charakter ersten Grades $\alpha, \beta, \gamma, \cdots$, so ergibt sich aus jeder ihrer Darstellungen durch die Matrizen $A, B, C, \cdots$ eine andere durch die Matrizen $\alpha A, \beta B, \gamma C, \cdots$. Zwei solche Darstellungen werden *assoziierte* genannt.

Jeder Gruppe $\mathfrak{B}$ ist daher eine und nur eine Gruppe $\mathfrak{A}$ assoziiert, einer Gruppe $\mathfrak{A}$ aber, die invariante Untergruppen vom Index 2 hat, können auch mehrere Gruppen $\mathfrak{B}$ assoziiert sein. Assoziierte Gruppen erhalten in der Tabelle dieselbe Nummer, welche ihrer Ordnung gleich ist.

Den Gruppen $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{A}_3$ und $\mathfrak{A}_{12}$, die keine invarianten Untergruppen vom Index 2 haben, ist keine Gruppe $\mathfrak{B}$ assoziiert, den Gruppen $\mathfrak{A}_2$, $\mathfrak{A}_4$, $\mathfrak{A}_6$, $\mathfrak{A}_{3.2}$ und $\mathfrak{A}_{24}$ je eine. Die Substitutionen von $\mathfrak{A}_{4.2}$ zerfallen in die folgenden 5 Klassen konjugierter Elemente

$$E, \qquad L^2, \qquad L+L^3, \qquad M+L^2M, \qquad LM+L^3M.$$

Jeder dieser *invarianten Komplexe* erzeugt eine Gruppe. Diese Gruppen und ihre Produkte sind die sämtlichen invarianten Untergruppen von $\mathfrak{A}_{4.2}$. Drei davon haben die Ordnung 4. Die eine, $\mathfrak{A}_4$, wird von den Potenzen von L gebildet und führt zu $\mathfrak{B}_{4.2} = \mathfrak{A}_4 - \mathfrak{M}_4$. Die beiden andern sind Vierergruppen und führen zu den Gruppen zweiter Art

$$\begin{matrix} E & L^2 & M & L^2M & -L & -L^3 & -LM & -L^3M \\ E & L^2 & LM & L^3M & -L & -L^3 & -L^2M & -M. \end{matrix}$$

Diese sind in der angegebenen Anordnung isomorph, und die entsprechenden Substitutionen haben denselben Charakter. Daher sind die Gruppen äquivalent. Die erste geht durch die Transformation

$$U = \frac{E+(1+\sqrt{2})L}{L+(1+\sqrt{2})E} \tag{1.}$$

in die zweite über. Ist L orthogonal, so ist es auch U, eine Drehung um dieselbe Achse wie L, aber nur um den halben Winkel.

Wir erhalten also nur eine zweite Gruppe $\mathfrak{B}'_{4.2} = \mathfrak{A}_{2.2} - \mathfrak{L}_{2.2}$. Ebenso ist es bei $\mathfrak{A}_{6.2}$ und $\mathfrak{A}_{2.2}$. Die der Gleichung (1.) entsprechende Transformation erhält man bei $\mathfrak{B}'_{6.2}$, indem man $\sqrt{2}$ durch $\sqrt{3}$ ersetzt.

Die Zeichen $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{M}$ bedeuten hier nicht Gruppen, sondern Komplexe aus so vielen eigentlichen Substitutionen, wie ihr Index angibt. Insbesondere ist ein solcher Komplex stets und nur dann mit $\mathfrak{M}$ bezeichnet, wenn seine Substitutionen alle die Ordnung 2 haben (also die von $-\mathfrak{M}$ Spiegelungen sind).

Die Diedergruppen $\mathfrak{A}_{\lambda.2}, \mathfrak{B}_{\lambda.2}$ und $\mathfrak{B}'_{\lambda.2}$ werden von zwei Substitutionen L und M erzeugt, die den Bedingungen

$$(2.) \qquad L^{\lambda} = E, \qquad M^2 = E, \qquad M^{-1}LM = L^{-1}$$

genügen. In $\mathfrak{B}_{\lambda.2}$ ist L eine eigentliche, M eine uneigentliche Substitution, in $\mathfrak{B}'_{\lambda.2}$ ist L eine uneigentliche Substitution, für M kann eine eigentliche oder eine uneigentliche gewählt werden.

Tabelle der 32 Kristallklassen.

	1. Art	2. Art		3. Art
		Elementarer Typus.		
1.	$\mathfrak{A}_1$	—		$\mathfrak{C}_1$
2.	$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_1 + \mathfrak{M}_1$	$\mathfrak{B}_2 = \mathfrak{A}_1 - \mathfrak{M}_1$		$\mathfrak{C}_2$
3.	$\mathfrak{A}_{2.2} = \mathfrak{A}_2 + \mathfrak{M}_2$	$\mathfrak{B}_{2.2} = \mathfrak{A}_2 - \mathfrak{M}_2$		$\mathfrak{C}_{2.2}$
		Zyklischer Typus.		
4.	$\mathfrak{A}_3$	—		$\mathfrak{C}_3$
5.	$\mathfrak{A}_4 = \mathfrak{A}_2 + \mathfrak{L}_2$	$\mathfrak{B}_4 = \mathfrak{A}_2 - \mathfrak{L}_2$		$\mathfrak{C}_4$
6.	$\mathfrak{A}_6 = \mathfrak{A}_3 + \mathfrak{L}_3$	$\mathfrak{B}_6 = \mathfrak{A}_3 - \mathfrak{L}_3$		$\mathfrak{C}_6$
		Metazyklischer Typus.		
4.	$\mathfrak{A}_{3.2} = \mathfrak{A}_3 + \mathfrak{M}_3$	$\mathfrak{B}_{3.2} = \mathfrak{A}_3 - \mathfrak{M}_3$		$\mathfrak{C}_{3.2}$
5.	$\mathfrak{A}_{4.2} = \mathfrak{A}_4 + \mathfrak{M}_4 = \mathfrak{A}_{2.2} + \mathfrak{L}_{2.2}$	$\mathfrak{B}_{4.2} = \mathfrak{A}_4 - \mathfrak{M}_4$	$\mathfrak{B}'_{4.2} = \mathfrak{A}_{2.2} - \mathfrak{L}_{2.2}$	$\mathfrak{C}_{4.2}$
6.	$\mathfrak{A}_{6.2} = \mathfrak{A}_6 + \mathfrak{M}_6 = \mathfrak{A}_{3.2} + \mathfrak{L}_{3.2}$	$\mathfrak{B}_{6.2} = \mathfrak{A}_6 - \mathfrak{M}_6$	$\mathfrak{B}'_{6.2} = \mathfrak{A}_{3.2} - \mathfrak{L}_{3.2}$	$\mathfrak{C}_{6.2}$
		Regulärer Typus.		
7.	$\mathfrak{A}_{12}$	—		$\mathfrak{C}_{12}$
7.	$\mathfrak{A}_{24} = \mathfrak{A}_{12} + \mathfrak{L}_{12}$	$\mathfrak{B}_{24} = \mathfrak{A}_{12} - \mathfrak{L}_{12}$		$\mathfrak{C}_{24}$

Die Gruppen der dritten Art $\mathfrak{C}$ enthalten die Inversion $J = -E$, die mit jeder Substitution vertauschbar ist. Die eigentlichen Substitutionen von $\mathfrak{C}$ bilden eine Gruppe $\mathfrak{A}$ der ersten Art, die uneigentlichen den Komplex $\mathfrak{A}J$. Ist also $\mathfrak{J} = E + J$, so ist

$$(3.)\qquad \mathfrak{C} = \mathfrak{A} \times \mathfrak{J}$$

das *direkte Produkt* der beiden Gruppen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{J}$. So entsprechen den 11 Gruppen $\mathfrak{A}$ eindeutig 11 Gruppen $\mathfrak{C}$. Die Ordnung von $\mathfrak{C}$ ist doppelt so groß wie ihr Index. Ist $\mathfrak{B}$ irgendeine mit $\mathfrak{A}$ assoziierte Gruppe, so ist auch $\mathfrak{C} = \mathfrak{B} \times \mathfrak{J}$. Die Gruppe $\mathfrak{C}$ ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ (und $\mathfrak{B}'$).

Die außerordentliche Zweckmäßigkeit der hier eingeführten Bezeichnung für die 32 Kristallklassen, die ohne jede Willkür aus der Gruppentheorie geschöpft ist, ergibt sich auch bei der Einordnung der 32 Klassen in die bekannten 7 Kristallsysteme. Diese sind das 1. trikline, 2. monokline, 3. rhombische, 4. rhomboedrische, 5. tetragonale, 6. hexagonale, 7. reguläre System. Die Ziffern in der ersten Spalte der Tabelle geben an, zu welchem Systeme die Gruppen der Zeile gehören.

Wenn $\mathfrak{C}_\lambda$ für $\lambda = 4, 6$ dem zweiten, $\mathfrak{C}_{\lambda \cdot 2}$ dem dritten Typus zugerechnet ist, so ist damit nicht ausgedrückt, daß $\mathfrak{C}_\lambda$ eine zyklische, $\mathfrak{C}_{\lambda \cdot 2}$ eine metazyklische Gruppe ist. Dies trifft nur für die Gruppen der beiden ersten Arten zu.

§ 5.

Eine Substitution, die zugleich ganzzahlig und orthogonal ist, enthält in jeder Zeile und in jeder Spalte einen Koeffizienten ± 1 und zwei Koeffizienten 0. Solcher ganzzahliger Substitutionen, die $x^2 + y^2 + z^2$ ungeändert lassen, gibt es 48, aus jeder der 6 Permutationen, z. B. $x = y'$, $y = z'$, $z = x'$ entspringen 8, nämlich $x = \pm y'$, $y = \pm z'$, $z = \pm x'$. Die von ihnen gebildete Gruppe muß also mit $\mathfrak{C}_{24}$ identisch sein. Die 8 Substitutionen (1.) § 2 bilden die Gruppe $\mathfrak{C}_{2 \cdot 2}$, die 6 Permutationen bilden die Gruppe $\mathfrak{B}_{3 \cdot 2}$, demnach ist

$$(1.)\qquad \mathfrak{C}_{24} = \mathfrak{B}_{3 \cdot 2}\ \mathfrak{C}_{2 \cdot 2}.$$

Mit dieser einfachsten Darstellung von $\mathfrak{C}_{24}$ ist zugleich für die meisten der 32 Gruppen eine *normale Darstellung* gewonnen, weil sie fast alle Untergruppen von $\mathfrak{C}_{24}$ sind. Ausgenommen sind allein die 7 Gruppen des hexagonalen Systems $\mathfrak{A}_6$, $\mathfrak{B}_6$, $\mathfrak{C}_6$, $\mathfrak{A}_{6 \cdot 2}$, $\mathfrak{B}_{6 \cdot 2}$, $\mathfrak{B}'_{6 \cdot 2}$ und $\mathfrak{C}_{6 \cdot 2}$. Sie sind alle in der Gruppe $\mathfrak{C}_{6 \cdot 2}$ enthalten, und diese besteht aus allen ganzzahligen Substitutionen, welche die beiden Formen $x^2 + xy + y^2$ und z^2 ungeändert lassen.

Die ternären Substitutionen R der Ordnung 6 zerfallen in 3 Arten, je nachdem $\chi(R) = +2$, -2 oder 0 ist. In $\mathfrak{C}_{24}$ kommen nur solche vor, wofür $\chi(R) = 0$ ist, d. h. $-R$ die Ordnung 3 hat; in $\mathfrak{C}_{6.2}$ aber kommen nur solche vor, wofür $\chi(R) = \pm 2$ ist, d. h. R zugleich mit $-R$ die Ordnung 6 hat. Die Substitutionen von $\mathfrak{C}_{6.2}$ lassen sich ganzzahlig darstellen (vgl. (1.) § 3), oder orthogonal, aber nicht, wie die von $\mathfrak{C}_{24}$ gleichzeitig ganzzahlig und orthogonal.

Zu einer normalen Gestalt für die Substitutionen von $\mathfrak{C}_{6.2} = \mathfrak{B}_{6:2} \times \mathfrak{J}$, worin sie zugleich rational und orthogonal sind, gelangt man, indem man die Substitutionen von $\mathfrak{B}_{6.2}$ aus den 6 Permutationen von $\mathfrak{B}_{3.2}$ und der Substitution

$$L^3 = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

entstehen läßt.

Bericht der Kommission für den Thesaurus linguae Latinae über die Zeit vom 1. Oktober 1910 bis 1. April 1911.

1. Der Bericht wird diesmal schon nach einem halben Jahre erstattet, da die Kommission, wie im vorigen Bericht in Aussicht gestellt, hauptsächlich wegen der Schwierigkeiten der Finanzlage ihre Sitzung schon im Frühjahr, am 22. April, abgehalten hat. Die nächsten Sitzungen sollen wieder im Frühjahre stattfinden, und die Berichte werden darum künftighin die Zeit vom 1. April bis 1. April umfassen.

2. Das Halbjahr hat eine große Veränderung für das Bureau gebracht: das bayerische Finanzministerium verlangte das ihm gehörende Haus Herzogspitalstraße 18, in dem der Thesaurus jetzt fast drei Jahre lang untergebracht war, für eigene Zwecke zurück. Da weder die bayerische Akademie noch das Kultusministerium passende Räume zur Verfügung hatte, war die Sorge groß. Schließlich wurde ein geeignetes Privathaus, Thierschstraße 11, IV, ausfindig gemacht, und der Herr Minister erklärte sich in dankenswerter Weise bereit, diese Räume zunächst für fünf Jahre dem Thesaurus zu sichern. Diese neue Unterkunft ist mit ihren hellen und luftigen Zimmern für die jetzige Aufgabe des Bureaus durchaus zweckentsprechend; aber die Kommission hat sich doch der Ansicht nicht verschließen können, daß nicht nur die Kontinuität der Arbeit, sondern auch der unberechenbare Wert des in Zukunft nach stetiger Ordnung zu verwaltenden Materials die Aufnahme des Thesaurus etwa nach Ablauf der gegenwärtigen fünfjährigen Mietperiode in die Räume der Akademie wünschenswert machen. Nur unter der Voraussetzung einer solchen Einrichtung glaubt die Kommission an dem dauernden Verbleib des Thesaurus in München festhalten zu dürfen.

3. Im Jahre 1910 sind zum ersten Male von allen beteiligten Regierungen die Jahresbeiträge in dem erhöhten Betrage von 6000 Mark gezahlt worden. Außerdem haben die Berliner und Wiener Akademie besondere Zuwendungen von je 1000 Mark gemacht. Weiter ist der Betrag der Giesecke-Stiftung von 5000 Mark eingegangen, fer-

ner sind Zuschüsse von den Regierungen in Hamburg, Württemberg, Baden in Höhe 1000, 700 und 600 Mark überwiesen worden. Vom Jahre 1911 ab hat die Wissenschaftliche Gesellschaft in Straßburg zunächst auf 5 Jahre einen jährlichen Zuschuß von 600 Mark zugesagt. Außerdem hat die preußische Regierung von neuem zwei Stipendien zu je 1200 Mark an Thesaurus-Assistenten bewilligt und wiederum einen Oberlehrer für ein Jahr an den Thesaurus beurlaubt; Bayern hat die Beurlaubung des Sekretärs Prof. Hey verlängert, Österreich von neuem einen beurlaubten Gymnasiallehrer gesandt, und nunmehr hat auch Sachsen von Ostern 1911 ab einen Oberlehrer zur Teilnahme an den Thesaurusarbeiten zur Verfügung gestellt. Für alle diese Beiträge und Bewilligungen spricht die Kommission ihren aufrichtigen Dank aus.

4. Nach dem der Kommission vorgelegten Berichte des Generalredaktors über das letzte Halbjahr wurden fertig gedruckt 27 Bogen, Band III bis *commercium*, Band V bis *depostulator*, die Eigennamen bis *Cinna*; zurückgeordnet wurde das Zettelmaterial aus Band III bis *commeatus*, aus Band V bis *contra*. Zur Arbeit fertig geordnet wurde weiteres Material aus F.

5. Der Bestand der Mitarbeiter hat zum 1. Januar durch die plötzliche Einberufung zweier Assistenten in den bayerischen Schuldienst wieder einmal eine empfindliche Störung erlitten; erst von Ostern 1911 ab wird die Zahl der Mitarbeiter außer Redaktoren und Sekretär wieder auf 15 gebracht sein.

6. Im Jahre 1910 betrugen

die Einnahmen	51312.46 Mark
» Ausgaben	52750.24 »

Der Sparfonds war schon zu Beginn des Rechnungsjahres 1910 aufgebraucht, und es bestand schon am 1. Januar 1910 ein Defizit von 4130.81 Mark. Dieses Defizit setzte sich zusammen aus

1. dem Abrechnungsdefizit vom 1. Januar 1910 .	2043.93 Mark,
2. den Kosten für die Herstellung der Räume in der Herzogspitalstraße 18, die von der bayerischen Regierung bisher nicht wiedererstattet worden sind	2086.88 ».
	4130.81 Mark.
Hierzu das Abrechnungsdefizit vom 1. Januar 1911	1438.08 Mark.
Gegenwärtiges Gesamtdefizit	5568.89 Mark.

Die als Reserve für den Abschluß des Unternehmens vom Buchstaben P an bestimmte Wölfflin-Stiftung betrug nach Erlegung der Erbschaftssteuer von 1444 Mark am 1. April 1911 53386.47 Mark.

7. Übersicht über den Finanzplan für 1912.

Einnahmen:

Beiträge der Akademien und gelehrten Gesellschaften (einschließlich der Sonderbeiträge von Berlin und Wien)	32000.—	Mark.
Beitrag der Wissenschaftlichen Gesellschaft in Straßburg	600.—	»
Giesecke-Stiftung 1912	5000.—	»
Zinsen, rund	100.—	»
Honorar von Teubner für 60+10 Bogen	11620.—	»
Stipendien und Beiträge einzelner Staaten	8300.—	»
Zuschuß aus dem neu zu errichtenden Sparfonds	2475.—	»
	60095.—	Mark.

Ausgaben:

Gehälter	38985.—	Mark.
Laufende Ausgaben	2500.—	»
Honorar für 70 Bogen	5600.—	»
Verwaltung	5400.—	»
Exzerpte und Nachträge	1000.—	»
Konferenz und Druck	550.—	»
Außerordentliches	500.—	»
Einlage in den Sparfonds	2475.—	»
Defizit vom 1. Januar 1911	5568.89	»
	62578.89	Mark.
Vorauszusehendes Defizit	2483.89	Mark.

Berlin, Göttingen, Leipzig, München, Wien,
den 22. April 1911

Brugmann. Diels. Hauler. Leo. Vollmer.

Bestimmungen über die Verleihung des aus der v. Böttinger-Stiftung beschafften Mesothorium-bromids.

Das von der Firma Knöfler & Co. in Plötzensee bei Berlin nach dem Verfahren von Prof. Otto Hahn im Frühjahr 1911 dargestellte Mesothoriumbromid enthält 20—25 Prozent Radiumbromid. Dementsprechend sendet das Präparat nur wenig α-Strahlen und wenig Radiumemanation aus, dagegen in großer Menge die durchdringenden β- und γ-Strahlen.

Bei der Dosierung ist reines Radiumbromid als Maßstab zugrunde gelegt.

Die Radioaktivität steigt bis zum Jahre 1914 und beträgt dann ungefähr das $1\frac{1}{2}$fache des jetzigen Wertes. Von da an nimmt sie wieder ab und fällt bis 1931 ungefähr auf die Hälfte des jetzigen Wertes.

Das Präparat wird von der Akademie an deutsche Gelehrte für Forschungszwecke unter folgenden Bedingungen ausgeliehen:

1. An die Akademie der Wissenschaften zu Berlin W, Potsdamer Straße 120, ist ein schriftliches Gesuch zu richten, in dem Zweck und Methode der Untersuchung darzulegen und die gewünschte Menge in Milligramm (bezogen auf reines Radiumbromid) angegeben ist.

Soll das Präparat für medizinische Zwecke benutzt werden, so ist die Form der Kapsel, die zur Aufnahme desselben dient, genau anzugeben. Noch besser werden diese Kapseln von dem Gesuchsteller selbst geliefert.

2. Die Dosierung geschieht vorläufig durch einen Chemiker der Firma Knöfler & Co. und wird durch Prof. Otto Hahn im Chemischen Institut der Universität, Berlin N 4, Hessische Straße 1, kontrolliert. Die Dosierungsgebühr beträgt für jedes Präparat 10 Mark. Ebenso ist für die Kapseln, falls sie nicht vom Gesuchsteller geliefert werden, eine angemessene Vergütung zu zahlen.

3. Die Verleihung geschieht im allgemeinen auf ein halbes Jahr, kann aber dann verlängert werden, falls ein neues Gesuch an die Akademie gerichtet wird.

Über die Verleihung muß ein Leihschein ausgestellt werden, in welchem die Aktivität, bezogen auf Milligramm reinen Radiumbromids, anzugeben ist.

4. Der Entleiher übernimmt die unbedingte Haftung für etwaige gänzliche oder teilweise Verluste des Präparates, gleichgültig, ob ein derartiger Verlust durch eigenes Verschulden stattfindet oder nicht. Die Akademie kann verlangen, daß der Entleiher eine entsprechende Kaution hinterlegt oder für Bürgschaft durch einen Dritten sorgt.

Leihschein.

Hiermit bescheinige ich, eine Quantität Mesothoriumbromid, äquivalent .... mg Radiumbromid, von der Kgl. Preuß. Akademie der Wissenschaften entliehen zu haben, und erkenne zugleich die vorstehenden Bedingungen als für mich bindend an.

....

(Unterschrift.)

Ausgegeben am 29. Juni.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

SITZUNGSBERICHTE 1911.

XXXII.

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

29. Juni. Öffentliche Sitzung zur Feier des Leibnizischen Jahrestages.

Vorsitzender Secretar: Hr. Waldeyer.

Der Vorsitzende eröffnete die Sitzung mit einer kurzen Ansprache.

Es folgten die Antrittsreden der seit der Leibniz-Sitzung 1910 neu eingetretenen Mitglieder der philosophisch-historischen Classe HH. Morf und Wölfflin, welche von Hrn. Diels beantwortet wurden.

Antrittsreden und Erwiderung.

Antrittsrede des Hrn. Morf.

Die romanische Philologie, die ich als der bescheidene Nachfolger eines illustren Meisters in Ihrer Mitte zu vertreten die Ehre habe, ist fast so alt wie die romanischen Literaturen selbst. Sie ist sozusagen mit den ersten literarischen Kunstwerken der Romanen und an ihnen entstanden: mit und an den Liedern der Troubadours. Diese älteste persönliche Poesie des Abendlandes, der provenzalische Minnesang, rief schon ums Jahr 1200 Auslegungskunst und Denkmalkritik ins Leben, und bereits erkannte oder deutete man in der Dichtung auch das Erlebnis. Ein italienischer Schüler dieser Troubadours wird ein wahrer Virtuose solcher Auslegungskunst, Dante, und er muß geradezu als der älteste romanistische Philologe angesprochen werden, da er als der erste sich mit romanischer Linguistik und Literaturgeschichte beschäftigt hat. In einer Abhandlung *De vulgari eloquentia*, die er um 1304, vielleicht als Lehrer an der Universität Bologna, verfaßt hat, spricht er zuerst die Erkenntnis aus, daß die Sprachen Italiens, Frankreichs und Spaniens auf eine gemeinsame Grundsprache zurückgehen. Er erkennt also zuerst die linguistische Einheit der Romania. Er nennt diese ihm unbekannte romanische Ursprache *nostrum idioma* im Gegensatz zum Griechischen im Osten und Germano-Slawischen im Norden. Durch Spaltung seien aus diesem einen romani-

schen Idiom die Vulgärsprachen Italiens, Frankreichs und Spaniens entstanden — *ab uno eodemque idiomate istarum trium gentium progrediuntur vulgaria* —, denn im Munde der unbeständigen Menschen wandle sich auch die Sprache unablässig. Er mustert die Dialekte seiner Italia, geht ihnen nach durch die Provinzen dahin bis in die einzelnen Quartiere der Stadt Bologna und begleitet seine Beobachtungen nicht nur mit temperamentvollen politischen, sondern auch mit klugen philologischen Bemerkungen. Auch eine literarische Einheit der Romania schwebt Dante vor, wenn er den Charakter des französischen, provenzalischen und italienischen Schrifttums skizziert und das französische Idiom als Sprache der Prosa und der angenehmen Gemeinverständlichkeit abseits stellt von den beiden süßen Sprachen der Poesie, der provenzalischen und der italienischen. Er zeigt eine durchaus richtige geschichtliche Auffassung, wenn er dem provenzalischen Minnesang ein Alter von etwa 150 Jahren gibt, in den Provenzalen die poetischen Lehrmeister der Romania erkennt und den Ursprung ihrer Kunst in dem Bedürfnis des Dichters sucht, von Frauen verstanden zu werden, denen lateinische Verse unverständlich geblieben sein würden.

Denn für Dante ist Poesie überhaupt nur die Liebeslyrik: *versi d'amore*. Als Dichter und Theoretiker der Liebeskanzone ist er Philologe geworden. Auf dieser engen, aber sichern Grundlage erhebt sich seine philologische Rundschau über die Romania.

Seine Erkenntnisse sind im Laufe der nächsten Jahrhunderte nicht fruchtbar geworden. Mit dem Wachstum und der Differenzierung der romanischen Schrifttümer ging die Übersicht verloren, obwohl die Romanen niemals aufgehört haben, dem östlichen und nördlichen Europa gegenüber sich als Sonderwelt zu fühlen. Ein Spanier, der Marqués de Santillana, gibt ihrem literarischen Gemeinschaftsgefühl um 1450 noch einmal Ausdruck. In der Renaissancezeit ist diese Auffassung indessen nicht gefördert worden, sowenig wie im 17. und 18. Jahrhundert, obwohl es an gelehrten Arbeiten über Sprache und Literatur der einzelnen romanischen Länder nicht fehlt. Es kommt darin aber mehr ihre sprachliche und literarische Rivalität als ihre Solidarität zum Ausdruck.

Noch war der Anteil Deutschlands an dieser Arbeit spärlich. Doch fehlen darin Beiträge von Mitgliedern dieser Akademie nicht, und Leibniz selbst hat sich um Stoff- und Sprachgeschichte des Französischen bemüht.

Mit dem 18. Jahrhundert geht die kulturelle Vorherrschaft der Romania, wie sie seit der Hohenstaufenzeit im Abendlande bestanden, zu Ende. Das germanische Europa tritt der Romania zur Seite, und aus der Fusion der beiden Kulturen entsteht, was wir Romantik

nennen, was aber seinem Ursprunge gemäß viel eher nach den Germanen benannt werden müßte.

Die Romantik hat die philologischen Studien völlig erneut. Insbesondere ist die moderne romanische Philologie ein Kind der Romantik, eine Schwester der romantischen Dichtung. Es begab sich, wie zur Zeit Dantes, daß die Poeten unter die Philologen gingen. Mit dieser Herkunft ist die Romanistik erblich belastet, und ihre wissenschaftliche Entwicklung hat sich vielfach im Kampfe gegen diese hereditäre Anlage vollzogen. Noch heute beruft sich J. Bédier in seiner realistischen Interpretation der *Chansons de geste* darauf, daß er eine romantische Auffassung des altfranzösischen Epos bekämpfe, der auch Gaston Paris noch verfallen war — G. Paris, der Sohn des militanten Romantikers Paulin Paris.

Die Romantik hat die ersten Schritte unserer Disziplin gelenkt und ihre ersten Interessen bestimmt. Sie war zunächst die Philologie des Rittertums, des Minnesangs, der mittelalterlichen Kirchlichkeit. Die Nähe der Poesie schloß sie an Kathedralen, Turnierplätze und Minnehöfe an. Wer sich vor drei oder vier Jahrzehnten dem Studium der romanischen Philologie zuwandte, den empfing und umfing diese Romantik. Es dominierte in Forschung und Lehre das Mittelalter. Das Hauptinteresse galt den ältesten Sprach- und Literaturdenkmälern, deren dünne Reihe mit dem neunten Jahrhundert beginnt. Man ging gleich an die Lösung der Ursprungsfragen und begann Paläontologie zu treiben, ehe man biologisch geschult war. Die Arbeit war sicher verfrüht, aber unnütz war sie nicht. Sie hat die Kräfte geübt, Auge und Ohr geschärft; sie hat Grundlagen geschaffen und Wege gebahnt, auf denen wir heute noch stehen und gehen. Es war ein großer Zug an ihr, daß sie von Anfang an ihr Augenmerk, wie Dante, auf die ganze Romania als Einheit richtete und unter der Führung von Friedrich Diez gemeinromanisch war. Seither hat auch hier die Spezialisierung Platz gegriffen. Der Arbeitsstoff hat sich in unübersehbarer Fülle gehäuft. Es sind Einzelphilologien entstanden, und unser akademischer Unterricht erzwingt gebieterisch die Vorherrschaft der französischen Philologie. Ich habe mich bemüht, darob den gemeinromanischen Zusammenhang nicht zu verlieren und die romanische Philologie weder in der Forschung noch im Unterricht der französischen zu opfern. Aber eine Verschiebung ursprünglicher Arbeitspläne haben jene Zwänge auch mir gebracht und nach einer ersten romantischen Liebe für Spanien — besonders für die arabisch-romanische Aljamia — mich eine Vernunftehe mit dem Französischen schließen lassen, in der freilich die wahre Neigung auch nicht fehlt, da der Bund von meinem unvergeßlichen Lehrer Gaston Paris geschlossen worden ist. Und bei

der führenden Rolle des Französischen kam mir das auch wissenschaftlich zustatten, als ich später den Versuch unternahm, eine Literaturgeschichte der gesamten Romania zu schreiben.

Auch dafür hat uns Friedrich Diez das Beispiel gegeben, daß die linguistische und die literarhistorische Forschung nicht getrennt werden sollen. Der romanische Philologe soll Linguist und Literarhistoriker sein, wie es ja auch Adolf Tobler war. Und wenn es auch keinem mehr gelingt, die beiden Forschungsgebiete in gleicher Weise zu beherrschen, so soll sich doch jeder darum bemühen und das eine Feld durch den Ertrag des andern befruchten. Der von der Linguistik getrennten Literaturgeschichte droht ästhetisierende Verflachung.

Wenn wir solchergestalt als Schüler von Friedrich Diez uns bemühen, Romanisten zu bleiben und Sprachgeschichte nicht von der Literaturgeschichte zu trennen, so hat sich uns anderseits freilich der Schwerpunkt der Arbeit verschoben. Der Zug der Zeit zu realistischer Forschung, zur Verbindung von Forschung und Leben, hat dazu geführt, daß im Studium neben das Mittelalter mit Macht die neuere Zeit und neben die trümmerhafte Überlieferung älterer Sprachstufen das bunte Sprachleben der Gegenwart getreten ist. Die romanische Philologie ist nicht mehr die *philologie du moyen âge*, unter welchem Ausdruck A. W. Schlegel sie mit der Germanistik zusammenfaßte. Früh haben die Anforderungen des akademischen Unterrichts auch mir diese Verschiebung gebracht, und früh habe ich es beklagen lernen, daß ich während meiner Studienzeit in Spanien, weltabgewandt, über dem Kopieren altspanischer Handschriften kastilianisches und andalusisches Sprachleben übersah.

Seither hat sich in mir immer mehr die Überzeugung befestigt, daß alle Interpretation sprachlicher Überlieferung des Lichts der lebenden Sprache bedarf — auch unsere Textkritik, die dabei lernen wird, respektvoller, konservativer, weniger schulmeisterlich zu sein — und daß alle Linguistik ihre Prinzipienlehre im unermüdlichen Studium der lebenden Mundarten suchen muß. Das Studium dieser lebenden Mundarten zu einem integrierenden Teile des akademischen Unterrichts zu machen, habe ich vor einem Vierteljahrhundert schon in Bern unternommen, wo die Nähe der Sprachgrenze gestattete, linguistische Exkursionen damit zu verbinden. Daraus entstand das Projekt eines Idiotikons der französischen Schweiz, das Gestaltung und Ausführung jetzt in den kundigeren Händen einstiger Zuhörer findet. Dabei mußte ich auch erkennen, daß an die Basis alles Sprachstudiums die Erforschung der Sprachlaute gehört, die Phonetik, nicht in ihrer alten »romantischen« Form, sondern in der exakten Gestalt, die ihr die letzten Jahrzehnte gegeben haben.

Auch das habe ich früh, und nicht nur auf linguistischen Wanderungen durch italienisches, rätoromanisches und französisches Sprachgelände, einsehen lernen, daß die sogenannte praktische Sprachbeherrschung vom Forscher nachdrücklich gepflegt werden soll. Die fremde Sprache zu beherrschen, die den Gegenstand unserer Forschung bildet, ist nicht nur »praktisch« — diese Sprachbeherrschung kann als eine Quelle lebendigen Sprachgefühls, als das feinste Hilfsmittel der Kulturerkenntnis von größter wissenschaftlicher Bedeutung sein. Und das Studium der Kultur darf vom linguistischen nicht getrennt werden. Nicht nur gehören »Wörter und Sachen« zusammen, sondern alles sprachliche Leben, auch der Lautwandel, ist kulturell bedingt, und in den eigenen bescheidenen Beiträgen zur romanischen Dialektforschung habe ich mich bemüht, den kulturellen Bedingungen des Sprachwandels nachzugehen. Diese kulturelle Sprachforschung, deren Grundlage moderne Sprachatlanten sind, bildet mit der exakten Lautforschung heute die Hauptaufgabe der romanischen Linguistik.

So muß für uns jede Beschäftigung mit der Sprache der Gegenwart zurückführen zur Vergangenheit, und alles Studium vergangener Sprachstufen soll fest verankert sein in dem Sprachleben, das um uns wogt. Vorbildlich hat Adolf Tobler die Verkettung von sprachlicher Vergangenheit und Gegenwart im romanischen Wort- und Satzgefüge erkannt und dargestellt.

Seinem Vorbilde nachzueifern, soll mein Bestreben sein. Möge die Akademie dieses redliche Bemühen fernerhin so freundlich aufnehmen und so nachsichtig beurteilen, wie sie es mit meinen bisherigen Leistungen getan hat, als sie mich der Ehre würdigte, in diesen Kreis von Forschern einzutreten.

Antrittsrede des Hrn. Wölfflin.

Der Eintritt in die Akademie würde für mich eine große Verlegenheit sein, wenn ich die Wahl zum Mitglied dieser gelehrten Körperschaft als Anerkennung persönlicher Leistungen und nicht in erster Linie als Anerkennung des Wertes der Kunstgeschichte als wissenschaftlicher Disziplin auffassen müßte: die Kunstgeschichte tritt als gleichberechtigt in den Kreis der älteren historischen und philologischen Fächer. Diese Gleichberechtigung wird sie in dem Maße mehr verdienen, je mehr es ihr gelingt, sich von den andern Disziplinen zu unterscheiden und, ihrem besonderen Stoffe gemäß, eigene Begriffe und Methoden auszubilden. Zwar lautet die Aufgabe für die antike und für die neuere Kunstgeschichte im Grunde gleich, allein es liegen hier die Verhältnisse doch wesentlich anders, wo die Er-

schließung des Tatbestandes, d. h. die bloße Vorarbeit, so viel weniger Kraft und Aufmerksamkeit in Anspruch nimmt, sondern von vornherein ein ungeheures, gesichertes Material zur Behandlung bereit liegt. Und nun mag man noch so sehr durchdrungen sein von der Wichtigkeit der schriftlichen Überlieferung und ruhig zugeben, daß jede Kunstbetrachtung, die ihre Denkmäler nicht aus dem Sachgehalt der Zeit zu interpretieren vermag, in der Luft hängt, so ändert das doch nichts an der Tatsache, daß die Verarbeitung von literarischen Quellen nicht weiter führt als bis zu dem Punkt, wo das spezifisch kunsthistorische Problem erst anfängt. Dinge, die auf Anschauung berechnet sind, wollen von dieser ihrer sichtbaren Seite her gefaßt sein. Es gilt, die Mittel in die Hand zu bekommen, mit denen der Künstler gearbeitet hat, genau so wie der Literarhistoriker mit der Sprache als solcher anfängt.

Eine derartige methodisch-formale Kunstbetrachtung ist etwas anderes als ein bloßes Beurteilen der Dinge vom Geschmacksstandpunkt aus — und sei dieser noch so fein entwickelt —, und es genügt keineswegs, ein natürliches künstlerisches Gefühl mitzubringen: alle künstlerischen Werte müssen als historisch gewordene begriffen werden.

Wenn ich von meiner eigenen Entwicklung reden darf, so möchte ich zuerst Heinrich Brunns gedenken, dessen formale Analysen antiker Denkmäler mir einen nachhaltigen Eindruck hinterlassen haben. Als eigentlichen Lehrer aber verehre ich Jakob Burckhardt. Es ist bedeutsam, daß dieser Gelehrte, dem eine so reiche kulturhistorische Bildung zur Verfügung stand, in seinen kunsthistorischen Arbeiten kaum davon Gebrauch gemacht hat. Es erschien ihm wie eine Verschleierung des Hauptproblems. Zwar wollte er überall genau erklärt wissen, wie die bestimmten Aufgaben der Kunst in die Welt gekommen waren, im übrigen aber hielt er dafür, daß man zunächst die optische Form als solche sich aussprechen lassen müsse und eine vorzeitige Milieuschilderung nur zerstreuend wirken könne.

In Anlehnung an Burckhardts Renaissancearchitektur ist als meine erste kunsthistorische Schrift eine Untersuchung über die Entstehung des Barock in Italien veröffentlicht worden, wo auf dem speziellen Gebiet der Architektur eine bedeutungsvolle Stilwandlung beschrieben und erklärt werden sollte. Später habe ich die Begriffe der klassischen italienischen Renaissance in einem weiteren Umfang festzulegen versucht, wobei die Künstlergeschichte nur einen Teil bilden durfte, die systematische Betrachtung des Kunstinhalts der Zeit nach den Kapiteln Gesinnung, Schönheit und Bildform den andern Teil ergab, der so eine Art Gegenprobe zum ersten bildet.

Auch in einem Buche über Dürer ist der formal-analytische Gesichtspunkt das Wesentliche für mich gewesen. Unter Verzicht auf die ausführliche Erzählung von Lebensgang und Lebensumständen, aber unter Verwertung des gesamten, jetzt erst erschlossenen künstlerischen Materials ist die Arbeit daraufhin angelegt, das Phänomen der Dürerschen Kunst, die wir so ganz anders sehen als das letzte Jahrhundert, auf möglichst bestimmte Begriffe zu bringen.

In der wechselweisen Beschäftigung mit germanischer und romanischer Kunst war mir dann der Wunsch erwacht, die typischen Gegensätze dieser zwei Welten allgemein zu fassen und jenen oft sich wiederholenden, merkwürdigen Prozeß, der sich bei Dürer in besonderer Reinheit beobachten läßt, im großen darzulegen, ich meine: wie die nordische Phantasie von der italienischen Gestaltungsart in Bann geschlagen wird. Bei den Vorarbeiten dazu mußte ich indessen bald inne werden, daß die Begriffe der Kunstgeschichte noch zu wenig ausgebildet sind, um ein derartiges Buch schreiben zu können und daß zunächst erst gründlichere Anschauungen über Wesen und Entwicklung künstlerischer Darstellungsformen gewonnen werden müssen. Nach dieser Seite vornehmlich habe ich in den letzten Jahren beobachtet und glaube dabei zu Resultaten gekommen zu sein, die jeder Kunstgeschichte einmal als Grundlage nützlich sein können.

Kein Zweifel: was den Ruhm der heutigen Kunstgeschichte ausmacht, ist die Fülle und Übersichtlichkeit des Stoffes, die so weit über alles hinausgeht, was man vor 50 Jahren für möglich hielt, und es wäre unrecht, die entscheidenden Verdienste der großen Museen an dieser Stelle nicht zu erwähnen, allein je erfolgreicher die Tätigkeit derer ist, die, immer weiteres Material zutage fördernd, alte Namen mit neuem Inhalt füllen, um so mehr wird man geneigt sein, auch jener stilleren Arbeit ein Recht zuzugestehen, die sich — in einem etwas modernisierten Sinn — zu den Worten bekennt, mit denen der Begründer der Kunstwissenschaft, Winckelmann, seine Geschichte der Kunst des Altertums eröffnet: Das Wesen der Kunst sei der eigentliche Endzweck der Kunstgeschichte.

Erwiderung des Sekretars Hrn. Diels.

Die Akademie begrüßt Ihren Eintritt, verehrte Herren Kollegen, mit besonderer Freude. Von jeher hat sie Wert darauf gelegt, daß in ihren Reihen das Fähnlein der Schweizer seinen Ehrenplatz behaupte. Als ich vor dreißig Jahren die Ehre hatte, in die Akademie aufgenommen zu werden, waren es zwei Ihrer Landsleute, Hans Landolt und Adolf Tobler, die gleichzeitig mit mir eintraten, wobei sie von einem dritten

Schweizer, dem damaligen Sekretar du Bois-Reymond, landsmannschaftlich begrüßt wurden. Jene beiden hervorragenden Vertreter ihres Heimatlandes und ihres Faches hat uns leider das vorige Jahr mit einem Schlage entrissen. Die Iden des März rafften den berühmten Chemiker hinweg, und drei Tage darauf folgte ihm Tobler, der erste Vertreter der romanischen Philologie, nach. An seine Stelle treten nun Sie, Hr. Morf, der Landsmann und Freund des Heimgegangenen, den er noch selbst zu seiner Unterstützung im Lehramte der Universität gerufen hatte. Wir dürfen uns glücklich schätzen, daß durch Ihren Eintritt auch in der Akademie die Tradition des verewigten Meisters fortgeführt und weitergeführt wird.

Auf Ihrem bernischen Heimatboden, wo die deutsche und romanische Kultur in ihrem friedlichen Wettstreit und in ihrer wechselseitigen Durchdringung Ihnen frühe nahetrat, haben Sie diese sprachlichen, literarischen und sozialen Probleme mit scharfem, aber unbefangenem Blicke auffassen lernen. Wie Ihr Heimatland drei romanische Idiome und diese wieder in merkwürdiger dialektischer Mannigfaltigkeit umschließt, so ist auch Ihr wissenschaftliches Forschen durch alle Gebiete der Romania geschweift. Dialekt und Schriftsprache, Lautlehre und Syntax, Prosa und Poesie, Volkslied und Kunstdichtung, Kultur und Literatur hat Sie auf diesem Gebiete gleichmäßig angezogen. Wenn schon Ihre übrigen zahlreichen und wertvollen Arbeiten Zeugnis ablegen von dem enzyklopädischen Drange Ihres Forschergeistes, so zeigt Ihre Zusammenfassung der romanischen Sprachen und Literaturen in der »Kultur der Gegenwart« eine solche Universalität des Wissens, daß man Sie wohl mit einem Worte Ihres Lieblings Dante 'il maestro di color che sanno' auf diesem Gebiete nennen darf. Zu dieser Vielseitigkeit und Gründlichkeit des Wissens, die sich auch in den Kritiken Ihres mit Hrn. Brandl herausgegebenen 'Archivs' offenbart, kommt noch eine eigne Anmut der Darstellung hinzu, die Ihren jetzt in zwei Bänden gesammelten Vorträgen und Skizzen »Aus Dichtung und Sprache der Romanen« weit über den Kreis der Fachgenossen hinaus ein aufmerksames Publikum gewinnen wird.

Während Adolf Tobler, wie so viele große Gelehrte des vorigen Jahrhunderts, Freund der Vita contemplativa war, gehören Sie, Hr. Morf, einer jüngeren Generation an, die auch in der Vita activa sich betätigen zu müssen glaubt. So hoffen wir, daß Sie Ihr Organisationstalent, das sich in früheren Stellungen so hervorragend betätigt hat, auch in den Dienst unserer Akademie stellen werden, die seit Beginn dieses Jahrhunderts ihrer praktischen und organisierenden Tätigkeit auf vielen Gebieten weitere Grenzen gesteckt hat.

Unser zweiter Willkommensgruß gilt Ihnen, Hr. Wölfflin, der die seit Friedrichs des Großen Zeit übliche Vierzahl der Schweizer in der Reihe der ordentlichen Mitglieder unseres Institutes wieder vollzählig macht. Sie sind berufen, dem akademischen Reiche eine neue Provinz hinzuzufügen. Es ist nicht ohne Grund, daß die moderne Kunstgeschichte bei uns erst so spät ihren gebührenden Platz erhält. Kunst und Wissenschaft sind von Hause aus nach verschiedener Richtung auseinanderstrebende Schwestern. Im Künstler erstrahlt das Weltbild durch das Medium der Individualität in unendlichen Brechungen, während die Wissenschaft im Gegenteil aus den bunten Mannigfaltigkeiten und Zufälligkeiten des Individuellen die allgemein gültigen Normen zu abstrahieren sucht. Einfacher und leichter gelingt dies den mathematisch begründeten Naturwissenschaften, bei deren Objekten das Individuum wenig zu bedeuten hat, schwer und mühselig ist es in den Kulturwissenschaften, aus der Fülle des Konkreten und der Sonderart des Individuellen in den Äther des Allgemeinen aufzutauchen. Am schwersten wird diese Aufgabe der Kunstgeschichte. Die Methoden, die in der wissenschaftlichen Erforschung der alten wie der modernen Kunstwelt eingeschlagen worden sind, die äußerliche Kunstkennerschaft, der unlebendige Historizismus, das schematische Ästhetisieren haben sich alle als unzureichend erwiesen. Es bedarf neben allen diesen technischen, historischen, philosophischen Vorkenntnissen vor allem eines dem schaffenden Künstler wahlverwandten Sehvermögens, um in das wirkliche Wesen des einzelnen Kunstwerks einzudringen. Und dann muß zu der künstlerischen Erfassung des Einzelnen eine höhere Universaloptik hinzutreten, die das Wesensverwandte ganzer Epochen zusammenschauen und ihre Formensprache deuten und darstellen kann. Diese Methode haben Sie bereits in Ihrer Jugendschrift »Renaissance und Barock« eingeschlagen, wo es sich darum handelte, in der scheinbaren Willkür des Verfalls das Gesetz der Wandelung zu erkennen. Noch bewußter in den Stilanalysen Ihrer »Klassischen Kunst«. Und Ihr letztes größeres Werk über Albrecht Dürer läßt wie Ihre frühere Studie über die Jugendwerke des Michelangelo erkennen, daß Sie Ihre glückliche Generalisationsgabe nicht hindert, in die feinsten Falten einer individuellen Künstlerseele einzudringen und die kühle Abstraktion mit dem warmen Leben der Wirklichkeit zu durchdringen. So sehen wir Sie auf dem Wege die moderne Kunstwissenschaft in strenger und allseitiger Methode auszugestalten. Wir glauben zuversichtlich, daß die von Ihnen nunmehr in die Akademie eingeführte jüngste Schwester den älteren in würdiger Weise sich angliedern wird. Möge Ihnen, Hr. Wölfflin, das ist unser aufrichtiger und herzlicher Wunsch, in unserer Mitte ein langes und gesegnetes Wirken beschieden sein!

Hierauf wurden Gedächtnissreden gehalten von Hrn. Erman auf Richard Lepsius, von Hrn. Morf auf Adolf Tobler, von Hrn. Wilhelm Schulze auf Heinrich Zimmer und von Hrn. Fischer auf Jakob Heinrich van't Hoff. Die Reden der HH. Erman und Morf folgen hier, die der HH. Wilhelm Schulze und Fischer erscheinen in den Abhandlungen.

Gedächtnissreden.

Gedächtnissrede des Hrn. Erman auf Richard Lepsius.

Es ist in der Regel nicht Gebrauch unserer Akademie, der hundertsten Geburtstage ihrer Mitglieder zu gedenken. Wenn wir heute eine Ausnahme davon machen, so tun wir dies, weil erst in den letzten Jahrzehnten seit dem Bekanntwerden der Tagebücher der Preußischen Expedition die Bedeutung seines Wirkens in ihrer ganzen Größe hervorgetreten ist. Und unsere Körperschaft hat um so mehr ein Recht, dies hier zu betonen, als Lepsius ja durch die engsten Bande mit ihr verknüpft gewesen ist, und zwar von seinen wissenschaftlichen Anfängen an. Könnte man ihn doch fast einen Zögling unserer Akademie nennen. Denn als Bunsen und Gerhard nach Champollions Tode im Jahre 1833 auf den Gedanken kamen, den jungen Dr. Lepsius, der sich bisher mit Archäologie und Sprachwissenschaft befaßt hatte, zum Ägyptologen auszubilden, da war es die Akademie, die die Mittel dazu gewährte.

Es ist charakteristisch, wie sich der dreiundzwanzigjährige Mann bei dieser Wendung seines Schicksals benimmt. Er erwägt in einem Briefe an seinen Vater ruhig das Für und Wider und geht an die Erforschung des alten Ägyptens ohne die Begeisterung und ohne die Schwärmerei, die sonst die Anfänge der jungen Ägyptologen bezeichnen. Es war eine Vernunftehe, die er mit der neuen Wissenschaft schloß, aber gerade das sollte ihr zum Segen werden, denn Lepsius brachte etwas in sie ein, was die Enthusiasten nicht hatten, den ruhigen Verstand und die sichere Methode.

Diese guten Gaben verhalfen ihm dann sogleich zu einem großen Fortschritte. Champollion hatte mit genialem Scharfsinn erkannt, wie die Hieroglyphen zu lesen waren und hatte es in den letzten Jahren seines Lebens erstaunlich weit im Verständnis der Texte gebracht, aber wie eigentlich das komplizierte System dieser Schrift beschaffen war, davon hatte er nur eine sehr unvollkommene Vorstellung gewonnen. Hier setzte Lepsius ein und legte schon 1837 in seiner »Lettre à Mr. Rosellini« den Bau der Hieroglyphenschrift klar, und zwar so richtig, daß wir, von Einzelheiten abgesehen, noch heute die Hieroglyphen nicht viel anders ansehen, als er es damals lehrte.

Daß der junge Gelehrte, der so sicher zu urteilen wußte, auch imstande war, selbst Inschriften zu lesen und leichtere Texte zu übersetzen, wird man nicht bezweifeln wollen. Wenn er trotzdem mit solchen Versuchen nicht in die Öffentlichkeit trat, so hatte das seinen guten Grund. Ihn stieß das Dilettantenhafte der Entzifferungsarbeit ab, das Raten und Vermuten, ohne das es dabei einmal nicht abgeht. Nicht in genialem Ansturm wollte er ein halbes Verständnis der ägyptischen Inschriften erringen, er wollte den methodischen Weg gehen, der nur langsam zu Resultaten führt, dann aber auch zu gesicherten.

Und so geht er planmäßig vor. Er sammelt vor allem zunächst gute Kopien hieroglyphischer Inschriften, um sich ein sicheres Fundament für seine Arbeiten zu schaffen und veröffentlicht 1842 daraus seine »Auswahl der wichtigsten Urkunden des ägyptischen Altertums«, ein bewundernswertes Werk, das schon in der Sichtung und historischen Anordnung der Denkmäler zeigte, welche feste Hand die Ägyptologie jetzt vorwärts führte. Noch im selben Jahre erschien weiter seine Ausgabe des Totenbuches nach dem Turiner Papyrus. Es ist noch heute eine Freude, die Vorrede dieses Werkes zu lesen, die so richtig ein umfangreiches Buch charakterisiert, von dem damals doch nur das Wenigste verständlich war, und die so klar sieht, was hier zu gewinnen war und was nicht. An dem Wege, den Lepsius mit dieser Ausgabe eingeschlagen hatte, hat er denn auch sein Leben hindurch festgehalten, und zwei Unternehmen seiner späteren Jahre schließen direkt an sie an: die große Ausgabe des Totenbuches des neuen Reiches, die die Akademie veranstaltete und die Hr. Naville in den Jahren 1876 bis 1881 durchführte, und die Veröffentlichung der »Ältesten Texte des Totenbuches nach Sarkophagen des Berliner Museums« (1867).

Schon 1842 ward ihm dann die große Aufgabe gestellt, die für sein ganzes Leben bestimmend werden sollte. Er wurde der Leiter der Preußischen Expedition nach Ägypten, des ersten wissenschaftlichen Unternehmens im großen Stile, das unser Staat aussendete. Schon die äußere geschäftliche Durchführung dieser Expedition, die drei Jahre hindurch Ägypten und Nubien durchforschte, war eine bewundernswerte Leistung, die für den Eifer, die Klugheit und den Takt ihres jungen Führers Zeugnis ablegten. Und nun erst seine wissenschaftliche Leitung. Das war kein bloßes Bereisen und zufälliges Absuchen des Landes mehr, es war eine systematische Untersuchung, und der sie führte, wußte, was er suchte. Seit die Tagebücher der Expedition veröffentlicht sind, sehen wir mit Bewunderung, was Lepsius und sein Genosse Erbkam damals geleistet haben, wie genial sie das

Gefundene erfaßten und verstanden. Aus den Gräbern von Memphis erstand ihnen so die große Zeit des alten Reiches, von der bisher nur weniges bekannt gewesen war, in Nubien erschloß sich ihnen das fabelhafte Reich der Äthiopenkönige — es gibt kaum eine Stelle des ungeheuren Gebietes, die ihnen nicht die reichsten Resultate gegeben hätte.

Mit Freude sehen wir, wie Lepsius sich diesen großartigen Erfolgen gegenüber benimmt. Wer hätte es ihm verübeln wollen, wenn er, erfüllt von dem Erreichten, die neuen Erkenntnisse in lebhafterem Tone den wissenschaftlichen Kreisen verkündet hätte? Aber wer seine »Reisebriefe« liest, der trifft darin nur auf kurze, rein sachliche Angaben, bei denen oft mit keinem Worte angedeutet ist, daß sie Entdeckungen mitteilen. Es ist ein vornehmer Sinn, der sich hier ausspricht, jene Zurückhaltung, die des augenblicklichen Beifalles nicht bedarf, da sie der Dauer ihres Wertes gewiß ist.

Auch die Veröffentlichung der Ergebnisse der Expedition, das Denkmälerwerk, wurde im gleichen Sinne gehalten, und wer dieses Riesenwerk heute durchsieht, wird selten bemerken, wie viele wissenschaftliche Fortschritte sich in der Anordnung der Tafeln und in ihren einfachen Unterschriften verstecken.

Der Text zu diesen Tafeln ist nie erschienen, ebenso wie auch so manches andere Werk von Lepsius leider unvollendet geblieben ist. Es lag das einmal an der Last der Geschäfte, die in den folgenden Zeiten auf ihm lastete — hat er doch, um nur eines hervorzuheben, auch das ägyptische Museum in jahrelanger Arbeit neu zu schaffen gehabt. Mehr aber noch lag es an dem Ernste, mit dem er alles betrieb, und an dem Widerwillen, den er gegen jedes hegte, das nicht völlig durchgedacht und gesichert war. Die Ernte der Expedition und seiner früheren Reisen war zu groß, als daß er sie hätte bewältigen können, trotzdem er in den fünfziger und sechziger Jahren unermüdlich tätig gewesen ist an größeren Werken und an einzelnen Aufsätzen, die zumeist in den Schriften unserer Akademie erschienen.

Da sind vor allem die historischen Arbeiten zu nennen, insbesondere sein »Königsbuch«, das Fundamentalwerk der ägyptischen Geschichte, an dessen Bau auch alle späteren Funde nichts mehr geändert haben. Sodann das Schwesterwerk, die »Chronologie«, mit dem es eine merkwürdige Bewandtnis hat. Seine Rekonstruktion der Chronologie beruht auf einer Theorie, die heute als unhaltbar erkannt ist, und doch, wenn man Lepsius' Zahlen mit denen vergleicht, die heute auf sichererem Wege gewonnen sind, so ist es auffallend, wie nahe sie diesen stehen. Man möchte glauben, daß ihn unbewußt die richtige Vorstellung geleitet hat, die er sich aus den Denkmälern über die Dauer der einzelnen Perioden gebildet hatte.

Zwei Abhandlungen, die Fragen der ägyptischen Religion behandeln, sind in ihrem methodischen Gange vorbildlich geworden. Eine viel benutzte Untersuchung ist der Metrologie Ägyptens gewidmet; zwei andere, die schon in den Beginn der siebziger Jahre fallen, behandeln die den Ägyptern bekannten Metalle und den Gang der ägyptischen Kunst — beide voll von scharfsinnigen und geistreichen Bemerkungen.

Dazwischen gehen mannigfache lautliche Untersuchungen einher, die zum Teil den praktischen Zweck verfolgten, eine allgemein gültige Umschreibung der Laute, ein »Standardalphabet« zu schaffen. Wichtiger noch und erfolgreicher war seine Arbeit an afrikanischen Sprachen, für die er auf der Expedition eifrig gesammelt hatte. Seine Grammatik des Nubischen, die übrigens auch beinahe ungedruckt geblieben wäre, zeigt, wie ganz er sich in diese illiterate Sprache hineingelebt hatte. Und mit Bewunderung wird man immer die ihr zur Einleitung dienende Abhandlung »Über Völker und Sprachen Afrikas« lesen; wie viel darin auch nicht mehr haltbar sein mag, schon der Versuch, in dem Wirrwarr der Sprachen eines ganzen Erdteiles Ordnung zu schaffen, hat etwas Großartiges.

Nur der einen Sprache Afrikas, die ihm doch eigentlich am nächsten liegen mußte, der ägyptischen, widmete er auch in dieser Zeit rastloser Arbeit kaum eine Untersuchung. Man geht wohl nicht fehl, wenn man annimmt, daß dieses Studium, dessen Notwendigkeit er so oft betont hatte, ihm selbst verleidet war. Eine neue Generation von Ägyptologen war inzwischen aufgewachsen, die sich gerade der philologischen Seite ihrer Disziplin widmete und die darin gewaltige Erfolge errang. Lepsius war nicht blind gegen ihre großen Leistungen, aber sein geschulter Geist konnte das Tumultuarische einer Forschung, wie sie jene betrieben, nicht ertragen. Daß er selbst einen ägyptischen Text zu interpretieren wußte, zeigte die Einleitung zu seinen »ältesten Texten des Totenbuches«; auf die gewagteren Wege aber, auf denen die neue Generation den Inschriften und Papyrus ihren Inhalt entriß, mochte er sich nicht einlassen. Er blieb in der Periode der Entzifferung stehen; die Periode der kühnen Übersetzungen machte er nicht mehr mit.

So kam es denn auch, daß die neue zweisprachige Inschrift, die ihm das Glück 1866 bescherte, das Dekret von Kanopus, ihm selbst nicht den vollen Gewinn brachte. Und ebenso ließ er den großen Papyrus Westcar unveröffentlicht und unbearbeitet, den er persönlich besaß und der uns später eine der Grundlagen der ägyptischen Sprachwissenschaft werden sollte.

Und doch war er nach wie vor von dem Gedanken erfüllt, daß nichts der Ägyptologie so not tue wie eine systematische Bearbeitung der

Sprache. Dankbar erinnere ich mich daran, daß er mich selbst einst diese Wege gewiesen hat, und wieder glaube ich die feine Ironie zu hören, mit der er damals von den Fachgenossen sprach, die da vermeinten, gleich »im Großen arbeiten« zu können. Er hatte ein Recht zu solchem Lächeln, denn wahrlich, er hatte nie nach billigem Ruhme gestrebt; ernst hatte er gearbeitet sein Leben lang und sich nimmer genug tun können. Und gerade darum ist der Einfluß, den er auf die Wissenschaft ausgeübt hat, ein bleibender geworden. Wo immer die ägyptischen Studien heute ernst betrieben werden, da folgen sie seinen Spuren oder nehmen seine Arbeit wieder auf. Nach seinem Vorbilde werden die systematischen Grabungen der neueren Zeit geführt, in seinem Sinne erforschen wir die Grammatik und den Wortschatz des Ägyptischen, und die große Ausgabe der Pyramidentexte setzt seine Arbeit am Totenbuche fort.

Und wenn man trotz alledem gefragt hat, ob wir nicht Lepsius' Wirken überschätzen, so möge man eines überlegen. Es gibt so manche Gelehrte, deren Arbeit sich aus ihrer Wissenschaft hinwegdenken ließe, ohne daß darum in dieser eine größere Lücke entstehen würde. Aber wie sähe wohl die Ägyptologie aus, wenn man aus ihr die »Lettre à Rosellini«, die Totenbuchausgaben, das Königsbuch und die Preußische Expedition mit all ihren Ergebnissen striche? Sie würde dann überhaupt noch nicht als eine ernste Wissenschaft gelten können.

Es ist daher nicht zuviel, wenn wir Lepsius dem großen Begründer der ägyptischen Wissenschaft anreihen. Erst seine methodische Arbeit hat aus dem, was Champollion genial entworfen hatte, den sicheren Bau aufgeführt, an dem wir heute weiterarbeiten.

Gedächtnissrede des Hrn. Morf auf Adolf Tobler.

Als Moritz Haupt sich 1867 bei Friedrich Diez nach dessen Schüler, Adolf Tobler, dem damals 32jährigen Schweizer Gymnasiallehrer, erkundigte, der als erster Romanist für die Berliner Universität in Frage kam, da bezeichnete Diez diesen Tobler als ein ungewöhnliches Talent und schrieb von ihm, daß er in rascher, freudig vordringender Arbeit sich als tüchtigen Kritiker und als kenntnisreichen, geistvollen Literarhistoriker gezeigt habe. Dieses Urteil entschied über A. Toblers Schicksal: er wurde zum Wintersemester 1867 an die Universität Berlin und dann 1881 von dieser Akademie in ihre Mitte berufen. Mommsen begrüßte ihn hier als den ersten Vertreter der nun mündig gewordenen Wissenschaft der romanischen Philologie.

Daß diese Wissenschaft mündig geworden, war mit A. Toblers Werk. Er war schon damals einer ihrer Meister, und diese Meister-

schaft wirft ihren Glanz über die 28 Jahre, während derer er der Akademie angehört hat.

Seine Arbeiten erstrecken sich über das ganze Gebiet der romanistischen Forschung, über Sprache, Literatur und Kultur, über Versbau und Folklore. Und der gelehrte Philologe war zugleich ein feinsinniger Übersetzer. Fragen der Methode und des Unterrichts hat er ebenfalls behandelt: »denn auch die Schule hat Teil an mir«, erklärte er hier bei seinem Antritt.

Das Französische stand im Zentrum seiner Arbeit; aber jene grundlegenden Bücher über französischen Vers- und Satzbau, die wir ihm verdanken, bieten eine Fülle gemeinromanischer Belehrung: italienisches, spanisches, provenzalisches, portugiesisches Sprachleben erfüllt sie.

Wohl war das Altfranzösische, die Sprache des mittelalterlichen Frankreichs, der *Chansons de geste*, der Minneromane und der *Fabliaux*, Toblers Lieblingsgebiet; aber mit vollen Händen streute er zwischen die Belege längst entschwundener Rede die Zeugnisse der lebenden Sprache.

Eine stattliche Reihe altfranzösischer, provenzalischer, altitalienischer Texte, lyrische, epische und didaktische, hat Tobler aus mittelalterlichen Handschriften ans Licht gezogen und in vorbildlicher Weise kritisch ediert. Er zuerst hat (1871) an einem altfranzösischen Gedicht es unternommen, die ursprüngliche mundartliche Gestalt wieder herzustellen, und er hat das Beispiel solcher Restitution noch wiederholt gegeben. In den Erläuterungen zu diesen Texten hat er eine große Zahl sprachgeschichtlicher Probleme entweder überhaupt zum erstenmal behandelt oder doch zum erstenmal mit Fülle und Vertiefung dargestellt. In solchen gelegentlichen Anmerkungen, in beiläufigen Rezensionen hat er, ohne Aufhebens davon zu machen, oft genug eigentliche Fundamente für die Forschung gelegt. Andere haben auf diesen Fundamenten weitergebaut und solide Konstruktionen darauf errichtet, die nun das Auge auf sich ziehen, während das tragende Fundament dem Blick des Außenstehenden entzogen ist. Aber Tobler wäre der Letzte gewesen, der sich darüber beklagt hätte. Niemand übte das *richesse oblige* vornehmer als er.

Auch was so in Bemerkungen und Rezensionen nur wie vorläufig von ihm geboten wurde, sieht nie aus wie ein erster Entwurf, sondern erscheint gereift und gediegen. Der Reichtum seiner Beobachtungen und die tiefgehende, sichere Art seiner Darstellung verliehen seinem Worte eine ungewöhnliche Überzeugungskraft. Kein Geringerer als G. Paris hat ihn *le plus profond connaisseur de notre vieille langue* genannt, und bewundernde Anerkennung zollte ihm das ganze romanische Ausland. Mit uns trauerte es um ihn, als um einen großen

Lehrer. Tobler *appartenait*, so liest man noch eben im Jahresbericht der *Société des Anciens Textes, à la glorieuse génération de nos maitres, et ses leçons prolongeaient leur écho des bords de la Sprée jusqu'aux bords de la Seine.*

Es ist für Toblers Arbeiten bezeichnend, daß sie in ihrer schlichten Art oft mehr enthalten, als ihr Titel vermuten läßt. Welch feine Charakteristik Gustave Flauberts überrascht z. B. den Leser, der zu Toblers Ausgabe der Legende vom heiligen Julian greift! Auch wer seine Darstellung der altfranzösischen Epik und ihres Spielmanns gelesen hat, wer sich an seinem Vortrag über Castiglione, an seiner Rede über »Dante und vier deutsche Kaiser« erfreut hat, wer weiß, wie schön er 1890 in seiner Rektoratsrede von der Aufgabe des Literarhistorikers sprach, der wird bedauern, daß Tobler nicht häufiger zu literargeschichtlichen Thematen gegriffen hat.

Das ist um der syntaktischen und lexikologischen Forschungen willen geschehen.

Man darf von Toblers Arbeit sagen, daß sie die romanische Satzforschung völlig erneut hat. Die heutige historische Syntax der Romanisten ist sein Werk. Er hat an Stelle jener überlieferten Satzerklärung, die sich mit billigen Hypothesen behalf und die Grammatik in das Prokrustesbett logischer Kategorien zwängte, die induktive entwicklungsgeschichtliche Satzforschung gesetzt, die geduldig und lernbegierig Erfahrungen sammelt, ehe sie urteilt, und sich von den Lebensvorgängen der Sprache leiten läßt, statt diese Sprache zu schulmeistern. Und in den Dienst dieser Methode hat er eine unübertroffene Beobachtungsgabe gestellt. Er gleicht jenen großen Mikroskopikern, die nicht nur die Methode und das Instrument verbessern, sondern die mit dem nämlichen Instrument auch mehr sehen als andere, weil sie von Natur ein begnadetes Auge haben. So vermochte Toblers feines Ohr dem leisen Schritt der Sprache durch die Jahrhunderte zu folgen, um den Zusammenhang zwischen Gedankengestaltung und Sprachgestaltung zu finden. Für diese Grammatik, vor der manche, wie er scherzhaft meinte, »als vor Psychologie sich bekreuzigen«, hat er sich vielfach eine besondere Terminologie geschaffen. Seiner Darstellungsweise ist der Vorwurf gemacht worden, daß sie sich schwer lese, worauf er erwiderte: »Was so schwer zu lesen ist, so möchte ich mich rechtfertigen, ist eben auch vielfach recht schwer zu schreiben gewesen.« Und gewiß liegt das, was an dieser »psychologischen Grammatik« manchem Leser so schwer erscheint, nicht sowohl in der Form als in der Sache selbst, in der Vertiefung der Probleme.

Mommsen begrüßte 1882 in A. Tobler auch »den entsagenden und mutigen Unternehmer eines jener fundamentalen Werke,

die geschaffen zu haben dem Gelehrten das reine Gefühl nützlichen Strebens gewährt, an denen helfend und fördernd mitgewirkt zu haben der Ruhm der Akademien wie der Regierungen bleibt«.

Mommsen sprach hier von dem Wörterbuch der altfranzösischen Sprache, für das Tobler damals schon seit zwanzig Jahren sammelte: ein gewaltiges Werk, dessen Mühsal er mutig auf sich genommen und dessen Drucklegung er eben damals — entsagt hatte. Godefroys *Dictionnaire de l'ancienne langue française* hatte eben zu erscheinen begonnen (1880—1902). Das Urteil über dieses fleißige, aber diffuse und unzuverlässige Werk steht längst fest: ihm gehen in Anlage und Ausführung gerade die philologischen Qualitäten ab, die das Wörterbuch Toblers ausgezeichnet haben würden, und wenn Godefroys *Dictionnaire* uns allen genützt hat, so hat es anderseits der ganzen Forschungsarbeit der letzten dreißig Jahre den Schaden zugefügt, daß sie seinetwegen Toblers Wörterbuch entbehren mußte.

Was uns dieses gebracht hätte, das ließen all die Beiträge erkennen, die Tobler zur Wortforschung in etymologischen und syntaktischen Arbeiten zerstreut hat: blühende Zweige, die von einem Baume gebrochen sind, dessen ganze Krone, dessen Stamm unserm Auge sich entzogen. Welch fruchtbeschwerte Äste dieser Baum tragen mochte, ließ sich auch daraus erkennen, daß nach Toblers Überzeugung »der größte Teil dessen, was gemeiniglich der Syntax zugewiesen wird, fürs Französische durchaus dem Wörterbuch und nur ihm anheimfällt«.

Jetzt, da der unermüdliche Sammler und Ordner geschieden ist, besteht für die Nachgeborenen die Pflicht, die lexikographischen Reichtümer, die er in halbhundertjähriger Arbeit zusammengebracht und deren Materialien eine Reihe von 20000 Zetteln füllen, durch den Druck allgemein zugänglich zu machen. Diesem Unternehmen leiht die Akademie ihre tatkräftige Unterstützung. So ehrt sie das Andenken ihres Mitgliedes, überzeugt, daß sein posthumes Werk ihr selbst zur Ehre gereichen wird.

Des Schwindens seiner Kräfte nicht achtend, ist Ad. Tobler mitten aus der Arbeit hinweggenommen worden. Dem Freunde, der einst seine Bitten mit denen der besorgten Gattin vereinigte, um Tobler zur Schonung seiner bedrohten Sehkraft zu bewegen, verwies er diese Mahnung mit den Worten: »Man muß nicht auf sich achten!« Und er hat wirklich nicht auf sich geachtet. Der vornehme Mann war vor allem streng gegen sich selbst. Er lebte ganz seiner Pflicht. Er war vorbildlich nicht nur als Forscher, sondern auch als Mensch.

Verleihung der Leibniz-Medaille.

Alsdann verkündigte der Vorsitzende, dass die Akademie die von Sr. Majestät dem Kaiser und König an Allerhöchstseinem Geburtsfeste am 27. Januar 1906 gestiftete Leibniz-Medaille zur Ehrung besonderer Verdienste um die Förderung der Aufgaben der Akademie verliehen habe

a) in Gold: dem Geheimen Hofrath Prof. Dr. Hans Meyer in Leipzig;

b) in Silber: dem Kustos am Geologisch-Paläontologischen Institut und Museum der Universität Berlin Dr. Werner Janensch, dem Kaufmann Hans Osten, z. Zt. in Montevideo, und dem Oberbibliothekar an der Universitäts-Bibliothek in Marburg Prof. Dr. Georg Wenker.

Hrn. Wenker, der an der Sitzung Theil nahm, wurde die Medaille von dem Vorsitzenden überreicht.

Schliesslich erfolgten Mittheilungen betreffend das Preisausschreiben aus dem Cothenius'schen Legat, den Preis der Graf Loubat-Stiftung und das Stipendium der Eduard Gerhard-Stiftung.

Preisausschreiben aus dem Cothenius'schen Legat.

Die Akademie hat in der Leibniz-Sitzung des Jahres 1908 folgende Preisaufgabe aus dem Cothenius'schen Legat ausgeschrieben:

»Der Entwickelungsgang einer oder einiger Ustilagineen soll möglichst lückenlos verfolgt und dargestellt werden, wobei besonders auf die Überwinterung der Sporen und Mycelien Rücksicht zu nehmen ist. Wenn irgend möglich, sind der Abhandlung Praeparate, welche die Frage entscheiden, beizulegen.«

Bewerbungsschriften, welche bis zum 31. December 1910 erwartet wurden, sind nicht eingelaufen; die Akademie hat daraufhin beschlossen, die Aufgabe unverändert zu erneuern.

Der ausgesetzte Preis beträgt zweitausend Mark.

Die Bewerbungsschriften können in deutscher, lateinischer, französischer, englischer oder italienischer Sprache abgefasst sein. Schriften, die in störender Weise unleserlich geschrieben sind, können durch Beschluss der zuständigen Classe von der Bewerbung ausgeschlossen werden.

Jede Bewerbungsschrift ist mit einem Spruchwort zu bezeichnen, und dieses auf einem beizufügenden versiegelten, innerlich den Namen und die Adresse des Verfassers angebenden Zettel äusserlich zu wie-

derholen. Schriften, welche den Namen des Verfassers nennen oder deutlich ergeben, werden von der Bewerbung ausgeschlossen. Zurückziehung einer eingelieferten Preisschrift ist nicht gestattet.

Die Bewerbungsschriften sind bis zum 31. December 1913 im Bureau der Akademie, Berlin W 35, Potsdamer Strasse 120, einzuliefern. Die Verkündigung des Urtheils erfolgt in der Leibniz-Sitzung des Jahres 1914.

Sämmtliche bei der Akademie zum Behuf der Preisbewerbung eingegangene Arbeiten nebst den dazu gehörigen Zetteln werden ein Jahr lang von dem Tage der Urtheilsverkündigung ab von der Akademie für die Verfasser aufbewahrt. Nach Ablauf der bezeichneten Frist steht es der Akademie frei, die nicht abgeforderten Schriften und Zettel zu vernichten.

Preis der Graf Loubat-Stiftung.

Die Akademie hat auf Vorschlag ihrer Commission für die Graf Loubat-Stiftung beschlossen, den für dieses Jahr ausgeschriebenen Preis derselben von 3000 Mark Hrn. Albert Bernhard Faust, Assistant Professor an der Cornell University zu Ithaca, N. Y. für sein zweibändiges Werk, »The German Element in the United States«, Boston und New York 1909, zuzuerkennen.

Stipendium der Eduard Gerhard-Stiftung.

Das Stipendium der Eduard Gerhard-Stiftung war in der Leibniz-Sitzung des Jahres 1910 für das laufende Jahr mit dem Betrage von 2600 Mark ausgeschrieben. Von dieser Summe sind 2500 Mark Hrn. Dr. Fritz Weege, z. Zt. in Rom, zur Fortsetzung seiner Studien über die Neronische Domus Aurea zuerkannt worden.

Für das Jahr 1912 wird das Stipendium mit dem Betrage von 2500 Mark ausgeschrieben. Bewerbungen sind vor dem 1. Januar 1912 der Akademie einzureichen.

Nach § 4 des Statuts der Stiftung ist zur Bewerbung erforderlich:

1. Nachweis der Reichsangehörigkeit des Bewerbers;
2. Angabe eines von dem Petenten beabsichtigten durch Reisen bedingten archäologischen Planes, wobei der Kreis der archäologischen Wissenschaft in demselben Sinn verstanden und anzuwenden ist, wie dies bei dem von dem Testator begründeten Archäologischen Institut geschieht. Die Angabe des Planes muss verbunden sein mit einem ungefähren sowohl die Reisegelder wie die weiteren Ausführungsarbeiten einschliessenden Kosten-

anschlag. Falls der Petent für die Publication der von ihm beabsichtigten Arbeiten Zuschuss erforderlich erachtet, so hat er den voraussichtlichen Betrag in den Kostenanschlag aufzunehmen, eventuell nach ungefährem Überschlag dafür eine angemessene Summe in denselben einzustellen.

Gesuche, die auf die Modalitäten und die Kosten der Veröffentlichung der beabsichtigten Forschungen nicht eingehen, bleiben unberücksichtigt. Ferner hat der Petent sich in seinem Gesuch zu verpflichten:

1. vor dem 1. December des auf das Jahr der Verleihung folgenden Jahres über den Stand der betreffenden Arbeit sowie nach Abschluss der Arbeit über deren Verlauf und Ergebniss an die Akademie zu berichten;
2. falls er während des Genusses des Stipendiums an einem der Palilientage (21. April) in Rom verweilen sollte, in der öffentlichen Sitzung des Deutschen Instituts, sofern dies gewünscht wird, einen auf sein Unternehmen bezüglichen Vortrag zu halten;
3. jede durch dieses Stipendium geförderte Publication auf dem Titel zu bezeichnen als herausgegeben mit Beihülfe des Eduard Gerhard-Stipendiums der Königlichen Akademie der Wissenschaften;
4. drei Exemplare jeder derartigen Publication der Akademie einzureichen.

Ausgegeben am 6. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.